EPR下供应链网络报废产品排放内生污染税模型①

杨玉香，周根贵
(浙江工业大学经贸管理学院，杭州 310014)

摘要: 利用均衡理论及变分不等式研究工具，研究了生产者责任延伸(EPR)制度下的正向和逆向相结合的包含制造商、销售商/回收中心及需求市场的闭环供应链网络.考虑网络中各层决策者之间的相互作用，并与报废产品排放环境污染税相结合，建立了竞争环境中的多层供应链网络均衡模型，描述了网络中各层决策者的竞争行为，给出了供应链网络各层均衡及整体均衡的条件、经济解释及有限维变分不等式模型，最后通过算例验证了模型及算法的有效性并进行分析.

关键词: 生产者责任延伸; 网络均衡模型; 变分不等式; 报废产品排放

中图分类号: F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2011)10-0067-010

0 引言

随着经济的发展、人口的增加及消费能力的提高，产生越来越多的报废产品，仅由政府通过掩埋或焚烧的原始处理方式，给环境和人类的健康带来了极大的威胁，而大部分报废产品都含有大量的可回收物质，以废旧电子产品为例，包括铜、汞等重金属，还有塑料、玻璃以及其他一些可再利用的部分，资源化的程度很高，将其回收再利用还可避免某些有害物质对环境产生污染，因而，报废产品的循环再利用具有很高的经济价值和环境价值.正是在这一背景下，瑞典环境经济学家Thomas在1990年提交给环境署的一份报告首次提出生产者责任延伸(extended producer responsibility，EPR)制度[1].EPR是一项环境政策，要求产品生产者对产品的整个生命周期负责，降低产品对环境的影响.美国、日本等国家都对不同的产品实施了EPR制度，Fishbein[2]和Tojo[3]分别就EPR制度的实施进行了介绍和分析.但是在我国，报废产品的无序回收，以及拆解技术的制约，造成了资源浪费，对环境的污染问题日益严重，同时给消费者带来了安全隐患.2001年，我国国家发改委起草《废旧家用电器回收处理管理条例》，并于2004年在浙江省和青岛市进行了试点活动，推行EPR制度，建立规范的回收处理体系，但由于某些原因，仍处于规划阶段.可以说我国对报废产品回收处理也该坚持EPR制度这一问题已基本得到全社会的认可，但如何实现，还无明确的结论.

EPR制度下的供应链网络强调的是网络主体责任的转变，在传统责任范围下，生产者只需对产品的设计、制造、流通和使用阶段负责，而报废产品的处置由中央和地方政府负责，但在EPR制度下，生产者必须通过一定的方式实现大量的报废产品的有序回收，而且必须通过相关的措施来体现其延伸责任，同时报废产品的回收方式不同于传统的回收方式，是由生产者选择合理的渠道进行回收处理.

为了使EPR制度能够有效实施，可以采取多

① 收稿日期: 2009-02-20; 修订日期: 2010-09-30.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70671095); 国家自然科学基金资助项目(71071142); 浙江省哲学社会科学规划课题(09CGGL009YB).

作者简介: 杨玉香(1979—)，女，吉林松原人，博士生，讲师. Email: yyx_bj2005@126.com

种方式，如制定促进 EPR 制度的法律、法规等强制生产者执行，也可以通过健全产品分类和环境标识等相关配套法规标准以保障 EPR 的实施，此外，还有就是经济手段，对不同规模的生产企业的报废产品排放实施不同的税收政策，征收不同的环境污染税不失为一种有效的措施，征税是给生产企业减少报废产品排放带来的污染的经济激励，有利于刺激企业通过减少报废产品的排放而获利，促进更多的企业自发地对报废产品进行回收和有效的处理. 因此，如果能建立反应 EPR 制度下的供应链网络中各个决策者(制造商、销售商/回收中心和最终消费者)之间的相互影响，同时又能与环境政策——报废产品排放环境污染税——相结合的数学模型，这对政策制定者来说具有很大的实际意义.

近年来对供应链网络均衡模型的研究已成为一个热点问题，均衡模型的主要研究工具就是均衡理论和变分不等式，其起源于网络经济，这一工具的使用使决策方式得到了改进，实现了从独立决策到交互式决策的转变. 徐庆[4] 等详细分析了 Nash 均衡、变分不等式和广义均衡问题之间的联系，并给出了这些问题的解的等价关系. 学者对供应链网络均衡模型进行了大量的研究，2002 年，Nagurney 教授等建立了含有制造商、零售商和需求市场的三层网络均衡模型[5]，分析了不同决策者的独立行为及其相互影响的竞争行为，给出了系统的均衡条件，用实例分析了网络的交易价格和交易流量的确定; 2003 年，Nagurney 等研究了电子商务供应链网络均衡模型[6]，与文献 5 不同的是每个决策者不仅面临利润最大化的标准，同时还要面临使其产生的排放物最小化的标准; 随后对需求随机条件下的网络模型也进行了一定的研究[7-9]; 2005 年，Nagurney 等研究了电子废弃物回收逆向物流网络均衡模型[10]; 2006 年，他们将供应链网络均衡模型与运输网络均衡模型进行了对比分析[11]，说明二者的等价性，提出运输网络均衡模型的计算工具都可以用来分析计算供应链网络均衡模型. 此外，Cruz[12] 研究了 CSR(corporate social responsibility，企业社会责任)下的三层供应链网络框架，并建立了包括最大化利润、最小化污染排放和最小化风险的多决策标准的均衡模型. 以上都为单向网络模型，Hammond 等[13] 在以上研究的基础上构建了立法约束下由生产商和需求市场组成的两层闭环供应链网络模型.

本文建立了 EPR 制度下的供应链网络报废产品排放内生污染税均衡模型，将报废产品排放污染税设为内生的，环境部门指定一个报废产品排放的阈值，论证了为达到预期的环境目标如何决策最优的内生污染税，以及各层决策者间的产品交易量和交易价格决策.

1 EPR 下的供应链网络模型

在 EPR 制度约束下，废旧产品的回收模式发生了转变，魏洁[14] 等给出了 EPR 制度下的三种回收模式. 本文建立由制造商、销售商/回收中心和需求市场组成的供应链网络，如图 1 所示. 此网络由 $I + J + K$ 个单位元构成，包括三层节点，第 1 层节点由 I 个生产同质无差异产品的制造商构成，考虑回收、制造一种产品，且再制造产品与新产品不做区别，生产的产品由第 2 层节点 J 个销售商销往第 3 层节点的 K 个不同需求市场的顾客，需求市场可通过不同的地理位置或消费群体的特征加以区分，各个消费区域的报废产品通过回收中心进行回收，回收的产品可再用的部分运往制造商进行再制造，其余的部分进行废弃处理. 在此网络中，处于同一层中的决策者间是非合作竞争关系，每个决策者以利润最大化为目标.

