消费习惯、异质偏好与资产定价①

熊和平，李淑懿，余　均
（武汉大学经济与管理学院金融系，武汉 430072）

摘要： 建立了拥有两类投资者的模型：一类具有“内在性消费习惯”，该习惯依赖于其自身的消费，投资者在进行消费选择时均要考虑内在消费习惯的影响；另一类具有“外在性消费习惯”，该习惯依赖于总的消费水平但不影响消费决策．用这种模型来分析异质偏好对资产定价的影响．发现在通常情形下，内在消费习惯增加股权溢价水平，而外在性消费习惯对股权溢价的影响取决于习惯水平与风险资产的相关性．

关键词： 消费习惯；异质偏好；资产定价；股权溢价

中图分类号： F830.9　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1007－9807(2012)09－0064－10

0　引　言

资产定价理论是金融经济学的核心理论之一，20世纪中叶以来传统的资产定价理论受到了来自实证结果的挑战，大量金融异象的存在迫使经济学家们寻找新的范式来解释这些异象．新的资产定价的范式包括修正的传统理性经济人的定价范式、基于经济人行为的行为金融定价范式和基于计算试验金融的定价范式[1]．

修正的传统理性经济人的定价范式被主流金融经济学所偏爱，经济学家们往往在传统的定价模型基础上进行修正，如异质投资者的定价模型和基于消费习惯的定价模型．

所谓消费习惯（habit formation）是投资者对反复刺激产生反映的心理特征．通常将习惯分为两类：一类是外在性消费习惯，该习惯依赖于社会平均的历史消费水平，称之为第1类投资者[2]；另一类具有内在性消费习惯，该习惯依赖于投资者自身的历史消费水平，称之为第2类投资者．消费习惯与资产定价一直是国内外研究的热点之一．Li[3]构造了具有外在性消费习惯的代表性经济人模型，用较低的风险厌恶解释了一些异象：包括股权溢价和无风险利率之谜，长期股票收益的可预测性以及收益波动率的“杠杆效应”．Gomez等[4]则利用外在性消费习惯来讨论国际资产定价问题．Verdelhan[5]利用外在性消费习惯解释汇率风险溢价．国内也有大量的文献讨论消费习惯对资产定价的影响，如徐绪松和陈彦斌[6]构造了基于财富偏好的消费习惯定价模型，杭斌[7]讨论了内在消费习惯对我国农户储蓄行为的影响．

对传统定价理论进行修正的另一种典型的方法是在定价模型中引进异质投资者．所谓异质投资者是指投资者在诸如品味（tastes）、信念（beliefs），禀赋（endowments）等方面不相同的投资者[8]．自Campbell综述性文献《千禧年看资产定价》一文发表以后，国际学术界涌现了大量的关于异质投资者（主要是异质信念）资产定价的文献．如David[9]构建的模型中投资者关于经济系统总禀赋具有异质信念，在理性贝叶斯学习下不断地更新其先验信息．但基于CRRA偏好下的股权溢价依然很高，无风险利率依然很低．张维和张永杰[10]在卖空约束下讨论了异质信念对资产定

① 收稿日期：2010－02－22；修订日期：2011－09－05．
基金项目：国家自然科学基金资助项目（70671078；70771083）．
作者简介：熊和平（1966—），男，湖北黄冈人，博士，副教授．Email：hepingxiong@126.com

价的影响.

异质偏好对资产定价影响的研究近年才开始, Dumas[11] 分析了两个具有常相对风险厌恶偏好,但具有不同风险厌恶系数的投资者的定价问题,指出风险系数的不同对两类投资者的财富规则、股权持有和储存行为都产生影响. Wang[12] 则指出,在纯交换经济下类似于 Dumas 的投资者参与资本市场的即时利率和收益率曲线随总消费水平的变化而变化,并可能导致短期的收益率更加波动. Chan 和 Kogan[13] 指出在纯交换经济下具有消费攀比且投资者的风险厌恶系数在 1 到∞之间分布时,动态资产的即时夏普比反周期变化.

本文利用 Merton 的框架分析涉及消费习惯的异质偏好对投资者的消费——组合决策以及资产定价的影响. 模型中所涉及的两类投资者具有相同的风险厌恶系数和不同的消费习惯.

1　经济模型

本节通过在 Merton 框架下引进两类具有不同的消费习惯的投资者而建立经济模型,这两类投资者分别具有内在性和外在性消费习惯,从而具有不同的偏好. 利用 Merton 的资本市场结构,同时作如下 3 方面的假设.

1.1　投资机会

考虑生产性经济,其中只有 1 个易腐消费品,这种消费品通常作为法币用来度量经济中的产出和收益. 市场上存在 $n+1$ 个资产或证券,其中一个为无风险资产,其它为风险资产. 假设风险资产价格 $P_i(i=1,2,\cdots,n)$ 服从几何布朗运动

$$\frac{\mathrm{d}P_{i,t}}{P_{i,t}}=\alpha_i\mathrm{d}t+\sigma_i\mathrm{d}z_i \qquad (1)$$

$\mathrm{d}z$ 为标准的布朗运动. $\sigma_{ij}=\mathrm{cov}\left(\frac{\mathrm{d}P_{it}}{P_{it}},\frac{\mathrm{d}P_{jt}}{P_{jt}}\right)$ 为风险资产 i 和 j 的协方差, $\boldsymbol{\Omega}=(\sigma_{ij})_{n\times n}$ 为协方差矩阵,假设它是正定的. 无风险资产的即时利率为 r.

