

考虑价格上限的寡头发电投资阈值与容量选择^①

张新华^{1,2}, 叶泽¹, 赖明勇², 谭圆圆¹

(1. 长沙理工大学经济与管理学院, 长沙 410114; 2. 湖南大学经济与贸易学院, 长沙 410079)

摘要: 发电容量投资不足或过剩都将带来巨大经济与社会损失. 论文针对需求不确定且存在价格上限的情况, 分析寡头发电商均衡的报价策略, 在此基础上, 运用实物期权和博弈论思想, 构建寡头发电商投资阈值与容量选择模型, 并通过数值仿真方法, 分析对称寡头发电商的投资阈值与容量选择、最优价格上限与发电商数量, 结果表明: 1) 价格上限较低时, 寡头发电商会延迟投资, 但总的投资容量会随发电商数量的增多而递增, 而在价格上限较高时, 则相反; 2) 最优的价格上限是无穷大, 但发电投资商的数量对电力市场的可持续发展非常关键.

关键词: 容量投资; 价格上限; 博弈论; 实物期权; 电力市场

中图分类号: F830.59 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2012)09-0001-09

0 引言

在电力产业进行市场化改革以前, 我国发电容量投资多由政府统一规划, 且先后实行还本付息与经营期电价等几种规避电力企业投资风险的电价政策, 因此几乎不存在发电投资策略问题; 但在电力市场环境下, 发电容量投资是政府规制下的市场行为, 需要面临很多不确定性因素, 同时发电容量投资具有沉淀成本大、投资不可逆、建设期较长等特点, 投资过多或不足都将给电力企业带来很大的经济损失; 另一方面, 电力产业作为基础产业, 稳定的电力供给是国民经济发展的前提, 否则将带来不可估量的经济与社会损失, 因此, 探讨电力市场环境下寡头发电企业的投资阈值(最优投资时点)和容量选择(相应的投资量)具有很强的现实意义.

目前有关发电容量投资的文献大体可以分为以下3类: 一类是基于数学规划方法, 将投资问题看成优化问题求解, 如文献[1], 该类方法的核心思想是 $NPV > 0$, 但文献[2]认为基于 $NPV > 0$

原理得到的投资决策不是最优的; 第二类是运用实物期权方法, 将投资看作美国式期权, 在投资“等待”与立即“投资”之间做选择, 如文献[3-6], 但这类研究文献大多没有考虑投资者之间竞争, 文献[7]的研究表明不考虑投资竞争得到的投资策略, 也不是最优的. 第三类文献运用期权博弈方法来研究投资策略, 相对于实物期权文献而言, 其最大的特点是运用博弈论方法刻画投资者之间的竞争对投资策略的影响. 如文献[8]假定电力投资的不确定性来源于电力负荷, 并假定其服从几何布朗运动, 从实物期权角度对两家发电商的投资机会进行了分析, 该文是为数不多的从期权博弈角度对发电投资进行探讨的文献, 但该文构建的模型很难拓展到3家或3家以上企业投资的情况, 这与电力投资实践仍有一定差异.

从查阅的文献来看, 在经典的期权博弈模型中, 当投资竞争者数量 $n \geq 3$ 时, 模型的求解存在一定的困难, 很少有通用的求解方法, 也很难得到解析解^[9]; 同时, 市场需求或投资利润流的表示实际上是隐性的, 如文献[9]中假定投资的利润

① 收稿日期: 2010-06-28; 修订日期: 2010-12-17.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70971012); 国家杰出青年基金资助项目(70925006); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-11-0978); 湖南省高校创新平台开放基金资助项目(10K002).

作者简介: 张新华(1973—), 男, 湖南双峰人, 博士后, 教授. Email: xyu7302@163.com

流为 $Y(t) D_k$, 其中 $Y(t)$ 假定服从几何布朗运动 k 为投资商数量, 并有 $D_1 > D_2 > \dots > D_\infty$. 而 D 的具体表达式并没有给出, 这与一般的经济学研究中, 在市场需求函数基础上, 推导出企业利润, 再做决策的研究范式是不同的, 也在一定程度内制约了期权博弈模型的进一步推广与应用(如实证性分析).

此外, 现有的期权博弈文献, 大多仅考虑投资阈值问题, 很少探讨投资阈值点的最优投资额, 这与投资决策实践是不符的. 发电容量投资问题, 不但需要考虑市场环境的不确定性(如市场需求、竞争对手等), 还需要充分考虑政策性约束(如价格上限); 不但需要确定投资时点, 同时要选择最优的投资容量. 文献[10]分析了单一投资者的投资时点与容量选择问题, 但没有考虑投资者之间的竞争, 而文献[11]分析了 n 个寡头投资阈值问题, 但没有考虑投资容量选择问题, 文献[12]分析了存在价格上限情况下寡头投资者的投资阈值问题. 本文在充分考虑价格上限对寡头电力竞价均衡的影响基础上, 运用文献[11-12]的方法, 将文献[10]的分析框架拓展到 n 个投资者参与竞争的情况, 并通过数值仿真方法, 讨论最优价格上限和最优的发电投资商数量. 分析结果表明: 1) 价格上限较低时, 寡头发电商会延迟投资, 但总的投资容量会随发电商数量的增多而递增, 而在价格上限较高时, 则出现“抢摊博弈”, 但总的投资容量将随发电商数量的增多而递减; 2) 最优的价格上限是没有价格上限(或价格上限无穷大), 且发电投资商的数量不宜过多也不宜过少, “过多”可能导致电力短缺, “过少”则使电力市场缺乏市场效率.