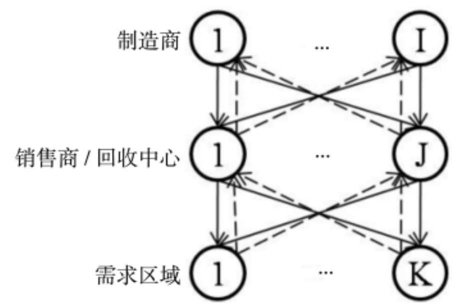

图 1 闭环供应链网络

Fig. 1 Closed-loop supply chain network

1.1 制造商的行为及其优化条件

设 q_{ij}^M 表示制造商 i 与销售商 j 间的产品(包括新产品和再制造产品)交易量，所有的交易量组成列向量 $Q_1 \in R_+^{IJ}$. q_i^M 为制造商 i 生产产品总量，

有 $q_i^M = \sum_j q_{ij}^M$. 设 q_{ji}^R 表示制造商 i 与回收中心 j 间的报废产品交易量，所有的交易量组成列向量 $Q_2 \in R_+^{JI}$. q_i^R 表示制造商 i 回收的可再制造产品数量，有 $q_i^R = \sum_j q_{ji}^R$.

设制造商 i 生产新产品的数量为 q_i^{NEW}，$q_i^{NEW} = q_i^M - q_i^R = \sum_j (q_{ij}^M - q_{ji}^R)$，所有制造商生产新产品数量组成向量 $q^{NEW} = (q_1^{NEW}, \cdots, q_I^{NEW})$.

设制造商 i 生产新产品的成本函数为 f_i^M，且 $f_i^M = f_i^M(q^{NEW})$，即其依赖于所有制造商的新产品产量，而由于 $q_i^{NEW} = \sum_j (q_{ij}^M - q_{ji}^R)$，故有 $f_i^M = f_i^M(Q_1, Q_2)$. 制造商 i 生产再制造产品的成本函数为 f_i^R，且 $f_i^R = f_i^R(Q_2)$. 制造商 i 与销售商 j 交易产品的交易成本（包括运输成本）为 c_{ij}^M，$c_{ij}^M = c_{ij}^M(q_{ij}^M)$，与回收中心 j 交易报废产品的交易成本为 c_{ji}^R，$c_{ji}^R = c_{ji}^R(q_{ji}^R)$.

τ_i 表示环境部门向制造商 i 征收排放到环境中的单位报废产品污染税，其为内生变量，I 个量构成列向量 τ，其最优值记为 τ^*.

制造商 i 的总成本等于新产品的生产成本、再制造成本、交易成本、回收可再制造的废弃产品费用与为排放到环境中的废弃产品所交税之和，其收入为销给销售商产品的所得. 设 ρ_{ij}^{M*} 表示生产商 i 对售予销售商 j 的单位产品索价 ρ_{ij}^M 的均衡值，ρ_{ji}^{R*} 表示回收中心 j 对售予生产商 i 的单位报废产品索价 ρ_{ji}^R 的均衡值，它们为内生变量. 对每一制造商 i 而言，其目标是实现利润最大化，故其优化模型为

$$\max \sum_j \rho_{ij}^{M*} q_{ij}^M - f_i^M(Q_1, Q_2) - f_i^R(Q_2) - \sum_j c_{ij}^M(q_{ij}^M) - \sum_j c_{ji}^R(q_{ji}^R) - \sum_j \rho_{ji}^{R*} q_{ji}^R - \tau_i^* \sum_j (q_{ij}^M - q_{ji}^R) \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad q_{ij}^M, q_{ji}^R \geqslant 0 \quad \forall j \tag{2}$$

假设各成本函数均为连续可微的凸函数，由于所有制造商是非合作竞争关系，根据 Nash 均衡概念，考虑税收政策均衡条件下所有制造商同时最优的条件可以表示成如下变分不等式[15]，即为求解 $(Q_1^*, Q_2^*) \in R_+^{2IJ}$，使其满足

$$\sum_i \sum_j \left[\frac{\partial c_{ij}^M(q_{ij}^{M*})}{\partial q_{ij}^M} + \tau_i^* - \rho_{ij}^{M*} + \frac{\partial f_i^M(Q_1^*, Q_2^*)}{\partial q_{ij}^M}\right] \times [q_{ij}^M - q_{ij}^{M*}] + \sum_i \sum_j \left[\frac{\partial c_{ji}^R(q_{ji}^{R*})}{\partial q_{ji}^R} - \tau_i^* + \rho_{ji}^{R*} + \frac{\partial f_i^M(Q_1^*, Q_2^*)}{\partial q_{ji}^R} + \frac{\partial f_i^R(Q_2^*)}{\partial q_{ji}^R}\right] \times [q_{ji}^R - q_{ji}^{R*}] \geqslant 0,$$
$$\forall (Q_1, Q_2) \in R_+^{2IJ} \tag{3}$$

另外，令 $\bar{B}_i$ 表示环境部门允许制造商 i 排放到环境中的报废产品的最大值，若制造商 EOL 产品排放小于对其规定的阈值，则不征税，否则征税. 则对于每个制造商 i 而言，报废产品排放税收政策的均衡条件可表示如下

$$\bar{B}_i - \sum_j (q_{ij}^{M*} - q_{ji}^{R*}) \begin{cases} = 0, & \text{若 } \tau_i^* > 0, \\ \geqslant 0, & \text{若 } \tau_i^* = 0 \end{cases} \tag{4}$$

上述均衡条件等价于如下变分不等式问题. 即求解 $(\tau^*) \in R_+^I$，满足:

$$\sum_i \left[\bar{B}_i - \sum_j (q_{ij}^{M*} - q_{ji}^{R*})\right] \times [\tau_i - \tau_i^*] \geqslant 0,$$
$$\forall (\tau) \in R_+^I \tag{5}$$

1.2　销售商/回收中心的行为及其优化条件

销售商/回收中心作为网络中间层，销售商要与制造商进行交易以购入产品，还要与消费者进行交易，将产品销售给购买者，除此之外，回收中心一方面要从需求区域回收报废产品，另一方面要将可再制造的报废产品销往制造商.

设 q_{jk}^M 为销售商 j 与需求市场 k 间的产品交易量，所有交易量组成列向量 $Q_3 \in R_+^{JK}$，q_{kj}^R 为回收中心 j 与需求市场 k 间的报废产品交易量，所有的交易量组成列向量 $Q_4 \in R_+^{JK}$. 销售商 j 的处理成本主要包括产品的展示和存储成本，记为 f_j^M，最简单的情形下，f_j^M 是 $\sum_i q_{ij}^M$ 的函数，然而，为了具有一般性，同时提高模型的竞争性，这里认为这个函数也依赖于其他销售商持有产品的数量，即对任一销售商 j，设 $f_j^M = f_j^M(Q_1)$，销售商 j 与制造商 i 交易发生的交易成本为 $\hat{c}_{ij}^M = \hat{c}_{ij}^M(q_{ij}^M)$，与需求市场 k 交易发生的交易成本为 $c_{jk}^M = c_{jk}^M(q_{jk}^M)$.

回收中心 j 的处理成本主要包括回收产品的检测和存储成本，记为 $f_j^R = f_j^R(Q_4)$，与制造商 i 交易发生的交易成本为 $\hat{c}_{ji}^R = \hat{c}_{ji}^R(q_{ji}^R)$，与需求市场 k 交易发生的交易成本为 $c_{kj}^R = c_{kj}^R(q_{kj}^R)$. 设单位报废

产品的废弃处理成本为 b,β 为报废产品的利用率.