1.2　投资者的预算约束

假设在 t 时投资者的总财富为 $W(t)$,第 i 个资产价格为 $P_i(t)$, $(i=1,2,\cdots,n)$, $c(t)$ 为 t 时的单位消费率, $\omega_i(t)$ 为 t 时第 i 个风险资产的投资份额,(为描述方便将记号中的 t 省略),因此满足 $\sum_{i=1}^{n+1}\omega_i=1$. 容易得到投资者的预算约束方程为

$$\mathrm{d}W=\left[\sum_{i=1}^{n}\omega_i(\alpha_i-r)+r\right]W\mathrm{d}t+\sum_{i=1}^{n}\omega_iW\sigma_i\mathrm{d}z_i-c\mathrm{d}t \qquad (2)$$

1.3　投资者的偏好结构

考虑两类投资者,第 1 类具有外在性消费习惯,其效用函数可表示为

$$\mathrm{E}_0\int_0^{\infty}U(c_t,X_t)\,\mathrm{d}t \qquad (3)$$

式中: $\mathrm{E}_0(\cdot)$ 表示基于零期信息的条件期望; c_t 表示单个投资者 t 时的消费水平. 效用函数 $U(\cdot)$ 满足 Sundaresan 条件.

用 C_t 表示所有投资者 t 时的总消费水平,则通常假设外在性消费习惯是总消费水平的函数 $X_t\equiv X(C_\tau)$, $\tau\leqslant t$,且满足 $X'(C)>0$. $T<t$ 时,外在性消费习惯具有滞后性, X_t 为确定性变量; $\tau\leqslant t$ 时,外在性消费习惯同时是本期消费的函数, X_t 为随机变量. Chan 和 Kogan 将外在消费习惯定义为

$$x_t=\mathrm{e}^{-\lambda t}x_0+\lambda\int_0^t\mathrm{e}^{\lambda(s-t)}y_s\mathrm{d}s$$

其中, $x_t\equiv\ln X_t$, $y_t\equiv\ln Y_t$. Y_t 为 t 时的总禀赋. 上述公式中的外在性消费习惯是外在性的生活标准,它是由历史上基期(0 期)的消费习惯 x_0 和从基期到现期(t 期)的总禀赋 $y_s(s\in[0,t])$ 的加权平均. 离现在的时间越远,被赋予的权重越低,即 $t-s$ 越大,离现在越远, $\mathrm{e}^{-a(t-s)}$ 越小,从而 y_s 的系数越小. 常数 a 度量的是习惯的强度, a 等于零时,消费习惯固定为基期的消费水平; a 趋于无穷大时,消费习惯的影响不复存在. 本文后面式(6)的含义类似于此. 均衡条件下 $Y_t=C_t$,因此该外在消费习惯是滞后的. Jordi[14] 将外在消费习惯定义为 $X_t=C_t$,从而是随机的. 一般文献通常假设每期的总消费服从几何布朗运动,基于 Jordi 方法的非滞后的消费习惯,实际上假设 $X_t\equiv X(C_t)$,由 Ito 引理可知 X_t 也服从 Ito 过程,为了处理的方便,简单假设

$$\frac{\mathrm{d}X_t}{X_t}=\mu_X\mathrm{d}t+\sigma_X\mathrm{d}z_X \qquad (4)$$

假设(4)意味着消费习惯的随机性,这种随

机消费习惯也曾被 Campbell 和 Cochrane 和 Wachter 所采用，同时也曾遭到 Dai 等的质疑[17]. 本文采用这种假设是试图探讨非滞后的外在消费习惯对资产定价的影响.

第 2 类投资者具有内在性消费习惯，其效用函数可以表示为

$$E_0\int_0^{\infty} U(c_t, H_t)\,dt \tag{5}$$

效用函数的性质与第 1 类投资者的效用函数基本相同，这里将内在性消费习惯 $H(t)$ 定义为

$$H(t) = e^{-\alpha t}H_0 + b\int_0^t e^{a(s-t)}c(t)\,ds \tag{6}$$

因此，$H(t)$ 为确定性变量，其动态过程为

$$dH(t) = [bc(t) - a\,H(t)]\,dt$$

方程(6) 给出的内在消费习惯沿用 Ryder 和 Heal、Sundaresan、Constantinides 等. 该习惯是历史消费水平的加权平均，度量的是消费者对反复刺激产生反应的心理特征[2].

2 消费—组合选择及投资需求

考虑投资者的消费—组合选择问题，并由此来确定资产的价格. 本文分别考虑两类投资者的最优选择问题，他们均追求各自个人期望效用极大化. 因此在前面的假设下，第 1 类投资者问题可概括为

$$J(W_t, X_t) = \max_{\{c,\omega\}} E_t\int_t^{\infty} U(c_s, X_s)\,ds$$

受约束于式(1)、(2) 和(4). 目标函数中，E_t 为条件期望算子，由该问题的一阶条件得出

$$U_C(c, W, X) = J_w(W, X) \tag{7}$$

$$\omega_i W = -\frac{J_w}{J_{ww}}\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) - \frac{XJ_{wx}}{J_{ww}}\sum_{j=1}^{n} v_{ij}\sigma_{ix} \tag{8}$$

式中，v_{ij} 为协方差矩阵的逆矩阵中的元素，即 $\boldsymbol{\Omega}^{-1} = (v_{ij})_{n\times n}$. 该式的证明见附录.

命题 1 由式(4) 确定的外在性消费习惯的第 1 类投资者参与的资本市场，存在“三基金分离”.（证明见附录.）

“三基金”包括无风险资产、市场组合和与外在消费习惯完全负相关的组合. 该命题表明：当投资者具有非滞后的外在性消费习惯时，最优组合必须包含 1 个对冲随机的外在性习惯成分，而另外两个组合则是传统意义下不考虑任何消费习惯时的基金. 命题 1 表明，在风险资产价格服从几何布朗运动的假设下，如果投资者对非滞后的外在性消费习惯予以关注，则有“三基金分离”. 如果外在性消费习惯滞后于社会平均消费水平[9,13]，则外在性消费习惯是确定性变量，从而只存在“两基金分离”. Merton 指出当风险资产服从 Ito 过程而非几何布朗运动，并且受其它 m 个状态变量的影响时，存在“$m+2$ 基金分离”定理[14]. 尽管如此，本文的模型和结论与 Merton 模型有着本质的区别：Merton 模型中投资者不具有消费习惯，即投资者只关心其消费水平的大小，而不关心其历史消费水平及其变化. 此外，将消费习惯引进到 Merton 一般模型中，得到的将是“$m+3$ 基金分离”.

