第 15 卷第 9 期
2012 年 9 月
管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA
Vol. 15 No. 9
Sep. 2012

基于秩依期望效用理论的鹰鸽博弈均衡解分析①

龚日朝[1,2]
(1. 湖南科技大学商学院，湘潭 411201; 2. 湖南省产业经济研究基地，湘潭 411201)

摘要: 运用秩依期望效用理论研究鹰鸽博弈模型，在考虑局中人带有情绪因素的条件下研究博弈均衡解的存在性条件以及局中人情绪因素对均衡解的影响规律. 研究发现: 局中人情绪因素虽然不影响纯战略意义下的博弈均衡解，但对混合战略纳什均衡解存在非常大的影响. 如果博弈双方争夺的利益大于双方同时采取“鹰”策略时的总成本，则无论局中人情绪如何，博弈不存在混合战略均衡; 如果博弈双方争夺的利益小于双方同时采取“鹰”策略时的总成本，则当局中人同为悲观情绪且情绪指数的倒数之和小于等于 1 时，博弈不存在混合战略均衡解; 否则，混合战略均衡解存在. 特别地，如果博弈双方争夺的利益等于双方同时采取“鹰”策略时的总成本，则无论局中人情绪如何，存在且有无数个混合战略均衡. 此外，在混合战略均衡存在的条件下，各自的混合均衡战略是分别关于自身或对方情绪指数的单调函数.

关键词: 秩依期望效用; 鹰鸽博弈; 情绪函数

中图分类号: C934　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 1007 - 9807(2012)09 - 0035 - 11

0 引 言

鹰鸽博弈是研究人类社会和动物世界中普遍存在的竞争和冲突等现象的经典博弈. 在传统博弈分析中，鹰鸽博弈的 Nash 均衡是在局中人完全理性的假设下由支付函数决定的. 然而，由于局中人完全理性的假设与现实不符，因此，得到的结论常常令人困惑. 对此，Crowley[1] 和谢识予[2] 对早期研究成果进行了概述和评论. 自从 Smith 和 Price[3] 提出博弈局中人有限理性下的演化稳定策略(ESS)概念与分析框架后，很多学者开始运用该理论对鹰鸽博弈问题进行了研究. 如 Cressman[4] 在有限理性复制动态和进化演进博弈的分析框架下研究了鹰鸽博弈稳定的进化策略解(ESS); 王斌等[5] 对鹰鸽博弈进行了量子分析; 刘伟兵和王先甲[6] 将神经网络引入演化博弈模型对鹰鸽博弈的策略调整过程进行了研究. 目前，鹰鸽博弈问题的研究已经从完全理性分析框架发展到了有限理性分析框架，但在刻画局中人的支付函数方面，基本上还没有突破由 Von Neumann 和 Morgestern[7] 所建立的期望效用理论(EU 理论)范式，因此，得到的结论依然存在很多困惑. 究其主要原因有二: 一是 EU 理论建立的公理体系存在缺陷，如 EU 理论中的独立性公理，Machina[8-9] 与其他很多学者都通过反例或实验方法发现了大量违反其独立性公理的证据，如 Allais 悖论、Ellsberb 悖论和共同比例效用(common ratio effect)等. 二是效用函数是用来描述确定性价值给经济人带来的满足程度的工具，它本身没有包含反映不确定性的任何因素，如果完全用它来反映经济人在不确定性条件下的风险态度(如: 悲观或乐观态度)及其程度，显然很牵强. 因此，很多学者

① 收稿日期: 2010 - 09 - 25; 修订日期: 2011 - 03 - 21.
基金项目: 国家社会科学基金资助项目(09BTJ012); 教育部人文社科规划基金资助项目(07JA790084); 湖南省科技计划重点资助项目(2008ZK2002); 湖南省社会科学基金资助项目(08YBB278); 湖南省高校科技创新团队支持计划资助项目.
作者简介: 龚日朝(1966—)，男，湖南安化人，博士，教授. Email: grzh661205@163.com

一直在寻求解决办法. Quiggin[10] 提出了秩依期望效用理论(rank-dependented utility theory,简称 RDEU 理论). 该理论通过引入可以刻画经济人在不确定性条件下的风险态度和程度的非线性函数构建决策权重,在 EU 理论模型的基础上建构了秩依期望效用模型,既包含了 EU 理论模型又克服了 EU 理论模型的局限性. 根据这一理论,熊国强和陈爱娟[11] 对鹰鸽博弈问题进行了研究,但笔者发现他们对 RDEU 理论的理解存在偏差,出现了值得商榷的地方.

本文首先运用 RDEU 理论刻画鹰鸽博弈局中人的支付函数,建立 RDEU 理论下的两类鹰鸽博弈模型. 然后分别研究鹰鸽博弈纳什均衡解存在性条件,并在具体的鹰鸽博弈支付矩阵下,计算不同情绪类型的局中人博弈的 Nash 均衡解结果. 将 RDEU 理论用于刻画博弈的局中人的支付函数,既包含又拓展了传统博弈模型支付函数的表示形式,从理论上证明了在不确定性条件下决策者的风险态度和程度对均衡解存在性具有重要的影响. 同时,在解决人类社会普遍存在的竞争和冲突等过程中,对如何选择参与博弈的局中人,具有非常重要的现实指导意义.

1 秩依期望效用理论模型

RDEU 理论是 Quiggin[10] 采用将效用曲线显示在概率三角形中的方法进行直观分析,探究 EU 理论局限性的根源并对其进行修正而提出的. 他发现 EU 理论局限性的根源是“存在 EU 效用曲线是一族平行曲线”现象,称为“无差异曲线发散”现象②. 于是,通过对无差异曲线发散现象进行修正,就提出了这一理论. 该理论得到了大量的实验、实证和许多学者的支持,被证明是既包含 EU 理论又克服了 EU 理论局限性的成功理论. 下面简要介绍这一理论,至于该理论的直观解释,请参阅文献[12].

定义 1 如果随机变量 X 取值于集合 $\{x_i, i = 1,2,\cdots,n\}$,规定 $x_1 > x_2 > \cdots > x_n$,且服从概率分布

$$\Pr\{X = x_i\} = p_i,\ i = 1,2,\cdots,n$$

满足 $p_i \geqslant 0$,$p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$,则对于 x_i 定义其秩位(ranking position,简记为 RP_i)为

$$RP_i = \Pr\{X \leqslant x_i\} = p_i + p_{i+1} + \cdots + p_n,\quad i = 1,2,\cdots,n \tag{1}$$

在投资决策中,如果投资者开展投资所获得的产出是随机变量 X,满足定义 1 的条件,则称 $\{p_1, x_1; p_2, x_2; \cdots; p_n, x_n\}$ 为风险决策结构. 直观上,x_i 的秩位越高,代表不超过它的产出发生的概率就越大,说明在决策过程中 x_i 的“地位”越高(详情请参见文献[12]).

