物流金融中季节性存货质押融资质押率决策①

李毅学[1,2]，汪寿阳[2]，冯耕中[3]
(1. 江西财经大学产业集群与企业发展研究中心，工商管理学院，南昌 330013;
2. 中国科学院数学与系统科学研究院，北京 100190; 3. 西安交通大学管理学院，西安 710049)

摘要：物流金融创新模式下的存货质押融资业务能有效解决供应链上的资金瓶颈，具有很大发展空间，但风险控制水平的滞后严重制约了业务的成长. 本文针对基于统一授信的物流金融创新模式中季节性存货质押融资业务的核心风险控制指标——质押率展开研究，首先考虑统一授信模式的特征及成本收益结构，借鉴贸易融资中“主体 + 债项”的风险评估思路，构建融资约束下的报童模型，分析风险中性的借款企业的再订购决策; 进而，通过借款企业和物流企业的 Stackelberg 动态博弈，分析下侧风险规避的物流企业的质押率决策. 研究表明，在统一授信模式下，下侧风险规避的物流企业必须针对不同借款企业的再订购决策反应设定相应质押率才能使决策最优，而且针对初始质押存货不同的借款企业，贷款下侧风险的限制对物流企业最优质押率决策会造成不同程度的影响.

关键词：物流金融; 存货融资; 质押; 质押率; 统一授信
中图分类号：F830.56 文献标识码：A 文章编号：1007 - 9807(2011)11 - 0019 - 14

0 引 言

在实物商品供应链的分销渠道内，物流占据了很多的时间和费用，提高物流运营的效率将关系到整个供应链的管理水平. 要提高物流效率，就需要资金的有效配合，没有资金流和物流的匹配，或者造成企业的运作决策受到限制，达不到供应链的协调，或者就像全球金融危机后所发生的一样，在供应链上产生大量资金缺口，并进而导致供应链条的链接不畅甚至断裂. 因此，在“供应链竞争”的时代，以促使物流和资金流相匹配的物流金融业务就具有发展的紧迫和必要性.

物流金融是银行等金融机构通过与物流企业的合作创新，在供应链运作过程中向客户尤其是中小企业提供的融资及配套的结算、保险等服务的业务. 物流金融业务具有金融机构、物流企业和借款企业等多方共赢的特性，最近几年发展非常快速，出现了很多种创新产品，例如，融通仓、保兑仓、应收账款融资、订单融资业务和进口全程货权质押授信业务等等，但因为存货是物流的基本元素，最能够体现物流的特征，也是多数中小企业都拥有的资产，具有良好的流动性和变现性，所以存货融资一直是物流金融的核心. 其中，西方发达国家尤其是美国的社会信用和法律环境决定了动产担保的灵活性，可以以抵押、质押等多种形式开展存货融资业务; 而我国的社会信用水平偏低，据中国人民银行的调查[1]，很多金融机构认为“动产担保物权登记几乎没有什么作用，因为债权人对实现过程完全没有控制”，再加上我国的物权登记制度低效，公示性备案系统欠缺，执法低效、高成本，这些决定了以转移占有的质押形式开展的

① 收稿日期：2009 - 08 - 31; 修订日期：2010 - 09 - 25.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(70731003; 71062013); 教育部人文社会科学基金资助项目(09YJC790127); 江西省自然科学基金资助项目(2009GQS0006).
作者简介：李毅学(1974 -)，男，江西萍乡人，副教授，博士后. Email: liyixue2000@163.com

存货融资仍然是现阶段我国最主要也是最基本的物流金融业务. 物流金融创新下存货质押融资业务的基本特征包括.

第一,物流企业参与. 由传统质押贷款的银行——借款企业两方契约关系变为物流金融创新下的银行——物流企业——借款企业三方契约关系. 物流企业的参与可以帮助银行有效控制质押存货而降低贷款风险,同时又允许借款企业通过"不断追加部分保证金——赎出部分质押物"的方式满足正常经营需要,顺利解决企业融资和资金占压问题,因此能有效实现供应链上物流与资金流的整合;

第二,注重供应链上的商品贸易关系. 业务的风险大小主要取决于商品的销售情况(包括销售量及价格等),更深层次取决于供应链的整体运作水平;

第三,业务在现实中具有多种灵活形式. 从银行——物流企业关系划分包括委托监管形式、统一授信形式和物流银行形式,从质押方式划分包括静态质押、循环质押、总量控制和总价值平衡方式等. 这些灵活的形式有利于根据供应链的具体情况整合物流与资金流,但同时不同的形式对业务的风险控制决策也会产生影响.

针对存货开展的物流金融现阶段具有巨大发展空间,尤其是在我国,虽然沿海一些银行已经和物流企业紧密合作开展了基于物流金融的存货质押融资业务,但远未将丰富的存货担保资源充分利用. 据 2006 年中国人民银行的调查报告[1],我国所有企业拥有的存货达51 394亿,其中中小企业30 326亿、农户1 024亿. 如果按照 50% 的贷款折扣率计算,这些资产原本可以担保生成约 2.6 万亿元的贷款,相当于我国金融机构一年的新增贷款额. 然而实际上,除沿海城市外,我国大部分银行对这一业务还相当谨慎. 造成这种现象的一个重要原因就在于对存货质押融资业务的风险识别和控制技术的欠缺,尤其是本文所关注的质押率指标——贷款额与质押存货价值的比率,这在业务风险控制中非常重要,但许多银行在实践中却依靠经验估值. 这种估值方式使银行无法定量地分析物流金融业务模式、质押存货的特性、企业主体违约概率、物流企业的参与和监控的严密程度等与质押率的相关关系,从而无法准确地根据银行的风险容忍水平确定业务相应的质押率.

因此,本文将物流金融创新模式下的季节性存货质押融资业务作为研究对象,定量分析其风险管理与控制的核心指标,即质押率,期望能为国内外尤其是我国的金融机构与物流企业的业务风险决策提供科学依据,有效降低存货质押融资业务的风险,提高业务的效率,从而从管理技术方面为解决我国大量闲置的存货担保资源与中小企业融资困难的突出矛盾提供决策支持,最终有效促进供应链上中小企业发展,实现供应链物流、信息流和资金流的整合优化.

根据对现实的调查,本文总结了物流金融创新模式包括委托监管、统一授信和物流银行三种. 在委托监管模式下,为了使作为监管代理人的物流企业有效发挥其专业的监管职能,规避物流企业的道德风险,作为监管委托人的银行必须采取相应的激励约束措施,同时必然产生相关成本. 考虑到这些措施不能完全调动物流企业的积极性来维护银行贷款的安全,出于对成本和收益的比较权衡,一些银行在业务中实行了统一授信的业务模式. 统一授信模式在实践形式上存在两种,一种是银行拨给物流企业一定的授信额度,但物流企业并不自行提供贷款服务,而是在额度范围内提供辅助的监管服务,其实质仍然与委托监管模式类似. 另一种是银行将一定的贷款额度拨给物流企业,由物流企业根据实际情况自行开发存货质押融资业务,设立合乎实际的合约和确立相应的业务控制方式,银行只收取事前协商的资本收益,这种情况与委托监管模式有本质区别,本文讨论的统一授信模式就定位为这种形式. 在我国目前的社会信用状况和法律环境下,开展存货质押融资业务必须"看住货才可能看住钱",实行统一授信模式可以充分调动物流企业的积极性,并依靠物流企业独特的优势及时控制初始质押和再订购的存货. 而且统一授信模式可以简化业务的操作程序,使业务能灵活地支持借款企业的运作,从而提高运营效率,所以在我国这种业务模式在现阶段开展比较普遍,例如深圳怡亚通供应链服务公司、中港物流等就利用了很多银行的授信额度,为供应链上企业提供物流金融服务,从而整合了供

应链上的物流、资金流和商流. 而国外由于放松了金融管制,从统一授信模式上发展而来的物流银行模式近期也得到了很大发展. 物流银行模式必须法律允许银行混业经营,其实质是物流仓储企业和银行组成专门的质押银行直接与借款企业发生联系.