对第 2 类投资者，可以将问题概括为

$$J(W_t, H_t) = \max E_t\int_t^{\infty} U(c_s, H_s)\,ds$$

受约束于式(1)、(2) 和(6). 由相应的一阶条件得到

$$U_C = J_w - bJ_H \tag{9}$$

$$\omega_i W = -\frac{J_w}{J_{ww}}\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) \tag{10}$$

由于 $H(t)$ 是确定性变量，式(10) 形式上与 Merton[14] 的方程(15.19) 完全相同，其证明方法也类似式(8) 的证明，但其含义大不相同. 同时，由式(10) 易证如下命题.

命题 2 对仅由第 2 类投资者参与的资本市场，存在“两基金分离”.（证明见附录.）

命题2 表明，当整个经济模型中只有第1 类投资者，而且投资者具有内在性消费习惯时，分离定理成立. 即所有投资者在市场投资组合与无风险资产之间进行选择. 这两个基金与 Merton 的两基金完全相同. 但决定投资者将财富在风险资产(市场投资组合) 和无风险资产之间进行分配的因素不仅仅是风险厌恶系数，它还包括消费习惯的大小.

命题3 由第1 类、第2 类投资者参与的资本市场，也存在“三基金分离”.

证明 由命题2 和 3 的证明可知，第2 类投

资者的两基金与第 1 类投资者的三基金中的两个完全相同,因此两类投资者加在一起有“三基金分离”.

命题 1 – 3 从理论上证明了,如果只考虑投资者的消费习惯的变化,基金分离定理仍成立,投资者在构造最优投资组合时需适当考虑外在性消费习惯的影响. 具体应用中可以用平均的社会消费水平代替外在性消费习惯,从而简化分析,并可以进行实证检验.

3　经济均衡及资产价格的确定

前面分别讨论了两类投资者的消费 — 组合需求. 下面进一步讨论两类投资者参与的资本市场的一般均衡问题,以及在均衡条件下市场上风险资产价格的确定. 为此,首先分析资本市场上对风险资产的供给,并假设供给是外生的. 然后引入均衡条件,最后由均衡条件来确定均衡价格.

3.1　供给

用 $N_i(t)$ 表示在 t 时第 i 个资产的供给,则第 i 个风险资产的总价值为 $W_i(t) = P_i(t)N_i(t)$,其动态方程为

$$\mathrm{d}W_i(t) = N_i\mathrm{d}P_i + \mathrm{d}N_i(P_i + \mathrm{d}P_i) \tag{11}$$

该式表明财富的增量可以分解为两个部分,第 1 部分为仅仅由于价格的变化而产生的增加,第 2 部分是由于股票的发行量的增加而产生的增加. 此时,整个市场的价值为 $M = \sum N_iP_i$,因此

$$\mathrm{d}M = \sum N_i\mathrm{d}P_i + \sum \mathrm{d}N_i(P_i + \mathrm{d}P_i) \tag{12}$$

3.2　需求

方程(8)和(10)给出的分别为两类投资者对第 i 个资产的需求. 对两类投资者的需求进行加总分别得到两类投资者的总需求,分别记为 $D_i(1)$ 和 $D_i(2)$. 第 1 类投资者的总需求为

$$D_i(1) = A(1)\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) + B(1)\sum_{j=1}^{n} v_{ij}\sigma_{iX} \tag{13}$$

式中: $A(1)$ 表示$\sum_{k'=1}^{N_1}\left(-\frac{U_{\mathrm{c}}^{k'}}{U_{\mathrm{cc}}^{k'}c_{\mathrm{w}}}\right)$; $B(1)$ 表示 $\sum_{k'=1}^{N_1}\left(-\frac{XU_{\mathrm{cc}}^{k'} + U_{\mathrm{cX}}^{K'}}{U_{\mathrm{cc}}^{k'}c_{\mathrm{w}}}\right)$. 上标 k' 表示第 1 类投资者,N_1 表示第 1 类投资者的个数,类似地用 k'' 和 N_2 分别表示第 2 类投资者和第 2 类投资者个数. 相应地第 2 类投资者的总需求为

$$\begin{aligned} D_i(2) &= \left[\sum_{k'\in K_1} A(k'')\right]\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) \\ &\equiv A(2)\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) \end{aligned} \tag{14}$$

式中,$A(2) = \sum_{k''=1}^{N_2}\left(-\frac{U_{\mathrm{c}}^{k''} - bJ_{\mathrm{H}}}{U_{\mathrm{cc}}^{K''}c_{\mathrm{w}} + bJ_{\mathrm{HW}}}\right)$. 式(13)和(14)表明两类投资者对第 i 个资产的需求分别受到各自消费习惯的影响,同时,第 1 类消费者的需求还受第 i 个资产收益与外在消费习惯的相关性的影响. 两类投资者的总需求为

$$\begin{aligned} D_i &= D_i(1) + D_i(2) \\ &= [A(1) + A(2)]\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) + B(1)\sum_{j=1}^{n} v_{ij}\sigma_{iX} \\ &\equiv A\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) + B\sum_{j=1}^{n} v_{ij}\sigma_{iX} \end{aligned} \tag{15}$$

3.3　均衡条件及资产定价

均衡条件下市场出清,此时总供给等于总需求. 即 $D_i = W_i = N_iP_i$. 另一方面,记市场投资组合

$$\omega^{\mathrm{m}} = (\omega_1^{\mathrm{m}}, \omega_2^{\mathrm{m}}, \cdots, \omega_n^{\mathrm{m}})$$