定义 2 在风险决策结构 $\{p_1, x_1; p_2, x_2; \cdots; p_n, x_n\}$ 下,如果投资者的效用函数为 $u(x)$,则定义秩依期望效用模型为

$$V(X,u,\pi) = \sum_{i=1}^{n} \pi(x_i)\, u(x_i) \tag{2}$$

其中,$\pi(x_i)$ 表示对产出 x_i 的决策权重,定义为

$$\pi(x_i) \equiv \omega(p_i + 1 - RP_i) - \omega(1 - RP_i),\quad i = 1,2,3,\cdots,n \tag{3}$$

这里 $\omega(\cdot)$ 是一个满足 $\omega(0) = 0$,$\omega(1) = 1$ 的单调递增函数.

根据式(3)的定义,Diecidue 和 Wakker[12] 给出了如下命题.

命题 1 $\pi(x_i)$ 关于秩位 RP_i 是单调递减的,当且仅当 ω 是凸函数;而其关于秩位 RP_i 是单调递增的,当且仅当 ω 是凹函数③.

此外,秩依期望效用模型能描述期望效用理论范围之外的一种现象[12]:如果决策者是“悲观”的,则随着产出 x_i 的秩位提高,决策权重 $\pi(x_i)$ 越小. 相反,如果决策者是“乐观”的,则随着产出 x_i 的秩位的提高,决策权重 $\pi(x_i)$ 越大. 于是,结合命题 1 可以看出定义 2 中函数 $\omega(\cdot)$ 可以刻画决策者的情绪因素,即凸函数 $\omega(\cdot)$ 刻画着决策者的“悲观”情绪,凹函数 $\omega(\cdot)$ 刻画着决策者的“乐观”情绪. 因此,本文将 $\omega(\cdot)$ 称之为情绪函数. 根据定义 2,决策权重 $\pi(x_i)$ 不仅依赖产出

② 根据文献[1]中的阐述,Chew、Camerer 以及 Prelec 等都验证了这一结论.

③ $\omega(\cdot)$ 是凸函数,就是其二阶导数 $\omega'' > 0$,$\omega(\cdot)$ 是凹函数,就是其二阶导数 $\omega'' < 0$.

x_i 的概率 p_i，而且依赖于 x_i 的秩位 RP_i，也至多只依赖于这两个指标. 这一思想假设正是在风险决策条件下秩依期望效用理论的精髓之处. 如果 $\pi(x_i) \equiv p_i$，对应 $\omega(x) \equiv x$，表示决策者既不悲观也不乐观，则模型就退化为 EU 模型，即式(2)变为

$$V = \sum_{i=1}^{n} p_i u(x_i)$$

定义 3　决策者满足 RDEU 决策模型是指，他们的偏好序"$>$"可以由效用函数 $u(\cdot)$ 和权重函数 $\pi(\cdot)$ 定义的实值函数 V 来表示，即对随机变量 X,Y，有

$$X > Y \Leftrightarrow V(X,u,\pi) > V(Y,u,\pi)$$

其中 V 是由模型(2)定义的秩依期望效用.

2　秩依期望效用理论下的鹰鸽博弈模型

经典的鹰鸽博弈为两人、两策略博弈，即两人具有"鹰"和"鸽"两个策略的博弈. 通常用表 1 进行刻画其支付矩阵，其中 $v > 0$ 表示博弈双方争夺的利益(可以是经济利益、政治利益或军事利益，也可以是动物的食物或领地等). 如果双方都采取"鸽"战略，则平均分享利益; 如果一方采取"鸽"战略而另一方采取"鹰"战略，则采取"鹰"战略的一方获得全部利益. c 表示双方都采取"鹰"战略所付出的总成本，如果双方都采取"鹰"战略，则都要付出 $c/2$ 的代价.

表 1　鹰鸽博弈支付矩阵

Table 1 The payoff matrix of Hawk-Dove game

		局中人 2	
		鸽	鹰
局中人 1	鸽	$\frac{v}{2},\frac{v}{2}$	$0,v$
	鹰	$v,0$	$\frac{v-c}{2},\frac{v-c}{2}$

假设博弈局中人都采取混合战略，局中人 1 选择"鸽"策略的概率为 $p \in [0,1]$，选择"鹰"策略的概率为 $1-p$; 局中人 2 选择"鸽"策略的概率为 $q \in [0,1]$，选择"鹰"策略的概率为 $1-q$，则可建立混合战略意义下的博弈模型. 众所周知，在传统的博弈分析框架和方法下，该博弈的 Nash 均衡取决于 v 和 c 的大小，且有如下结论.

命题 2　1) 当 $v > c$ 时，博弈只存在唯一 Nash 均衡解{鹰，鹰};

2) 当 $v = c$ 时，博弈存在 3 个纯战略 Nash 均衡解: {鸽，鹰}、{鹰，鸽} 和{鹰，鹰}.

3) 当 $v < c$ 时，博弈存在两个纯战略 Nash 均衡解: {鸽，鹰} 和{鹰，鸽} 和一个混合战略 Nash 均衡解 $\{p^*, q^*\} = \{1-v/c, 1-v/c\}$.

显然，命题 2 的结论是在假设博弈局中人双方不带任何情绪因素的条件下所得出的，那么人们自然会问: 博弈局中的情绪会影响博弈的 Nash 均衡解吗? 如果影响，按照什么样的机理影响，有何规律呢? 命题 2 是无法解答这些问题的. 为此，本文假设局中人 1 和 2 的效用函数均为 $u_1(x) \equiv u_2(x) \equiv x$，并将决策者情绪因素纳入分析框架，以 $\omega_i(\cdot)$ 表示局中人 i 的情绪函数，且假设 $\omega_i(x) = x^{r_i}$，$r_i > 0$，$i = 1, 2$(称 r_i 为局中人 i 的情绪指数)④，依据秩依期望效用理论，建立新的博弈模型进行分析，回答所提出的疑惑.

模型 1　$v \geqslant c$ 条件下的鹰鸽博弈 RDEU 模型

根据表 1 鹰鸽博弈支付矩阵，如果 $v > c > 0$，则每个局中人具有 4 种可能收益. 根据 RDEU 理论，局中人 1 获得相应收益时的概率分布律、相应收益的秩位以及决策权重如表 2.