本文将针对统一授信的物流金融创新模式展开分析,在这一创新模式下,如果借款企业以季节性存货作为质物向物流企业申请贷款,物流企业必须要考虑季节性存货的价格实现规律,才能确定正确的质押率. 一般而言,季节性存货价格可以假设在正常销售价格和处理价之间变动,导致这种价格变动的原因主要来源于需求量以及企业的订购决策. 对于一个以这类存货作为质物的借款企业,如果用质押贷款继续增加库存,那么物流企业设定质押率控制贷款限额,也就控制了借款企业的库存决策和存货的变现价值. 针对于此,本文考虑统一授信创新模式的特征和相应的成本收益结构,借鉴贸易融资中刚刚兴起的"主体 + 债项"的风险评估思路,先研究融资约束下借款企业的再订购决策,然后,通过借款企业和物流企业的 Stackelberg 动态博弈,分析下侧风险规避的物流企业的质押率决策.

1　文献综述

季节性存货质押融资业务质押率研究主要涉及资金约束下企业的物流运营决策研究和担保贷款的关键风险控制指标研究二个方面的文献.

1.1　资金约束下企业的物流运营决策

1) 国外研究现状及发展动态

企业运营管理方面的大量文献都假定企业的物流运营决策和资金决策是分开进行的,即企业要么在内部资本充足的情况下做出生产和库存决策,要么单独进行资金决策. 这一假定很多情况下不符合实际,因为现实中企业常常面临着资金约束,企业的发展受债卷融资、银行贷款、风险资金和其它外部投资的影响很大. 而比较现实情况,理论上,早期仅仅只有 Rosenblatt[2] 等学者在假定每一时期的预算已知或外生设定的情况下研究了资金约束下的库存决策,直到最近几年,才出现了较多的文献探讨物流运营决策和资金决策同时进行并相互影响的问题.

关于"资金约束下企业库存决策"方面,Li 等[3] 在资金约束下和需求不确定时研究了同时做出库存决策和资金流决策的动态模型,模型的决策目标是使注入资本红利的期望现值最大化,研究表明在这种情况下最优的基本库存水平(base-stock)要比要求利润最大化的企业更低. 随后,Hu 和 Sobel[4] 也考虑了使企业市场价值即红利期望现值最大化的多级库存模型,结果表明由于受资金约束,多级的基本库存策略只能达到次优. Protopappa-Sieke 和 Seifert[5] 还构建了运营资金约束与支付延迟下的最优订购批量模型,并分析了服务水平、投资回报、利润和库存水平等财务与运营策略之间的均衡,阐明了运营资金限制与支付延迟对企业运营的影响. 但以上研究都没有考虑外部银行贷款约束,因此,Buzacott 和 Zhang[6] 首次尝试了将基于资产的融资(asset-based financing)引入生产决策中建立了需求确定时的相关模型. 模型摒弃了大多数生产和库存模型中已知预算约束或预算约束外生的假设,而是将每个阶段中的可用现金当作资产和负债的函数,随每个阶段生产活动的动态变化而调整,证明了将生产和融资决策综合考虑对创业型企业的重要性. 他们还在需求不确定时建立了银行和只拥有季节性存货资产的零售商之间的一个单周期的 Stackelberg 博弈模型,分析了在无资金限额和有资金限额时企业的订购决策. Dada 和 Hu [7] 则基于报童模型分析了资金约束的企业在给定贷款利率情况下借款订购季节性存货的决策. 这些研究和结论都对本文的相关分析有较大的启示作用.

关于"资金约束下供应链协调决策"方面,近期也有一些学者涉及. 因为受资金限制,企业在购买存货时往往会考虑采取商业信用,即赊销或延迟付款(会产生应收账款,所以涉及后文存货与应收账款组合融资问题). Gupt 和 Wang[8] 研究了资金限制下供应链上的协调,认为商业信用是目前供应商补贴零售商持有成本的最通用方法,并在需求随机时用一个关于零售商运营的离散时间模型证明了最优的订货决策不受信用条款影响,随后用连续时间模型的相关算法对最优库存水平

进行了决策分析，研究表明供应商会自愿选择信用条款来协调供应链以至于在回购惩罚中自己损失最小，而且一个有较大批发价格的供应商能通过提供较大的折扣而获得收益，这个结果与 Peterson 和 Rajan[9] 关于有更大盈余的供应商将以更优惠的条款提供信用的经验发现相一致. Thangam 和 Uthayakumar[10] 则将需求设置为销售价格和商业信用期的函数，建立了两级商业信用融资中易腐品的经济生产批量模型（EPQ），并通过销售价格、信用期和补货时间的优化设计使利润最大化. Caldentey 和 Haugh[11] 还研究了供应链上受资金约束的零售商和生产商在 Stackelberg 博弈中的决策，分析了当零售商可进行金融套期时的供应链合约设计. Lai 等[12] 也基于 Stackelberg 博弈模型分析了资金约束的影响及在预订模式（preorder mode）、委托模式（consignment mode）和混合模式下供应链的效率，研究结果表明，资金约束下的供应商偏好预订模式，但混合模式才是整体供应链最有效率的模式.

2）国内研究现状及发展动态

国内关于资金约束下企业的物流运营决策的定量研究相对较少. 在“资金约束下企业库存决策”方面，张媛媛和李建斌[13] 基于 Buzacott 和 Zhang[6] 的模型讨论了以存货质押方式融资的企业的库存管理决策，这对本文相关部分的研究具有重要借鉴作用. 在“资金约束下供应链协调决策”方面，胡本勇等[14] 对易逝品供应链合作问题，利用供应链期权数量柔性契约分析了供应链买方采购资金短缺对销售商、供应商的决策以及供应链的协调的影响. 贾涛等[15] 则分析了供应商提供商业信用加收入分享策略时的供应链协调问题. 陈祥锋等[16] 还在假定零售商受资金约束的情况下分析了单一供应商和单一报童性质零售商组成供应链中融资和运营综合决策，并探讨了融资服务对供应链绩效的影响.

1.2 担保贷款的关键风险控制指标研究

1）国外研究现状及发展动态

物流金融创新模式下的存货质押融资业务作为担保贷款中较新型的模式，相当复杂且发展迅速，须要确定一些重要风险控制指标，例如利率、贷款额度、平仓线等，这些指标的设定将直接影响到业务开展的水平，因此需要深入系统地分析担保贷款风险控制指标决策的相关理论.

在这些指标中，最关键的是利率和质（抵）押率. 合适的利率能够有效区分高风险和低风险的借款企业，能够给予债权人适当的风险补偿，因此已有许多学者对此进行了研究. 但利率毕竟有一定的上下限限制，不能完全市场化，尤其是在现阶段中国，利率的确定受到许多管制，这使得利率在业务风险控制上的作用打了折扣. 而质（抵）押率则由于其设定时的相对自由性而成为了以存货质押融资为核心的物流金融业务风险控制的核心指标. 质（抵）押率是贷款额度与担保物价值的比率，在国外被称为贷款价值比率（loan-to-value ratios）. 和质（抵）押率相关的指标还有折扣率或扣减率（haircut rate）、贷款额度和贷款要求担保物的数量等，其中折扣率或扣减率是担保物价值减去贷款额后与担保物价值的比值，即折扣率 = 1 − 质（抵）押率，而贷款额度在担保贷款中可理解为相对于担保物数量的贷款额度，实际是和质（抵）押率类似的概念，至于确定贷款后要求担保物的数量也可经过一定的换算变为质（抵）押率，因此也是和质（抵）押率类似的概念. 利用质（抵）押率可以有效控制担保业务的贷款风险，而且，质（抵）押率的最终设定和业务模式、担保存货的特性、企业违约概率、监管方式以及贷款利率等都密切相关，能够比较全面的反映物流金融业务的风险状况，因此也有一些学者对此进行了研究.

在“一般性担保贷款风险控制指标确定”方面，Besanko 和 Thakor[17] 以及 Chan 和 Thakor[18] 都从信息经济学的角度对担保贷款的利率指标进行了研究，认为银行完全可以通过设计担保物和利率的组合来区分不同风险的借款企业，即高风险的借款企业选择高利率和低要求的担保物，而低风险企业恰好相反. Boot 等[19] 表明如果贷款投资的项目回报取决于借款人的努力水平，而且这一努力水平是难以观察的，风险较大的借款人将通过努力获得较高回报，因此对银行而言，为了限制道德风险，必须对高风险借款人要求担保，而且在道德风险下单位贷款额度要求的担保物数量将随担保物的实际利率增加而增加，随贷款数额的增加而减少. Rajan 和 Winton[20] 则认为担保物的

数量和借款者的还款风险的大小正相关.