式中,$\omega_i^{\mathrm{m}} \equiv \frac{W_i}{M} = \frac{D_i}{M}$ 表示第 i 个资产在市场投资组合中所占的比率. 因此有

$$\omega_i^{\mathrm{m}}M = A\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) + B\sum_{j=1}^{n} v_{ij}\sigma_{iX} \tag{16}$$

由此解出风险资产的收益率为

$$\alpha_i - r = \frac{M}{A}\sum_{j=1}^{n}\omega_j^{\mathrm{m}}\sigma_{ij} - \frac{B}{A}\sigma_{iX} \tag{17a}$$

注意到 $\sum_{j=1}^{n}\omega_j^{\mathrm{m}}\sigma_{ij} = \sigma_{i\mathrm{m}}$ 为第 i 个资产与市场投资组合的协方差. 上式改写为

$$\alpha_i - r = \frac{M}{A}\sigma_{i\mathrm{m}} - \frac{B}{A}\sigma_{i\mathrm{X}}, (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{17b}$$

将式(17b)两边同乘 ω_i^{m} 并相加得

$$\alpha_{\mathrm{m}} - r = \frac{M}{A}\sigma_{i\mathrm{m}}^2 - \frac{B}{A}\sigma_{\mathrm{mX}} \tag{18}$$

联合式(17b)和(18)解得

$$\alpha_i - r = (\alpha_m - r)\beta_{im} + \frac{B}{A}\frac{\rho_{iX} - \rho_{im}\rho_{Xm}}{\rho_{iX}}\sigma_{iX},$$
$$i = 1, 2, \cdots, n \tag{19}$$

式(18)和(19)即是两类投资者资产的定价方程. 式(19)表明，风险资产的风险溢价由两部分确定，第1部分由贝塔系数确定，第2部分由外在性消费习惯的协方差确定. 若消费性习惯与第 i 个资产不相关，则其风险溢价与 CAPM 所确定的相同. 消费习惯对资产定价的影响的程度由 B/A 确定，在后面的具体的例子中再进行分析.

4 常相对风险厌恶偏好②

为了更清楚地分析投资者异质性对资产价格的影响，引入具体的效用函数进行分析. 假设投资者具有常相对风险厌恶偏好，这种偏好与 Chan 和 Kogan 的效用函数相同. 同时，考虑两资产情形，即，市场上存在两资产：一个风险资产和一个无风险资产，其期望收益率和无风险利率分别为 α 和 r.

第1类投资者的效用函数为

$$U(c_t, X_t, t) = \frac{1}{1-\gamma}\left(\frac{c_t}{X_t}\right)^{1-\gamma} \tag{20}$$

式中，γ 为投资者的相对风险厌恶系数，因此，$\gamma > 0$. 两资产情形下，投资者的财富动态为

$$\mathrm{d}W = \{[\omega(\alpha - r) + r]W - c\}\mathrm{d}t + \omega W\sigma\mathrm{d}z \tag{21}$$

式中：ω 为风险资产的份额；σ 为风险资产的波动率. 有命题4，证明见附录.

命题4 由给定的效用函数，第1类投资者的最优消费 — 组合选择为

$$c_t^* = \eta W_t^* \tag{22}$$

$$\omega_t^* = \frac{1}{\gamma}\frac{\alpha - r}{\sigma^2} + \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{\sigma_{1X}}{\sigma^2} \tag{23}$$

式中

$$\eta \equiv \frac{1-\gamma}{\gamma}\left\{\mu_X + \frac{\gamma - 2}{2}\sigma_X^2 + \frac{(1-2\gamma)[\alpha - r + (\gamma - 1)\sigma_{1X}]^2}{2\gamma^2\sigma^2} - r - \frac{1}{1-\gamma}\right\}$$

命题4表明，当投资者具有外在性消费习惯时，投资者的最优消费与其财富成正比，最优组合中对风险资产的选择可表示为风险资产的 Sharpe 比 $\left(\frac{\alpha - r}{\sigma^2}\right)$ 和外在性消费的贝塔系数 $\left(\frac{\sigma_{1X}}{\sigma^2}\right)$ 的线性组合. 进一步，假设所有第1类投资者具有相同的效用函数(20)，从而有相同的消费方式和投资组合. 用 $W(1)$ 表示第1类投资者的总财富，对第1类投资者的投资需求进行加总，有

$$D(1) = \omega_t^* W(1) = \frac{1}{\gamma}\frac{\alpha - r}{\sigma^2}W(1) + \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{\sigma_{1X}}{\sigma^2}W(1) \tag{24}$$

对于第2类投资者，引用 Constantinides 模型③中的偏好，为了使两类投资者的风险厌恶系数相近，对原模型进行适当的改进和简化. 同样考虑两资产情形，投资者的效用函数为

$$\mathrm{E}_0\left\{\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\rho t}\frac{[c(t) - H(t)]^{1-\gamma}}{1-\gamma}\mathrm{d}t\right\} \tag{25}$$

式中

$$H(t) = \mathrm{e}^{-at}H_0 + a\int_0^t \mathrm{e}^{-a(t-s)}c(s)\,\mathrm{d}s \tag{26}$$

为了导出显式解，附加下列假设

$$\gamma > 0, r > 0, W_0 > \frac{x_0}{r} > 0 \tag{27a}$$

$$\rho - \gamma r - \frac{\gamma(\alpha - r)^2}{2(1-\gamma)\sigma^2} \leqslant 1 \tag{27b}$$

在式(26)和(27)约束下，Constantinides [15] 求解投资者的最优组合 — 消费决策问题，得出最优解

$$c^*(t) = H(t) + h[W(t) - H(t)/r] \tag{28}$$

$$\omega^* = \frac{1}{\gamma}\frac{\alpha - r}{\sigma^2}\left[1 - \frac{H(t)}{rW(t)}\right] \tag{29}$$

式中

$$h = \frac{r}{(r+a)\gamma} \times \left[\rho - (1-\gamma)r - \frac{(1-\gamma)(\alpha - r)^2}{2\gamma\sigma^2}\right] > 0$$

式(28)和(29)表明，第2类投资者的最优消费和对风险资产的选择不仅与其财富有关，而且与其

② 本节对不同消费习惯分别采用“差”或“比”的形式，主要是基于已有文献中的一些比较普遍的做法，其稳健性值得进一步讨论.

