

基于 BS 抽样与分段定义损失强度操作风险度量^①

王宗润¹, 汪武超², 陈晓红¹, 王小丁³, 周艳菊¹

(1. 中南大学商学院, 长沙 410083; 2. 中国农业银行总行票据营业部, 上海 200120;
3. 中国农业银行总行公司业务部, 北京 100005)

摘要: 银行的操作风险管理在我国起步晚, 记录损失事件的数据库不健全, 而操作风险事件的“低频高损”特征直接导致研究数据不足. 针对操作风险样本数据少以及操作风险损失分布的偏峰厚尾和“低频高损”特征, 对我国银行业操作风险, 采用基于 Bootstrap 抽样与分阶段定义损失强度的损失分布法 (BS-PSD-LDA) 进行了度量. 将操作风险损失分为高频低损和低频高损两个序列, 分别用对数正态分布和广义 Pareto 分布对两个阶段的操作风险损失分布进行拟合, 并在此基础上度量操作风险年损失. 收集了我国银行业过去 15 年期间的操作风险损失样本数据 426 个, 采用该方法度量了其年风险损失, 并与历史模拟法、单一对数正态分布法、单一广义 Pareto 分布法和传统的两阶段分布法 (PSD-LDA) 度量的结果进行了比较, 结果表明, 提出的度量方法能够更好地度量我国银行业操作风险, 为银行操作风险的度量提供了一种改进方法.

关键词: 操作风险; Bootstrap 抽样; 巴塞尔新资本协议; 对数正态分布; 广义 Pareto 分布

中图分类号: F830 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2012)12-0058-12

0 引言

根据《巴塞尔新资本协议》, 操作风险是指由于不完善或者失效的内部程序、人员和系统以及外部事件所造成损失的可能性. 中国银监会发布的《商业银行操作风险管理指引》明确了适用于我国商业银行操作风险的定义: 由于不完善或有问题的内部程序、员工和信息科技系统以及外部事件所造成损失的可能性 (BCBS, 2005)^[1]. 该定义所指的操作风险包括法律风险, 但不包括策略风险和声誉风险.

商业银行的操作风险管理在我国起步晚, 记录损失事件的数据库不健全, 而操作风险事件的“低频高损”特征直接导致研究数据的不足, 尤其是很难获得单个银行的损失数据, 因而传统的风

险度量方法已不能满足在小样本下对操作风险进行准确度量的现实需要. 另一方面, 从以往研究可以看出, 操作风险的损失分布具有偏峰厚尾特征已成为不争的事实. 因此, 如何从操作风险损失数据少这一实际出发, 并根据其偏峰厚尾与低频高损特征对操作风险进行准确度量是目前我国商业银行风险管理研究的重要课题, 也是热点和难点问题. Li^[2] 针对操作风险的低频高损特征, 采用了分阶段定义损失强度的损失分布法 (PSD-LDA) 对操作风险进行度量, 取得了一定成果. 但该研究是基于大量数据, 对小样本数据的操作风险度量方面仍存在遗憾. 本文的主要工作与贡献在于提出用 Bootstrap 抽样与分阶段定义损失强度分布相结合的损失分布法 (BS-PSD-LDA) 来度量我国银行业的操作风险, 为操作风险的度量提供一种

① 收稿日期: 2011-03-29; 修订日期: 2012-02-28.

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体科学基金资助项目 (70921001); 国家自然科学基金资助项目 (70973145; 71171201); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目 (NCET-11-0524); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (2011JQ025).

作者简介: 王宗润 (1973—), 男, 湖南沅陵人, 博士, 教授. Email: zrwang0209@gmail.com

改进方法,该方法可以有效解决我国银行业操作风险度量中面临的数据量不足的问题以及偏峰厚尾的损失分布拟合难题.此外,本文所用到的我国银行业的操作风险损失数据是作者花了近 3 个月时间收集得到的样本.

1 文献回顾

在新资本协议中,巴塞尔委员会为商业银行提供了 3 种可供选择的计算操作风险资本金的方式,即基本指标法、标准法和高级计量法.其中基本指标法和标准法不具有风险敏感性,高级计量法具有风险敏感性,因而适用性较强.关于高级计量法,新资本协议并没有提出具体方法,但高级计量法的思路是一致的,即建立计量模型,力求估计操作风险在一段时间(通常是 1 年)内的概率分布.

高级计量法研究操作风险主要包括内部衡量法、损失分布法、极值理论法、损失分布法与极值理论法相结合以及其他方法.1) 内部衡量法.该方法假定预期损失^②与非预期损失^③之间具有固定和稳定关系.银行可以根据自己的损失数据来计算 8 个业务类型、7 个损失事故类型组合的期望损失值,进而估计操作风险资本要求.这方面的研究文献主要有 Frachot 等^[3]、Chapelle 等^[4]、Jar-row^[5].2) 损失分布法(LDA).该方法是商业银行直接评估每一条业务线与损失事件组合中的分布形态即单一损失事件的严重程度和往年发生损失事件的概率分布,并计量一定置信水平下的风险价值 VaR.与内部衡量法相比,该方法更具有风险敏感性和前瞻性.Fontnouvelle 和 Rosengen^[6]、Dutta 和 Perry^[7]、Li^[2]、Shevchenko^[8]等用该方法度量了商业银行的操作风险.3) 极值理论法.该方法着重探讨损失分布的尾部概率,从而减少因错估样本概率分布而产生的模型误差风险,此方法能准确地捕捉尾部,提高极端事件的预判能力. Medova 和 Kuriacou^[9]最先提出运用极值理论来

处理操作风险尾部损失的方法.陈学华等^[10]、高洪忠^[11]、周好文等^[12]、刘睿等^[13]、魏宇^[14]、司马则茜等^[15]也用该方法对操作风险度量进行了研究.4) 损失分布法与极值理论法相结合.该方法主要是针对操作风险的偏峰厚尾特征以及损失分布法对样本数据量的要求而提出的方法.这方面的研究文献主要有 Gencay 和 Selcuk^[16]、Parent 和 Bernier^[17]、Trzpiot 和 Majewska^[18]、林宇等^[19]等.5) 其他度量方法.另外还有一些方法主要是基于计算机智能如 Bayesian 网络、神经网络等,该方法对计算机技术要求较高,因此用这种方法研究操作风险的文献较少,主要有 Alexander^[20]、Mittnik^[21]、邓超和黄波^[22]、Dalla 和 Giudici^[23]、Neil 和 Hager^[24]、Aquaro 等^[25].