表 2　局中人 1 收益值对应的概率分布、秩位及决策权重

Table 2 Probability distribution, rank position and descion weights of playor 1

局中人收益 x_i	概率 p_i	秩位 RP_i	决策权重 $\pi(x_i)$
v	$(1-p)q$	1	$\omega_1(1-p)q$
$v/2$	pq	$1-q+pq$	$\omega_1 q - \omega_1(1-p)q$
$(v-c)/2$	$(1-p)(1-q)$	$1-q$	$\omega_1(1-p+pq) - \omega_1 q$
0	$p(1-q)$	$p(1-q)$	$1-\omega_1(1-p+pq)$

④　如果 $r > 1$，则称之为"悲观"情绪函数，r 称为"悲观"指数; 如果 $0 < r < 1$，则称之为"乐观"情绪函数，r 称为"乐观"指数; 如果 $r = 1$，则称之为无情绪函数，r 称为无情绪指数.

于是，根据定义 2 中式(2)，局中人 1 所对应的秩依效用函数为⑤

$$V_1(p,q) = \frac{v}{2}[(1-p)q]^{r_1} + \frac{c}{2}q^{r_1} + \frac{v-c}{2}(1-p+pq)^{r_1} \tag{4}$$

根据局中人的对称性，同理可得局中人 2 所对应的秩依效用函数为

$$V_2(p,q) = \frac{v}{2}[(1-q)p]^{r_2} + \frac{c}{2}p^{r_2} + \frac{v-c}{2}(1-q+pq)^{r_2} \tag{5}$$

特别地，如果 $v = c$，同理可得局中人 1 和 2 所对应的秩依效用函数

$$V_1(p,q) = \frac{v}{2}[(1-p)q]^{r_1} + \frac{v}{2}q^{r_1} \tag{6}$$

$$V_2(p,q) = \frac{v}{2}[(1-q)p]^{r_2} + \frac{v}{2}q^{r_2} \tag{7}$$

模型 2 $v < c$ 条件下的鹰鸽博弈 RDEU 模型

对于这种情形的分析思路和方法与模型 1 完全类似，唯一差别只是由于 $(v-c)/2 < 0$，只须将表 2 中局中人可能获得的效益 $(v-c)/2$ 和 0 的顺序交换. 于是，局中人 1 和 2 所对应的秩依效用函数为

$$V_1(p,q) = \frac{v}{2}[(1-p)q]^{r_1} + \frac{v}{2}q^{r_1} + \frac{v-c}{2}\{1-[q+p(1-q)]^{r_1}\} \tag{8}$$

$$V_2(p,q) = \frac{v}{2}[(1-q)p]^{r_2} + \frac{v}{2}p^{r_2} + \frac{v-c}{2}\{1-[p+q(1-p)]^{r_2}\} \tag{9}$$

到此，建立了鹰鸽博弈问题的秩依期望效应博弈模型，记为 $RDU-G(S_1,S_2;V_1,V_2)$，其中 S_i 是局中人 i 的混合战略集，V_i 是局中人 i 的秩依期望效应支付函数. 类似于经典博弈模型混合战略下 Nash 均衡定义，本文给出如下定义.

定义 4 秩依期望效应理论下的鹰鸽博弈模型 $RDU-G(S_1,S_2;V_1,V_2)$，如果存在混合战略组合 $\{(p^*,1-p^*)(q^*,1-q^*)\}$，(简记为 $\{p^*,q^*\}$)，使得下面两不等式同时成立，即

$$V_1(p^*,q^*) \geqslant V_1(p,q^*), \ \forall p \in [0,1], \ p \neq p^*,$$

$$V_2(p^*,q^*) \geqslant V_2(p^*,q), \ \forall q \in [0,1], \ q \neq q^*.$$

则称 $\{p^*,q^*\}$ 为 $RDU-G(S_1,S_2;V_1,V_2)$ 的混合战略 Nash 均衡. 为了区分起见，规定如果 p^*,q^* 同时取值于集合 $\{0,1\}$，则称 $\{p^*,q^*\}$ 为纯战略 Nash 均衡，否则，称为混合战略 Nash 均衡.

3 鹰鸽博弈 Nash 均衡存在性

3.1 $v \geqslant c$ 条件下鹰鸽博弈 Nash 均衡的存在性

当 $v > c$ 时，运用均衡求解的一般方法，根据秩依期望效用支付函数(4)和(5)，分别对 p,q 求偏导，得到

$$\frac{\partial V_1(p,q)}{\partial p} = -r_1\left\{\frac{v}{2}q[(1-p)q]^{r_1-1} + \frac{v-c}{2}(1-p+pq)^{r_1-1}(1-q)\right\}.$$

$$\frac{\partial V_2(p,q)}{\partial q} = -r_2\left\{\frac{v}{2}p[(1-q)p]^{r_2-1} + \frac{v-c}{2}(1-q+pq)^{r_2-1}(1-p)\right\}.$$

显然，不论博弈局中人的情绪指数如何，同时恒有 $\frac{\partial V_1(p,q)}{\partial p} < 0$ 和 $\frac{\partial V_2(p,q)}{\partial q} < 0$. 说明两个局

⑤ 熊国强和陈爱娟[10] 根据 RDEU 决策模型得出的局中人的期望支付函数是(以局中人 1 为例)

$$U_1(p,q,\omega) = (p^{r_1}, 1-p^{r_1})\begin{bmatrix} v/2 & 0 \\ v & (v-c)/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q^{r_2} \\ 1-q^{r_2} \end{bmatrix}$$

这显然是错误的. 他们错误的根源是认为只有 2 个产出值，从而将权重函数 $\pi(x_i)$ 定义为 $W_i(p) \equiv \omega(p) = p^{r_1}$. 事实上，至少有 3 个(当 $v = c$)或者 4 个产出值. 当然，如果情绪指数 $r_i = 1$，则 $\omega_i(\alpha) = \alpha$，表示决策人没有情绪因素影响自己的行为. 于是，决策权重函数为 $\pi(x_i) = p_i$，相应地，不论是 $c < v$ 还是 $c \geqslant v$，式(4)—式(7)所表示的正好就是博弈局中人采取混合策略下的期望效应支付函数，在这种情形下熊国强和陈爱娟的结论才成立.

中人的支付函数都是关于取“鸽”策略的概率 p（或 q）的单调递减函数. 因此，混合战略 Nash 均衡必然是 $\{p^*, q^*\} = \{0,0\}$，也就是纯战略意义下的｛鹰，鹰｝战略 Nash 均衡.