③ Constantinides 的效用函数实际上不是常相对风险厌恶偏好，其风险厌恶系数实际上是时变的[15].

消费习惯有关. 对第 2 类投资者的需求进行加总,有

$$D(2) = \omega_t^* W(2) = \frac{1}{\gamma}\frac{\alpha - r}{\sigma^2}W(2) - \frac{1}{\gamma}\frac{\alpha - r}{r\sigma^2}H(2) \tag{30}$$

式中,$H(2) \equiv \sum_{k'' \in K_2} H^{k''}(t)$,为第 2 类投资者消费习惯的加总,当所有投资者的投资习惯相同时,其值等于 $H(t)$.

最后,对风险资产的总需求为

$$D = \frac{1}{\gamma}\frac{\alpha - r}{\sigma^2}M - \frac{1}{\gamma}\frac{\alpha - r}{r\sigma^2}H(2) + \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{\sigma_{1X}}{\sigma^2}W(1) \tag{31}$$

式中: $M = W(1) + W(2)$,为市场上的总财富; $D = D(1) + D(2)$,为市场对风险资产的总需求. 均衡条件下对风险资产的总需求等于总供给,因此,市场上风险资产占所有资产的份额为 D/M.

由式(31) 解得风险资产的风险溢价为

$$\alpha - r = \frac{\gamma D}{M - H(2)/r}\sigma^2 + \frac{(1-\gamma)W(1)}{M - H(2)/r}\sigma_{1X} \tag{32}$$

方程(32) 是两资产情形下具有常相对风险厌恶偏好、异质消费习惯经济中的资产定价方程. 与定价方程(18) 相比有更丰富的经济含义: 风险资产的风险溢价由内、外在性消费习惯共同确定,内在性消费习惯的作用通过该水平值 $H(2)$ 的大小决定,而外在性消费习惯的作用则在很大程度上由具有外在性消费习惯的投资者的总财富占市场上所有财富的比率($W(1)/M$) 决定.

1) 当 $(1-\gamma)\sigma_{1X} > 0$ 时,第 1 类投资者所占财富比率越大,风险溢价越高; 增加内在性消费习惯也将提高风险溢价水平. 利率水平 r 的上升通过降低内在性消费习惯的影响而降低风险溢价;

2) $(1-\gamma)\sigma_{1X} < 0$ 时,外在性消费习惯则会降低风险溢价水平,而内在性消费习惯的作用方向却不明显. 通常情况下假设 $\gamma > 1$,$\sigma_{1X} > 0$,此时,风险厌恶的增加将提高风险溢价水平,外在性习惯对风险溢价起反作用; 内在消费习惯和利率的作用取决于 $\gamma D\sigma^2 + (1-\gamma)W(1)\sigma_{1X}$ 的符号.

3) 当内在性消费习惯 $H(2)$ 等于零、外在性消费习惯与资产定价无关时,式(32) 变为

$$\alpha - r = \frac{\gamma D}{M}\sigma^2 \tag{33}$$

式(33) 是标准的代表性经济人的定价方程,在 Merton 中表述为 $\omega^*(t) = \frac{\alpha - r}{\gamma\sigma^2}$,式中的 $\omega^*(t)$ 是最优的投资组合,即式(33) 中的 D/M[4].

4) 只存在外在性消费习惯时,$M = W(1)$,定价方程变为

$$\alpha - r = \frac{\gamma D}{M}\sigma^2 + (1-\gamma)\sigma_{1X} \tag{34}$$

可以同样分析风险厌恶和外在习惯对资产定价的影响.

值得说明的是,大多数文献中外在性消费习惯不会影响定价,这是因为大多采用的是滞后的外在性消费习惯,而本文则假定外在消费习惯是非滞后的、随机的,从而对资产定价产生影响. 这种借鉴于 Jordi,Campbell 和 Cochrane、Wachter 的假设存在一定的问题,“正如 Dai(2003) 所指出,这样的随机习惯形成设定,会引起一个相当令人迷惑的问题: 习惯的随机冲击从何而来?由此导致人们对这种习惯形成设定的合理性产生怀疑[17].”

5　数值分析

本节在文献[15] 的基础上进行简单的模拟分析,认为风险厌恶系数为 2 或 2.2 比较合理. 同时取无风险利率为 1% 或 0.8%; 风险资产的波动率 $\sigma = 0.1654$(1889 – 1978 年美国 S&P500 指数的波动率)[15]. Gollier[18] 认为,正常情形下 $\gamma \in [1,4]$,相应的股权溢价不超过 0.25% ,如果取 $\gamma = 2$,则股权溢价为 0.1%. 利用式(33) 估计 D/M 的值,将外在消费习惯标准化为 $\beta_{1X} = \sigma_{1X}/\sigma^2$. 为了考虑内在消费习惯的影响,文献[15] 设定 $z(t) \equiv H(t)/c(t)$ 并研究了它的分布,在模拟时设定其值为 80%,此时由式(28) 可知,$c(t)$ 与 $W(t)$ 成比例(该比例是变化的),从而 $H(t)$ 也与 $W(t)$ 成比例,加总后 $H(2) \approx \phi W(2)$. $\phi \in (0.1,0.3)$ 时计算出的股权溢价可以达到历史真实水平的6.9%. 取 $\phi = 11\%$,由式(32) 讨论

$W(2)/M$，σ_{1X} 对股权溢价的影响如图 1 和图 2 所示.