上述方法很大程度上解决了大样本数据量下的操作风险度量,但在度量小样本下具有偏峰厚尾特征的操作风险方面仍存在遗憾.基于此,本文提出 BS-PSD-LDA 方法,BS-PSD-LDA 方法是基于 Bootstrap 抽样与分段损失强度分布法相结合的度量小样本操作风险的方法,其中 Bootstrap 抽样是一种 Bayesian 抽样法,与其他 Bayesian 抽样方法相比,该方法是对现有样本进行简单再次抽样,即把现有样本的观测值看成是新的总体,再进行有放回的简单随机抽样,利用 Bootstrap 可以不需要增加新的样本,而且在多数情况下可以得到更高精度的区间估计,具有原理易懂,操作简单,估计精度高等优点.该方法可以有效解决我国操作风险度量中所面临的数据量严重不足的问题,因而更适用于我国银行操作风险的度量.

2 研究方法

BS-PSD-LDA 方法与传统的损失分布法(LDA)的主要区别在于:1) 前者考虑了小样本数据的参数估计有偏与误差大的特征,采用 Bootstrap 法对原始数据进行多次重复抽样,使样本分布无限逼近总体分布,从而可以使样本分布的参

② 预期损失是指一般业务发展占用风险资产的损失均值,它可以通过计提损失准备金计入损益加以弥补.预期损失等于预期损失率与资产风险敞口的乘积.

③ 非预期损失是银行超过上述平均损失以上的损失,它是对期望损失的偏差——标准差.换言之,非预期损失就是除期望损失之外的具有波动性的资产价值的潜在损失.

数估计更准确,也能使风险度量结果更接近实际;
2) 前者用两种不同的分布去分别拟合操作风险的高频低损与低频高损序列.该方法建立在两个假设基础上,即操作风险发生的频率与损失强度相互独立以及不同损失事件类型的操作风险的损失强度相互独立.

2.1 阈值选择

在 BS-PSD-LDA 模型中,为了准确区分出高频低损与低频高损样本数据,也为了正确估计广义 Pareto 分布的参数 ξ 和 β ,需要选择合适的阈值 u .过高的 u 值会使超额数据太少,从而估计参数的方差会太大;而太小的阈值 u 则会产生有偏的估计量.确定阈值的一种常用方法是采用超额均值图来选取阈值 u ,它是根据超限均值函数 $e(u)$ 的线性特征来选取的.对于给定的样本 $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$,其样本超额均值函数(MLE)的估计为

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - u)^+}{N_u}$$

$$(X_i - u)^+ = \begin{cases} X_i - u, & \text{若 } X_i \geq u \\ 0, & \text{若 } X_i < u \end{cases} \quad (1)$$

$e_n(u)$ 为超过阈值 u 的超限数 $X_i - u$ 之和除以超过阈值 u 的样本个数 N_u .可以通过作散点图 $\{(u, e_n(u))\}$ 选取充分大的 u ,使得当 $X \geq u$ 时, $e_n(u)$ 近似线性.如果对某一阈值,其样本超额均值函数(MEF)是正斜率的,说明数据遵循形状参数为正的广义 Pareto 分布;另一方面,如果数据来自指数分布,它的样本超额均值函数(MEF)是水平的;如果数据来自尾部较薄的分布,它的样本超额均值函数(MEF)是负斜率的.因此,可以通过损失样本的超额均值函数图来确定阈值.

确定阈值的另一种方法是采用 Hill 图法,有关 Hill 图的相关文献,请参见 Hill^[26] 和 Drees 等^[27].本文采用超额均值函数图并结合 Hill 图来确定阈值 u .

2.2 Bootstrap 抽样

Bootstrap 重复抽样方法是美国统计学家 Efron^[28-29] 在总结和归纳前人研究成果的基础上提出的新的基于 Monte Carlo 模拟的样本估计方法,其基本思路如下.

假设 $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 是来自于未知分布

F 的一组随机变量.根据已知的数据,给出 F 的估计分布 \hat{F} ; 然后从 X 中重新生成一些随机变量 $X^* = \{X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*\}$,成为 Bootstrap 样本,根据生成的新数据 X^* 给出参数 δ 的估计 $\hat{\delta}$.上述过程重复 T (T 要足够大) 次可以得到 T 个 δ 的估计 $\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \dots, \hat{\delta}_T$.根据这些估计值,给出 δ 的最佳估计 (通常取 T 个估计值的均值).总之,Bootstrap 重复抽样就是有放回地从原始数据集中随机重复抽取 T 次与原始数据集个数相同的子样本,并估计 T 次统计量的值,得到统计量的最佳估计.该方法尤其适用于未知分布的小样本估计过程.

2.3 分阶段定义损失强度的 LDA 参数估计

BS-PSD-LDA 模型的参数估计包括损失频率分布的参数估计与损失强度分布的参数估计两个问题.由于假设操作风险的损失频率与损失强度是独立的,对二者的估计就可以分别进行.