设 ρ_{jk}^{M*} 为销售商 j 对需求市场 k 的单位产品索价 ρ_{jk}^{M} 的均衡值,为内生变量. 每一销售商 j 的目标是利润最大化,因而其优化模型为

$$\max \sum_k \rho_{jk}^{M*} q_{jk}^M - \sum_i \rho_{ij}^{M*} q_{ij}^M - \sum_i \hat{c}_{ij}^M(q_{ij}^M) - \sum_k c_{jk}^M(q_{jk}^M) - f_j^M(Q_1) \tag{6}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_k q_{jk}^M \leqslant \sum_i q_{ij}^M \tag{7}$$

$$q_{ij}^M, q_{jk}^M \geqslant 0, \forall i, k \tag{8}$$

设 ρ_{kj}^{R*} 为回收中心 j 从需求市场 k 回收单位报废产品价格 ρ_{kj}^{R} 的均衡值,为内生变量. 回收中心 j 的目标也是利润最大化,因而其优化模型为

$$\max \sum_i \rho_{ji}^{R*} q_{ji}^R - \sum_k \rho_{kj}^{R*} q_{kj}^R - \sum_i \hat{c}_{ji}^R(q_{ji}^R) - \sum_k c_{kj}^R(q_{kj}^R) - b(1-\beta)\sum_k q_{kj}^R - f_j^R(Q_4) \tag{9}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_i q_{ji}^R \leqslant \beta \sum_k q_{kj}^R \tag{10}$$

$$q_{ji}^R, q_{kj}^R \geqslant 0, \forall i, k \tag{11}$$

这里同样认为销售商/回收中心是非合作竞争关系,对于每个销售商/回收中心,给定其他竞争对手的行为,其目的就是最大化利润,不仅决定销往需求区域的最优商品量和从制造商的购入量,而且还包括从需求区域的回收量与销往制造商的可再制造的废旧产品量,均衡时,网络各层间的流量必须一致的.

同样假设各成本函数都是连续可微的凸函数,所有销售商的最优条件和下列变分不等式的解是一致的,求解$(Q_1^*, Q_3^*, \lambda_1^*) \in R_+^{IJ+JK+J}$,使其满足

$$\sum_j \sum_i \left[\rho_{ij}^{M*} + \frac{\partial \hat{c}_{ij}^M(q_{ij}^{M*})}{\partial q_{ij}^M} + \frac{\partial f_j^M(Q_1^*)}{\partial q_{ij}^M} - \lambda_{1j}^*\right] \times [q_{ij}^M - q_{ij}^{M*}] + \sum_j \sum_k \left[\frac{\partial c_{jk}^M(q_{jk}^{M*})}{\partial q_{jk}^M} - \rho_{jk}^{M*} + \lambda_{1j}^*\right] \times [q_{jk}^M - q_{jk}^{M*}] + \sum_j \left[\sum_i q_{ij}^{M*} - \sum_k q_{jk}^{M*}\right] \times [\lambda_{1j} - \lambda_{1j}^*] \geqslant 0, \forall (Q_1, Q_3, \lambda_1) \in R_+^{IJ+JK+J} \tag{12}$$

式(12)中的 λ_1 为保证约束式(7)成立的 J 维 Lagrange 乘子. 从式(12)第 3 项可以看出 λ_{1j}^* 为销售商 j 的市场出清价格;从第 1 项可得出,若制造商和销售商交易量为正,则 λ_{1j}^* 等于销售商付给制造商的价格 ρ_{ij}^{M*} 加上销售商 j 的边际交易成本和边际处理成本;从第 2 项可推断,若消费区域 k 从销售商 j 的购买量 q_{jk}^{M*} 为正,则销售商索取价格恰好等于 λ_{1j}^* 加上边际交易成本.

同样所有回收中心的最优条件和下列变分不等式的解是一致的: 求解$(Q_2^*, Q_4^*, \lambda_2^*) \in R_+^{JI+KJ+J}$,使其满足

$$\sum_j \sum_i \left[\frac{\partial \hat{c}_{ji}^R(q_{ji}^{R*})}{\partial q_{ji}^R} - \rho_{ji}^{R*} + \lambda_{2j}^*\right] \times [q_{ji}^R - q_{ji}^{R*}] + \sum_j \sum_k \left[\rho_{kj}^{R*} + \frac{\partial c_{kj}^R(q_{kj}^{R*})}{\partial q_{kj}^R} + b(1-\beta) + \frac{\partial f_j^R(Q_4^*)}{\partial q_{kj}^R} - \beta\lambda_{2j}^*\right] \times [q_{kj}^R - q_{kj}^{R*}] + \sum_j \left[\beta \sum_k q_{kj}^{R*} - \sum_i q_{ji}^{R*}\right] \times [\lambda_{2j} - \lambda_{2j}^*] \geqslant 0, \forall (Q_2, Q_4, \lambda_2) \in R_+^{JI+KJ+J} \tag{13}$$

同样,式(13)中的 λ_2 为保证约束(10)成立的 J 维 Lagrange 乘子. 从式(13)第 3 项可以看出 λ_{2j}^* 为回收中心 j 的市场出清价格;从第 1 项可得出,若制造商和回收中心的交易量 q_{ji}^{R*} 为正,则回收中心向制造商索要的价格 ρ_{ji}^{R*} 恰好等于 λ_{2j}^* 加上边际交易成本;第 2 项可推断若回收中心 j 从消费区域 k 的回收量 q_{kj}^{R*} 为正,则 $\beta\lambda_{2j}^*$ 等于回收价格 ρ_{kj}^{R*}、回收中心 j 的边际交易成本、边际处理成本与边际废弃成本之和.

1.3 需求市场的均衡条件

设需求市场 k 与销售商 j 交易发生的交易成本为连续函数 $\hat{c}_{jk}^M = \hat{c}_{jk}^M(q_{jk}^M)$,$\rho_{5k}$ 为需求市场 k 的单位产品需求价格,K 个需求市场的需求价格构成 K 维列向量 ρ_5,记需求市场 k 的需求为连续函数 d_k,由于各个需求市场之间竞争的存在,需求函数与整个需求市场的支付能力有关,即$d_k = d_k(\rho_5)$.

设 α_k 为需求市场 k 的废旧产品回收率,则回收中心的总回收量不会超过可回收的总供给量,即

$$\sum_j q_{kj}^R \leqslant \alpha_k \sum_j q_{jk}^M \tag{14}$$

需求市场 k 与回收中心 j 交易发生的交易成

本为连续函数 $\hat{c}_{kj}^{R}=\hat{c}_{kj}^{R}(q_{kj}^{R})$，需求市场 k 的消费者会根据废旧产品的回收价格和交易成本来决定是否将废旧产品卖给回收中心，设消费者的偏好函数为连续函数 π_k，且其不仅受到本消费区域回收量的影响，而且受到其他消费区域回收量的影响，即 $\pi_k=\pi_k(Q_4)$ [13].