1 考虑价格上限的寡头电力竞价均衡分析

假设电力市场的需求函数是线性的, 并有

$$p(t) = \theta(t) - \xi Q(t) \tag{1}$$

其中: $p(t)$ 为价格; $Q(t)$ 为电力需求; $\xi (> 0)$ 为参数; $\theta(t)$ 为电力需求为零时的电价; t 为时点 ($t = 1, 2, \dots$). 文献[4]研究表明, 假设电力需求服从几何布朗运动的误差很小, 不妨设

$$d\theta = \omega\theta dt + \sigma\theta dz \tag{2}$$

其中: ω 为漂移项; σ 为瞬时标准差; dz 为标准维纳过程; 并有 $\theta(0) = \theta_0 \geq 0$. 假设市场上有 n 家发

电商, 其发电商 i 的成本函数为

$$C(q_i) = \alpha_i + \beta_i q_i + 0.5 \gamma_i q_i^2 \tag{3}$$

其中: $C(\cdot)$ 为成本函数; $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 为成本参数 (> 0); q_i 为发电商 i 的发电量 $i = 1, 2, \dots, n$. 假定发电商的报价函数为

$$b_i = \phi_i + \gamma_i q_i \tag{4}$$

其中 ϕ_i 为报价策略变量 ($\phi_i > 0$), 即发电商通过调整 ϕ_i 来调节自己的报价策略. 如记市场清除价为 p , 则发电商 i 的利润函数可表示为

$$\pi_i(\phi_i) = \frac{(p - \phi_i)(p + \phi_i - 2\beta_i)}{2\gamma_i} - \alpha_i \tag{5}$$

由经济学原理, 在均衡点有 $p = b_i$, 对式(4) 加总, 则得到市场供给曲线

$$Q = p \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i} - \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i}{\gamma_i}$$

其中 Q 为市场供给. 由供需均衡原理, 将上式代入式(1), 则得到市场清除价格

$$p_e = \frac{\theta + \xi \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i}{\gamma_i}}{1 + \xi \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i}}$$

将上式代入式(5), 并求其一阶条件, 则得

$$\phi_i^* = \beta_i + \frac{\xi}{\gamma_i h} \frac{\theta + \xi \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i}{\gamma_i}}{h - \beta_i}$$

其中 $h = 1 + \xi \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i}$. 对上式进行迭代, 则有

$$\sum_{i=1}^n \frac{\phi_i}{\gamma_i} = \frac{\theta \xi \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i} + h^2 \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{\gamma_i} - \xi h \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{h^2 - \xi^2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i}}$$

显然 $\phi_i^* = \phi_i^*(\theta(t)) > \beta_i$; 代入式(4), 则得均衡时发电商 i 的上网电量为

$$q_i^* = \frac{(\gamma_i h - \xi)(1 + \xi f_1)}{\gamma_i^2 h^2} \left[\theta - \frac{h\beta_i - \xi f_2}{1 + \xi f_1} \right]$$

其中

$$f_1 = \frac{\xi \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i}}{h^2 - \xi^2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i}}$$

$$f_2 = \frac{h^2 \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{\gamma_i} - \xi h \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{h^2 - \xi^2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma_i}}$$

上文的分析没有考虑发电商的发电约束, 实际上发电商的上网电量须满足 $0 \leq q_i^* \leq m_i$ (m_i 为发电商 i 的最大可发电量) 则有

$$q_i^*(\theta, m_i) = \begin{cases} 0 & \text{若 } \theta \leq \zeta_{i1} \\ L_i(\theta - \zeta_{i1}) & \text{若 } \zeta_{i1} < \theta \leq \zeta_{i2} \\ m_i & \text{若 } \zeta_{i2} < \theta \end{cases} \quad (6)$$

其中: $L_i = \frac{(\gamma_i h - \xi)(1 + \xi f_1)}{\gamma_i^2 h^2}$; $\zeta_{i1} = \frac{h\beta_i - \xi f_2}{1 + \xi f_1}$;

$$\zeta_{i2} = \zeta_{i1} + \frac{m_i}{L_i}$$

显然, 式(6)中 ζ_{i1}, ζ_{i2} 将 $\theta \in (0, +\infty)$ 区间划分为 3 个子区间, 其分界点与发电商 i 本身成本参数 β_i, γ_i 以及其最大发电量 m_i 有关。

对由 n 个发电商参与的电力市场而言, 区间 $\theta \in (0, +\infty)$ 将被 $\zeta_{i1}, \zeta_{i2} (i = 1, \dots, n)$ 划分为 $2n + 1$ 个子区间, 记每一个子区间为 θ_j , 其中 $j = 1, 2, \dots, 2n + 1$; 并记在子区间 θ_j 上, 发电商 i 都按式(6)决定自己的均衡电量为 q_{ij}^* , 则在子区间 θ_j 上, 总的电力供给为

$$Q_j^* = \sum_{i=1}^n q_{ij}^*$$

进一步, 如考虑电力报价市场的价格上限, 在子区间 θ_j 上, 电力市场的清除价 $p_j(t)$ 为

$$p_j(t) = \begin{cases} \theta(t) - \xi Q_j^* & \text{若 } \theta(t) < \bar{p} + \xi Q_j^* \\ \bar{p} & \text{若 } \theta(t) \geq \bar{p} + \xi Q_j^* \end{cases} \quad (7)$$

其中 \bar{p} 为价格上限。对理性的发电商而言, 若给定市场清除价格为 \bar{p} , 由式(4), 则有

$$q_i = \frac{\bar{p} - \phi_i}{\gamma_i}$$

此时, 求式(5)的一阶条件, 则有 $\phi_i^* = \beta_i$ 。结合式(6), 则考虑价格上限情况下, 发电商的均衡电量为

$$q_i^* = \begin{cases} q_i^*(\theta, m_i) & \text{若 } \theta(t) < \bar{p} + \xi Q_j^* \\ \frac{\bar{p} - \beta_i}{\gamma_i} & \text{若 } \begin{cases} \theta(t) \geq \bar{p} + \xi Q_j^* \\ \bar{p} < \beta_i + \gamma_i m_i \end{cases} \\ m_i & \text{若 } \begin{cases} \theta(t) \geq \bar{p} + \xi Q_j^* \\ \bar{p} \geq \beta_i + \gamma_i m_i \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

由式(6)、(7)和(8), 可得到发电商 i 的均衡利润函数 π_{ij}^* , 它显然是分段函数; 若发电商的成本参数和最大发电容量给定, 则其分段区间由 θ ,