2.3.1 损失频率分布的参数估计

虽然任何能够产生非负整数的分布都可以用来拟合损失频率的分布,但是在 LDA 中, Poisson 分布、负二项分布和二项分布是最常用的分布.而 Poisson 适合于描述单位时间或者空间内随机事件发生的次数,因此本文采用 Poisson 分布拟合每年操作风险损失事件的发生次数.如此,可以无需做频率分布的统计测试,降低了模型的复杂性.

如果每年操作风险发生次数 N 服从 Poisson 分布,那么发生 n 次的概率为 $P(N = n) = e^{-\lambda} \lambda^n / n!$,其中期望值 λ 可以通过每年发生次数的均值估计.此外,选用 Poisson 分布拟合损失频率还有另一层考虑,即 Poisson 分布的另一个重要性质 $Poisson(\lambda_1) + Poisson(\lambda_2) = Poisson(\lambda_1 + \lambda_2)$,如果高频低危的操作风险损失事件服从 $Poisson(\lambda_1)$,低频高损的操作风险损失事件服从 $Poisson(\lambda_2)$,那么每年操作风险损失频率服从 $Poisson(\lambda_1 + \lambda_2)$.参数 λ_1, λ_2 可以分别通过阈值 μ 之下和之上的每年发生次数的均值获得.

2.3.2 损失强度分布参数估计

在损失分布法中,损失强度分布的选择比损失频率分布的选择对操作风险的计算结果影响更大.本文采用分段定义损失强度分布来拟合操作风险的损失分布,具体步骤如下.

首先,在由 Bootstrap 抽样得到的样本中,利用参数方法拟合高频低损样本序列分布,即阈值之下的损失数据,其中指数分布、威布尔分布和对数正态分布均可用来拟合高频低损序列分布,分布的参数估计采用极大似然估计法,并根据拟合优度选择最优的分布。

然后,利用广义 Pareto 分布拟合低频高损序列(即损失强度分布的尾部),也就是超过阈值 μ 的损失序列,并采用极大似然估计法估计广义 Pareto 分布的参数;

最后,在阈值处将高频低损分布和低频高损分布连接成整体分布,连接后得到的分阶段定义损失强度的损失分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} LN(\mu^{op}, \sigma^2), & 0 < x \leq \mu \\ GPD(\xi, \beta) & x \geq \mu \end{cases} \quad (2)$$

其中,高频低损(SHL)序列服从对数正态分布,即 $SHL \sim LN(\mu^{op}, \sigma^2)$,其密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu^{op})^2}{2\sigma^2}\right), & 0 < x \leq \mu \\ 0, & x > \mu \text{ 或 } x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

此处的对数正态分布两个参数 μ^{op} 和 σ 分别为随机变量对数的均值与标准差,它们可以通过求解下列表达式得到

$$M = \exp\{\mu^{op} + \sigma^2/2\} \quad (4)$$

$$V = (e^{\sigma^2} - 1) e^{2\mu^{op} + \sigma^2} \quad (5)$$

即

$$\mu = \ln \frac{M^2}{\sqrt{V + M^2}} \quad (6)$$

$$\sigma = \sqrt{\ln\left(\frac{V}{M^2} + 1\right)} \quad (7)$$

低频高损(SLH)序列服从广义 Pareto 分布函数,即 $SLH \sim GPD(\xi, \beta)$,其密度函数为

$$f_{\xi, \beta} = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \left(1 + \frac{\xi}{\beta} y\right)^{-1/\xi - 1}, & \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\beta} e^{-y/\beta}, & \xi = 0 \end{cases} \quad (8)$$

分布函数为

$$G_{\xi, \beta}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\beta}\right)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), & \xi = 0 \end{cases} \quad (9)$$

其中: ξ 是形状参数; β 是尺度参数 $\beta > 0$. $y = X - u$,为超限损失,当 $\xi \geq 0$ 时 $y \geq 0$,而当 $\xi < 0$ 时, $0 \leq y \leq -\beta/\xi$. 当 $\xi > 0$ 时, $G_{\xi, \beta}$ 是厚尾的 Pareto 分布; $\xi = 0$ 时,对应的是指数分布;当 $\xi < 0$ 时,对应的是薄尾型的 Pareto 分布。

进一步得到对数似然函数

$$L(\xi, \beta | y) = \begin{cases} -N_u \ln \beta - \left(\frac{1}{\xi} + 1\right) \times \\ \sum_{i=1}^{N_u} \ln\left(1 + \frac{\xi}{\beta} y_i\right), & \xi \neq 0 \\ -N_u \ln \beta - \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^{N_u} y_i, & \xi = 0 \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\xi > 0$ 时 $y_i \geq 0$; $\xi < 0$ 时 $0 \leq y_i \leq -\beta/\xi$. N_u 为超过阈值 u 的样本个数. 这时利用极大似然法求出使上式达到最大的 $\hat{\xi}, \hat{\beta}$, 即得到 ξ 和 β 的估计值。

2.4 基于 Bootstrap 抽样与分阶段定义损失强度的 LDA 实现过程

BS-PSD-LDA 方法度量操作风险的过程可以描述如下。

步骤 1 设定合理的阈值,对样本数据进行分段,将操作风险损失分为两类:高频低损和低频高损,这里的阈值即为广义 Pareto 分布的阈值。

步骤 2 根据前文对高频低损事件和低频高损事件发生频率均服从 Poisson 分布的假设,用 Poisson 分布函数分别估计两种事件发生频率的 Poisson 分布参数,并记为 $\hat{\lambda}_{hl}$ 和 $\hat{\lambda}_{lh}$ 。

步骤 3 模拟产生每年高频低损事件造成的总损失:

1) 利用步骤 1 得到的高频低损事件的数据,采用 Bootstrap 抽样得到高频低损的 Bootstrap 样本,利用损失频率分布(服从参数为 $\hat{\lambda}_{hl}$ 的 Poisson 分布)模拟产生每年高频低损事件发生的次数 N_{hl} ;

2) 利用损失强度分布(如指数分布、威布尔分布、对数正态分布),本文选择对数正态分布拟合高频低损的 Bootstrap 样本,并模拟产生每次高频低损事件造成的损失额 $x_i, i = 1, 2, \dots, N_{hl}$;

3) 计算每年高频低损事件造成的总损失 $L_{hl} = \sum_{i=1}^{N_{hl}} x_i$ 。

步骤 4 模拟产生每年低频高损事件造成的总损失:

1) 利用步骤 1 得到的低频高损事件的数据, 采用 Bootstrap 抽样得到低频高损的 Bootstrap 样本, 利用损失频率分布(服从参数为 $\hat{\lambda}_{lh}$ 的 Poisson 分布) 模拟产生每年低频高损事件发生的次数 N_h ;

2) 利用损失强度分布(服从广义 Pareto 分布) 拟合低频高损的 Bootstrap 样本, 并模拟产生每次低频高损事件造成的损失额 $y_i, i = 1, 2, \dots, N_{hl}$;

3) 计算每年低频高损事件造成的总损失 $L_{lh} = \sum_{i=1}^{N_{lh}} y_i$.

步骤 5 计算操作风险的每年总损失 $L = L_{hl} + L_{lh}$.

步骤 6 分别固定步骤 1 1) 和步骤 4 1) 中的 Bootstrap 样本, 重复步骤 3 至步骤 5 Y 次 ($Y = 10\ 000$), 得到有 Y 个观测值的操作风险损失序列 $\{L_1, L_2, \dots, L_Y\}$.

步骤 7 将操作风险损失序列按从小到大进行排序, 取第 $Y(1 - \alpha) + 1$ 项值作为 VaR_α 的估计值, 同时计算超过 VaR_α 的样本均值作为 ES_α 的估计值.

步骤 8 用 Bootstrap 抽样法, 改变步骤 3 1) 和步骤 4 1) 中的 Bootstrap 样本, 重复步骤 6 至步骤 7 T 次 ($T = 10\ 000$), 可以得到 T 个 VaR_α 和 ES_α 的估计值, 记为 VaR_α^j 和 $ES_\alpha^j, j = 1, 2, \dots, T$.

步骤 9 根据公式 $VaR_\alpha = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T VaR_\alpha^j$ 和 $ES_\alpha = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T ES_\alpha^j$, 分别计算操作风险年损失的 VaR_α 和 ES_α 值.

3 实证分析

3.1 样本选择与描述性统计

考虑到我国操作风险损失数据库不健全, 单个银行操作风险损失数据收集困难的现实问题, 结合我国商业银行的客户群体及社会等宏观环境

具有相似性特征, 也为了数据收集的便利, 本文立足于整个银行业而非单个银行. 样本数据收集的范围主要锁定在具有商业银行性质的银行业务上, 包括违规执行、内部欺诈、外部欺诈、系统失败等. 通过各权威网站^④披露及媒体报道的信息, 收集整理了 1994 年至 2010 年期间发生的 426 个损失事件数据(不完全统计). 由于操作风险事件的发生具有一定隐蔽性和持续期, 其发生时间与发现时间不一致, 而且实际损失金额通常只能在公安部门追查与法院判决后才能确定. 因此, 本文在数据收集与处理过程中遵循以下原则: 1) 发生时间以被发现时计算. 损失事件持续发生一段时间的, 以截止日计算. 2) 损失金额均以公开报道或最终确认的实际损失为准, 对不能确定损失的案件不予采集.

根据巴塞尔协议对操作风险损失事件类型的划分标准, 并考虑到样本中, 就业政策和工作场所安全、客户产品及业务操作、实物资产的损坏这 3 类损失事件的样本数据只有 3 个, 因此本文结合中国的商业银行操作风险管理的实际情况, 主要对操作风险损失事件的 4 种主要类型, 即内部欺诈、外部欺诈、违规执行和系统失败进行描述性统计(如表 1 所示). 分析表 1 可以发现, 内部欺诈、外部欺诈、违规执行已成为我国银行业面对的最重要的操作风险类型, 其案件发生频率高, 损失金额巨大, 其中内部欺诈所占比例较大, 为 237 件, 外部欺诈为 108 件, 其中一些案件造成的损失令人触目惊心. 从偏度和峰度值可以看出, 几类操作风险损失数据的峰度都大于 3, 偏度都大于 0, 说明这 4 类操作风险的损失数据不服从正态分布, 其分布具有厚尾现象, 并严重右偏. 故在拟合其损失强度分布时, 选择两类具有较好的尾部拟合性质的分布, 即对数正态分布和广义 Pareto 分布. 此外, 操作风险总体样本的描述性统计结果显示: 操作风险损失的均值为 102.68 万元; 最小损失较低, 但最大损失是均值的近 40 倍, 体现了极值损失的危害; 标准差为 336.92 万元, 表明操作风险损失序列波动性较大; 偏度为 6.74, 该值大于 0, 表明样本序列具有较长的右尾; 峰度值为 61.44,

④ 中国法院网、中国金融网、国家审计署、银监会等网站.

远远大于正态分布下的峰值 3 ,说明序列具有“fat-tail”特征,有较胖的尾部,该序列拒绝不服从正态分布.

图 1 给出了上述操作风险样本数据的损失强度直方图和损失事件走势图,由图可知,损失强度分布是高度右偏的,有较长的右尾部.