因此，需求市场 k 的消费者的均衡条件也就是经济均衡条件，即空间价格均衡条件，可表示为

$$\rho_{jk}^{M^*}+\hat{c}_{jk}^{M}(q_{jk}^{M^*})\begin{cases}=\rho_{5k}^{*}, & \text{若 } q_{jk}^{M^*}>0,\\ \geqslant\rho_{5k}^{*}, & \text{若 } q_{jk}^{M^*}=0.\end{cases}\tag{15}$$

$$d_k(\rho_5^*)\begin{cases}=\sum\limits_j q_{jk}^{M^*}, & \text{若 } \rho_{5k}^{*}>0,\\ \leqslant\sum\limits_j q_{jk}^{M^*}, & \text{若 } \rho_{5k}^{*}=0.\end{cases}\tag{16}$$

$$\pi_k(Q_4^*)+\hat{c}_{kj}^{R}(q_{kj}^{R^*})\begin{cases}=\rho_{kj}^{R^*}, & \text{若 } q_{kj}^{R^*}>0,\\ \geqslant\rho_{kj}^{R^*}, & \text{若 } q_{kj}^{R^*}=0.\end{cases}\tag{17}$$

式(15)表示均衡状态下，如果需求市场 k 的消费者会从销售商 j 处购买产品，那么销售商的产品价格和交易成本之和不会超过消费者愿意支付的价格；式(16)表示若需求市场 k 的消费者愿意支付的均衡价格是正的，则需求市场 k 的需求等于从销售商的总购买量；式(17)指出若能从需求市场 k 的消费者回收废旧产品，则消费者的偏好加上交易成本不会超过回收中心愿意支付的价格.

均衡状态下，对于每个需求市场，式(14)－(17)都必须满足，这些条件构成如下的变分不等式问题，求解 $(Q_2^*,Q_4^*,\rho_5^*,\lambda_3^*)\in R_+^{2JK+2K}$，使其满足

$$\begin{aligned}&\sum_k\sum_j\left[\rho_{jk}^{M^*}+\hat{c}_{jk}^{M}(q_{jk}^{M^*})-\rho_{5k}^{*}-\lambda_{3k}^{*}\alpha_k\right]\times\\&\quad\left[q_{jk}^{M}-q_{jk}^{M^*}\right]+\sum_k\sum_j\left[\pi_k(Q_4^*)+\right.\\&\quad\left.\hat{c}_{kj}^{R}(q_{kj}^{R^*})-\rho_{kj}^{R^*}+\lambda_{3k}^{*}\right]\times\left[q_{kj}^{R}-q_{kj}^{R^*}\right]+\\&\sum_k\left[\sum_j q_{jk}^{M^*}-d_k(\rho_5^*)\right]\times\left[\rho_{5k}-\rho_{5k}^{*}\right]+\\&\quad\sum_k\left[\alpha_k\sum_j q_{jk}^{M^*}-\sum_j q_{kj}^{R^*}\right]\times\left[\lambda_{3k}-\lambda_{3k}^{*}\right]\geqslant 0,\\&\quad\forall(Q_2,Q_4,\rho_5,\lambda_3)\in R_+^{2JK+2K}.\end{aligned}\tag{18}$$

式(18)中的 λ_3 为约束(14)的 K 维 Lagrange 乘子.

2　EPR 下供应链网络均衡条件

均衡条件下，制造商运往销售商的产品量必须等于销售商接受的产品量，销售商的销售量必须等于需求市场消费者的购买量，同时在逆向物流方向上，回收中心报废产品的回收量必须等于消费者报废产品的供给量，回收中心运往制造商的可再制造的报废产品数量必须等于制造商的接受量. 此外，均衡时的网络间的运输量、价格和税收政策必须满足不等式(3)、(5)、(12)、(13)和(18)的和，现给出如下定义

定义 1　EPR 下供应链网络均衡条件就是不同层的决策者之间的产品流量是一致的，且产品流量和价格满足最优条件(3)、(5)、(12)、(13)和(18)的和.

定理 1　EPR 下供应链网络在均衡条件下的优化解等价于下列变分不等式问题的解，求解 $(Q_1^*,Q_2^*,Q_3^*,Q_4^*,\rho_5^*,\lambda_1^*,\lambda_2^*,\lambda_3^*,\tau^*)\in R_+^{2IJ+2JK+2K+2J+I}$，满足式(19)

$$\begin{aligned}&\sum_i\sum_j\left[\frac{\partial c_{ij}^{M}(q_{ij}^{M^*})}{\partial q_{ij}^{M}}+\tau_i^*+\frac{\partial f_i^{M}(Q_1^*,Q_2^*)}{\partial q_{ij}^{M}}+\right.\\&\quad\left.\frac{\partial\hat{c}_{ij}^{M}(q_{ij}^{M^*})}{\partial q_{ij}^{M}}+\frac{\partial f_j^{M}(Q_1^*)}{\partial q_{ij}^{M}}-\lambda_{1j}^{*}\right]\times\left[q_{ij}^{M}-q_{ij}^{M^*}\right]+\\&\quad\sum_i\sum_j\left[\frac{\partial c_{ji}^{R}(q_{ji}^{R^*})}{\partial q_{ji}^{R}}-\tau_i^*+\frac{\partial f_i^{M}(Q_1^*,Q_2^*)}{\partial q_{ji}^{R}}+\right.\\&\quad\left.\frac{\partial f_i^{R}(Q_2^*)}{\partial q_{ji}^{R}}+\frac{\partial\hat{c}_{ji}^{R}(q_{ji}^{R^*})}{\partial q_{ji}^{R}}+\lambda_{2j}^{*}\right]\times\left[q_{ji}^{R}-q_{ji}^{R^*}\right]+\\&\quad\sum_j\sum_k\left[\frac{\partial c_{jk}^{M}(q_{jk}^{M^*})}{\partial q_{jk}^{M}}+\lambda_{1j}^{*}+\hat{c}_{jk}^{M}(q_{jk}^{M^*})-\right.\\&\quad\left.\rho_{5k}^{*}-\lambda_{3k}^{*}\alpha_k\right]\times\left[q_{jk}^{M}-q_{jk}^{M^*}\right]+\\&\quad\sum_j\sum_k\left[\frac{\partial c_{kj}^{R}(q_{kj}^{R^*})}{\partial q_{kj}^{R}}+b(1-\beta)+\frac{\partial f_j^{R}(Q_4^*)}{\partial q_{kj}^{R}}+\right.\\&\quad\left.\pi_k(Q_4^*)+\hat{c}_{kj}^{R}(q_{kj}^{R^*})+\lambda_{3k}^{*}-\beta\lambda_{2j}^{*}\right]\times\\&\quad\left[q_{kj}^{R}-q_{kj}^{R^*}\right]+\sum_k\left[\sum_j q_{jk}^{M^*}-d_k(\rho_5^*)\right]\times\\&\quad\left[\rho_{5k}-\rho_{5k}^{*}\right]+\sum_j\left[\sum_i q_{ij}^{M^*}-\sum_k q_{jk}^{M^*}\right]\times\\&\quad\left[\lambda_{1j}-\lambda_{1j}^{*}\right]+\sum_j\left[\beta\sum_k q_{kj}^{R^*}-\sum_i q_{ji}^{R^*}\right]\times\end{aligned}$$

$$[\lambda_{2j}-\lambda_{2j}^{*}]+\sum_{k}\left[\alpha_k\sum_{j}q_{jk}^{M^*}-\sum_{j}q_{kj}^{R^*}\right]\times$$
$$[\lambda_{3k}-\lambda_{3k}^{*}]+\sum_{i}\left[\overline{B}_i-\sum_{j}(q_{ij}^{M^*}-q_{ji}^{R^*})\right]\times$$
$$[\tau_i-\tau_i^{*}]\geqslant 0,$$
$$(Q_1,Q_2,Q_3,Q_4,\rho_5,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\tau)\in R_{+}^{2IJ+2JK+2K+2J+I} \tag{19}$$

证明 先证必要性，最优条件式(3)、(5)、(12)、(13)和式(18)相加简化后即可得式(19).