\bar{p} 决定。

2 考虑价格上限的寡头发电投资阈值与容量选择模型

由实物期权理论, 发电商 i 投资最大发电量为 m_i 机组的价值函数 V_i 满足^[10]

$$V_i(\theta, m_i) = \pi_i(\theta, m_i) dt + e^{-rdt} E[V_i(\theta, m_i) + dV_i(\theta, m_i)]$$

式中: r 为无风险利率; $\pi_i(\theta, m_i)$ 为发电商 i 的即期利润; $E(\cdot)$ 表示求期望值。运用 Ito 引理展开上式, 则有

$$\frac{\sigma^2 \theta^2}{2} \frac{\partial^2 V_i}{\partial \theta^2} + \omega \theta \frac{\partial V_i}{\partial \theta} - rV_i + \pi_i(\theta, m_i) = 0 \quad (9)$$

求解上述微分方程, 则有

$$V_{ij}(\theta, m_i) = A_{1j}(m_i) \theta^{\lambda_1} + A_{2j}(m_i) \theta^{\lambda_2} + \bar{V}_{ij}(\theta, m_i) \quad (10)$$

式中: $V_{ij}(\theta, m_i)$ 为发电商 i 在子区间 θ_j 上的投资价值; $\bar{V}_{ij}(\theta, m_i)$ 为该子区间的特解; $A_{1j}(m_i)$ 与 $A_{2j}(m_i)$ 是 m_i 的函数, 其中

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} - \frac{\omega}{\sigma^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

显然 λ_1, λ_2 中有一个大于 1, 而另一个小于 0, 不妨记 $\lambda_1 > 1, \lambda_2 < 0$ 。

由文献[10]式(10)的特解 $\bar{V}_{ij}(\theta, m_i)$ 满足

$$\bar{V}_{ij}(\theta, m_i) = E\left[\int_0^\infty \pi_{ij}(\theta, m_i) e^{-rt} dt\right] \quad (11)$$

由上文的分析可知, 由于 $p(t), q_i^*(t)$ 是关于 $\theta(t)$ 的分段函数, 所以式(10)表示的发电商投资价格函数也是分段函数。由实物经典的期权理论, 在断点处 $V_i(\theta, m_i)$ 应该是连续和平滑的, 若上述分界点按从小到大排列, 并依次记为 $\zeta_j (j = 1, 2, \dots, J)$ (其中 J 断点数) 则有

$$\begin{cases} V_i(\zeta_j^-, m_i) = V_i(\zeta_j^+, m_i) \\ \frac{\partial V_i(\zeta_j^-, m_i)}{\partial \theta} = \frac{\partial V_i(\zeta_j^+, m_i)}{\partial \theta} \end{cases} \quad (12)$$

将式(10)代入上式并化简, 则有

$$\begin{cases} A_{1j+1}(m_i) = A_{1j}(m_i) + \frac{\bar{V}_{ij}(\zeta_j) - \bar{V}_{i,j+1}(\zeta_j) - \kappa_{ij}}{\zeta_j^{\lambda_1}} \\ A_{2j+1}(m_i) = A_{2j}(m_i) + \frac{\kappa_{ij}}{\zeta_j^{\lambda_2}} \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\kappa_{i,j}(m_i) = \frac{\lambda_1 [\bar{V}_{i,j+1}(\zeta_j) - \bar{V}_{i,j}(\zeta_j)] + \zeta_j \left[\frac{\partial \bar{V}_j(\theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial \bar{V}_{i,j+1}(\theta)}{\partial \theta} \right]}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

此外,当 $\theta = 0$ 时,显然有

$$V_i(0, m_i) = 0 \tag{14}$$

当 $\theta \rightarrow +\infty$ 时,有

$$\lim_{\theta \rightarrow +\infty} V_i(\theta, m_i) = \bar{V}_{i,j} \tag{15}$$

上式中 $\bar{V}_{i,j}$ 为 θ_j 区间上式(10)的特解. 将式(14)和(15)代入式(13) 则有

$$\begin{cases} A_{1,j}(m_i) = \sum_{s=1}^{j-1} \varphi_{i,s}(m_i) - \sum_{s=1}^{2n} \varphi_{i,s}(m_i) \\ A_{2,j}(m_i) = \sum_{s=1}^{j-1} \frac{\kappa_{i,s}}{\zeta_s^{\lambda_2}} \end{cases} \tag{16}$$

其中, $\varphi_{i,j}(m_i) = \frac{\bar{V}_{i,j}(\zeta_j) - \bar{V}_{i,j+1}(\zeta_j) - \kappa_{i,j}}{\zeta_j^{\lambda_1}}$, $j = 1, 2, \dots, J$.

通过式(16) 则可求得式(10) 中的 $A_{1,j}(m_i)$ 与 $A_{2,j}(m_i)$, 即得发电商 i 的投资价值函数 $V_i(\theta, m_i)$.

由文献[11], 基于古诺博弈思想, 假定发电商 i 是短视的(myopic), 即发电商 i 假定竞争对手在时间 $dt \rightarrow 0$ 内不投资, 则其等待投资的价值 $F_i(\theta, m_i)$ 满足

$$\frac{\sigma^2 \theta^2}{2} \frac{\partial^2 F_i}{\partial \theta^2} + \omega \theta \frac{\partial F_i}{\partial \theta} - r F_i = 0$$

求解上式, 则有

$$F_i(\theta, m_i) = D_i(m_i) \theta^{\lambda_1} \tag{17}$$

式中 $D_i(m_i)$ 为待定的系(函)数, 是 m_i 的函数. 由实物期权理论, 在投资阈值点, 需要满足以下的价值匹配(value-matching) 和光滑粘贴(smooth-pasting) 条件

$$\begin{cases} F(\theta^*, m_i) = V_i(\theta^*, m_i) - I(m_i) \\ \frac{\partial F(\theta^*, m_i)}{\partial \theta} = \frac{\partial [V_i(\theta^*, m_i) - I(m_i)]}{\partial \theta} \end{cases} \tag{18}$$

式中 $I(m_i)$ 为发电商投资额, 是最大发电量 m_i 的单调增函数. 求解上式, 得到发电商 i 的投资阈值 θ_i^* 与最优投资容量 m_i^* 之间的关系表达式. 进一步, 对理性的投资商而言, 有

$$\frac{\partial V_i(\theta, m_i)}{\partial m_i} = \frac{dI(m_i)}{dm_i} \tag{19}$$

联立式(18) 和式(19), 则可得到发电商 i 的投资阈值 θ_i^* 与最优的投资容量 m_i^* .