表 1 操作风险损失序列的描述性统计

Table 1 Descriptive statistics of operational risk loss events

| 操作风险 | 均值 / 万元 | 标准差 / 万元 | 最大值 / 万元 | 最小值 / 万元 | 偏度 | 峰度 | 样本数 |
|------|---------|----------|----------|----------|-------|--------|-----|
| 内部欺诈 | 87.190 | 3.511 | 3 994 | 0.038 | 8.244 | 80.928 | 237 |
| 外部欺诈 | 130.653 | 3.466 | 2 600 | 0.001 | 4.370 | 26.680 | 108 |
| 违规执行 | 133.827 | 3.003 | 1 500 | 0.005 | 3.132 | 12.700 | 55 |
| 系统失败 | 2.688 | 0.058 | 21 | 0.001 | 2.622 | 8.370 | 23 |
| 总体样本 | 102.68 | 336.92 | 3 994 | 0.001 | 6.74 | 61.44 | 426 |

注: 由于总体样本中,有 3 个样本没有划分损失类型,故表中的 4 种类型的损失事件样本观测值之和比总体样本观测值少 3 个.

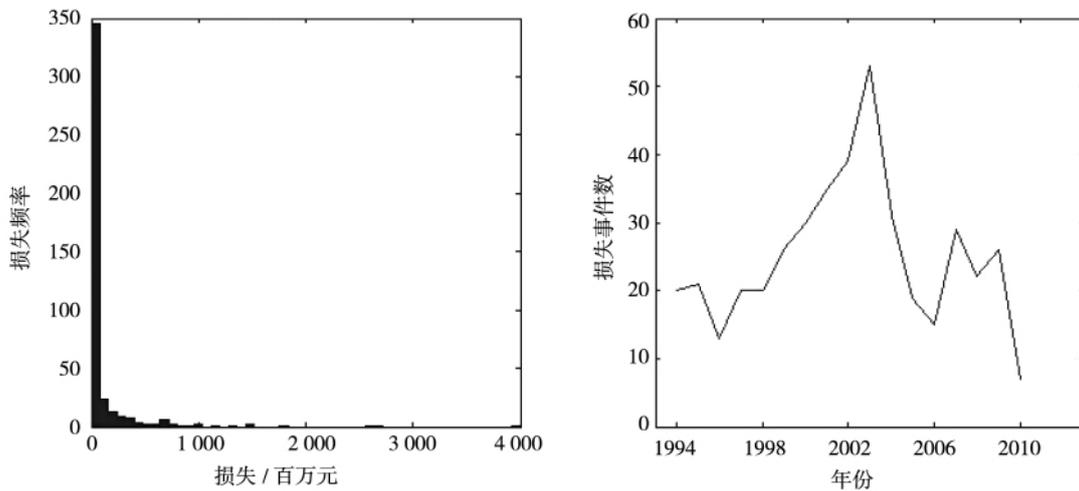


图 1 操作风险的损失强度直方图和损失事件走势图

Fig. 1 The histograms of losses and trend of annual loss events

3.2 参数估计

3.2.1 阈值的确定

用 BS-PSD-LDA 方法来度量操作风险,首先应确定合适的阈值,以该阈值为临界点把原始数据分为高频低损和低频高损两个序列. 阈值的选择结果将会影响这两个分段序列的参数估计,过高的 u 值会使低频高损数据太少,估计出参数的方差会太大,而太小的阈值 u ,则会产生有偏估计,本文采用超额均值函数图并结合 Hill 图来确定阈值.

图 2 给出了操作风险损失序列的超额均值函

数图和 Hill 图. 在超额均值函数图中,以其切线由平行横轴逐渐转到与横轴有正向夹角时的大致位置作为阈值的参考值. 在 Hill 图中,以 3 条线逐渐重合的横轴位置作为阈值的参考值. 同时,考虑到这一方法在商业银行风险管理中的通用性,参照 DuMouchel^[30]并结合操作风险比其他风险具有更厚的尾部特征,选取大约 30% 的样本观测量作为超额样本数据,结合超额均值函数图和 Hill 图,得出参考阈值为 30,从而可以求出低频高损数据占总样本数据的 27.93%,高频低损数据占总样本数据的 72.07%.

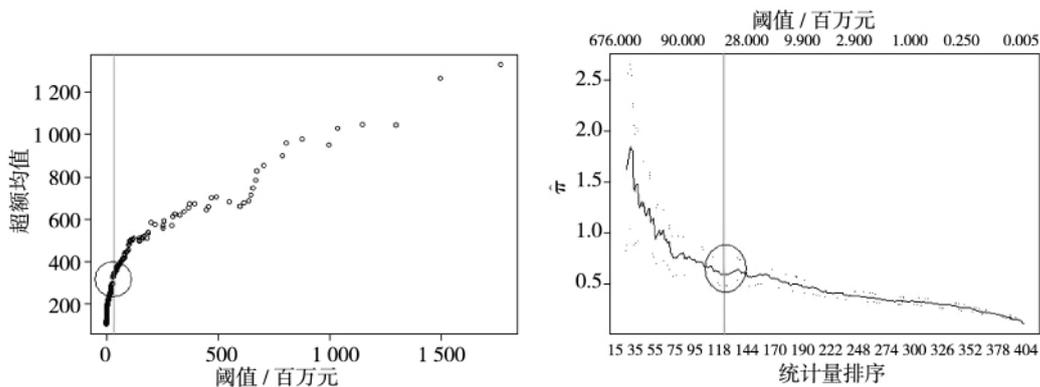


图2 操作风险损失的超额均值函数图(左)与 Hill 图(右)

Fig. 2 The MEF plot and Hill plot of operational risk losses

3.2.2 分布函数参数估计

确定阈值是为了能够划分损失样本数据的阶段, 阈值以下为高频低损序列, 阈值以上为低频高损序列, 然后分别用不同的分布函数对两个阶段的损失序列进行拟合, 前者采用对数正态分布, 后者采用广义 Pareto 分布, 并利用极大似然估计法

对两阶段的损失分布进行参数估计, 结果如表 2 所示. 从参数估计的统计量与置信区间可以看出, 参数估计是合理的, 从广义 Pareto 分布的参数估计结果看 $\xi = 0.7958$, 说明该分布是厚尾的 Pareto 分布 $\beta = 117.9747$ 为 Pareto 分布的形状参数.