以上这些研究从不同角度证明了利率、担保物数量对贷款风险的影响,但都没有内生考虑担保物本身带来的风险,例如担保物的价格风险,这些风险可能和企业物流运营决策行为密切相关,尤其对动产担保物,例如存货或应收帐款,它们的价值实现涉及到企业的具体运作,所以银行在作出质(抵)押率或贷款额度等相似指标的决策时应该考虑企业的运营策略.

在"动产担保贷款风险控制指标确定"方面,Omiccioli[21] 专门提供了一个有关应收帐款融资的模型,研究了影响应收帐款担保数量的因素. 而针对季节性的存货担保物,Buzacott 和 Zhang[6] 分析了银行开展基于资产的融资业务时的利率和贷款额度决策行为,认为不同的借款企业由于拥有不同的初始存货和不同的回报概率分布,其偿还贷款的能力是不同的,因此银行需要相应的监控机制. 在这些监控机制中,利率是其中的一种,但借款企业的行为可能会随利率和其它合约条款的变化而变化,甚至在完美和无成本的信息下,银行也不可能控制所有借款企业的行为,在这些情况下,银行实际上可以设计每个信贷合约的贷款额度来诱使借款企业按银行的利益行动,也就是说,Stiglizer 和 Weiss 认为信贷配给将采取银行限制贷款总数的方式,而 Buzacott 和 Zhang[6] 则表明银行也可以通过限制每个信贷合约贷款限额的方式来进行信贷配给. Dada 和 Hu[7] 也基于 Stackelberg 博弈模型,在博弈的第二阶段,分析了企业在银行给定利率情况下借款订购季节性存货的数量,然后在第一阶段,考虑企业在第二阶段的订购反应,分析了银行期望利润最优的贷款利率决策. Srinivasa-Raghavan 和 Mishra[22] 还进一步分析了供应链上零售商和生产商同时面临资金约束时贷款人的贷款额度决策,并比较了贷款人针对零售商和生产商独立做出贷款额度决策与联合做出决策的不同.

2) 国内研究现状及发展动态

国内专门针对存货质押融资业务风险控制指标的研究在最近几年受到关注,其中,朱文贵等[23] 将商业信用与存货质押融资服务结合起来,研究了在供应商允许零售商采用延迟支付方式的条件下,第三方物流企业向零售商提供存货质押融资服务的定价模型,在分析零售商行动策略的基础上,给出了存货质押融资服务的定价方法,即利率的确定. 李毅学等[24-25] 通过系列文章研究了价格随机波动存货质押融资的质押率决策模型.

1.3　研究定位

以往与存货融资风险控制研究相关的大量文献都较少考虑存货价值本身存在的变化,以及造成存货担保价值变动的企业库存决策. 直到最近几年,这些问题才逐渐被一些学者关注,但总的来说还存在以下方面的不足. 1) 基本上只是假定简单的银行和企业的两方关系,较少针对近期物流金融创新的具体模式以及具体的成本收益结构进行定量分析; 2) 假定企业的资产只有存货,这样,只要担保存货无法偿还债务时,债权人就会有贷款损失,但实际上,进行存货融资业务的很多企业多少都会拥有其它资产,会开展多项经营,具有一定的企业规模,当担保存货无法偿还贷款时,企业也会以一定的概率偿还贷款; 3) 都假定债权人是风险中性的,而实际上随着新巴赛尔资本协议的颁布,债权人必然会考虑贷款的下侧风险.

针对这些不足,本文以物流金融创新模式下季节性存货质押融资业务的核心风险控制指标——质押率作为研究对象,进行了相关拓展. 1) 针对基于物流金融的存货质押融资业务的统一授信模式及相应的成本收益结构进行了建模分析,在这种模式下,物流企业具有强大的专业控制能力,可以控制借款企业在这一业务上的物流,当初始质押存货无法还请贷款时,物流企业还可以利用其独特的优势及时控制再订购的存货,使其销售收入存入封闭式账户,直至其还清贷款; 2) 借鉴贸易融资中"主体 + 债项"的风险评估策略,假定借款企业有可能在收集质押存货销售回款的封闭式账户无法偿还贷款时仍然以$(1-Q)$的概率保证贷款的偿还,其中 Q 是企业主体违约概率,即除去相关存货业务后的企业违约概率,表示的是企业主体的信用风险大小; 3) 下侧风险度量方法应用于供应链协调研究中提供了很好的思路[26],因此本文假定物流企业下侧风险规避,借鉴 Gan 等[27-28] 将下侧风险控制措施应用在供应链决策中的方式考虑了物流企业的质押率决策行为.

2 基本假设与模型

本文针对物流金融创新下的统一授信模式，假设借款企业风险中性而物流企业下侧风险规避. 借款企业的质押物是季节性存货，该存货单位进货价格为 c，正常销售价格为 B，对于没有销售掉的存货的处理价为 c'（或者供应商的回购价为 c'），单位仓储费用为 s. 在订购存货时，企业不知道未来需求大小，只知道需求服从分布 $F(x) = P(\xi < x)$，密度函数为 $f(x) = F'(x)$，而且分布函数满足失败率递增. 由于统一授信模式下，物流企业对借款企业的行业和经营较为熟悉，而且因为自行开展业务积极性较高，所以在贷前能够比较真实地了解借款企业的这些信息，需求分布状态也成为了物流企业和借款企业的共同知识.

若借款企业将初始存货 q_0 作质押，物流企业则以存货的进价为参考价格给予贷款 $\omega c q_0$，其中 ω 是质押贷款的质押率，然后借款企业将全部贷款用于再订购的存货量为 q. 因采取的是统一授信模式，在这种模式下，物流企业可以控制借款企业在这一业务上的物流，能够保证质押的存货先卖出，当初始质押存货无法还请贷款时，物流企业还可以利用其独特的优势及时控制再订购的存货，使其销售收入存入封闭式账户，直至其还清贷款，若所有的存货销售现金流都无法还清贷款，借款企业主体还会以 $(1-Q)$ 的概率从其他业务上提供资金继续保证贷款的偿还. 这和初始存货为 q_0 的借款企业利用物流企业提供的贷款再订购 q 的存货，然后以全部的存货即 q_0+q 的存货办理质押的情形类似，为了方便，本文以 q/q_0 作为参考的质押率.

此外，物流企业设定的贷款利率为 a，付给银行的利率为 $a' < a$. 物流企业利用银行的统一授信给中小企业提供存货质押贷款时，除收取利差利润外，还能获取仓储利润. 但物流企业由于严密地监管借款企业的运作，必须额外支出监管费用，本文用 m' 表示单位数量存货的监管费用，s' 表示单位数量存货的仓储成本，s 表示单位数量存货的仓储收入.

基于上述假设，在假定借款企业主体违约的情况下，借款企业期末现金流的表达式如下

$$X(\xi) = B\min\{\xi, q_0+q\} + c'\max\{0, q_0+q-\xi\} - cq(1+a) - s(q_0+q) \tag{1}$$

通过分析借款企业期末现金流表达式可得引理 1.

引理 1 在借款企业主体违约时，如果 $c' > s$，则当 $q \leqslant q_3$ 时，借款企业还款概率为 1；当 $q > q_3$，则借款企业还款的概率为 $1 - F(\xi_x)$. 其中

$$q_3 = \frac{c'-s}{c(1+a)-c'+s}q_0,$$

$$\xi_x = \frac{(c(1+a)+s-c')q + (s-c')q_0}{B-c'}$$

证明 依据文献 [6] 和 [13] 的推导思路，在假定借款企业主体违约的情况下，分析借款企业期末现金流. 当 $\xi = 0$ 时，令 $X(\xi) \geqslant 0$，可得 $q \leqslant \frac{c'-s}{c(1+a)-c'+s}q_0 = q_3$，即当 $q \leqslant q_3$ 时，借款企业肯定还款，贷款无任何业务风险. 如果 $q > q_3$，当 $\xi \geqslant q_0+q$ 时，如果 $B < c(1+a)+s$，借款企业期末现金流肯定为负，借款企业不会借贷，所以须假定 $B > c(1+a)+s$，这样 $\xi \geqslant q_0+q$ 时的现金流恒为正；而当 $\xi \leqslant q_0+q$，令借款企业期末现金流 $X(\xi) \geqslant 0$，得 $\xi \geqslant \frac{(c(1+a)+s-c')q+(s-c')q_0}{B-c'} = \xi_x$，即知当 $q > q_3$ 时，借款企业还款的概率为 $1-F(\xi_x)$. 证毕.