3 模型数值仿真与分析

假设发电容量投资与最大发电量满足以下函数关系^[10]

$$I(m) = b m^{\zeta} \tag{20}$$

式中: $0 < \zeta \leq 1$; b 为参数 ($b > 0$); I 为投资额, 是最大发电量 m 的函数.

3.1 对称寡头发电投资模型

为简便, 假定所有发电投资商完全一样, 即发电成本、最大投资容量等都一样(此时, 省去所有变量的下标, 下同), 则式(6) 即为

$$q^*(\theta, m) = \begin{cases} 0 & \text{若 } \theta \leq \beta \\ L(n)(\theta - \beta) & \text{若 } \beta + \frac{m}{L} \geq \theta > \beta \\ m & \text{若 } \theta > \beta + \frac{m}{L} \end{cases} \tag{21}$$

其中 $L(n) = \frac{\gamma + (n-1)\xi}{(\gamma + n\xi)^2 - n\xi^2}$.

由式(7) 和(8), 式(21) 和(10), 分以下3种情况进行讨论

1) 当 $\bar{p} < \beta + \gamma m$ 时, 有

$$p = \begin{cases} \theta & \text{若 } 0 < \theta \leq \zeta_1 \\ \theta - nL\xi(\theta - \beta) & \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ \bar{p} & \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases}$$

$$q = \begin{cases} 0 & \text{若 } 0 < \theta \leq \zeta_1 \\ L(\theta - \beta) & \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ \frac{\bar{p} - \beta}{\gamma} & \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases}$$

由式(10) 有

$$V(\theta, \bar{p}) = \begin{cases} A_{1,1}\theta^{\lambda_1} & \text{若 } 0 < \theta \leq \zeta_1 \\ A_{1,2}\theta^{\lambda_1} + A_{2,2}\theta^{\lambda_2} - \frac{\alpha}{\gamma} + f(n) \times \\ \left[\frac{\theta^2}{r-2\omega-\sigma^2} - \frac{2\beta\theta}{r-\omega} + \frac{\beta^2}{r} \right] & \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ A_{2,3}\theta^{\lambda_2} + \frac{\gamma}{r} - \alpha & \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases} \tag{22}$$

其中: $f(n) = [L - (n\xi + 0.5\gamma)L^2]$; $\zeta_1 = \beta$;

$\zeta_2 = \beta + \frac{\bar{p} - \beta}{1 - n\xi L}$; $A_{ij} (i, j = 1, 2)$ 由式(16) 决定. 由式(18) 则有

$$\begin{cases} (\lambda_2 - \lambda_1) A_{2,2} \theta^{\lambda_2} + f(n) \left[\frac{(2 - \lambda_1) \theta^2}{r - 2\omega - \sigma^2} + \frac{2(\lambda_1 - 1)\beta\theta}{r - \omega} \right] = \\ \frac{\lambda_1}{r} [f(n)\beta^2 - \alpha] - \lambda_1 b m^\zeta \quad \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ (\lambda_2 - \lambda_1) A_{2,3} \theta^{\lambda_2} = \lambda_1 \left[\frac{\bar{p} - \beta - \alpha}{r} - b m^\zeta \right] \\ \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases} \quad (23)$$

由式(19) 则有

$$\begin{cases} \frac{\partial A_{1,2}(\bar{p}, m)}{\partial m} \theta^{\lambda_1} = b \zeta m^{\zeta-1} \quad \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ 0 = b \zeta m^{\zeta-1} \quad \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases} \quad (24)$$

显然, 当 $\zeta_2 < \theta < +\infty$ 时, 最优投资阈值 $\theta^* \rightarrow +\infty$, 最优投资容量 $m^* \rightarrow +\infty$. 联立式(23) 和(24), 则可得 $\bar{p} < \beta + \gamma m$ 时, 发电商的最优投资阈值 $\theta^*(\bar{p})$ 和最优容量选择 $m^*(\bar{p})$.

2) 当 $\beta + \gamma m \leq \bar{p} < \beta + (1/L - n\xi)m$ 时, 有

$$p = \begin{cases} \theta & \text{若 } 0 < \theta \leq \zeta_1 \\ \theta - nL\xi(\theta - \beta) & \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ \bar{p} & \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases}$$

$$q = \begin{cases} 0 & \text{若 } 0 < \theta \leq \zeta_1 \\ L(\theta - \beta) & \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ m & \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases}$$

其中: $\zeta_1 = \beta$; $\zeta_2 = \beta + \frac{\bar{p} - \beta}{1 - n\xi L}$. 由式(10) 有

$$V(\theta, m, \bar{p}) = \begin{cases} A_{1,1} \theta^{\lambda_1} & \text{若 } 0 < \theta \leq \zeta_1 \\ A_{1,2} \theta^{\lambda_1} + A_{2,2} \theta^{\lambda_2} - \frac{\alpha}{r} + f(n) \times \\ \left[\frac{\theta^2}{r - 2\omega - \sigma^2} - \frac{2\beta\theta}{r - \omega} + \frac{\beta^2}{r} \right] & \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ A_{2,3} \theta^{\lambda_2} + \frac{(\bar{p} - \beta)m - \gamma m^2 / 2 - \alpha}{r} & \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases} \quad (25)$$