表2 两阶段损失序列的参数估计

Table 2 The estimated parameters of Generalized Pareto and lognormal distributions

| 低频高损(Pareto) | | | | 高频低损(lognormal) | | |
|---------------|----------|---------|--------|------------------|--------|-----------------|
| 参数 | 取值 | 标准差 | T 统计量 | 参数 | 取值 | 置信区间 |
| ξ | 0.7958 | 0.1866 | 4.2646 | μ^{op} | 0.3659 | (0.1183 0.6135) |
| β | 117.9747 | 22.9675 | 5.1366 | σ | 2.2049 | (2.0432 2.3947) |
| ML | | -781.4 | | ML | | -3.8974 |

3.3 不同度量方法下的损失风险结果比较

为了比较本文提出的方法度量操作风险的精确性以及该方法与其他度量方法的优劣和异同, 本文选择了单一对数正态分布法与单一广义 Pareto 分布法与之进行比较.

图3给出了这几种分布对原始数据经验分布的拟合情况. 从图中看出, BS-PSD-LDA 方法对原始数据的拟合情况是最好的, 单一对数正态分布次之, 单一广义 Pareto 分布比前两者的拟合情况差, 因此, 本文提出的 BS-PSD-LDA 对操作风险的度量更精确.

表3给出了置信水平为95%与99%时, 几种度量方法度量出的损失样本数据的 VaR 与 ES 值. 比较表中结果可知.

1) 根据 BS-PSD-LDA 方法的度量结果, 本文认为, 我国银行业在 1 年内操作风险最大损失不超过 5.86 亿元的可能性有 95%, 损失超过 5.86

亿元的可能性只有 5%, 一旦超过该值, 那么超过部分的平均损失在 14.15 亿元以下的可能性有 95%. 其次, 我国银行业在 1 年内操作风险最大损失不超过 16.91 亿元的可能性有 99%, 一旦损失超过该值, 那么有 99% 可能性认为超过该值的平均损失不会超过 34.20 亿元.

2) 同一置信水平下的 ES 值远远大于 VaR 值, 较低置信水平(95%) 下的 VaR 值与 ES 值都明显大于高置信水平(99%) 下的 VaR 值与 ES 值. 说明操作风险的损失分布是具有严重厚尾特征, 尾部损失带来的风险很大, 因此商业银行应重点防范这种尾部风险的发生.

3) 尽管各种方法度量的结果都能说明操作风险具有偏峰厚尾特征, 但不同的方法度量的 VaR 与 ES 值不同. 总的来说, 本文提出的方法在小样本操作风险度量中优于另外几种参数估计法(单一对数正态分布法、单一广义 Pareto 分布

法),度量的稳定性优于传统的两阶段分布法(PSD-LDA),度量的 VaR 和 ES 值与非参数估计法(历史模拟法)度量的结果差别不大,从资本监管和资本利用两方面综合考虑,BS-PSD-LDA 法优于历史模拟法。具体来讲,单一对数正态分布在 95% 置信水平下的度量结果与其他方法的度量结果相差不大,但是在 99% 置信水平下,前者高估了操作风险损失。而单一广义 Pareto 分布法不论在较低置信水平(95%)或较高置信水平下(99%),都过高地估计了操作风险损失的 VaR 与 ES 值,该法在所给的几种方法中属于拟

合程度最差的一种。PSD-LDA 和本文提出的 BS-PSD-LDA 法对操作风险 VaR 和 ES 的估计结果差别不大,但比较分析这两种方法重复估计 10 000 次的结果可知,PSD-LDA 方法在度量小样本操作风险中不稳定,结果比较分散,而 BS-PSD-LDA 法的度量结果的离散程度比前者低,比较稳定,这一结论可以从图 4 的直方图和离散程度相关指标(标准差、极差、变异系数)得出。BS-PSD-LDA 方法与历史模拟法度量的 VaR 和 ES 值差别较小,二者分别属于参数估计法和非参数估计法。