定理 1　对于博弈模型 $RDU-G(S_1, S_2; V_1, V_2)$，如果博弈双方争夺的利益大于双方同时采取“鹰”策略时的总成本，即 $v > c > 0$，则无论局中人属于何种类型的情绪，博弈只存在唯一纯战略 Nash 均衡｛鹰，鹰｝，不存在混合战略 Nash 均衡.

这一结论直观上也是显然的. 因为局中人通过较小的成本（或代价）可以获得较大的利益，所以，不论是什么情绪，采取“鸽”策略都是不明智的. 特别地，当 $v = c$ 时，根据效用函数（6）和（7），无论两局中人的情绪如何，可以得出两局中人的混合战略反应函数分别为

$$p = \begin{cases} [0,1], & q = 0 \\ 0, & q \in (0,1] \end{cases}, \quad q = \begin{cases} [0,1], & p = 0 \\ 0, & p \in (0,1] \end{cases}$$

据此，可以得出 $\{p^*, q^*\} = \{0, q\}$，$\forall q \in [0,1]$ 和 $\{p^*, q^*\} = \{p, 0\}$，$\forall p \in [0,1]$ 都是混合战略 Nash 均衡. 显然，其中包括了命题 2 中 2）的结论. 至于这种特殊情形，在现实中基本上不存在，本文不进行深入的讨论.

3.2　$v < c$ 条件下鹰鸽博弈 Nash 均衡的存在性

根据模型 2 的效用函数式（6），如果局中人 2 选择鸽的概率 $q = 0$，则局中人 1 的秩依期望效用函数为 $V_1(p,0) = \frac{v-c}{2}(1-p^{r_1})$. 由于 $v < c$，显然局中人 1 的最优反应选择是 $p = 1$. 如果局中人 2 选择鸽的概率 $q = 1$，则局中人 1 的秩依期望效用函数为 $V_1(p,1) = \frac{v}{2}(1-p)^{r_1} + \frac{v}{2}$，显然局中人 1 的最优反应选择是 $p = 0$. 同理，对于局中人 2 关于局中人 1 的这种极端反应也一样. 于是，可以得出如下的结论.

定理 2　对于博弈模型 $RDU-G(S_1, S_2; V_1, V_2)$，如果博弈双方争夺的总利益小于双方同时采取“鹰”策略时的总成本，即 $0 < v < c$，则无论局中人属于哪种情绪类型，则总存在两个纯战略 Nash 均衡｛鸽，鹰｝和｛鹰，鸽｝.

这一理论结果，正好说明了现实生活中，无论是何种情绪类型的理性人，在面对一些小利益冲突时，绝大部分人都能礼让的这一现象. 下面只讨论模型 2 的混合战略 Nash 均衡解存在性问题. 根据秩依期望效用支付函数式（8）和式（9），分别关于 p, q 求偏导得到

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V_1(p,q)}{\partial p} = -r_1\left\{\dfrac{v}{2}q\,[(1-p)q]^{r_1-1} + \dfrac{v-c}{2}[q+p(1-q)]^{r_1-1}(1-q)\right\} \\ \dfrac{\partial V_2(p,q)}{\partial q} = -r_2\left\{\dfrac{v}{2}p\,[(1-q)p]^{r_2-1} + \dfrac{v-c}{2}[p+q(1-p)]^{r_2-1}(1-p)\right\} \end{cases} \tag{10}$$

令上述偏导同时为 0，得到方程组

$$\begin{cases} vq\,[(1-p)q]^{r_1-1} + (v-c) \times [q+p(1-q)]^{r_1-1}(1-q) = 0 \\ vp\,[(1-q)p]^{r_2-1} + (v-c) \times [p+q(1-p)]^{r_2-1}(1-p) = 0 \end{cases} \tag{11}$$

理论上，Nash 均衡解的存在决定于该方程组解的存在性. 然而，这是一个超越方程组，求解这一方程组是很困难的. 下面分情形从理论上讨论模型 2 的混合战略 Nash 均衡解的存在性.

3.2.1　局中人至少 1 人不带情绪的情形

由于对称性，不妨假设 $r_1 = 1$，即局中人 1 不带情绪. 根据式（11）第 1 个方程，立即得到 $q^* = (c-v)/c$，将它代入式（11）的第 2 个方程，得到如下非线性方程

$$vp\left(\frac{v}{c}p\right)^{r_2-1} = (c-v)\left(1-\frac{v}{c}+\frac{v}{c}p\right)^{r_2-1}(1-p) \tag{12}$$

如果这一方程存在可行解 $p^* = p^*(r_2)$，则说明博弈的混合战略 Nash 均衡解存在. 事实上，这一方程的解是存在的，有如下引理做保证.

引理 1　对给定的常数 $0 < v < c$，$r_2 > 0$，式（12）在 $p \in (0,1)$ 内存在唯一的实根 $p^* = p^*(r_2)$，且函数 $p^*(r_2)$ 是单调递增的凹函数.

证明 令 $A \equiv \frac{c}{v} - 1 > 0$，式(12)可变为显示函数

$$r_2 = \frac{\ln(A+p) - \ln(1-p) - \ln A}{\ln(A+p) - \ln p} \tag{13}$$

这是 $p = p^*(r_2)$，$r_2 > 0$ 的反函数. 很容易证明对任意的参数 $A > 0$，$r_2(p)$ 是一单调递增函数. 事实上恒成立

$$\frac{\mathrm{d}r_2(p)}{\mathrm{d}p} = \frac{p(A+1)[\ln(A+p) - \ln p] + A(1-p)[\ln(A+p) - \ln(1-p) - \ln A]}{p(1-p)(A+p)}\left(\ln\frac{A+p}{p}\right)^{-2} > 0$$

而且还可以证明 $\frac{\mathrm{d}^2 r_2}{\mathrm{d}p^2} < 0$，说明函数式(13)是严格单调递增的凸函数. 于是，根据反函数的性质，$p^*(r_2)$ 是单调递增的凹函数. 这就证明了方程存在唯一解，而且易知 $p^*(1) = 1 - v/c$.

于是，概括以上分析，得到如下定理.

定理3 对于鹰鸽博弈模型 $RDU - G(S_1, S_2; V_1, V_2)$，如果博弈的总利益小于双方同时采取“鹰”策略所需要的总成本，即 $0 < v < c$，且至少有 1 人不带情绪，则

1）如果情绪指数 $r_1 = 1$，则博弈存在唯一混合策略 Nash 均衡解 $\{p^*, q^*\} = \{p^*(r_2), 1 - vc^{-1}\}$，其中 $p^*(r_2)$ 是方程(12)的解，且关于 r_2 单调递增. 特别地，如果 $r_2 > 1$，则 $p^*(r_2) > 1 - vc^{-1}$；如果 $r_2 < 1$，则 $0 < p^*(r_2) < 1 - vc^{-1}$.