推论 1 当 $c' < s$，贷款肯定有风险存在.

据引理 1，知 $q_3 = \frac{c'-s}{c(1+a)-c'+s}q_0$，当 $c' < s$，q_3 恒小于 0，也即只要一贷款再订购存货，物流企业就将面临企业有可能不还款的风险，即贷款肯定会有风险存在. 在现实中，针对这类处理价比储存费用还低的产品，风险规避的物流企业和为其提供授信额度的银行将很少考虑，因此本文将仅就的情况进行分析，$c' < s$ 的情况可以通过相应的推导方法和步骤进行研究.

以上是在借款企业主体违约的假定下分析的，实际上贷款的风险大小，即借款企业不偿还贷款的概率是借款企业主体违约与收集存货销售回款的封闭式账户无法偿还贷款这两个事件同时发生的概率，因此有引理 2.

引理 2 同时考虑借款企业主体违约和存货销售状况，则借款企业关于这一贷款项目的预期现金流可由下式表达

$$\mathrm{E}X(\xi)=\begin{cases}B(q_0+q)-cq(1+a)-s(q_0+q)-\int_0^{q_0+q}(B-c')F(x)\,\mathrm{d}x & \text{if } q\leqslant q_3\\ B(q_0+q)-cq(1+a)-s(q_0+q)-\int_0^{q_0+q}(B-c')F(x)\,\mathrm{d}x+Q\int_0^{\xi_x}(B-c')F(x)\,\mathrm{d}x & \text{if } q>q_3\end{cases}\tag{2}$$

证明　如果 $q\leqslant q_3$，封闭式账户现金流就能够保证贷款的偿还，因此当 $\xi\geqslant q_0+q$ 时，借款企业关于这一贷款的期末现金流为 $X(\xi)=B(q_0+q)-cq(1+a)-s(q_0+q)$，当 $\xi\leqslant q_0+q$，借款企业期末现金流为 $X(\xi)=B\xi+c'(q_0+q-\xi)-cq(1+a)-s(q_0+q)$，所以有

$$\mathrm{E}X(\xi)=B(q_0+q)-cq(1+a)-s(q_0+q)-\int_0^{q_0+q}(B-c')F(x)\,\mathrm{d}x$$

如果 $q>q_3$，则当 $\xi\leqslant\xi_x$ 时，若借款企业主体违约，则物流企业将面临贷款损失风险，若借款企业主体不违约，则物流企业没有贷款损失风险，因此不同需求下借款企业的期末现金流为

1）当 $\xi\leqslant\xi_x$，且借款企业主体以 Q 的概率违约时，为 0

借款企业主体以 $(1-Q)$ 的概率不违约时，

$B\xi+c'(q_0+q-\xi)-cq(1+a)-s(q_0+q)$

2）当 $\xi_x\leqslant\xi\leqslant q+q_0$ 时，$B\xi+c'(q_0+q-\xi)-cq(1+a)-s(q_0+q)$

3）当 $\xi\geqslant q_0+q$ 时，$B(q_0+q)-cq(1+a)-s(q_0+q)$

因此有

$$\begin{aligned}\mathrm{E}X(\xi)=&\int_0^{\xi_x}(B-c')(1-Q)xf(x)\,\mathrm{d}x+\\&((c'-s)(q_0+q)-cq(1+a))\times\\&(1-Q)F(\xi_x)+\int_{\xi_x}^{q_0+q}(B-c')xf(x)\,\mathrm{d}x+\\&((c'-s)(q_0+q)-cq(1+a))\times\\&(F(q+q_0)-F(\xi_n))+(B(q_0+q)-\\&cq(1+a)-s(q_0+q))(1-F(q+q_0))\\=&B(q_0+q)-cq(1+a)-s(q_0+q)-\\&\int_0^{q_0+q}(B-c')F(x)\,\mathrm{d}x+\\&Q\int_q^{\xi_n}(B-c')F(x)\,\mathrm{d}x\end{aligned}$$

证毕.

比较 $q\leqslant q_3$ 和 $q>q_3$ 时借款企业的预期现金流，可以发现 $q\leqslant q_3$ 时，借款企业多了一项 $Q\int_0^{\xi_x}(B-c')F(x)\,\mathrm{d}x$，这是借款企业发生信用风险所多获得的收益，它包括两部分，一部分是借款企业主体违约时的概率 Q，一部分是存货销售上借款企业从物流企业处获得的风险收益 $\int_0^{\xi_x}(B-c')F(x)\,\mathrm{d}x$，只有当两者同时发生时才能构成借款企业实际的信用风险收益.

根据基本假设条件分析，也可得物流企业的利润表达式为

$$\begin{aligned}\Pi(\xi)=&\min\{cq(1+a)+s(q+q_0),\\&B\min\{\xi,q_0+q\}+c'\max\{0,q_0+q-\xi\}\}-\\&cq(1+a')-s'(q_0+q)-m'(q_0+q)\end{aligned}\tag{3}$$

通过分析物流企业的利润表达式有引理 3.

引理 3　同时考虑借款企业主体违约和存货销售状况，物流企业的期望利润可由下式表达

$$\mathrm{E}\Pi(\xi)=\begin{cases}cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-\\\quad m'(q+q_0) & \text{if } q>q_3\\ cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-\\\quad m'(q+q_0)-Q\int_0^{\xi_x}(B-c')F(x)\,\mathrm{d}x\\ & \text{if } q>q_3\end{cases}\tag{4}$$

证明　如果借款企业还款，物流企业的利润为

$$cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-m'(q+q_0)$$

若不还款，物流企业的利润为

$$\begin{aligned}&B\min\{\xi,q_0+q\}+c'\max\{0,q_0+q-\xi)-\\&cq(1+a')-s'(q_0+q)-m'(q_0+q)\end{aligned}$$

1）如果 $q\leqslant q_3$，则借款企业肯定还款，物流企业期望利润为

$$cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-m'(q+q_0)$$

2）如果 $q>q_3$，

当 $\xi\leqslant\xi_x$ 时，借款企业主体以 Q 的概率违约，则物流企业利润为

$$\begin{aligned}&B\xi+c'(q+q_0-\xi)-cq(1+a')-s'(q_0+q)-\\&m'(q_0+q)\end{aligned}$$

借款企业主体以的概率不违约，则物流企业利润为

$$cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-m'(q+q_0)$$

当 $\xi>\xi_x$ 时，封闭式账户现金流能够保证贷款安全，则物流企业的利润为

$$cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-m'(q+q_0)$$

所以可得物流企业的期望利润为

$$E\Pi(\xi)=cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-m'(q+q_0)-Q\int_0^{\xi_x}(B-c')F(x)\,dx$$ 证毕.

比较 $q\leqslant q_3$ 和 $q>q_3$ 时物流企业的期望利润，可以发现 $q>q_3$ 时，物流企业少了一项 $Q\int_0^{\xi_x}(B-c')F(x)\,dx$，这一项等于借款企业的信用风险收益，即知借款企业的信用风险将由物流企业承担.

因本文假设物流企业是下侧风险规避的，设 L 为物流企业愿意承受的最大损失，并设 L 为贷款额 $v_0=cq$ 的函数，有 $L=lv_0=lcq$，其中 $l(0<l<1)$ 定义为物流企业确定的贷款损失度，考虑到物流企业的下侧风险限制条件，即要求 $P(loss>lcq)\leqslant\beta$，其中，$loss=cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-m'(q+q_0)-\Pi(\xi)$，那么可得 $P(loss>lcq)$ 的性质满足引理 4.

引理 4 1) 如果 $q\leqslant q_3$，则有 $P(loss>lcq)=0$

2) 如果 $q>q_3$，且 $c(1+a-l)+s-c'>0$，则存在一个临界点 q^e，因此有

$$P(loss>lcq)=\begin{cases}0 & \text{if } q_3<q\leqslant q^e\\ QF\left(\dfrac{(c(1+a-l)+s-c')q-(c'-s)q_0}{B-c'}\right) & \text{if } q>q^e\end{cases}\quad(5)$$

其中 $q^e=\dfrac{c'-s}{c(1+a-l)-c+s}q_0>q_3$，而且当 $q>q^e$ 时，$P(loss>lcq)$ 随 q 单调递增.

证明 1) 如果 $q\leqslant q_3$，借款企业肯定还款，物流企业的损失为 0，所以 $P(loss>lcq)=0$.