其中 $A_{ij} (i, j = 1, 2)$ 由式(16) 计算可得. 由式(18) 可得

$$\begin{cases} (\lambda_2 - \lambda_1) A_{2,2} \theta^{\lambda_2} + f(n) \left[\frac{(2 - \lambda_1) \theta^2}{r - 2\omega - \sigma^2} + \frac{2(\lambda_1 - 1)\beta\theta}{r - \omega} \right] = \\ \frac{\lambda_1}{r} [f(n)\beta^2 - \alpha] - \lambda_1 b m^\zeta \quad \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ (\lambda_2 - \lambda_1) A_{2,3} \theta^{\lambda_2} = \lambda_1 \left[\frac{(\bar{p} - \beta)m - 0.5\gamma m^2 - \alpha}{r} - b m^\zeta \right] \\ \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases} \quad (26)$$

由式(19) 可得

$$\begin{cases} \frac{\partial A_{1,2}(\bar{p}, m)}{\partial m} \theta^{\lambda_1} = b \zeta m^{\zeta-1} \quad \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ \frac{\partial A_{2,3}(\bar{p}, m)}{\partial m} \theta^{\lambda_2} + \frac{\bar{p} - \beta - \gamma m}{r} = b \zeta m^{\zeta-1} \\ \text{若 } \zeta_2 < \theta < +\infty \end{cases} \quad (27)$$

联立式(26) 和(27), 则可得 $\beta + \gamma m < \bar{p} < \beta + (1/L - n\xi)m$ 条件下的最优投资时间 $\theta^*(\bar{p})$ 与最优投资容量 $m^*(\bar{p})$.

3) 当 $\bar{p} \geq \beta + (1/L - n\xi)m$ 时, 有

$$p = \begin{cases} \theta & \text{若 } 0 < \theta \leq \beta \\ \theta - nL\xi(\theta - \beta) & \text{若 } \beta < \theta \leq \beta + m/L \\ \theta - nm\xi & \text{若 } \beta + m/L < \theta \leq \bar{p} + nm\xi \\ \bar{p} & \text{若 } \bar{p} + nm\xi < \theta < +\infty \end{cases}$$

$$q = \begin{cases} 0 & \text{若 } 0 < \theta \leq \beta \\ L(\theta - \beta) & \text{若 } \beta < \theta \leq \beta + m/L \\ m & \text{若 } \beta + m/L < \theta < +\infty \end{cases}$$

由式(10) 有

$$V(\theta, m, \bar{p}) = \begin{cases} A_{1,1} \theta^{\lambda_1} & \text{若 } 0 < \theta \leq \zeta_1 \\ A_{1,2} \theta^{\lambda_1} + A_{2,2} \theta^{\lambda_2} - \frac{\alpha}{r} + f(n) \times \\ \left[\frac{\theta^2}{r - 2\omega - \sigma^2} - \frac{2\beta\theta}{r - \omega} + \frac{\beta^2}{r} \right] & \text{若 } \zeta_1 < \theta \leq \zeta_2 \\ A_{1,3} \theta^{\lambda_1} + A_{2,3} \theta^{\lambda_2} + \frac{m\theta}{r - \omega} - \\ \frac{n\xi m^2 + \beta m + \gamma m^2 / 2 + \alpha}{r} & \text{若 } \zeta_2 < \theta \leq \zeta_3 \\ A_{2,4} \theta^{\lambda_2} + \frac{(\bar{p} - \beta)m - \gamma m^2 / 2 - \alpha}{r} & \text{若 } \zeta_3 < \theta < +\infty \end{cases} \quad (28)$$

其中: $\zeta_1 = \beta$; $\zeta_2 = \beta + m/L$; $\zeta_3 = \bar{p} + nm\xi$;

$A_{ij} (i = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4)$ 由式(16) 计算可得. 由式(18) 可得

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \lambda_1 b [m^*(\theta)]^\zeta = (\lambda_1 - \lambda_2) A_{2,2} \theta^{\lambda_2} + \frac{\lambda_1}{r} [f_1 \beta^2 - \alpha] - \\
 f(n) \left[\frac{(2 - \lambda_1) \theta^2}{r - 2\omega - \sigma^2} + \frac{2(\lambda_1 - 1) \beta \theta}{r - \omega} \right] \\
 \text{若 } \zeta_1 \leq \theta < \zeta_2 \\
 (\lambda_2 - \lambda_1) A_{2,3}(m) \theta^{\lambda_2} + \frac{(1 - \lambda_1) m \theta}{r - \omega} + \\
 \lambda_1 \frac{n \xi m^2 + \beta m + \gamma m^2 / 2 + \alpha}{r} + \lambda_1 b m^\zeta = 0 \\
 \text{若 } \zeta_2 \leq \theta < \zeta_3 \\
 \theta^*(m) = \left[\frac{\lambda_1 \frac{(\bar{p} - \beta) m - \gamma m^2 / 2 - \alpha - \lambda_1 b m^\zeta}{r}}{(\lambda_2 - \lambda_1) A_{2,4}(\bar{p}, m)} \right]^{1/\lambda_2} \\
 \text{若 } \zeta_3 \leq \theta < +\infty
 \end{array} \right. \quad (29)$$

由式(19) 可得

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \theta^*(m) = \left[\frac{b \zeta m^{\zeta-1}}{\frac{\partial A_{1,2}(\bar{p}, m)}{\partial m}} \right]^{1/\lambda_1} \\
 \text{若 } \zeta_1 \leq \theta < \zeta_2 \\
 \frac{\partial A_{1,3}(\bar{p}, m)}{\partial m} \theta^{\lambda_1} + \frac{\partial A_{2,3}(m)}{\partial m} \theta^{\lambda_2} + \\
 \frac{\theta}{r - \omega} - \frac{2n \xi m + \beta + \gamma m}{r} = b \zeta m^{\zeta-1} \quad (30) \\
 \text{若 } \zeta_2 \leq \theta < \zeta_3 \\
 \theta^*(m) = \left[\frac{b \zeta m^{\zeta-1} - \frac{\bar{p} - \beta - \gamma m}{r}}{\frac{\partial A_{2,4}(\bar{p}, m)}{\partial m}} \right]^{1/\lambda_2} \\
 \text{若 } \zeta_3 \leq \theta < +\infty
 \end{array} \right.$$

联立式(29) 和(30) 则可得 $\bar{p} \geq \beta + (1/L - n\xi) m$ 条件下的最优投资时间 $\theta^*(\bar{p})$ 与最优投资容量 $m^*(\bar{p})$.