由式(34)分析，只有非滞后的外在消费习惯时，风险厌恶程度和外在消费习惯对股权溢价的作用，如图 3 和图 4 所示.

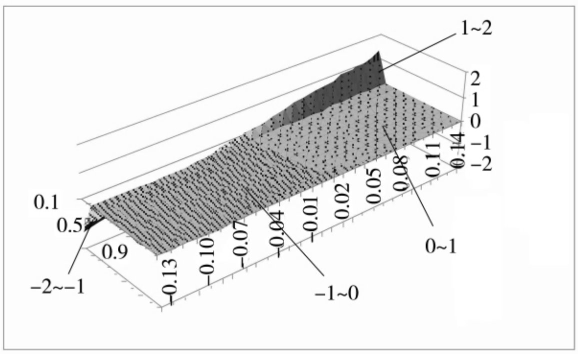

图1　$\phi=11\%$，$\gamma=2$ 时，外在性投资者的财富比例，外在消费习惯与股权溢价的关系（XY 轴分别为 $W(2)/M$ 和 σ_{1X}，Z 轴为股权溢价）

Fig. 1 Equity premium as a function of external habit formation and the wealth ratio of external investor as $\phi=11\%$，$\gamma=2$

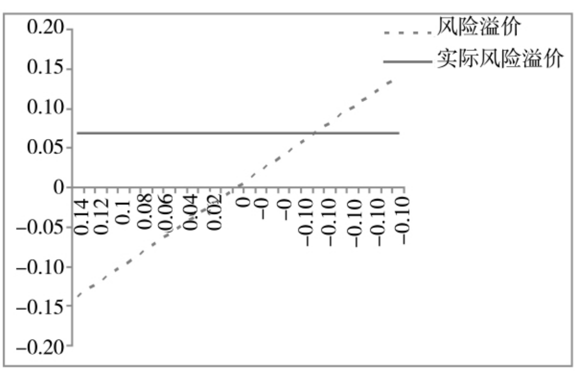

图2　$W(2)/M=20\%$ 时，外在消费习惯与股权溢价的关系（横轴为 σ_{1X}，纵轴为股权溢价，这里取 $\phi=11\%$）

Fig. 2 Equity premium as a function of external habit formation as $\phi=11\%$，$W(2)/M=20\%$

比较图2和图4发现，引入内在消费习惯前后外在性消费习惯对资产定价的作用刚好相反：图 4 中只有外在性消费习惯的投资者，此时外在消费习惯与风险溢价负相关，即 σ_{1X} 越大，风险溢价越低，$\sigma_{1X}<0$ 时才能使股权风险溢价达到6.9%. 在图 2 中，当内在消费习惯的投资者的财富比例达到一定程度时（图 4 中比例为 20%），外在性消费习惯与股权风险溢价正相关，即 σ_{1X} 越大，风险溢价越高. 当然，这一结果与本文的参数选择有关，选择的是两种具有一定代表性的情况，选择的风险厌恶系数为 2，无风险利率为 1%.

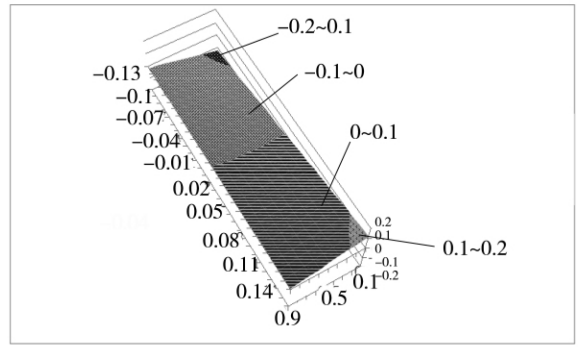

图3　$\gamma=2$ 时，外在性消费习惯，风险厌恶与股权溢价的关系（XY 轴分别为 σ_{1X} 和 γ，Z 轴为股权溢价）

Fig. 3 Equity premium as a function of external habit formation and risk aversions as $\gamma=2$

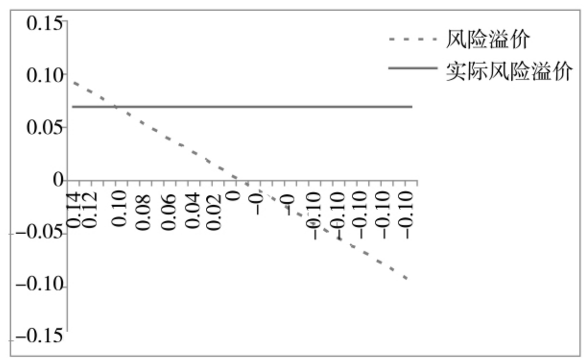

图4　取风险厌恶系数为 2 时，外在消费习惯与股权溢价的关系（横轴为 σ_{1X}，纵轴为股权溢价，这里取 $W(2)/M=0$，没有内在性消费习惯，不考虑 ϕ 的取值）

Fig. 4 Equity premium as a function of external habit formation as $\gamma=2$.

从上述模拟的结果来看，为了取得与实际相符的股权溢价，需要对特定的指标在一定的范围内设定数值，这些数值的可靠性还需要进一步实证分析. 因此，本文模型的设定仍然存在一定的局限性.

6　结束语

本文讨论了两类具有不同消费习惯的投资者参与的资本市场上的资产定价问题. 在一个经济系统中如果存在两类投资者：一类具有内在性消费习惯、一类具有非滞后的外在性消费习惯，则成立“三基金分离”定理. 这一分离定理表明，在构造最优投资组合时，必须考虑消费者的消费习惯问题. 在实践中，基金管理者在构造其投资策略时应该对投资者的个性（消费习惯）进行考虑. 具体

地，首先需要利用数据分析所处的经济系统中投资者是否具有消费习惯，具有何种消费习惯，并估计出消费习惯的水平.