2) 如果 $q>q_3$，借款企业还款时，物流企业的利润为，$cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-m'(q+q_0)$，借款企业不还款时，物流企业的利润为，$\Pi(\xi)=B\min\{\xi,q_0+q\}+c'\max\{0,q_0+q-\xi)-cq(1+a')-s'(q_0+q)-m'(q_0+q)$，则物流企业的损失为，$loss=cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-m'(q+q_0)-\Pi(\xi)$；

当 $\xi=0$ 时，$loss=cq(1+a)-c'(q_0+q)+s(q_0+q)$，若 $c(q+a-l)+s-c'>0$，则借款企业贷款再订购的存货量存在一个临界值 q^e，这一临界值满足，$\dfrac{loss}{cq}\leqslant\dfrac{(c(1+a)+s-c')q^e-(c'-s)q_0}{cq^e}=l$，可求得，$q^e=\dfrac{c'-s}{c(1+a-l)+s-c'}q_0$，因 $l>0$，则必有 $q^e>q_3$，当 $q_3<q\leqslant q^e$ 时，$P(loss\leqslant lcq)=1$，也即 $P(loss>lcq)=0$；而若 $c(1+a-l)+s-c'\leqslant 0$，则 $P(loss>lcq)=0$ 恒成立，这表明物流企业确定的贷款损失度 l 太高了，即使没有任何市场需求，物流企业的损失也不可能大于其愿意承受的最大损失 $L=lcq$.

同样，当 $\xi>q_0+q$ 时，$loss/_{\xi>q_0+q}=cq(1+a)-B(q_0+q)+s(q_0+q)$，因据引理 1 证明有 $B>c(1+a)+s$，所以 $\xi>q_0+q$ 时，贷款损失肯定为 0，由此可得此时 $P(loss>lcq)=0$.

而当 $\xi<q_0+q$ 时，$loss/_{\xi>q_0+q}=cq(1+a)+s(q_0+q)-B\xi-c'(q_0+q-\xi)$，于是，当 $q>q^e$ 时，从以上的推导可知有 $P(\{loss>lcq\}\cap\{\xi>q_0+q\})=0$，因此有

$$\begin{aligned}P(loss>lcq)&=QP(cq(1+a)+s(q_0+q)-B\xi-c'(q_0+q-\xi)>lcq)\\&=QP\left(\xi<\frac{cq(1+a-l)+s(q_0+q)-c'(q_0+q)}{B-c'}\right)\\&=QF\left(\frac{(c(1+a-l)+s-c')q-(c'-s)q_0}{B-c'}\right)\end{aligned}$$

因 $q>q^e$，所以 $(c(1+a-l)+s)q-(c'-s)q_0>0$，又因 $c-s>0$，$c(1+a-l)+s-c'>0$，依分布函数性质，知 $F\left(\dfrac{(c(1+a-l)+s-c')q-(c'-s)q_0}{B-c'}\right)$ 随 q 单调增，知 $P(loss>lcq)$ 随 q 单调增. 证毕.

因 $c(1+a-l)+s-c'\leqslant 0$ 时，一定有 $P(loss>lcq)=0$，下侧风险约束没有意义，所以本文只讨论 $c(1+a-l)+s-c'>0$ 的情况. 为表示方便，以后都令 $F(W(q))=F\left(\dfrac{(c(1+a-l)+s-c')q-(c'-s)q_0}{B-c'}\right)$.

根据引理 4，可得与再订购量相关的贷款下侧风险示意图见图 1.

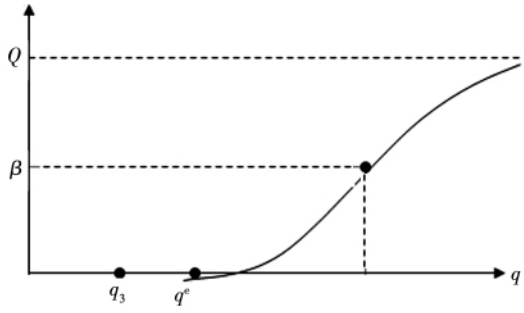

图 1　再订购量相关的贷款下侧风险示意图

Fig. 1 Downside-risk figure of the loan relate to reordering amount

由图 1 可知，当再订购量 q 在 $[0,q^e]$ 区间内，$P(loss > lcq)$ 的值恒为 0，而在 $(q^e,+\infty)$ 区间内 $P(loss > lcq)$ 的值随 q 单调递增，并越来越趋近 Q 值.

3　借款企业的再订购决策

定理 1　在物流企业设定的贷款限额下，初始质押存货为 q_0 的借款企业使用贷款再订购的存货量为

1）如果质押率 $\omega \leqslant (c'-s)/(c(1+a)-c'+s)$，则

$$q^* = \begin{cases} \omega q_0 & \text{if } q_0 \leqslant q^{BWO}/(1+\omega) \\ q^{BWO}-q_0 & \text{if } q^{BWO}/(1+\omega) < q_0 \leqslant q^{BWO} \\ 0 & \text{if } q_0 > q^{BWO} \end{cases} \tag{6}$$

2）如果质押率 $\omega > (c'-s)/[c(1+a)-c'+s]$，则

$$q^* = \begin{cases} \omega q_0 & \text{if } 0 < q_0 \leqslant \bar{q}_0 \\ q_v(q_0) & \text{if } \bar{q}_0 < q_0 < (c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a) \\ q^{BWO}-q_0 & \text{if } [c(1+a)+s-c']q^{BWO}/c(1+a) < q_0 \leqslant q^{BWO} \\ 0 & \text{if } q_0 > q^{BWO} \end{cases} \tag{7}$$

其中，$F(q^{BWO}) = \dfrac{B-c(1+a)-s}{B-c'}$，

$$\bar{F}(q_0+q_v(q_0)) = Q\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\cdot \bar{F}(\xi_x(q_0,q_v(q_0))) + (1-Q)\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'},$$

$q_v(q_0)$ 是 q_0 的单调递减函数，$\bar{q}_0$ 满足 $q_v(\bar{q}_0) = \omega\bar{q}_0$.

证明　1）当质押率 $\omega \leqslant (c'-s)/(c(1+a)-c'+s)$ 时，企业肯定不会产生贷款风险，此时有

$$\frac{\partial EX(\xi)}{\partial q} = (B-c(1+a)-s)-(B-c')F(q_0+q),$$

$$\frac{\partial^2 EX(\xi)}{\partial q^2} = -(B-c')f(q_0+q) < 0$$

所以令 $F(q^{BWO}) = \dfrac{B-c(1+a)-s}{B-c'}$，此时 $\dfrac{\partial EX(\xi)}{\partial q} = 0$，知无风险时企业最优的总存货量为 q^{BWO}.

当 $q_0 > q^{BWO}$ 时，企业质押的库存已经超过最优，企业不会借款再订购，即 $q^* = 0$，当 $q^{BWO}/(1+\omega) < q_0 \leqslant q^{BWO}$ 时，即 $q^{BWO}-\omega q_0 < q_0 \leqslant q^{BWO}$，企业如果用完贷款限额，总存货量就会超过最优量，所以借款企业只会再订购 $q^* = q^{BWO}-q_0$，当 $q_0 \leqslant q^{BWO}/(1+\omega)$，即 $q_0 \leqslant q^{BWO}-\omega q_0$，企业会用光所有的贷款限额来再订购，即 $q^* = \omega q_0$.

2）如果 $\omega > (c'-s)/(c(1+a)-c'+s)$，企业将存在还款风险. 若无贷款限额限制则有

$$\frac{\partial EX(\xi)}{\partial q} = (B-c')\bar{F}(q_0+q) - Q(c(1+a)+s-c')\bar{F}(\xi_x) - (1-Q)(c(1+a)+s-c')$$

令 $q = q_v(q_0)$ 使 $\dfrac{\partial EX(\xi)}{\partial q} = 0$，有

$$\bar{F}(q_0+q_v(q_0)) = Q\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\bar{F}(\xi_x(q_0,q_v(q_0))) + (1-Q)\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'} > Q\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\bar{F}(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))$$

$$\left.\frac{\partial^2 EX(\xi)}{\partial q^2}\right|_{q=q_v(q_0)} = -(B-c')\left(f(q_0+q_v(q_0)) - Q\left(\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\right)f(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))\right) <$$

$$-(B-c')\bar{F}(q_0+q_v(q_0))\left(\frac{f(q_0+q_v(q_0))}{\bar{F}(q_0+q_v(q_0))} -\right.$$

$$\left(\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\right)\frac{f(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))}{\overline{F}(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))}\Bigg)$$

又根据基本假设知存货需求分布函数满足失败率递增，因 $q_0+q_v(q_0)>\xi_x(q_0,q_v(q_0))$，所以 $\frac{f(q_0+q_v(q_0))}{\overline{F}(q_0+q_v(q_0))}>\frac{f(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))}{\overline{F}(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))}$，因 $B>c(1+a)+s$，所以 $\frac{\partial^2 EX(\xi)}{\partial q^2}\Big/_{q=q_v(q_0)}<0$

其中 $q_v(q_0)$ 满足，$\overline{F}(q_0+q_v(q_0))=Q\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\overline{F}(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))+(1-Q)\cdot\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}$.