2）如果情绪指数 $r_2 = 1$，则博弈存在唯一混合策略 Nash 均衡解 $\{p^*, q^*\} = \{1 - vc^{-1}, q^*(r_2)\}$，其中 $q^*(r_1)$ 是如下方程的解

$$vq\left(\frac{v}{c}q\right)^{r_1-1} = (c-v)\left(1 - \frac{v}{c} + \frac{v}{c}q\right)^{r_1-1}(1-q) \tag{14}$$

而且 $q^*(r_1)$ 关于 r_1 单调递增. 特别地，如果 $r_1 > 1$，则 $q^*(r_1) > 1 - vc^{-1}$；如果 $r_1 < 1$，则 $0 < q^*(r_1) < 1 - vc^{-1}$.

该定理包括了两局中人都不带情绪，即 $r_1 = 1$，$r_2 = 1$ 时的结果，也就是经典鹰鸽博弈的传统分析结论.

3.2.2 两局中人都带有情绪的情形

当 $r_1 \neq 1$，$r_2 \neq 1$ 时，根据式(11)，可得到如下方程组

$$\begin{cases} \left(\frac{v}{c-v}\right)^{\frac{1}{r_1-1}}\left(\frac{q^{r_1}}{1-q}\right)^{\frac{1}{r_1-1}}(1-p) = q + p(1-q) \\ \left(\frac{v}{c-v}\right)^{\frac{1}{r_2-1}}\left(\frac{p^{r_2}}{1-p}\right)^{\frac{1}{r_2-1}}(1-q) = p + q(1-p) \end{cases} \tag{15}$$

由此，得到方程

$$\left(\frac{c}{v}-1\right)\left(\frac{1}{q}-1\right) = \left[\left(\frac{c}{v}-1\right)\left(\frac{1}{p}-1\right)\right]^{\frac{r_2(r_1-1)}{r_1(r_2-1)}}$$

令

$$\left.\begin{aligned} y &\equiv \left(\frac{c}{v}-1\right)\left(\frac{1}{q}-1\right) \\ x &\equiv \left(\frac{c}{v}-1\right)\left(\frac{1}{p}-1\right) \\ \alpha &\equiv \frac{r_2(r_1-1)}{r_1(r_2-1)} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

则上述方程变为幂函数

$$y = x^{\alpha},\ x \geqslant 0 \tag{17}$$

另外，根据方程组式(15)的第 2 个方程，并令 $\beta \equiv \frac{1}{1-r_2}$，(由于 $r_2 > 0$，$r_2 \neq 1$，因此，$\beta > 1$ 或 $\beta < 0$)，$A \equiv \frac{c}{v} - 1 > 0$，可得

$$y = \frac{x + A}{x^{\beta} - 1} \tag{18}$$

于是，可得到如下命题.

命题3 当两局中人都带有情绪，即 $r_1 \neq 1$，$r_2 \neq 1$ 时，方程组式(15)存在解的充分必要条件是幂函数(17)和函数(18)在直角坐标系第一象限 $x \geqslant 0$，$y \geqslant 0$ 内曲线存在交点，或方程

$$x^{\alpha+\beta} - x^{\alpha} - x - A = 0 \tag{19}$$

在区间$(0, \infty)$内存在零点.

为此，先讨论函数(18)的性质.

引理2 对于参数 $\beta > 1$ 或 $\beta < 0$，$A > 0$，函数(18)具有如下性质:

1）如果 $\beta > 1$，则函数为定义在开区间$(1, \infty)$上的严格单调递减凸函数，且满足

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{\mathrm{d}y(x)}{\mathrm{d}x} = -\infty,\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{d}y(x)}{\mathrm{d}x} = 0;$$

$$\lim_{x\to 1^+} y(x) = +\infty,\ \lim_{x\to+\infty} y(x) = 0$$

2) 如果 $\beta < 0$,则函数为定义在开区间$(0,1)$上的严格单调递增函数,且满足

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{\mathrm{d}y(x)}{\mathrm{d}x} = +\infty,$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\mathrm{d}y(x)}{\mathrm{d}x} = \begin{cases} +\infty, & -1 < \beta < 0 \\ A, & \beta = -1 \\ 0, & \beta < -1 \end{cases},$$

$$\lim_{x\to 0^+} y(x) = 0, \lim_{x\to 1^-} y(x) = +\infty$$

特别地,当 $-1 < \beta < 0$ 时,存在 $x_0 \in (0,1)$ 使得函数在开区间$(0,x_0)$内是凹函数,而在开区间$(x_0,1)$内是凸函数; 当 $\beta \leqslant -1$,函数为凸函数.

由于篇幅限制,该引理的证明省略. 函数的图形特征见图1. 于是,根据引理2 和幂函数的性质,可得到如下两函数之间的关系.

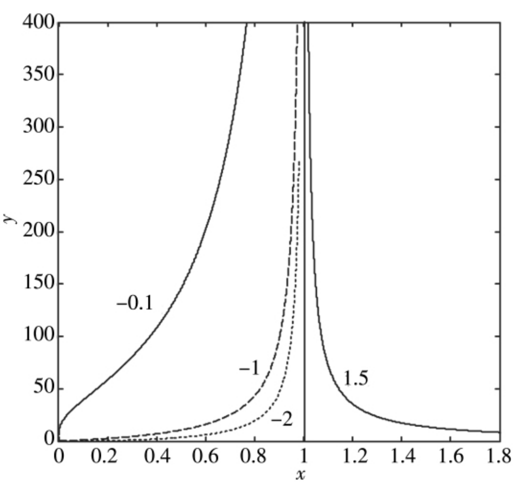

图 1　函数族(18) 曲线图

Fig. 1 Curves of functions (18)

引理 3　对于给定的函数(17) 和(18) ,有

1) 如果 $\alpha > 0,\beta > 1$,则对任意参数 $A > 0$,两函数的曲线必然存在唯一的交点 $x^* \in (1,\infty)$.

2) 如果 $\alpha < 0,\beta < 0$,则对任意参数 $A > 0$,两函数的曲线必然存在唯一的交点 $x^* \in (0,1)$.

3) 如果 $\alpha > 0,\beta < 0$,而且 $\alpha + \beta < 0$ 时,则对任意参数 $A > 0$,两函数的曲线存在唯一的交点 $x^* \in (0,1)$; 如果 $\alpha > 0,\beta < 0$,而 $\alpha + \beta = 0$ 时,则当且仅当参数 $0 < A < 1$ 时,两函数的曲线存在唯一的交点 $x^* \in (0,1)$; 否则,两曲线没有交点.