再证充分性，在式(19)的第1个乘号前的中括号内加入 $-\rho_{ij}^{M^*}+\rho_{ij}^{M^*}$，在第2个乘号前的中括号内加入 $-\rho_{ji}^{R^*}+\rho_{ji}^{R^*}$，在第三个乘号前的中括号内加入 $-\rho_{jk}^{M^*}+\rho_{jk}^{M^*}$，在第四个乘号前的中括号内加入 $-\rho_{kj}^{R^*}+\rho_{kj}^{R^*}$，这样不会改变不等式的值，且正好是式(3)、(5)、(12)、(13)和(18)的和. 证毕.

变分不等式问题(19)可以通过如下标准变分不等式形式表示，求解 $X^*\in R_{+}^{2IJ+2JK+2K+2J+I}$，使得

$$\langle F(X^*),X-X^*\rangle\geqslant 0,\forall X\in R_{+}^{2IJ+2JK+2K+2J+I} \tag{20}$$

这里 $X\equiv(Q_1,Q_2,Q_3,Q_4,\rho_5,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\tau)$，$F(X)\equiv(F_{1ij},F_{2ji},F_{3jk},F_{4kj},F_{5k},F_{6j},F_{7j},F_{8k},F_{9i})_{i=1,\cdots,I,j=1,\cdots,J,k=1,\cdots,K}$，其中各个分量分别为式(19)中各乘号前面部分构成的函数，符号 $\langle\cdot,\cdot\rangle$ 表示 N 维欧式空间的内积.

3 制造商与销售商/回收中心均衡价格的确定

由于模型中的价格 ρ_{ij}^{M}、ρ_{ji}^{R}、ρ_{jk}^{M} 和 ρ_{kj}^{R} 是内生变量，现来讨论如何利用变分不等式求解这些变量的均衡值：$\rho_{ij}^{M^*}$、$\rho_{ji}^{R^*}$、$\rho_{jk}^{M^*}$ 和 $\rho_{kj}^{R^*}$.

由式(3)可知，若 $q_{ij}^{M^*}>0$，则有

$$\rho_{ij}^{M^*}=\frac{\partial c_{ij}^{M}(q_{ij}^{M^*})}{\partial q_{ij}^{M}}+\tau_i^{*}+\frac{\partial f_i^{M}(Q_1^*,Q_2^*)}{\partial q_{ij}^{M}} \tag{21}$$

或等价的，由式(12)有

$$\rho_{ij}^{M^*}=\lambda_{1j}^{*}-\frac{\partial\hat{c}_{ij}^{M}(q_{ij}^{M^*})}{\partial q_{ij}^{M}}-\frac{\partial f_j^{M}(Q_1^*)}{\partial q_{ij}^{M}} \tag{22}$$

同理，由式(3)或(13)，若 $q_{ji}^{R^*}>0$，有

$$\rho_{ji}^{R^*}=\tau_i^{*}-\frac{\partial c_{ji}^{R}(q_{ji}^{R^*})}{\partial q_{ji}^{R}}-\frac{\partial f_i^{M}(Q_1^*,Q_2^*)}{\partial q_{ji}^{R}}-\frac{\partial f_i^{R}(Q_2^*)}{\partial q_{ji}^{R}} \tag{23}$$

或

$$\rho_{ji}^{R^*}=\frac{\partial\hat{c}_{ji}^{R}(q_{ji}^{R^*})}{\partial q_{ji}^{R}}+\lambda_{2j}^{*} \tag{24}$$

由式(12)或(18)，若 $q_{jk}^{M^*}>0$，有

$$\rho_{jk}^{M^*}=\frac{\partial c_{jk}^{M}(q_{jk}^{M^*})}{\partial q_{jk}^{M}}+\lambda_{1j}^{*} \tag{25}$$

或

$$\rho_{jk}^{M^*}=\rho_{5k}^{*}+\lambda_{3k}^{*}\alpha_k-\hat{c}_{jk}^{M}(q_{jk}^{M^*}) \tag{26}$$

由式(13)或(18)，若 $q_{kj}^{R^*}>0$，有

$$\rho_{kj}^{R^*}=\beta\lambda_{2j}^{*}-\frac{\partial c_{kj}^{R}(q_{kj}^{R^*})}{\partial q_{kj}^{R}}-b(1-\beta)-\frac{\partial f_j^{R}(Q_4^*)}{\partial q_{kj}^{R}} \tag{27}$$

或

$$\rho_{kj}^{R^*}=\pi_k(Q_4^*)+\hat{c}_{kj}^{R}(q_{kj}^{R^*})+\lambda_{3k}^{*} \tag{28}$$

4 模型算法

这部分提出本模型的求解算法，本文应用 Korpelevich 提出的修正投影算法[5]求解变分不等式(19)，EPR 下的供应链网络模型的算法实现如下

步骤 1 初始化. 置迭代次数 $s=1$，设置初始值 $(Q_1^0,Q_2^0,Q_3^0,Q_4^0,\rho_5^0,\lambda_1^0,\lambda_2^0,\lambda_3^0,\tau^0)\in R_{+}^{2IJ+2JK+2K+2J+I}$，设置 δ 满足 $0<\delta\leqslant 1/L$，L 为 Lipschitz 常数，设置 $\varepsilon>0$.

步骤 2 通过求解变分不等式(29)计算 $(\overline{Q}_1^s,\overline{Q}_2^s,\overline{Q}_3^s,\overline{Q}_4^s,\overline{\rho}_5^s,\overline{\lambda}_1^s,\overline{\lambda}_2^s,\overline{\lambda}_3^s,\overline{\tau}^s)\in R_{+}^{2IJ+2JK+2K+2J+I}$.

步骤 3 通过求解变分不等式(30)计算 $(Q_1^s,Q_2^s,Q_3^s,Q_4^s,\rho_5^s,\lambda_1^s,\lambda_2^s,\lambda_3^s,\tau^s)\in R_{+}^{2IJ+2JK+2K+2J+I}$.