由于式(23) 和(24)、式(26) 和(27) 与式(29) 和(30) 都较复杂, 无法得到 $\theta^*(\bar{p})$ 与 $m^*(\bar{p})$ 的解析表达式, 因此下文基于数值仿真对其进行分析.

3.2 对称寡头发电投资阈值与容量选择数值仿真

图1 为参数 $r = 0.06$, $\omega = 0.02$, $\sigma = 0.05$, $\xi = 0.02$, $\alpha = 0$, $\beta = 2$, $\gamma = 0.025$, $m = 50$, $n = 3$, 5 时 $\bar{p} = 2\beta, 5\beta$ 情况下的投资价值曲线.

从图中不难看出: 1) 随发电商数量的增多, 投资价值下降; 2) 随价格上限的递增, 投资价值上升; 3) 投资价值随 θ 的增加先增大, 达到一定数值后保持相对稳定, 且该稳定值与价格上限呈正相关.

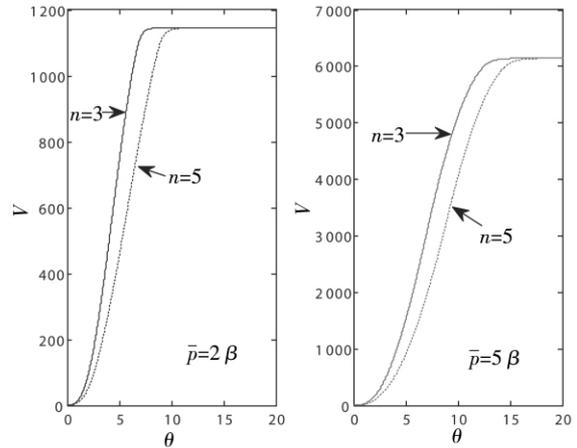


图1 考虑价格上限的投资价值曲线

Fig.1 Investment value curve under price cap

图2 为 $b = 12$, $\zeta = 0.9$ 时 $n = 1, 3$ 情况下的 $\theta^*(\bar{p})$ 曲线; 其中实线为 $n = 1$ 的情况, 虚线为 $n = 3$ 的情况. 从图中可看出: 1) $n = 1, 3$ 情况下的投资阈值曲线都在 $\bar{p} = 2.72$ 附近从无穷大迅速下降, 然后逐步上升, 该曲线与文献[12] 中的结果是基本一致的, 但下降和上升过程略有区别; 2) 当 $2.72 < \bar{p} < 20.4$ 时 $n = 3$ 情况下, 发电商的投资阈值要大于 $n = 1$ 情况下的投资阈值, 即在价格上限较低情况下, 一家发电投资商更有投资积极性; 3) 当 $\bar{p} > 20.4$ 时 $n = 1$ 情况下的投资阈值要高于 $n = 3$ 情况, 即在价格上限较高 $n = 3$ 情况下, 发电投资商会争抢投资机会.

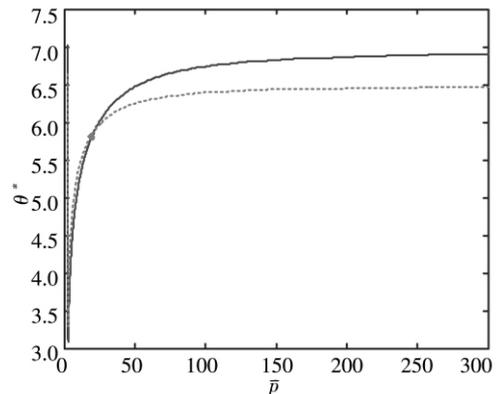


图2 投资阈值随价格上限变化曲线

Fig.2 Investment threshold curve with price cap

进一步研究表明, 上述结果可一般化, 即: 在

价格上限较低时,发电投资商的投资阈值随发电商数量的增多而递增(由于价格上限较低,发电投资商持观望态度,延迟投资);在价格上限较高时,投资阈值随发电投资商数量的增多而递减(出现所谓的“抢滩博弈”).

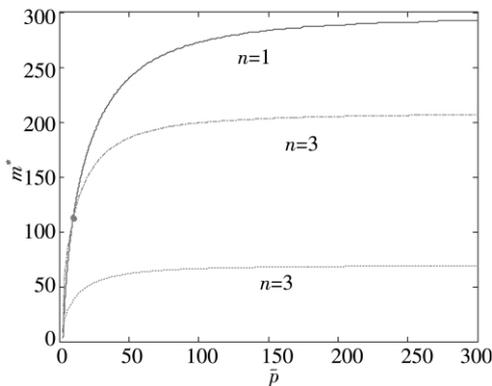


图 3 投资容量随价格上限变化曲线

Fig. 3 Investment capacity curve with price cap

图 3 为与图 2 对应的发电容量投资曲线. 实线为 $n = 1$ 点划线和虚线为 $n = 3$ 的情况, 其中点划线为总的投资容量曲线, 虚线为单个发电投资商的容量投资曲线. 从图中可看出: 1) 单个发电投资商的容量投资和总的发电容量投资都随价格上限的递增而递增; 2) 就单个发电投资商而言 $n = 1$ 情况下的投资比 $n = 3$ 情况下的投资要大; 3) 就总的容量投资而言, 价格上限 $\bar{p} < 9.2$ 时 $n = 3$ 情况下的容量投资要大于 $n = 1$ 情况, 但当 $\bar{p} > 9.2$ 时, 则相反.

进一步研究表明, 上述结果可以推广到 n 为其它取值的情况, 并可得到以下结论: 1) 在价格上限较低时, 总的发电容量投资随发电投资商数量的增多而递增, 而在价格上限较高时, 则相反; 2) 单个发电投资商的最优容量投资随发电商数量的增加而递减, 随价格上限的递增而递增.