4) 如果 $\alpha < 0,\beta > 1$,则当且仅当 $\alpha < 0,\beta > 1 - \alpha$ 时,两曲线存在唯一的交点 $x^* \in (1,\infty)$.

下面再给出两个命题.

命题 4　给定 $r_1, r_2 > 0, r_1 \neq 1, r_2 \neq 1$,对于变换 $\alpha = \dfrac{r_2(r_1 - 1)}{r_1(r_2 - 1)}$ 和 $\beta = \dfrac{1}{1 - r_2}$,具有如下的等价关系:

1) $\alpha > 0,\beta > 1 \Leftrightarrow 0 < r_1, r_2 < 1$,即局中人均为乐观型的;

2) $\alpha < 0,\beta < 0 \Leftrightarrow r_2 < 1, 0 < r_1 < 1$,即局中人 1 为乐观型的,局中人 2 为悲观型的;

3) $\alpha > 0,\beta < 0, \alpha + \beta < 0 \Leftrightarrow r_1, r_2 > 1, r_1^{-1} + r_2^{-1} > 1$,即局中人均为悲观型的,且情绪指数的倒数和大于 1;

4) $\alpha > 0,\beta < 0, \alpha + \beta = 0 \Leftrightarrow r_1, r_2 > 1, r_1^{-1} + r_2^{-1} = 1$,即局中人均为悲观型的,且情绪指数的倒数和等于 1;

5) $\alpha < 0,\beta > 1 \Leftrightarrow r_1 > 1, 0 < r_2 < 1$,即局中人 1 为悲观型的,局中人 2 为乐观型的;

6) $\alpha < 0,\beta > 1 - \alpha \Leftrightarrow r_1 > 1, 0 < r_2 < 1$,即局中人 1 为悲观型的,局中人 2 为乐观型的.

命题 5　给定 $0 < p, q < 1, c > v > 0$,对于变换 $y = (cv^{-1} - 1)(q^{-1} - 1)$, $x = (cv^{-1} - 1)(p^{-1} - 1)$,具有如下关系:

1) $\begin{cases} x = 1 \Leftrightarrow p = 1 - vc^{-1}, \\ y = 1 \Leftrightarrow q = 1 - vc^{-1} \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x > 1 \Leftrightarrow 0 < p < 1 - vc^{-1}, \\ y > 1 \Leftrightarrow 0 < q < 1 - vc^{-1} \end{cases}$;

3) $\begin{cases} 0 < x < 1 \Leftrightarrow 1 - vc^{-1} < p < 1, \\ 0 < y < 1 \Leftrightarrow 1 - vc^{-1} < q < 1 \end{cases}$.

根据上述引理2 和引理3,以及命题4 和命题5,可得到下面 Nash 均衡解存在性定理.

定理 4　对于鹰鸽博弈模型 $RDU - G(S_1, S_2; V_1, V_2)$,如果博弈的总利益小于双方同时采取"鹰"策略所需要的总成本,即 $0 < v < c$,且两局中人都带情绪,则

1) 当两局中人均为乐观型($0 < r_1, r_2 < 1$)时,博弈存在唯一混合战略 Nash 均衡$\{p^*, q^*\}$,满足 $0 < p^* < 1 - vc^{-1}$, $0 < q^* < 1 - vc^{-1}$.

2) 当两局中人均为悲观型($r_1, r_2 > 1$)时,如果成本大或等于 2 倍收益,即 $c \geqslant 2v$,则当且仅当他们情绪指数的倒数和大于 1(即 $r_1^{-1} + r_2^{-1} > 1$)时,博弈存在唯一混合战略 Nash 均衡; 如果成

本大于收益但小于 2 倍收益，即 $0 < v < c < 2v$，则当且仅当他们情绪指数的倒数和大或等于 1（即 $r_1^{-1} + r_2^{-1} \geqslant 1$）时，存在唯一混合战略 Nash 均衡 $\{p^*, q^*\}$，满足 $1 - vc^{-1} < p^* < 1$，$1 - vc^{-1} < q^* < 1$.

3）当局中人一人为乐观型，另一人为悲观型时，博弈存在唯一混合战略 Nash 均衡，但乐观型局中人选择“鸽”战略的均衡概率大于 $1 - vc^{-1}$，而悲观型局中人选择“鸽”战略的均衡概率小于 $1 - vc^{-1}$.

根据定理 4 和定理 2，可以得出关于混合战略 Nash 均衡存在性的等价定理.

定理 5 对于鹰鸽博弈模型 $RDU - G(S_1, S_2; V_1, V_2)$，如果博弈双方争夺的总利益小于双方同时采取“鹰”策略所需要的总成本，即 $0 < v < c$，则当局中人都是悲观型，且他们情绪指数的倒数和小于 1 时，博弈不存在混合战略 Nash 均衡，而只存在纯战略 Nash 均衡. 特别地，如果成本大或等于 2 倍收益，即 $c \geqslant 2v$，则当局中人都是悲观型，且他们情绪指数的倒数和等于 1 时，博弈也不存在混合战略 Nash 均衡，而只存在纯战略 Nash 均衡.

到此，得出了与经典鹰鸽博弈具有本质差别的结果. 在经典博弈中，命题 2 表达了只要成本大于收益，即 $c > v > 0$，则只存在 1 个确定性的混合战略 Nash 均衡 $\{1 - vc^{-1}, 1 - vc^{-1}\}$. 然而，当考虑局中人的情绪因素后，定理 5 揭示了博弈可能不存在混合战略 Nash 均衡. 这一结果从现实直观上看是有可能的. 如面对得不偿失的博弈决策，而且两局中人又都十分悲观时，他们不会考虑去“碰运气”、“去冒险”. 事实上，根据定理 4 和定理 2，可得到下面的推论.

推论 1 对于鹰鸽博弈模型 $RDU - G(S_1, S_2; V_1, V_2)$，在博弈的总利益小于双方同时采取“鹰”策略所需要的总成本，即 $0 < v < c$，而且 $vc^{-1} \downarrow 0$，即成本远远大于收益的情形下，如果局中人都是悲观型的，且他们的情绪指数满足 $r_1^{-1} + r_2^{-1} > 1$，则混合战略 $\{p^*, q^*\} \uparrow \{1, 1\}$，即他们选择“鸽”战略的概率趋近 1.

此外，根据上述定理的推导过程，还可得到关于情绪指数对 Nash 均衡解影响的关系.