步骤 4 若 $|q_{ij}^{M,s}-q_{ij}^{M,s-1}|\leqslant\varepsilon$，$|q_{jk}^{M,s}-q_{jk}^{M,s-1}|\leqslant\varepsilon$，$|q_{ji}^{R,s}-q_{ji}^{R,s-1}|\leqslant\varepsilon$，$|q_{kj}^{R,s}-q_{kj}^{R,s-1}|\leqslant\varepsilon$，$|\tau_i^s-\tau_i^{s-1}|\leqslant\varepsilon$，$|\lambda_{1j}^s-\lambda_{1j}^{s-1}|\leqslant\varepsilon$，$|\lambda_{2j}^s-\lambda_{2j}^{s-1}|\leqslant\varepsilon$，$|\lambda_{3k}^s-\lambda_{3k}^{s-1}|\leqslant\varepsilon$，$|\rho_{5k}^s-\rho_{5k}^{s-1}|\leqslant\varepsilon$，其中 $i=1,\cdots,I$，$j=1,\cdots,J$ 和 $k=1,\cdots,K$，则循环停止；否则 $s=s+1$，返回步骤 2.

$$
\begin{aligned}
&\sum_i \sum_j \left[\bar{q}_{ij}^{M,s} + \delta\left(\frac{\partial c_{ij}^M(q_{ij}^{M,s-1})}{\partial q_{ij}^M} + \tau_i^{s-1} + \frac{\partial f_i^M(Q_1^{s-1},Q_2^{s-1})}{\partial q_{ij}^M} + \frac{\partial \hat{c}_{ij}^M(q_{ij}^{M,s-1})}{\partial q_{ij}^M} + \frac{\partial f_j^M(Q_1^{s-1})}{\partial q_{ij}^M} - \lambda_{1j}^{s-1} \right) - q_{ij}^{M,s-1} \right] \times \left[q_{ij}^M - \bar{q}_{ij}^{M,s} \right] + \\
&\sum_i \sum_j \left[\bar{q}_{ji}^{R,s} + \delta\left(\frac{\partial c_{ji}^R(q_{ji}^{R,s-1})}{\partial q_{ji}^R} - \tau_i^{s-1} + \frac{\partial f_i^M(Q_1^{s-1},Q_2^{s-1})}{\partial q_{ji}^R} + \frac{\partial f_i^R(Q_2^{s-1})}{\partial q_{ji}^R} + \frac{\partial \hat{c}_{ji}^R(q_{ji}^{R,s-1})}{\partial q_{ji}^R} + \lambda_{2j}^{s-1} \right) - q_{ji}^{R,s-1} \right] \times \left[q_{ji}^R - \bar{q}_{ji}^{R,s} \right] + \\
&\sum_j \sum_k \left[\bar{q}_{jk}^{M,s} + \delta\left(\frac{\partial c_{jk}^M(q_{jk}^{M,s-1})}{\partial q_{jk}^M} + \lambda_{1j}^{s-1} + \hat{c}_{jk}^M(q_{jk}^{M,s-1}) - \rho_{5k}^{-1} - \lambda_{3k}^{s-1}\alpha_k \right) - q_{jk}^{M,s-1} \right] \times \left[q_{jk}^M - \bar{q}_{jk}^{M,s} \right] + \\
&\sum_j \sum_k \left[\bar{q}_{kj}^{R,s} + \delta\left(\frac{\partial c_{kj}^R(q_{kj}^{R,s-1})}{\partial q_{kj}^R} + b(1-\beta) + \frac{\partial f_j^R(Q_4^{s-1})}{\partial q_{kj}^R} + \pi_k(Q_4^{s-1}) + \hat{c}_{kj}^R(q_{kj}^{R,s-1}) + \lambda_{3k}^{s-1} - \beta\lambda_{2j}^{s-1} \right) - q_{kj}^{R,s-1} \right] \times \\
&\left[q_{kj}^R - \bar{q}_{kj}^{R,s} \right] + \sum_k \left[\bar{\rho}_{5k}^s + \delta\left(\sum_j q_{jk}^{M,s-1} - d_k(\rho_5^{s-1}) \right) - \rho_{5k}^{s-1} \right] \times \left[\rho_{5k} - \bar{\rho}_{5k}^s \right] + \sum_j \left[\bar{\lambda}_{1j}^s + \delta\left(\sum_i q_{ij}^{M,s-1} - \sum_k q_{jk}^{M,s-1} \right) - \lambda_{1j}^{s-1} \right] \times \\
&\left[\lambda_{1j} - \bar{\lambda}_{1j}^s \right] + \sum_j \left[\bar{\lambda}_{2j}^s + \delta\left(\beta \sum_k q_{kj}^{R,s-1} - \sum_i q_{ji}^{R,s-1} \right) - \lambda_{2j}^{s-1} \right] \times \left[\lambda_{2j} - \bar{\lambda}_{2j}^s \right] + \sum_k \\
&\left[\bar{\lambda}_{3k}^s + \delta\left(\alpha_k \sum_j q_{jk}^{M,s-1} - \sum_j q_{kj}^{R,s-1} \right) - \lambda_{3k}^{s-1} \right] \times \left[\lambda_{3k} - \bar{\lambda}_{3k}^s \right] + \sum_i \left[\bar{\tau}_i^s + \delta\left(\bar{B}_i - \sum_j \left(q_{ij}^{M,s-1} - q_{ji}^{R,s-1} \right) \right) - \tau_i^{s-1} \right] \times \\
&\left[\tau_i - \bar{\tau}_i^s \right] \geqslant 0, \forall (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, \rho_5, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \tau) \in R_+^{2IJ+2JK+2K+2J+I} \qquad (29)
\end{aligned}
$$

5　算　　例

本文利用第 4 部分提出的修正投影算法编写了基于 Matlab 的应用程序，对下面三个算例进行了计算并作进一步的讨论. 在三个算例中，EPR 下的供应链网络结构都为包括两个制造商、两个销售商/回收中心和两个需求区域，模型的参数 δ 设置为 0.02，$\varepsilon = 10^{-4}$.

5.1　算例 1

在算例 1 中，两个制造商生产新产品的成本函数为

$$
f_1^M(Q_1,Q_2) = 2\left(\sum_j (q_{1j}^M - q_{j1}^R) \right)^2 + \sum_j (q_{1j}^M - q_{j1}^R) \times \sum_j (q_{2j}^M - q_{j2}^R) + \sum_j (q_{1j}^M - q_{j1}^R)
$$

$$
f_2^M(Q_1,Q_2) = \left(\sum_j (q_{2j}^M - q_{j2}^R) \right)^2 + \sum_j (q_{1j}^M - q_{j1}^R) \sum_j (q_{2j}^M - q_{j2}^R) + \sum_j (q_{2j}^M - q_{j2}^R)
$$