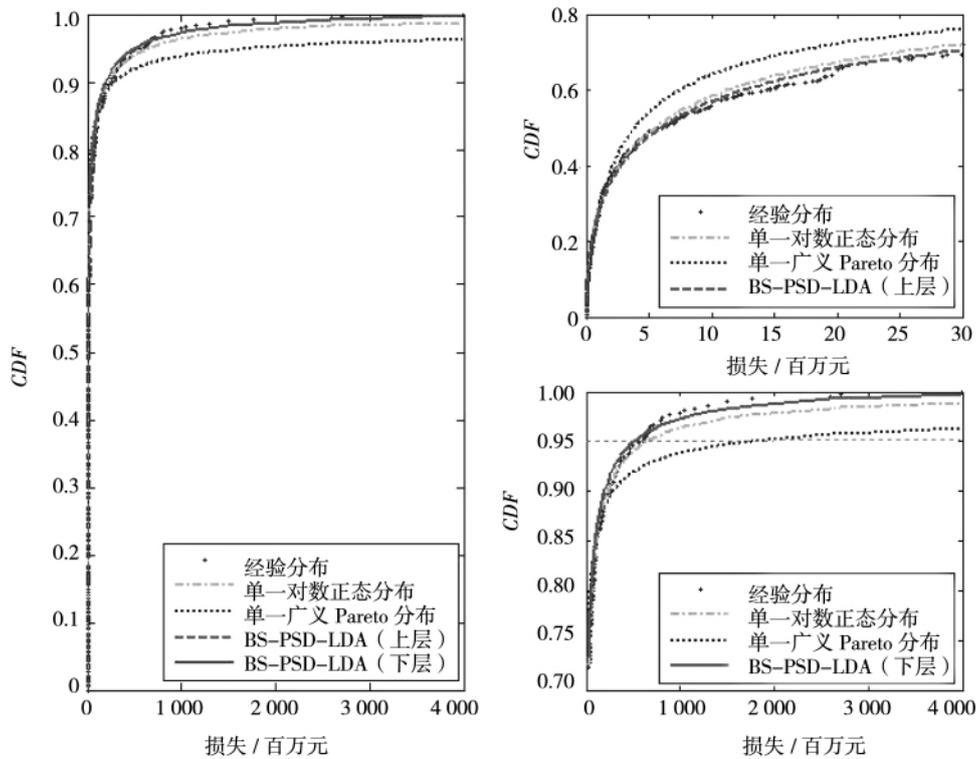


图 3 不同度量方法对数据的拟合效果图

Fig. 3 The fitting results to the empirical distribution by three methods

表 3 不同度量方法下操作风险损失的 VaR 与 ES 值

Table 3 95% and 99% VaR and ES measured by different methods

| 方法 | Alpha = 0.05 | | Alpha = 0.01 | |
|-----------------------|--------------|----------------------|-------------------|----------------------|
| | 95% VaR/ 百万元 | 95% ES/ 百万元 | 99% VaR/ 百万元 | 99% ES/ 百万元 |
| 历史模拟法 | 603.3 | 1 259.1 | 1 564.8 | 2 766.0 |
| 单一 Lognormal | 644.6 | 6 529.4 | 4 673.4 | 26 097.1 |
| 单一 Generalized Pareto | 1 739.9 | 1.5×10^{13} | 1.1×10^5 | 7.6×10^{13} |
| PSD-LDA | 575.4 | 1 377.3 | 1 622.0 | 3 265.1 |
| BS-PSD-LDA | 585.7 | 1 415.2 | 1 691.2 | 3 419.7 |

注: PSD-LDA 是传统的两阶段分布法,BS-PSD-LDA 是本文提出的基于 Bootstrap 抽样的两阶段分布法。

3.4 返回检验

BS-PSD-LDA 模型在建立过程中会受到众多因素的影响,假设条件、参数的估计误差以及人为因素都能使模型存在误差.因此本文将对模型估计的操作风险损失 VaR 与 ES 值的有效

性进行检验,这一过程通常采用返回检验法来执行,返回检验法是 Kupiec^[31] 提出的方法,其基本思想是以失败率为检验对象,通过假设检验来判断其原假设是否成立,从而判断模型是否有效.

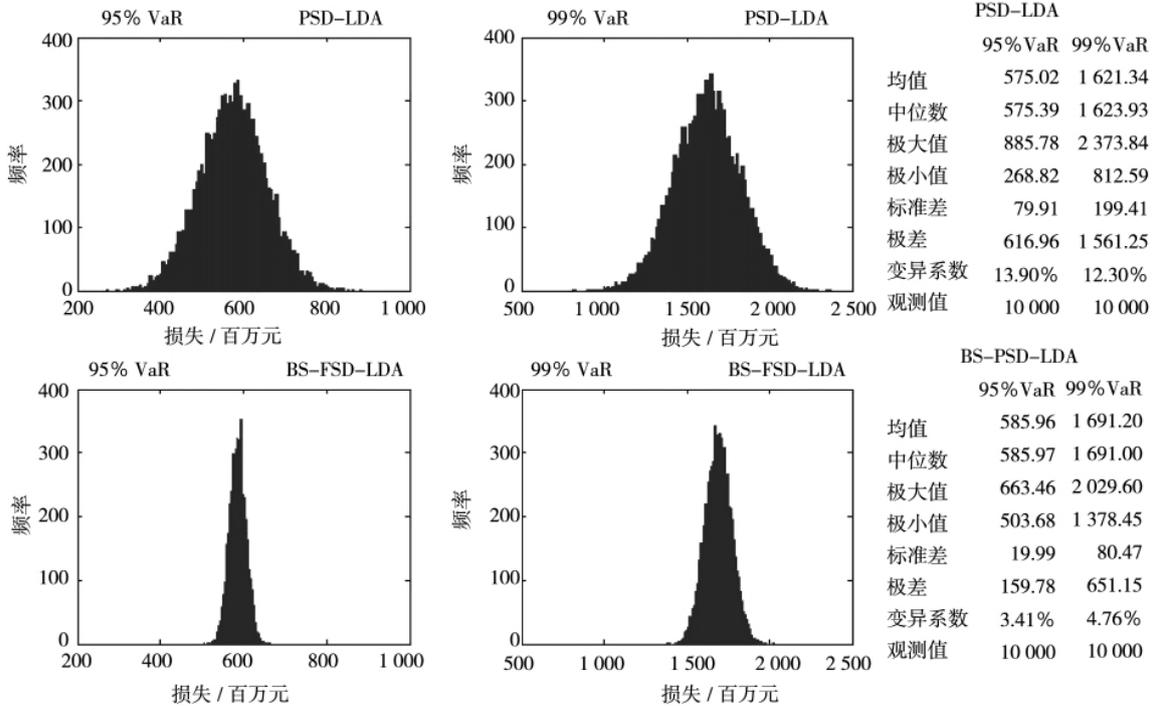


图 4 PSD-LDA 和 BS-PSD-LDA 方法风险度量的稳定性对比

Fig. 4 The comparison of robustness of measurement to PSD-LDA and BS-PSD-LDA

将实际损失超过 VaR(ES) 的估计记为失败,损失低于 VaR(ES) 的估计记为成功.设实际考察的天数为 T ,失败天数为 N ,因此失败率为 $p = N/T$.假定 VaR(ES) 模型的置信水平为 $1 - \alpha$ 则 VaR(ES) 的有效性检验便可等价于零假设为 $H_0: p = \alpha$ 的假设检验 N 服从二项分布 $B(T, p)$,由二项分布知 N 次失败在 T 个样本中发生的概