3.3 基于数值仿真的最优价格上限与最优发电商数量的讨论

上文假定价格上限给定, 分析发电商的投资阈值与最优投资容量; 但从整个电力市场规制者的角度来看, 还需要考察最优的价格上限 \bar{p}^* 与发电投资商的最优数量 n^* .

图 4 为图 2 ~ 3 的参数水平下, 发电投资商在

投资阈值点发电机组的利用率(负荷)曲线, 其中机组利用率定义为 $\tau^* = q^*(\theta^*, m^*)/m^*$. 图中 $n = 1, 2, 3$ 情况下的负荷曲线与 $\tau = 0.8$ 的水平线分别交于 $\bar{p} = 3.95, \bar{p} = 6.85$ 与 $\bar{p} = 25.65$ 处. 从图中不难看出: 1) 随价格上限的递增, 机组利用率逐渐下降; 2) 机组利用率随发电商数量的递增而提高.

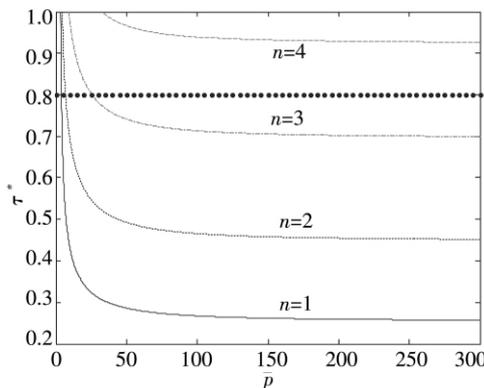


图 4 机组利用率随价格上限的变化曲线

Fig. 4 Loading rate of generating units curve with price cap

由于电力需求的随机性与电能的不可储存特性, 在电力市场实践中, 为确保电力系统运行安全, 电力机组的负荷水平不得超过某一行业标准, 如约定该标准为 $\tau^* = 0.8$, 从图 4 中不难看出: 1) 当 $n = 1$ 时, 其价格上限应大于 3.95, 当 $n = 3$ 时, 其价格上限应大于 25.65; 2) 发电商的数量不得超过 3 家, 否则电力系统的运行安全得不到保障. 显然, 该结果与文献 [12] 的结论是不同的, 其根本原因是文献 [12] 没有考虑投资容量, 而只考虑了投资阈值.

进一步, 不妨考察在上述几种情况下的消费者剩余和生产者剩余以及总的社会福利的情况. 由上文分析可知, 生产者剩余(发电商利润)为 $\pi_i = f(n) [\theta(t) - \beta]^2 - \alpha$. 由经济学原理, 消费者剩余 CS 可表示为 $CS = 0.5n^2 L^2(n) \xi [\theta(t) - \beta]^2$. 不妨考虑从投资阈值点 θ^* 开始 $\rho \sim T$ 时期内的期望贴现生产者剩余和消费者剩余, 其中

$$E \left[\int_0^T (\theta(t) - \beta)^2 e^{-\rho t} dt \right] = \frac{\theta^{*2}}{r - 2\omega - \sigma^2} \left[1 - e^{-(r - 2\omega - \sigma^2)T} \right] - 2\beta \frac{\theta^*}{r - \omega} [1 - e^{-(r - \omega)T}] + \frac{\beta^2}{r} [1 - e^{-rT}]$$

图 5 为 $T = 10$ 时, 贴现生产者剩余与消费者剩余及总社会福利随价格上限变化曲线, 左图

为 $n = 1, 2, 3$ 情况下, 消费者剩余与生产者剩余随价格上限变化曲线, 其中虚线为生产者剩余 (单一发电商的利润), 实线为消费者剩余; 右图为总的社会福利 (消费者剩余 + 所有生产者利润) 曲线.

显然, 消费者剩余和总的社会福利随发电商数量递增而增加, 而生产者剩余则呈相反变化 (生产者剩余向消费者转移). 因此, 如果不考虑发电商的利润的话, 发电商数量越多 (由图 4, $\tau^* = 0.8$ 时 $n^* = 3$ 是最优的), 总的社会福利越大; 如考虑发电商的可持续发展的话, 则需要适当减少发电商的数量 (如发电商的期望贴现利润要大于 300 的话, 则 $n^* < 3$, 即 $n^* = 2$ 是最优的); 但不管发电商的数量 n^* 的取值如何, 从图 5 可看出: 价格上限 $\bar{p} = +\infty$ 总是最优的, 即没有价格上限管制, 对消费者和发电商而言都是最优的.

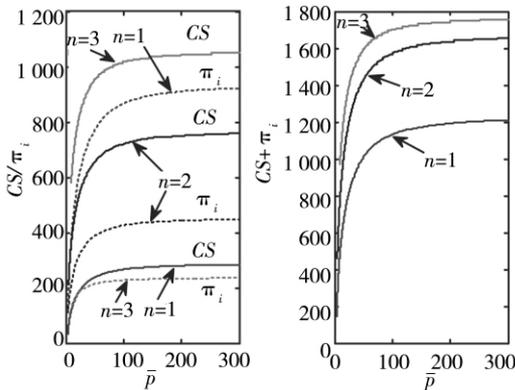


图 5 消费者剩余与生产者剩余随价格上限的变化曲线
Fig. 5 Consumer, producer surplus and social welfare curve with price cap

上述分析结果表明: 1) 价格上限 $\bar{p} = +\infty$ 对发电商和消费者而言, 都是最优的; 2) 从社会福利最大化角度来看, 发电商数量越多越好, 但从发电机组利用率和发电商的利润水平来考虑的话, 发电商数量不宜过多, 过多发电商产生的过度竞争, 将导致电力短缺甚至电力危机. 因此, 对电力市场规制者而言, 选择适中的发电商数量对维持电力市场的健康发展十分关键.