制造商生产再制造产品的成本函数为

$$
f_1^R(Q_2) = 2\left(\sum_j q_{j1}^R \right)^2 + \sum_j q_{j1}^R \sum_j q_{j2}^R + \sum_j q_{j1}^R
$$

$$
f_2^R(Q_2) = 0.5\left(\sum_j q_{j2}^R \right)^2 + \sum_j q_{j1}^R \sum_j q_{j2}^R + 2\sum_j q_{j2}^R
$$

$$
\begin{aligned}
&\sum_i \sum_j \left[q_{ij}^{M,s} + \delta\left(\frac{\partial c_{ij}^M(\bar{q}_{ij}^{M,s})}{\partial q_{ij}^M} + \bar{\tau}_i^s + \frac{\partial f_i^M(\bar{Q}_1^s,\bar{Q}_2^s)}{\partial q_{ij}^M} + \frac{\partial \hat{c}_{ij}^M(\bar{q}_{ij}^{M,s})}{\partial q_{ij}^M} + \frac{\partial f_j^M(\bar{Q}_1^s)}{\partial q_{ij}^M} - \bar{\lambda}_{1j}^s \right) - q_{ij}^{M,s-1} \right] \times \left[q_{ij}^M - q_{ij}^{M,s} \right] + \\
&\sum_i \sum_j \left[q_{ji}^{R,s} + \delta\left(\frac{\partial c_{ji}^R(\bar{q}_{ji}^{R,s})}{\partial q_{ji}^R} - \bar{\tau}_i^s + \frac{\partial f_i^M(\bar{q}_1^s,\bar{Q}_2^s)}{\partial q_{ji}^R} + \frac{\partial f_i^R(\bar{Q}_2^s)}{\partial q_{ji}^R} + \frac{\partial \hat{c}_{ji}^R(\bar{q}_{ji}^{R,s})}{\partial q_{ji}^R} + \bar{\lambda}_{2j}^s \right) - q_{ji}^{R,s-1} \right] \times \left[q_{ji}^R - q_{ji}^{R,s} \right] + \\
&\sum_j \sum_k \left[q_{jk}^{M,s} + \delta\left(\frac{\partial c_{jk}^M(\bar{q}_{jk}^{M,s})}{\partial q_{jk}^M} + \bar{\lambda}_{1j}^s + + \hat{c}_{jk}^M(\bar{q}_{jk}^{M,s}) - \bar{\rho}_{5k}^{M,s} - \bar{\lambda}_{3k}^s\alpha_k \right) - q_{jk}^{M,s-1} \right] \times \left[q_{jk}^M - q_{jk}^{M,s} \right] + \\
&\sum_j \sum_k \left[q_{kj}^{R,s} + \delta\left(\frac{\partial c_{kj}^R(\bar{q}_{kj}^{R,s})}{\partial q_{kj}^R} + b(1-\beta) + \frac{\partial f_j^R(\bar{Q}_4^s)}{\partial q_{kj}^R} + \pi_k(\bar{Q}_4^s) + \hat{c}_{kj}^R(\bar{q}_{kj}^{R,s}) + \bar{\lambda}_{3k}^s - \beta\bar{\lambda}_{2j}^s \right) - q_{kj}^{R,s-1} \right] \times \left[q_{kj}^R - q_{kj}^{R,s} \right] + \\
&\sum_k \left[\rho_{5k}^s + \delta\left(\sum_j \bar{q}_{jk}^{M,s} - d_k(\bar{\rho}_5^s) \right) - \rho_{5k}^{s-1} \right] \times \left[\rho_{5k} - \rho_{5k}^s \right] + \sum_j \left[\lambda_{1j}^s + \delta\left(\sum_i \bar{q}_{ij}^{M,s} - \sum_k \bar{q}_{jk}^{M,s} \right) - \lambda_{1j}^{s-1} \right] \times \\
&\left[\lambda_{1j} - \lambda_{1j}^s \right] + \sum_j \left[\lambda_{2j}^s + \delta\left(\beta \sum_k \bar{q}_{kj}^{R,s} - \sum_i \bar{q}_{ji}^{R,s} \right) - \lambda_{2j}^{s-1} \right] \times \left[\lambda_{2j} - \bar{\lambda}_{2j}^s \right] + \\
&\sum_k \left[\lambda_{3k}^s + \delta\left(\alpha_k \sum_j \bar{q}_{jk}^{M,s} - \sum_j \bar{q}_{kj}^{R,s} \right) - \lambda_{3k}^{s-1} \right] \times \left[\lambda_{3k} - \lambda_{3k}^s \right] + \sum_i \left[\tau_i^s + \delta\left(\bar{B}_i - \sum_j \left(\bar{q}_{ij}^{M,s} - \bar{q}_{ji}^{R,s} \right) \right) - \tau_i^{s-1} \right] \times \\
&\left[\tau_i - \tau_i^s \right] \geqslant 0, \forall (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, \rho_5, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \tau) \in R_+^{2IJ+2JK+2K+2J+I} \qquad (30)
\end{aligned}
$$

制造商与销售商的交易成本为

$$c_{ij}^{M}(q_{ij}^{M}) = 0.5(q_{ij}^{M})^2 + 2q_{ij}^{M}, i = 1,2; j = 1,2$$

制造商与回收中心交易报废产品的交易成本为

$$c_{ji}^{R}(q_{ji}^{R}) = 0.5(q_{ji}^{R})^2 + q_{ji}^{R}, j = 1,2; i = 1,2$$

销售商的处理成本为

$$f_j^M(Q_1) = 0.5\left(\sum_i q_{ij}^M\right)^2, j = 1,2$$

销售商与需求市场的交易成本为

$$c_{jk}^{M}(q_{jk}^{M}) = q_{jk}^{M} + 8, j = 1,2; k = 1,2.$$

回收中心的处理成本为

$$f_j^R(Q_4) = \left(\sum_k q_{kj}^R\right)^2, j = 1,2$$

回收中心与需求市场的交易成本为

$$c_{kj}^{R}(q_{kj}^{R}) = (q_{kj}^{R})^2 + 5, k = 1,2; j = 1,2.$$

需求市场的需求函数为

$$d_1(\rho_5) = -2\rho_{51} - 1.5\rho_{52} + 500, d_2(\rho_5) = -\rho_{52} - 0.5\rho_{51} + 300$$

消费者的偏好函数为

$$\pi_1(Q_4) = 0.2\sum_j \sum_k q_{jk}^R + 9, \pi_2(Q_4) = 0.2\sum_j \sum_k q_{kj}^R + 8$$

其余交易成本为零，单位报废产品的废弃处理成本为 $b = 1$，报废产品的利用率 $\beta = 0.7$，环境部门允许制造商排放到环境中的报废产品排放阀值 $\overline{B}_i = 50, i = 1,2$. 需求市场 k 的废旧产品的回收率 $\alpha_k = 0.6, k = 1,2$.

计算的均衡结果在表 1 中列出，可得到两个制造商的报废产品排放量分别为 17.84 和 40.32，都小于允许排放阀值限制. 由于环境部门允许制造商排放阀值足够大，两个制造商的单位报废产品排放污染税最优值都为 0. 销售商的市场出清价格都为 162.61，回收中心的可再制造废旧产品的市场出清价格都为 77.28，第一个需求市场的均衡价格为 127.30，第二个需求市场的均衡价格为 163.60.