推论 2 对于鹰鸽博弈模型 $RDU - G(S_1, S_2; V_1, V_2)$，当博弈的总利益小于双方同时采取“鹰”策略所需要的总成本，即 $0 < v < c$ 时，有：

1）假设局中人 2 是乐观型的，且情绪指数固定且 $r_2 < 1$，则局中人 1 选择“鸽”的均衡概率 p^* 是自身情绪指数 r_1 的单调递减函数，且 $\lim_{r_1 \downarrow 0} p^*(r_1, r_2) = 1$；而局中人 2 选择“鸽”的均衡概率是对方情绪指数 r_1 的单调递增函数，且 $\lim_{r_1 \downarrow 0} p^*(r_1, r_2) = 0$.

2）假设局中人 2 是悲观型的，且情绪指数固定且 $r_2 > 1$，则在混合战略存在的条件下，局中人 1 选择“鸽”的均衡概率 p^* 是自身情绪指数 r_1 的单调递增函数，且 $\lim_{r_1 \uparrow \infty} p^*(r_1, r_2) = 1$；而局中人 2 选择“鸽”的均衡概率是对方情绪指数 r_1 的单调递增函数，且 $\lim_{r_1 \uparrow \infty} p^*(r_1, r_2) = 1$.

3）如果两局中人情绪指数相等（即 $r_1 = r_2 = r$），则他们选择“鸽”的均衡概率相等，而且是关于情绪指数的递增函数，且 $\lim_{r \uparrow \infty} p^*(r) = 1$，$\lim_{r \uparrow \infty} q^*(r) = 1$.

这一推论进一步明确表示，局中人情绪对混合战略 Nash 均衡存在影响. 关于混合战略 Nash 均衡解的求解问题，当两局中人均带有情绪时，理论上只需求解方程组式（11）. 然而，这是超越方程组，很难直接得出其解. 但是，根据定理 4 的推导过程，可采取如下步骤进行求解：

步骤 1 给出局中人相应的情绪指数 r_1，r_2；

步骤 2 根据变换 $\alpha = \dfrac{r_2(r_1 - 1)}{r_1(r_2 - 1)}$ 和 $\beta = \dfrac{1}{1 - r_2}$ 分别求出 α，β；

步骤 3 根据求出的 α，β 值，运用 Matlab 等数学软件，求解方程（19），得出方程的解 x^*（如果存在），再将 x^* 代入幂函数式（17），得出曲线式（17）和（18）的交点坐标（x^*，y^*）；

步骤 4 根据变换 $y = (cv^{-1} - 1)(q^{-1} - 1)$，$x = (cv^{-1} - 1)(p^{-1} - 1)$ 得到混合均衡解.

3.3 实例研究

假设鹰鸽博弈支付矩阵表 1 中 $v = 2$，$c = 12$. 显然，这一具体博弈属于 $v < c$ 时的鹰鸽博弈情形. 对于至少有一局中人不带情绪的情形，如当局

中人 2 不带情绪，即 $r_2 = 1$，则根据定理 3，通过数值计算方法求解方程 $q^{r_1} = 5(5+q)^{r_1-1}(1-q)$，即可得到混合均衡解$\{5/6, q^*\}$. 对于两局中人都带情绪的情形，则根据上节最后的求解步骤，即可得到混合战略 Nash 均衡解. 表 3 给出了部分求解结果.

表 3　混合战略 Nash 均衡具体计算结果

Table 3 Mixed strategy equilibrium results

r_1	r_2							
	0.3	0.5	0.7	1.0	1.3	1.5	2.0	2.3
0.2	0.7011, 0.5774	0.7686, 0.4933	0.8035, 0.4339	5/6, 0.3707	0.8512, 0.3257	0.8598, 0.3021	0.8747, 0.2573	0.8810, 0.2370
0.4	0.6208, 0.7092	0.7242, 0.6555	0.7823, 0.6112	5/6, 0.5571	0.8640, 0.5134	0.8784, 0.4885	0.9029, 0.4372	0.9129, 0.4120
0.6	0.5606, 0.7719	0.6867, 0.7426	0.7633, 0.7166	5/6, 0.6816	0.8756, 0.6506	0.8952, 0.6317	0.9272, 0.5895	0.9396, 0.5672
0.8	0.5131, 0.8089	0.6540, 0.7968	0.7458, 0.7856	5/6, 0.7697	0.8868, 0.7546	0.9111, 0.7448	0.9491, 0.7214	0.9625, 0.7080
1.0	0.4744, 5/6	0.6250, 5/6	0.7293, 5/6	5/6, 5/6	0.8979, 5/6	0.9267, 5/6	0.9686, 5/6	0.9813, 5/6
1.2	0.4420, 0.8508	0.5989, 0.8595	0.7136, 0.8676	5/6, 0.8797	0.9091, 0.8919	0.9420, 0.9002	0.9847, 0.9214	0.9943, 0.9343
1.4	0.4145, 0.8640	0.5753, 0.8789	0.6987, 0.8930	5/6, 0.9135	0.9204, 0.9338	0.9570, 0.9473	0.9956, 0.9779	0.9996, 0.9911
1.6	0.3907, 0.8743	0.5539, 0.8940	0.6845, 0.9121	5/6, 0.9380	0.9318, 0.9624	0.9709, 0.9769	无解	无解
1.8	0.3699, 0.8826	0.5342, 0.9058	0.6709, 0.9269	5/6, 0.9558	0.9431, 0.9805	0.9830, 0.9924		
2.0	0.3516, 0.8895	0.5161, 0.9154	0.6579, 0.9384	5/6, 0.9686	0.9542, 0.9910	0.9922, 0.9984		
2.2	0.3353, 0.8953	0.4994, 0.9233	0.6454, 0.9476	5/6, 0.9777	0.9648, 0.9964	0.9976, 0.9999		
2.4	0.3206, 0.9002	0.4840, 0.9299	0.6334, 0.9550	5/6, 0.9843	0.9744, 0.9988	0.9997, 1.0000		
2.6	0.3073, 0.9045	0.4696, 0.9355	0.6219, 0.9610	5/6, 0.9889	0.9829, 0.9997	无解		
2.8	0.2954, 0.9082	0.4561, 0.9403	0.6109, 0.9660	5/6, 0.9922	0.9897, 0.9999			
3.0	0.2844, 0.9116	0.4436, 0.9445	0.6003, 0.9701	5/6, 0.9945	0.9947, 1.0000			

4　结束语

Quiggin[10] 通过探究 EU 理论局限性的根源并对其进行修正，提出了秩依期望效用理论. 该理论引入了可以刻画经济人在不确定性条件下的风险态度（悲观和乐观）和程度的非线性函数，构建风险投资的决策权重，将风险投资决策人的悲观或乐观情绪因素纳入风险决策问题的研究框架，从而建立了既包含又扩展了 EU 理论模型的秩依期望效用模型.