上式两边对 q_0 求导，得，

$$\frac{\partial q_v(q_0)}{\partial q_0}\left(-f(q_0+q_v(q_0))+Q\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\cdot f(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))\right)$$
$$=-Q\frac{s-c'}{B-c'}\cdot\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\cdot f(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))+f(q_0+q_v(q_0))$$

同除 $\overline{F}(q_0+q_v(q_0))$ 可得

$$\frac{\partial q_v(q_0)}{\partial q_0}\left(-\frac{f(q_0+q_v(q_0))}{\overline{F}(q_0+q_v(q_0))}+Q\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\times\frac{f(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))}{\overline{F}(q_0+q_v(q_0))}\right)=-Q\frac{s-c'}{B-c'}\times\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\frac{f(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))}{\overline{F}(q_0+q_v(q_0))}+\frac{f(q_0+q_v(q_0))}{\overline{F}(q_0+q_v(q_0))}$$

因 $\overline{F}(q_0+q_v(q_0))>Q\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}\overline{F}(\xi_x(q_0,q_v(q_0)))$，$q_0+q_v(q_0)>\xi_x(q_0,q_v(q_0))$，分布函数满足失败率递增，所以上式左边系数小于 0，又因 $\frac{c(1+a)+s-c'}{B-c'}<1$，$\frac{s-c'}{B-c'}<1$，所以上式右边系数大于0，因此有 $\frac{\partial q_v(q_0)}{\partial q_0}<0$，即 $q_v(q_0)$ 是 q_0 的单调递减函数.

从上可知，若无贷款限额，企业在无风险时最优总库存为 q^{BWO}，在有风险时，最优再订购量为 $q_v(q_0)$. 当 $q_0>q^{BWO}$ 时，企业不会贷款再订购，$q^*=0$，而当 $(c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a)<q_0\leqslant q^{BWO}$，即 $q^{BWO}-q_3<q_0\leqslant q^{BWO}$，则借款企业会利用贷款再订购的存货量 $q^*=q^{BWO}-q_0$，当 $q_0\leqslant(c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a)$，即 $q_0\leqslant q^{BWO}-q_3$ 时，企业会再订购超过 q_3，此时有还款风险，无贷款限额时对企业最优的再订购量为 $q_v(q_0)$，因有贷款限额，令 $\bar{q}_0$ 满足 $q_v(\bar{q}_0)=\omega\bar{q}_0$，$q_v(q_0)$ q_0 是的单调递减函数，所以当 $\bar{q}_0<q_0\leqslant(c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a)$ 时，有 $q_v(q_0)<q_v(\bar{q}_0)=\omega\bar{q}_0<\omega q_0$，此时企业再订购 $q^*=q_v(q_0)$，当 $0<q_0\leqslant\bar{q}_0$，有 $q_v(q_0)\geqslant q_v(\bar{q}_0)=\omega\bar{q}_0\geqslant\omega q_0$，所以企业用完所有的贷款限额，即再订购 $q^*=\omega q_0$.

证毕.

由以上推导，初始库存较大的借款企业，其再订购决策将不受贷款限额影响，即当借款企业的初始库存较大时，其再订购决策将与无贷款限额时一致，而对初始库存较小的借款企业，则会受到贷款限额的影响，即当初始库存较小时，借款企业希望再订购的存货量超过贷款限额，所以实际上，企业将只能用完贷款限额，其再订购量小于无贷款限额时的最优水平. 而且，比较式(6) 和式(7) 可以看出，物流企业设定的质押率越小，即贷款限额越小，这种影响越明显，例如，当质押率 $\omega\leqslant(c'-s)/(c(1+a)-c'+s)$ 时，贷款限额会对初始库存 $q_0\leqslant q^{BWO}/(1+\omega)$ 的借款企业的再订购量进行有效限制，且 ω 越小，借款企业总订购量将越趋近于 q^{BWO}，借款企业转嫁给物流企业的风险也就越小，而当质押率 $\omega>(c'-s)/(c(1+a)-c'+s)$ 时，因为物流企业给予借款企业的贷款限额增加了，所以，一些在 $\omega\leqslant(c'-s)/(c(1+a)-c'+s)$ 时受到贷款限额限制的企业会按照自己的最优再订购量进行决策，将销售的损失更多地转嫁给物流企业，此时，只有初始库存满足 $0<q_0\leqslant\bar{q}_0$ 的借款企业才会受到贷款限额的限制，而且因为 $q_v(\bar{q}_0)=\omega\bar{q}_0$，所以 ω 越大，贷款限额越大，这种限制也就越弱.

4 下侧风险规避的物流企业的质押率决策

随着新巴赛尔资本协议的颁布，银行必然会考虑贷款的下侧风险，当银行给予物流企业统一授信额度让物流企业自行开展存货质押融资业务

时，也会对物流企业提出下侧风险规避的要求，而且物流企业本身也会对贷款有下侧风险控制的需要，因此本节将通过 Stackelberg 动态博弈模型，分析考虑借款企业反应时下侧风险规避物流企业的质押率决策.

定理 2　如果物流企业根据不同的借款企业设定质押率，则物流企业给予初始质押存货为 q_0 的借款企业的质押率为

1) 当 $(c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a) < q_0 \leqslant q^{BWO}$ 时，

$$\omega^* = (q^{BWO}-q_0)/q_0 \tag{8}$$

2) 当 $q_0' < q_0 \leqslant (c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a)$ 时，

$$\omega^* = \begin{cases} q_v(q_0)/q_0 & \text{if } q_v(q_0) \leqslant q^e \\ q_v(q_0)/q_0 & \text{if } q_v(q_0) > q^e \wedge QF(W(q))/_{q=q_v(q_0)} \leqslant \beta \\ \dfrac{(B-c')F^{-1}(\beta/Q)+(c'-s)q_0}{(c(1+a-l)+s-c')q_0} & \text{if } q_v(q_0) > q^e \wedge QF(W(q))/_{q=q_v(q_0)} > \beta \end{cases} \tag{9}$$

3) 当 $0 < q_0 \leqslant q_0'$ 时，

$$\omega^* = \begin{cases} \hat{q}/q_0 & \text{if } \hat{q} \leqslant q^e \\ \hat{q}/q_0 & \text{if } \hat{q} > q^e \wedge QF(W(q))/_{q=\hat{q}} \leqslant \beta \\ \dfrac{(B-c')F^{-1}(\beta/Q)+(c'-s)q_0}{(c(1+a-l)+s-c')q_0} & \text{if } \hat{q} > q^e \wedge QF(W(q))/_{q=\hat{q}} > \beta \end{cases} \tag{10}$$

其中，$\hat{q}$ 满足 $F\left(\dfrac{(c(1+a)+s-c')\hat{q}-(c'-s)q_0}{B-c'}\right) = \dfrac{c(a-a')+(s-s'-m')}{Q(c(1+a)-c'+s)}$，而 q_0' 满足 $F\left(\dfrac{(c(1+a)+s-c')q_v(q_0')-(c'-s)q_0'}{B-c'}\right) = \dfrac{c(a-a')+(s-s'-m')}{Q(c(1+a)-c'+s)}$.