进一步给出了该经济模型的资产定价公式，它不同于传统的定价公式关于消费习惯对资产定价的影响. 当投资者具有常相对风险厌恶偏好时，两种消费习惯对风险资产的风险溢价的影响明显不同: 内在性消费习惯通过该水平值的大小对风险溢价产生作用，而外在性消费习惯则在很大程度上通过具有外在性消费习惯的投资者的总财富占市场上所有财富的比率对风险溢价产生作用. 在通常情况下，内在性消费习惯与风险溢价成正比，外在性消费习惯对风险溢价的影响取决于消费习惯水平与风险资产的相关性. 这一分析方式可能有助于解释 "股权溢价之谜". 该定价公式的主要意义在于理论上对股权溢价的解释; 投资实践中，该定价公式对如何将投资者的消费习惯考虑到风险资产收益的估算之中提供一种思路.

参 考 文 献:

[1] 张　维，刘文财，王文启，等. 面向资本市场复杂性建模: 基于 Agent 计算实验金融理论 [J]. 现代财经，2003，23(1): 3－8.
Zhang Wei, Liu Wencai, Wang Wenqi, et al. The modeling for the complexity of capital market: Agent-based computational experiment financial [J]. Modern Finance and Economics, 2003, 23(1): 3－8. (in Chinese)

[2] 熊和平. 论消费习惯及其对资产定价的影响 [J]. 经济评论，2005，133(3): 46－50.
Xiong Heping. On consumption habit and its impacts on asset pricing [J]. Economic Review, 2005, 133(3): 46－50. (in Chinese)

[3] Li G. Aggregate stock market behavior and investor's low risk aversion [J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2008, 32(7): 2349－2369.

[4] Gomez J, Richard P, Zapatero F. Implications of keeping-up-with-the-joneses behavior for the equilibrium cross section of stock returns: International evidence [J]. The Journal of Finance, 2009, 64(60): 2703－2737.

[5] Verdelhan A A. Habit-based explanation of exchange rate risk premium [J]. The Journal of Finance, 2010, 65(1): 123－146.

[6] 徐绪松，陈彦斌. 基于相对财富和习惯形成的资本资产定价模型 [J]. 管理科学学报，2004，7(3): 1－6.
Xu Xusong, Chen Yanbin. CAPM based on relative wealth and habit formation [J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(3): 1－6. (in Chinese)

[7] 杭　斌. 习惯形成下的农户缓冲储备行为 [J]. 经济研究，2009，44(1): 96－105.
Hang Bin. Rural households' buffer-stock saving and habit formation [J]. Economic Research Journal, 2009, 44(1): 96－105. (in Chinese)

[8] Campbell J Y. Asset pricing at the millennium [J]. Journal of Finance, 2000, 55(2): 1515－1567.

[9] David A. Heterogeneous beliefs, speculation, and the equity premium [J]. The Journal of Finance, 2008, 63(1): 41－83.

[10] 张　维，张永杰. 异质信念、卖空限制与风险资产价格 [J]. 管理科学学报，2006，9(4): 58－64.
Zhang Wei, Zhang Yongjie. Heterogeneous beliefs, short-selling constraints and the asset prices [J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(4): 58－64. (in Chinese)

[11] Dumas B. Two-person dynamic equilibrium in the capital market [J]. Review of Financial Studies, 1989, 2(2): 157－188.

[12] Wang J. The term structure of interest rates in a pure exchange economy with heterogeneous investors [J]. Journal of Financial Economics, 1994, 41(1): 75－110.

[13] Chan Y L, Kogan L. Heterogeneous preferences and the dynamics of asset prices [J]. Journal of Political Economy, 2002, 110(6): 1255－1285.

[14] Merton R C. Continuous-Time Finance [M]. Cambridge: Blackwell Publishers, 1990.

[15] Constantinides G M. Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle [J]. Journal of Political Economy, 1990, 98(3): 519 – 543.

[16] Gali J. Keeping up with the Joneses: Consumption externalities, portfolio choice, and asset prices [J], Journal of Money, Credit, and Banking, 1994, 26(1): 1 – 8.

[17] 王亚平，杨云红，毛小元. 递减相对风险厌恶规避系数、习惯形成和资产定价 [J]. 金融学季刊，2007，2(3)：1 – 16.

Wang Yaping, Yang Yunhong, Mao Xiaoyuan. Decreasing relative risk aversion aversion, habit formation and asset pricing [J]. Quarterly Journal of Finance, 2007, 2(3): 1 – 6. (in Chinese)

[18] Gollier C, The Economics of Risk and Time [M]. Cambridge: The MIT press, 2001.

Habits formation, heterogeneous preferences and asset pricing

XIONG He-ping, LI Shu-yi, YU Jun

Economics and Management School of Wuhan University, Wuhan 430072, China

Abstract: In this paper, an equilibrium model of asset pricing is put forward. The basic model considers a production economy of two classes of investors with different habits formations: one class have an "internal habit", which depends on an agent's own consumption and which is taken into account when the agent decides how much to consume; the other have an "external habit", which depends on the aggregate consumption that is unaffected by any agent's decisions. The model is used to examine the effect of preference heterogeneity on asset pricing. It is found that, generally, the internal habit increases the equity premium while the effect of the external habit on equity premium is dependent on the correlation between the habits levels and risk assets.

Key words: habits formation; heterogeneous preferences; asset pricing; equity premium.