本文利用秩依期望效用理论研究鹰鸽博弈，研究了鹰鸽博弈局中人个人情绪因素对博弈 Nash 均衡解存在性的影响，得出了博弈混合战略 Nash 均衡解存在的充分必要条件，以及局中人情绪因素对混合战略 Nash 均衡解的影响机理与规律. 同时根据论证过程提出了具体的混合战略 Nash 均衡解的求解步骤，并对具体实例求出了混合均衡解，进一步验证了所得出的理论. 结果发现，局中人的情绪因素虽然不影响纯战略意义下的 Nash 均衡解，但对混合战略 Nash 均衡解存在很大的影响. 特别是，如果博弈双方争夺的利益大于博弈双方同时采取"鹰"策略时的总成本，即 $v > c > 0$，则无论局中人属于何种类型的情绪，博弈都不存在混合战略 Nash 均衡. 如果博弈双方争夺的利益小于博弈双方同时采取"鹰"策略时的总成本，则只有当博弈双方都是悲观型且悲观情绪指数的倒数和小于 1，即双方都特别悲观时，博

弈不存在混合战略 Nash 均衡. 本文成果从理论上论证了情绪因素将会导致博弈的混合战略 Nash 均衡解不存在的事实,解决了经典分析方法不能给予肯定答案的疑惑,进一步完善了鹰鸽博弈问题的研究.

鹰鸽博弈在研究人类社会和动物世界中普遍存在的竞争和冲突等现象中具有非常重要的作用. 本文所取得的理论研究成果对管理实践中进行科学决策具有一定的指导价值. 如经济市场中企业之间的竞争博弈,通常可以利用鹰鸽博弈进行刻画,因此,企业为了争夺市场,必须科学地进行决策,结合博弈双方决策者的情绪确定企业的均衡策略,构建和谐与健康发展的经济市场.

此外,本文运用秩依期望效用理论研究了鹰鸽博弈问题,这一方法完全可以广泛应用于其它已有博弈模型的研究,比如对经典的囚徒博弈. 可以肯定的是,运用这种研究方法所得到的研究结果将与实际更吻合,更能解释各种传统结果不能解释的现象.

参 考 文 献:

[1] Crowley P H. Hawks, doves and mixed-symmetry games [J]. Journal of Theoretical Biology, 2000, 204(4): 543 – 563.

[2] 谢识予. 经济博弈论 [M]. 上海: 复旦大学出版社, 2007: 165 – 269.
Xie Shiyu. Economics Game Theory [M], Shanghai: Fudan University Press, 2007: 165 – 269. (in Chinese)

[3] Smith J M, Price G R. The logic of animal conflictc [J]. Nature, 1973, 246(02): 15 – 18.

[4] Cressman R. The Stability Concept of Evolutionary Game Theory: A Dynamic Approach [M]. Berlin Heidelbergy: Springer–Verlag Press. 1992.

[5] 王 斌, 徐寅峰, 孙利辉. "鹰鸽博弈"的量子分析 [J]. 系统工程, 2004, 22(4): 1 – 4.
Wang Bin, Xu Yinfeng, Sun Lihui. Quantum analysis of hawk and dove game [J]. Systems Engineering, 2004, 22(4): 1 – 4. (in Chinese)

[6] 刘伟兵, 王先甲. 基于 PSO 神经网络的进化博弈研究 [J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(8): 1283 – 1285.
Liu Weibing, Wang Xianjia. Study on evolutionary games based on PSO-neural networks [J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(8): 1283 – 1285. (in Chinese)

[7] Von Neumann J, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior [M]. Princeton: Princeton University Press, 1944.

[8] Machina M J. Expected utility theory without the independent axiom [J]. Econometrica, 1982, 50(1): 277 – 323.

[9] Machina M J. Choice under uncertainty: Problems solved and unsolved [J]. Journal of Economic Perspectives, 1987, 1(1): 121 – 154.

[10] Quiggin J. A theory of anticipated utility [J]. Journal of Economic Behavior and Organization, 1982, 3(4): 323 – 343.

[11] 熊国强, 陈爱娟. 鹰鸽博弈问题新解——非期望效用理论下的博弈模型及其均衡分析 [J]. 经济评论, 2009, 164(1): 128 – 132.
Xiong Guoqiang, Chen Aijuan. New solution of hawk dove game and its game model and equilibrium based on the non-expected utility theory [J]. Economic Review, 2009, 164(1): 128 – 132. (in Chinese)

[12] Diecidue E, Wakker P P. On the intuition of rank-dependent utility [J]. The journal of Risk and Uncertainty, 2001, 23(3): 281 – 298.

[13] Smith J M. The theory of games and the evolution of animal conflicts [J]. Journal of Theoretical Biology, 1974, 47(1): 209 – 221.

[14] Smith J M. Evolution and the Theory of Games [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

[15] Schmeidler D. Subjective probability and expected utility without additivity [J]. Econometrica, 1989, 57(3): 571 – 587.

[16] Starmer C. Developments in non-expected utility theory: The hunt for a descriptive theory of choice under risk [J]. Journal of Economic Literature, 2000, 38(2): 332 – 382.

Nash equilibrium of hawk-dove game based on rank-dependent expected utility theory

GONG Ri-zhao[1,2]

1. School of Business, Hunan Science and Technology University, Xiangtan 411201, China;
2. Hunan Research Centre for Industrial Economy, Xiangtan 411201, China

Abstract: A hawk-dove RDEU-game model has been established based on the rank-dependent utility theory in this paper. It is found that: Although the players' emotional factors do not affect the pure strategy equilibrium, they do affect the existence of mixed strategy Nash equilibrium. If the total interest when both sides scrabble is more than the total cost when both adopt the "hawk" strategy, the game mixed strategy equilibrium does not exist whatever the emotions of the players; If the total interests, when both sides scrabble is less than the total cost when they adopt the "hawk" strategy, or both players are pessimism and the sum of the reciprocal of their sentiment index is less than or equal to 1, the game does not exist mixed strategy equilibrium, either; Otherwise, mixed strategy equilibrium exists. In particular, If the total interests when both sides scrabble is equal to the total cost after they adopt the "hawk" strategy, there exist numerous mixed strategy equilibrium whatever the players´ emotions arc. In addition, in mixed strategy equilibrium, their mixed strategy equilibrium all are monotonous functions of their own or the other´s sentiment index, respectively.

Key words: rank-dependent utility; hawk-dove game; emotional function