证明　1) 当 $(c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a) < q_0 \leqslant q^{BWO}$ 时，根据定理 1，如果质押率 $\omega \leqslant (c'-s)/(c(1+a)-c'+s)$，则借款企业的决策为，$q^*$

$$= \begin{cases} \omega q_0 & \text{if } \omega \leqslant (q^{BWO}-q_0)/q_0 \\ q^{BWO}-q_0 & \text{if } \omega > (q^{BWO}-q_0)/q_0 \end{cases}$$

如果质押率 $\omega > (c'-s)/(c(1+a)-c'+s)$，则借款企业的决策为 $q^* = q^{BWO}-q_0$. 因为 $q^{BWO}-q_0 \leqslant (c'-s)q_0/(c(1+a)-c'+s)$，所以考虑到借款企业的反应，物流企业可选的质押率范围为 $[0,(q^{BWO}-q_0)/q_0]$，因为质押率在 $[0,(c'-s)/(c(1+a)-c'+s)]$ 区间时，物流企业的利润单调递增，即肯定在 $[0,(q^{BWO}-q_0)/q_0]$ 区间利润单调递增，所以物流企业设定的质押率为 $(q^{BWO}-q_0)/q_0$，此时下侧风险 $P(loss > lcq) = 0$，所以下侧风险规避的物流企业的最优质押率为，$\omega^* = (q^{BWO}-q_0)/q_0$.

2) 当 $q_0 \leqslant (c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a)$ 时，如果将质押率设置在 $[0,(c'-s)/(c(1+a)-c'+s)]$ 区间，借款企业将用完所有贷款限额，而在这一区间物流企业的利润单调递增，所以物流企业的最优质押率为，$(c'-s)/(c(1+a)-c'+s)$. 如果物流企业将质押率设置为 $[(c'-s)/(c(1+a)-c'+s),+\infty]$ 区间，则企业在这一区间会有借款风险，无贷款限额下借款企业现金流当再订购 $q_v(q_0)$ 时达最大，而这一区间物流企业利润函数为，$E\Pi(\xi) = cq(a-a')+(s-s')(q+q_0)-m'(q+q_0)-Q\int_0^{\xi_x}(B-c')F(x)\,dx$，于是有 $\dfrac{\partial E\Pi(\xi)}{\partial q} = c(a-a')+(s-s'-m')-Q(c(1+a)-c'+s)F\left(\dfrac{c(1+a)+s-c')q-(c'-s)q_0}{B-c'}\right)$，$\dfrac{\partial^2 E\Pi(\xi)}{\partial q^2} = -Q\dfrac{(c(1+a)-c'+s)^2}{B-c'}f(\xi_x) < 0$，令 $q = \hat{q}$ 满足 $F\left(\dfrac{(c(1+a)+s-c')\hat{q}-(c'-s)q_0}{B-c'}\right) = \dfrac{c(a-a')+(s-s'-m')}{Q(c(1+a)-c'+s)}$，使 $\dfrac{\partial E\Pi(\xi)}{\partial q} = 0$，即物流企业在这个区间希望借款企业再订购 $\hat{q}$，此时物流企业的期望利润达最大. 于是，存在初始库存为 q_0' 的企业，满足 $\hat{q} = q_v(q_0')$，即满足 $F\left(\dfrac{(c(1+a)+s-c')q_v(q_0')-(c'-s)q_0'}{B-c'}\right) = \dfrac{c(a-a')+(s-s'-m')}{Q(c(1+a)-c'+s)}$ 使物流企业和借款企业同时达最优.

当 $q_0' < q_0 \leqslant (c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a)$ 时，因 $q_v(q_0)$ 是 q_0 的单调递减函数，有 $q_v(q_0) < q_v(q_0')$，所以有，$F\left(\frac{(c(1+a)+s-c')q_v(q_0)-(c'-s)q_0}{B-c'}\right) < F\left(\frac{(c(1+a)+s-c')q_v(q_0')-(c'-s)q_0'}{B-c'}\right)$，又因为在这个区间 $\frac{\partial E\Pi(\xi)}{\partial q} = c(a-a')+(s-s'-m')-Q(c(1+a)-c'+s)F\left(\frac{(c(1+a)+s-c')q-(c'-s)q_0}{B-c'}\right)$，其中 $\left.\frac{\partial E\Pi(\xi)}{\partial q}\right|_{q=q_v(q_0')}=0$，所以 $\left.\frac{\partial E\Pi(\xi)}{\partial q}\right|_{q=q_v(q_0)}=0$，依据物流企业在这一区间利润函数 $\frac{\partial^2 E\Pi(\xi)}{\partial q^2}<0$ 的性质，可知 $q_v(q_0) < \hat{q}$，因此仅就利润而言，物流企业考虑借款企业的反应，其实际的质押率将会是 $q_v(q_0)/q_0$. 但考虑到贷款的下侧风险限制 $P(loss > lcq) \leqslant \beta$，根据引理 4，则会出现三种情形，第一种情形是当 $q_v(q_0) \leqslant q^e$ 时，$P(loss > lcq)/_{q=q_v(q_0)}=0$，于是有 $\omega^* = q_v(q_0)/q_0$；第二种情形是 $q_v(q_0) > q^e$ 并且 $QF(W(q))/_{q=q_v(q_0)} \leqslant \beta$ 时，也有 $P(loss > lcq)/_{q=q_v(q_0)}=0$，于是有 $\omega^* = q_v(q_0)/q_0$；第三种情形是 $q_v(q_0) > q^e$ 并且 $QF(W(q))/_{q=q_v(q_0)} > \beta$ 时，从引理 4 知 $P(loss > lcq)$ 随 q 单调递增，所以为满足下侧风险限制的条件，物流企业设置的质押率为 $\omega^* = \frac{(B-c')F^{-1}(\beta/Q)+(c'-s)q_0}{(c(1+a-l)+s-c')q_0}$. 这三种情形可以用图 2 清晰地表示出来.

当 $0 < q_0 \leqslant q_0'$ 时，因 $q_v(q_0)$ 是 q_0 的单调递减函数，有 $q_v(q_0) \leqslant q_v(q'_0)$，所以有 $F\left(\frac{(c(1+a)+s-c')q_v(q_0)-(c'-s)q_0}{B-c'}\right) \geqslant F\left(\frac{(c(1+a)+s-c')q_v(q_0')-(c'-s)q_0'}{B-c'}\right)$，即有 $\left.\frac{\partial E\Pi(\xi)}{\partial q}\right|_{q=q_v(q_0)} \leqslant 0$，得 $q_v(q_0) \geqslant \hat{q}$，因此仅就利润而言物流企业质押率应取 $\omega^* = \hat{q}/q_0$，同样考虑贷款的下侧风险限制条件，将有定理 2 中式(10)显示的结果，具体的证明步骤同上. 证毕.

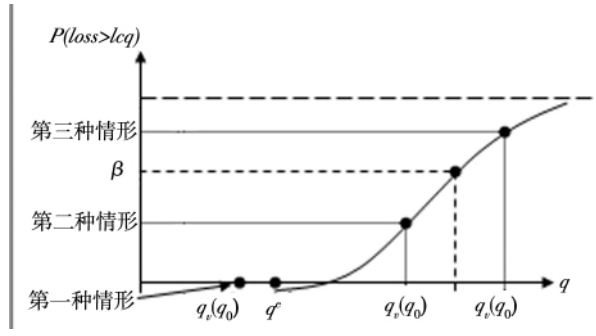

图 2 下侧风险限制影响示意图

Fig. 2 The effect of downside risk constraint

由定理 1 知 $q_0 > q^{BWO}$ 时，借款企业根本不会贷款再订购任何存货，所以定理 2 只考虑了 $q_0 \leqslant q^{BWO}$ 时物流企业的质押率决策. 从定理 2 及其证明可知，当 $(c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1-a) < q_0 \leqslant q^{BWO}$ 时，物流企业根据期望利润最大设定的质押率 $(q^{BWO}-q_0)/q_0$ 将使贷款满足下侧风险限制，而当 $q_0 \leqslant (c(1+a)+s-c')q^{BWO}/c(1+a)$ 时，虽然物流企业在考虑借款企业反应的情况下，可以通过设置合适的质押率控制企业再订购的存货量，使自己的期望利润最优，但其中的一些质押率可能会因为太高而不能满足物流企业的下侧风险限制条件，所以物流企业会适当调低质押率，使贷款风险达标的情况下自己的期望利润最大.