4 结束语

论文假定电力需求服从几何布朗运动^[4], 在

考虑价格上限的寡头发电商均衡报价基础上, 构建发电投资阈值与容量选择模型. 模型的数值仿真表明: 1) 在价格上限较低时, 发电投资商的投资阈值随发电商数量的增多而递增 (由于价格上限较低, 发电投资商持观望态度, 延迟投资); 而在价格上限较高时, 投资阈值随发电投资商数量的增多而递减 (出现所谓的“抢摊博弈”). 2) 在价格上限较低时, 总的发电容量投资随发电投资商数量的增多而递增, 而在价格上限较高时, 总的发电容量投资随发电投资商数量增多而递减; 但单个发电投资商的最优容量投资总随发电商数量的增加而递减, 随价格上限的递增而递增. 3) 价格上限 $\bar{p} = +\infty$ (即没有价格上限) 是最优的, 但选择适中数量的发电投资商, 对电力市场的系统安全和总的社会福利都至关重要: 发电投资商过多, 可能导致电力短缺, 投资商数量过少则可能导致市场效率低下.

显然上述结论在以下几方面对现有文献的研究结论进行了拓展或补充: 1) “价格上限较低时, 会出现投资延迟”, 该结论在一般的期权博弈中没有涉及, 大多类似文献 (如文献 [7]) 的结论是出现“抢摊博弈”. 事实上, 如果价格上限较低, 对理性的发电投资商而言, 延迟投资是最明智的选择; 另一方面, “抢摊博弈”这一结论很难解释为什么成熟电力市场中发电商没有投资积极性的现象. 2) “在价格上限较高时, 总的发电容量投资会随发电商数量的增多而递减”, 该结论可解释为什么过度竞争会导致电力危机 (如美国加州电力危机) 的产生; 3) 分析表明 $\bar{p} = +\infty$ 是最优的, 该结论也有望解释国外某些成熟电力市场价格上限非常高的原因 (如美国 PJM 市场的价格上限达 1 000 美元 / MWh, 而实际成交价格多在 20 ~ 40 美元 / MWh 之间波动).

显然, 上述研究结论在一定程度内可为发电容量市场进入规制 (发电商数量的确定)、电力竞价上限的制定等提供实践性指导. 此外, 式 (18) 和 (19) 组成的寡头发电商容量投资模型, 也适用于非对称发电投资商的情况, 但在数值仿真中, 需要考虑的情况更复杂, 将继续深入探讨这些问题, 预计将对本文的研究结论做进一步的拓展.

参考文献:

- [1] Murphy F H , Smeers Y. Generation capacity expansion in imperfectly competitive restructured electricity markets [J]. *Operations Research* , 2005 , 53(4) : 646 – 661.
- [2] Dixit A K , Pindyck R S. *Investment under Uncertainty* [M]. Princeton: Princeton University Press , 1994.
- [3] Botterud A , Korpas M. A stochastic dynamic model for optimal timing of investments in new generation capacity in restructured power systems [J]. *Electrical Power and Energy Systems* , 2007 , 29(2) : 163 – 174.
- [4] Thor B , Fleten S-E , Juliussen E. Investment timing and optimal capacity choice for small hydropower projects [J]. *European Journal of Operational Research* , 2008 , 190(1) : 255 – 267.
- [5] Wang C H , Min K J. Electric power generation planning for interrelated projects: A real options approach [J]. *IEEE Transactions on Engineering Management* , 2006 , 53(2) : 312 – 322.
- [6] 臧宝锋, 胡汉辉, 庄伟钢. 双重随机不确定条件下的一次性容量扩展投资[J]. *管理科学学报* , 2007 , 10(3) : 37 – 43.
Zang Baofeng , Hu Hanhui , Zhuang Weigang. Lumpy capacity expansion investment decision under bistochastic uncertainties [J]. *Journal of management sciences in China* , 2007 , 10(3) : 37 – 43. (in Chinese)
- [7] Grenadier S R. Option exercise games: An application to the equilibrium investment strategies of firms [J]. *The Review of Financial Studies* , 2002 , 15(3) : 691 – 721.
- [8] 许 诺, 文福拴, 黄民翔. 基于期权博弈理论的发电投资决策[J]. *电力系统自动化* , 2007 , 31(14) : 25 – 30.
Xu Nuo , Wen Fushuan , Huang Minxiang , An option-game based approach for generation investment decision-making [J]. *Automation of Electric Power Systems* , 2007 , 31(14) : 25 – 30. (in Chinese)
- [9] Bouis R , Huisman K J M , Kort P M. Investment in oligopoly under uncertainty: The accordion effect [J]. *International Journal of Industrial Organization* , 2009 , 27(2) : 320 – 331.
- [10] Dangl T. Investment and capacity choice under uncertain demand [J]. *European Journal of Operational Research* , 1999 , 117(3) : 415 – 428.
- [11] Aguerrevere F L. Equilibrium investment strategies and output price behavior a real-options approach [J]. *The Review of Financial Studies* , 2003 , 16(3) : 1239 – 1272.
- [12] Roques F A , Sawa N. Investment under uncertainty with price ceilings in oligopolies [J]. *Journal of Economic Dynamics & Control* , 2009 , 33(2) : 507 – 524.

Investment threshold and capacity choice with price cap in oligopoly electric power market

ZHANG Xin-hua^{1 2} , YE Ze¹ , LAI Ming-yong² , TAN Yuan-yuan¹

1. School of Economic and Management , Changsha University of Science and Technology , Changsha 410114 , China;

2. School of Economic and Trade , Hunan University , Changsha 410079 , China

Abstract: Either excess or shortage of generation power capacity investment will lead to huge economic and social losses. In the paper , bidding strategies of power producers in the oligopoly power market , are analysed , and investment threshold and capacity choice with price under uncertain demand cap was modeled , using real option and game theory. Numerical simulation were used to analyse the optimal investment threshold and capacity choice of investors , optimal price cap , and the number of producers. The results indicate: 1) when the price cap is lower , power producers will postpone their investment , but total equilibrium capacity be decreasing with the number of power investors the opposite case is true when the price cap is high. 2) optimal price cap is infinite , and the number of power investors is key to the sustainable development of electric power industry.

Key words: capacity investment; price cap; game theory; real option; power market