附录:

A 式(8) 的证明:

该问题所对应的 Hamilton-Jacobin-Bellman 方程为

$$0 = \max \Big\{ U(c,X) + J_t + J_w \Big\{ \Big[\sum_{i=1}^{n} \omega_i(\alpha_i - r) + r \Big] - c \Big\} + J_X \mu_X X + \frac{J_{ww}}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \omega_i \omega_j \sigma_{ij} W^2 + J_{WX} WX \sum_{i=1}^{n} \omega_i \sigma_i \sigma_X \rho_{iX} + \frac{1}{2} J_{XX} X^2 \sigma_X^2 \Big\}$$

$$\equiv \max [\phi(c,\omega;X,W,t)]$$

记最优解 c^*，ω^*，由一阶条件 $\left.\frac{\partial \varphi}{\partial c}\right|_{\substack{c=c^* \\ \omega=\omega^*}} = 0$，$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial \omega}\right|_{\substack{c=c^* \\ \omega=\omega^*}} = 0$ 解得

$$\alpha_i - r = -\frac{J_{ww}}{J_w} W \sum_{j=1}^{n} \omega_j \sigma_{ij} - \frac{J_{wx}}{J_w} X \sigma_{iX}, \quad i = 1,2,\cdots,n \tag{A1}$$

由协方差矩阵 Ω 的正定性，将式(A1) 改写为矩阵形式并在两边同时左乘 Ω^{-1} 后化简得式(8). 证毕.

B 式(13) 和(14) 的证明:

分别记两类投资者对第 i 个资产的需求为 $D_i(1)$ 和 $D_i(2)$. 第 1、2 类投资者的集合分别记为 K_1 和 K_2，且记 $k' \in K_1$，$k'' \in K_2$. 因为对第 I 类投资者 $U_C(c,W,X) = J_W(W,X)$，因此，$c = c(W,X)$ 从而有

$$J_{ww} = U_{cc} \frac{\partial c}{\partial W},\ J_{wx} = U_{cc} \frac{\partial c}{\partial X} + U_{cX}$$

由式(8) 得

$$D_i^{k'} = -\frac{U_c^{k'}}{U_{cc}^{k'} c_w} \sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) - \frac{XU_{cc}^{k'} + U_{cX}^{k'}}{U_{cc}^{k'} c_w} \sum_{j=1}^{n} v_{ij} \sigma_{iX}$$

第 1 类投资者的总需求为

$$D_t(1) = \Big[\sum_{k' \in K_1} A(k') \Big] \sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r) + \Big[\sum_{k' \in K_1'} B(k') \Big] \sum_{j=1}^{n} v_{ij} \sigma_{iX}$$

对第 2 类投资者，因为有

$$U_C(c,H,t) = J_w(W,X) - bJ_H(W,X)$$

所以

$$J_{ww} = U_{cc}\frac{\partial c}{\partial W} + J_{HW}$$

从而由式(10)得

$$D_i^{k'} = -\frac{U_c^{k'} - bJ_H}{U_{cc}^{k'}c_w + bJ_{HW}}\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r)$$

证毕.

C　命题 1 的证明:

可以构造三"基金":一个是无风险资产,一个是与外在性消费习惯完全负相关的组合,一个是全部由无风险资产构成的,且比例为下式的组合

$$\omega_i' = \frac{\omega_i^k W^k}{W_r^k} = \frac{\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r)}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r)}$$

证毕.

D　命题 2 的证明:

由方程(10)易证投资者 k 投资于第 i 个风险资产的财富为

$$\omega_i^k W^k = A^k\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r)$$

投资于所有风险资产的财富为

$$W_r^k = \sum_{i=1}^{n}\omega_i^k W^k = A^k\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r)$$

所以,投资于第 i 个风险资产的比例为

$$\omega_i' = \frac{\omega_i^k W^k}{W_r^k} = \frac{\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r)}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} v_{ij}(\alpha_i - r)}$$

该式表明,所有投资者投资于风险资产上的财富的分配方案完全相同,这种方案等于市场投资组合.　证毕.

E　命题 4 的证明:

命题 4 的模型中对应的 Hamilton-Jacobin-Bellman 方程为

$$0 = \max\Big\{U(c,X) + J_t + J_w\{W[\omega(\alpha - r) + r - c]\} + J_X\mu_X X + \frac{1}{2}J_{ww}\omega^2\sigma^2 + J_{WX}WX\omega\sigma_{1X} + \frac{1}{2}J_{XX}X^2\sigma_X^2\Big\}$$

由一阶条件解得

$$\omega_t^* = \frac{1}{\gamma}\frac{\alpha - r}{\sigma^2} + \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{\sigma_{1X}}{\sigma^2}$$

和

$$c_t^* = \eta W_t^*$$

代入 Hamilton-Jacobin-Bellman 方程得 η.　证毕.

(上接第 57 页)

input-output relationships are complex, existing approaches of quality improvement can only obtain a local optimimization of the process parameters. Therefore, there is still great potential for product quality improvement. By adopting support vector machines (SVM) to approximately model the complex relationship processes, this article proposes a support vector clustering and sequential quadratic programming (SQP) based approach for global optimization of process parameters. Firstly, a SVM based approximation model for the complex processes is set up. Then, based on ε-tube theory, the minimal similarity level and hence the appropriate number of clusters are determined through analyzing the clustering dendrogram, and the support vectors in the neighborhood of each quality characteristics' extremes are clustered into one group. Lastly, by using the geometrical centers of each cluster as initial points, the multi-extreme values of the quality characteristics are found through concurrent SQP optimization. The simulation study shows that the proposed approach can effectively reflect the distributions of quality characteristics' extremes and achieve global optimimization of the process parameters; the average absolute deviation and the average relative deviation of the optimization results from the actual extreme values are 0.15 and 1.28%, respectively, and these deviations are independent of the number of the quality characteristics' extremes, as demonstrates the high accuracy and stability of the approach. Moreover, after clustering the support vectors, not only the ergodicity of SQP optimization results for all of the process extremes has been ensured, but also the number of SQP optimization has been decreased by at least 50%, as increases the optimization efficiency of the approach.

Key words: multi-extreme quality characteristics; global optimization; support vector machines; cluster analysis; quality improvement