5 结束语

基于物流金融的存货质押融资业务若采取统一授信模式，本文假定物流企业依靠自身强大的专业控制能力，可以控制借款企业在这一业务上的物流，能够保证质押的存货先卖出，当初始质押存货无法还清贷款时，物流企业可以利用其独特的优势及时控制再订购的存货，使其销售收入存入封闭式账户，直至其还清贷款. 在这种情况下，针对季节性存货，考虑统一授信模式的特征及相应的成本收益结构，并借鉴贸易融资中刚刚兴起的“主体 + 债项”的风险评估策略，建模分析了融资约束下风险中性的借款企业的再订购决策，然后通过借款企业和物流企业的 Stackelberg 动态博弈，分析了下侧风险规避的物流企业的质押率决策行为. 研究表明，在基于统一授信的物流金融创新模式下，因为物流企业可以控制再订购的存货，所以只会在一些情况下承受借款企业全部存货的

销售风险; 同时考虑企业主体违约风险和全部存货的销售风险,下侧风险规避的物流企业必须针对不同借款企业的再订购决策反应设定相应的质押率才能使决策最优; 而且物流企业对贷款下侧风险的限制也能使贷款的风险满足规定的标准.

参 考 文 献:

[1] 中国人民银行, 世界银行集团, 国际金融公司中国项目开发部编. 中国动产担保物权与信贷市场发展 [M]. 北京: 中信出版社, 2006: 1 – 36.
The People's Bank of China, et al. Secured transactions reform and credit market development in China [M]. China Citic Press, 2006: 1 – 36. (in Chinese)

[2] Rosenblatt M J. Multi-item inventory system with budgetary constraint: A comparison between the lagrangian and the fixed cycle approach [J]. International Journal of Production Research. 1981, 19(4): 331 – 339

[3] Li L, Shubik M, Sobel M J. Control of dividends, capital subscriptions and physical inventories [R]. Working paper. Yale School of Management, 2005. available at: <http://ssrn.com/abstract=690864>.

[4] Hu Q H, Sobel M J. Echelon base-stock policies are financially sub-optimal [J]. Operations Research Letters, 2007, 35: 561 – 566.

[5] Protopappa-Sieke M, Seifert R W. Interrelating operational and financial performance measurements [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 204: 439 – 448.

[6] Buzacott J A, Zhang R Q. Inventory management with asset-based financing [J]. Management Science, 2004, 24: 1274 – 1292.

[7] Dada M, Hu Q H. Financing newsvendor inventory [J]. Operations Research Letters, 2008, 36: 569 – 573.

[8] Gupt D, Wang L. A stochastic inventory model with trade-credit [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2009, 11(1): 4 – 18.

[9] Peterson M A, Rajan R G. Trade credit: Theories and evidence [J]. The Review of Financial Studies, 1997, 10: 661 – 691.

[10] Thangam A, Uthayakumar R. Two-echelon trade credit financing for perishable items in a supply chain when demand depends on both selling price and credit period [J]. Computers & Industrial Engineering, 2009, 57: 773 – 786.

[11] Caldentey R, Haugh M B. Supply contracts with financial hedging [J]. Operations Research, 2009, 57(1): 47 – 65.

[12] Lai G M, Debo L G, Sycara K. Sharing inventory risk in supply chain: The implication of financial constraint [J]. Omega, 2009, 37: 811 – 825.

[13] 张媛媛, 李建斌. 库存商品融资下的库存优化管理 [J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(9): 29 – 38.
Zhang Yuanyuan, Li Jianbin. Optimal inventory management under inventory financing [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2008, 28(9): 29 – 38. (in Chinese)

[14] 胡本勇, 彭其渊, 王性玉. 考虑采购资金约束的供应链期权柔性契约 [J]. 管理科学学报, 2009, 12(6): 62 – 71.
Hu Benyong, Peng Qiyuan, Wang Xing-yu. Supply chain option flexibility contract with consideration of influence of shortage of capital [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(6): 62 – 71. (in Chinese)

[15] 贾　涛, 张灿荣, 徐　渝. 基于供应商努力的供应链代销加收入分享策略 [J]. 管理科学, 2007, 20(5): 2 – 8.
Jia Tao, Zhang Chanrong, Xu Yu. Supply chain revenue sharing contract under consignment with supplier´s sales effort [J]. Journal of Management Sciences, 2007, 20(5): 2 – 8. (in Chinese)

[16] 陈祥锋, 朱道立, 应雯珺. 资金约束与供应链融资和运营决策研究 [J]. 管理科学学报, 2008, 11(3): 70 – 77.
Chen Xiangfeng, Zhu Daoli, Ying Wen-jun. Financial and operation decisions in budget-constrained supply chain [J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(3): 70 – 77. (in Chinese)

[17] Besanko D, Thakor A V. Competitive equilibria in the credit market under asymmetric information [J]. Journal of Economic Theory, 1987, 42: 167 – 182.

[18] Chan Y S, Thakor A V. Collateral and competitive equilibria with moral hazard and private information [J]. Journal of Finance, 1987, 42: 345 – 364.

[19] Boot A W A, Thakor A V, Udell G F. Secured lending and default risk: Equilibrium analysis, policy implications and empirical results [J]. Economic Journal, 1991, 101: 458 – 472.

[20] Rajan R, Winton A. Covenants and collateral as incentives to monitor [J]. The Journal of Finance, 1995, 50(4): 1113 – 1146.

[21] Omiccioli M. Trade Credit as Collateral. Working paper, Bank of Italy, 2005.

[22] Srinivasa-Raghavan N R, Mishra V K. Short-term financing in a cash-constrained supply chain [J]. International Journal of Production Economics, 2011, 134(2): 407 – 412.

[23] 朱文贵，朱道立，徐 最. 延迟支付方式下的存货质押融资服务定价模型 [J]. 系统工程理论与实践，2007，27(12): 1 – 7.
Zhu Wengui, Zhu Daoli, Xu Zui. Pricing model for inventory impawn financing under conditions of permissible delay in payments [J]. Systems Engineering-theory & Practice, 2007, 27(12): 1 – 7. (in Chinese)

[24] 李毅学，冯耕中，徐 渝. 价格随机波动下存货质押融资业务质押率研究 [J]. 系统工程理论与实践，2007，27(12): 42 – 48.
Li Yixue, Feng Gengzhong, Xu Yu. Research on loan-to-value ratio of inventory financing under randomly-fluctuant price [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2007, 27(12): 42 – 48. (in Chinese)

[25] 李毅学，徐 渝，冯耕中，等. 重随机泊松违约概率下库存商品融资业务贷款价值比率研究 [J]. 中国管理科学，2007，15(1): 21 – 26.
Li Yixue, Xu Yu, Feng Gengzhong, et al. Loan-to-value ratios of inventory financing with doubly stochastic poisson default processes [J]. Chinese Journal of Management Science, 2007, 15(1): 21 – 26. (in Chinese)

[26] 吴 军，李 健，汪寿阳. 供应链风险管理中的几个重要问题 [J]. 管理科学学报，2006，9(6): 5 – 16.
Wu Jun, Li Jian, Wang Shouyang. Some key problems in supply chain risk management [J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(6): 5 – 16. (in Chinese)

[27] Gan X H, Sethi S P, Yan H M. Coordination of supply chains with risk-averse agents [J]. Production and Operations Management, 2004, 13 (2): 135 – 149.

[28] Gan X H, Sethi S P, Yan H M. Channel coordination with a risk-neutral supplier and a downside-risk-averse retailer [J]. Production and Operations Management, 2005, 14(1): 80 – 89.

Decision of loon-to-calue katios of seasonal inventon/pledge financing based on logistics finance

LI Yi-xue[1,2], *WANG Shou-yang*[2], *FENG Geng-zhong*[3]

1. Research Center of Cluster and Enterprise Development, School of Business Administration, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China;
2. Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
3. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract: Inventory pledge financing in the innovative mode of logistics finance can effectively solve capital bottleneck in the supply chain and has a lot scope to develop. However, it is seriously constrained by the level of risk control. This paper focuses on loan-to-value ratios, i. e. the core indicator of risk in seasonal inventory financing in the uniform credit mode. Based on the features of this mode and the relevant cost-benefit structure, we build a newsvendor model with financial constraints and analyze reordering decisions made by risk-neutral borrowers. Then, based on a dynamic Stackelberg game between borrowers and logistics enterprises, we investigate loan-to-value ratio decisions of downside-risk-adverse logistics enterprises. The results show that in uniform credit mode, downside-risk-averse logistics enterprises should set loan-to-value ratios according to different borrowers' reordering plans and then make their optimal decisions. Moreover, for the borrowers with different initial inventory, downside-risk limits affect the optimal decision of logistics enterprises differently.

Key words: logistics finance; inventory financing; pledge; loan-to-value ratios; uniform credit