表 1 均衡结果

Table 1 Equilibrium results

均衡解		算例 1	算例 2	算例 3
Q_1	q_{11}^M	11.60	13.22	12.11
	q_{12}^M	11.60	13.22	12.11
	q_{21}^M	24.77	21.12	17.93
	q_{22}^M	24.77	21.12	17.93
Q_2	q_{11}^R	2.68	2.15	2.11
	q_{12}^R	4.61	6.12	7.93
	q_{21}^R	2.68	2.15	2.11
	q_{22}^R	4.61	6.12	7.93
Q_3	q_{11}^M	0	0	0
	q_{12}^M	36.38	34.34	30.04
	q_{21}^M	0	0	0
	q_{22}^M	36.38	34.34	30.04
Q_4	q_{11}^R	0	0	0
	q_{12}^R	0	0	0
	q_{21}^R	10.41	11.80	14.33
	q_{22}^R	10.41	11.80	14.33
ρ_5	ρ_{51}	127.30	122.42	112.10
	ρ_{52}	163.60	170.11	183.87
λ_1	λ_{11}	162.61	169.11	182.87
	λ_{12}	162.61	169.11	182.87
λ_2	λ_{21}	77.28	86.01	101.92
	λ_{22}	77.28	86.01	101.92
λ_3	λ_{31}	19.81	22.59	27.65
	λ_{32}	0	0	0
τ	τ_1	0	0	37.70
	τ_2	0	28.51	71.90

5.2 算例 2

由于在算例 1 中制造商 2 的排放量比较大，因而在算例 2 中将允许排放阀值降为 $\overline{B}_2 = 30$，其余数据与算例 1 相同，计算结果如表 1 所示. 由于对制造商 1 的排放阀值较制造商 2 的阀值足够大，制造商 1 的 EOL 产品排放量有所增加，增为 22.14，而由于对制造商 2 环境目标要求的提高，制造商 2 的 EOL 产品排放量降为 30，此时制造商 2 被征单位污染税 28.51. 销售商的市场出清价格都为 169.11，回收中心的可再制造废旧产品的市场出清价格都为 86.01，需求市场的均衡价格分别为 122.42 和 170.11.

5.3 算例 3

算例 3 中设置 $\overline{B}_1 = 20$，$\overline{B}_2 = 20$，其他的数据与算例 1 相同，计算结果仍然在表 1 中. 此时，可求得两个制造商的报废产品排放量都为 20，即都等于允许排放阀值. 由于阀值的降低，两个制造商被征单位污染税分别为 37.70 和 71.90. 销售商的市场出清价格都为 182.87，回收中心的可再制造废旧产品的市场出清价格都为 101.92，需求市场的均衡价格分别为 112.10 和 183.87.

从三个算例可以看出，正如理论上预期，均衡时，各组排放阀值下，内生 EOL 产品排放污染税保证了每个工厂的 EOL 产品排放量都没有超过阀值的边界限制. 因此，一方面，为了达到预期的环境目标，环境部门可以适当调整单位报废产品排放污染税; 另一方面，环境部门也可以分析不同阀值下的结果以对环境目标作必要的调整.

6 结束语

本文建立了包含制造商、销售商/回收中心和最终消费者的多层闭环供应链网络模型，得出了网络各层决策者的最优条件和变分不等式公式，通过给出的修正投影算法求解均衡模型，可以帮助决策制定者决定最优的报废产品排放污染税，除此之外，还可得到交易价格及各层间网络交易流量的均衡值，最后通过三个算例进行了实际运算与分析. 虽然通过算例已表明了模型的有效性，但这个模型可在以下几个方面得到扩展，如考虑消费者产品需求的不确定及废弃产品供给的不确定性等.

参 考 文 献:

[1] Lindhqvist T, Lifset R. Can we take the concept of individual producer responsibility from theory to practice? [J]. Journal of Industrial Ecology, 2003, 7(2): 3 – 6.

[2] Fishbein B K. Carpet take-back: EPR American style [J]. Environmental Quality Management, 2000, 10(1): 25 – 36.

[3] Tojo N. Effectiveness of EPR programme in design change: Study of the factors that affect the Swedish and Japanese EEE and automobile manufacturers [J]. IIIEE Reports, 2001, 19: 1 – 59.

[4] 徐 庆, 朱道立, 鲁其辉. Nash 均衡、变分不等式和广义均衡问题的关系 [J]. 管理科学学报, 2005, 8(3): 1 – 7.
Xu Qing, Zhu Daoli, Lu Qihui. Relations among Nash equilibrium, variational inequalities and generalized equilibrium problem [J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(3): 1 – 7. (in Chinese)

[5] Nagurney A, Dong June, Zhang Ding. A supply chain network equilibrium model [J]. Transportation Research Part E, 2002, 38: 281 – 303.

[6] Nagurney A, Toyasaki F. Supply chain supernetworks and environmental criteria [J]. Transportation Research Part D, 2003, 8: 185 – 213.

[7] Dong June, Zhang Ding, Nagurney A. A supply chain network equilibrium model with random demands [J]. European Journal of Operational Research, 2004, 156: 194 – 212.

[8] Dong June, Zhang Ding, Yan Hong, et al. Multitiered supply chain networks: Multicriteria decision-making under uncertainty [J]. Annals of Operations Research, 2005, 135: 155 – 178.

[9] Teng Chun-xian, Yao Feng-min, Hu Xian-wu. Study on multi-commodity flow supply chain network equilibrium model with random demand [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2007, 27(10): 77 – 83.

[10] Nagurney A, Toyasaki F. Reverse supply chain management and electronic waste recycling: A multitiered network equilibrium framework for e-cycling [J]. Transportation Research Part E, 2005, 41: 1 – 28.

[11] Nagurney A. On the relationship between supply chain and transportation network equilibria: A supernetwork equivalence with computations [J]. Transportation Research Part E, 2006, 42: 293 – 316.

[12] Cruz J M. Dynamics of supply chain networks with corporate social responsibility through integrated environmental decision-making [J]. European Journal of Operational Research, 2008, 184(3): 1005 – 1031.

[13] Hammond D, Beullens P. Closed-Loop supply chain network equilibrium under legislation [J]. European Journal of Opera-

tional Research, 2007, 183: 895 - 908.

[14] 魏 洁,李 军. EPR 下逆向物流回收模式选择研究 [J]. 中国管理科学, 2005, 13(6): 18 - 22.

Wei Jie, Li Jun. The choice of different take-back models in reverse logistics with the restriction of EPR [J]. Chinese Journal of Management Science, 2005, 13(6): 18 - 22. (in Chinese)

[15] Bazaraa M S, Sherali H D, Shetty C M. Nonlinear Programming: Theory and Algorithms [M]. New York: John Wiley & Sons, 1993.

An endogenous EOL products emission taxes model for supply chain network under EPR

YANG Yu-xiang, *ZHOU Gen-gui*

School of Business Administration, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China

Abstract: By using the methods of equilibrium theory and variational inequality, we discuss closed loop supply chain network including manufacturers, retailers/recycling centers and demand markets with combination of forward and reverse flow under EPR. The interactions among various decision-makers in the model coupled with the incorporation of environmental policies such as end-of-life (EOL) products emission taxes is analyzed. A multilayer supply chain network equilibrium model in Competitive Environments is built. We describe the competitive behavior of the various decision-makers. We present the equilibrium conditions of every layer and the system, economic interpretations and establish the finite dimensional variational inequality formulation. Finally, three numerical examples are solved using the proposed algorithm to illustrate the validity of the model along with a discussion.

Key words: extended producer responsibility; network equilibrium model; variational inequality; end-of-life products emission