率是 $(1 - p)^{T-N} p^N$ 则对原假设的似然比统计量为

$$LR = -2 \ln \left[\frac{(1 - p)^{T-N} p^N}{\left(1 - \frac{N}{T}\right)^{T-N} \left(\frac{N}{T}\right)^N} \right] \quad (11)$$

在原假设下 统计量 LR 服从自由度为 1 的 χ^2 分布.在一定的显著性水平下,可以从 LR 统计量得出是否拒绝原假设的结论.

表 4 Kupiec 返回检验结果

Table 4 The results of back-testing proposed by Kupiec

| 度量方法 | 95% VaR | | 95% ES | | 99% VaR | | 99% ES | |
|-----------------|---------|----------|--------|-----------|---------|---------|--------|---------|
| | 失败次数 | 似然比 | 失败次数 | 似然比 | 失败次数 | 似然比 | 失败次数 | 似然比 |
| | N | LR | N | LR | N | LR | N | LR |
| 历史模拟法 | 17 | 1.356 2 | 7 | 3.240 7 | 4 | 0.710 0 | 1 | 1.237 3 |
| 单一 Lognormal 分布 | 16 | 0.809 6 | 0* | 26.159 6* | 0 | 5.125 7 | 0 | 5.125 7 |
| 单一广义 Pareto 分布 | 4* | 8.538 4* | 0* | 26.159 6* | 0 | 5.125 7 | 0 | 5.125 7 |
| PSD-LDA | 18 | 2.028 9 | 7 | 3.240 7 | 4 | 0.710 0 | 1 | 1.237 3 |
| BS-PSD-LDA | 18 | 2.028 9 | 7 | 3.240 7 | 4 | 0.710 0 | 1 | 1.237 3 |

注:似然比 LR 在 5% 和 1% 的显著性水平下的临界值分别为 3.841 5 和 6.634 9.标 * 部分表示拒绝原假设.

利用 Kupiec 返回检验时,选取样本量 $T = 255$ ^⑤. 表 4 给出了几种不同方法的 Kupiec 检验结果. 从表中可以看出,单一对数正态分布法和单一广义 Pareto 分布法在 95% 置信水平下没有通过 Kupiec 检验,失败次数过低,这两种方法高估了操作风险,估计过于保守;其余方法在不同置信水平下均能通过 Kupiec 检验.

4 结束语

从度量结果看,同一置信水平下损失超过 VaR 的均值 ES 明显大于 VaR 值,99% 置信水平下用各种方法度量的 VaR 与 ES 都明显大于 95% 置信水平下的 VaR 与 ES 值. 这说明操作风险的损失分布是具有严重厚尾特征的分布,尾部损失带来的风险很大,因此商业银行应重点防范这种尾部风险的发生;从不同的度量方法看,在小样本的操作风险度量中,本文提出的方法优于另外几种参数估计法(单一对数正态分布法、单一广义 Pareto

分布法),度量的稳定性优于传统的两阶段分布法,度量的 VaR 和 ES 值与历史模拟法度量的结果差别不大,二者分别属于两类不同的度量方法:参数估计法和非参数估计法. 但从银行自身的角度考虑,既要满足监管当局关于风险控制的需求,又要保证资金的使用效率,在这一点上,本文认为 BS-PSD-LDA 法优于历史模拟法.

从分析过程可以看到,基于 Bootstrap 抽样的操作风险度量方法技术简单易实施,尤其是适用于样本数据量少的情形. 但为便于实施 Monte Carlo 模拟,本文作了损失频率和损失强度之间的独立性假设,这样的假设有着一定的合理性,但未必与现实完全吻合,因此损失频率和损失强度之间的相关性应值得考虑. 此外,本文采用的损失数据都是直接或间接来自媒体曝光的案件,无法准确知道损失发生的具体时间和金额,得到的损失频率参数和损失强度分布参数的估计必然和现实有出入,以后的研究中期望能够收集到更多的操作损失数据,并能够准确定位损失发生时间和大小.

参考文献:

- [1] BCBS. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework [R]. Bank for International Settlements, Basel, Switzerland, 2005.
- [2] Li Jianping. A piecewise-defined severity distribution based loss distribution approach to estimate operational risk: Evidence from Chinese National Commercial Banks [J]. International Journal of Information Technology and Decision Making, 2009, 8(4): 727-747.
- [3] Frachot A, Georges P, Roncalli T. Loss distribution approach for operational risk [R]. National Institute of Statistics and Economic Studies, March, 2001. <http://ssrn.com/abstract=1032523>.
- [4] Chapelle A, Crama Y, Hübner G, et al. Practical methods for measuring and managing operational risk in the financial sector: A clinical study [J]. Journal of Banking & Finance, 2008, 32(6): 1049-1061.
- [5] Jarrow R A. Operational risk [J]. Journal of Banking & Finance, 2008, 32(5): 870-879.
- [6] Fontnouvelle D, Rosengren E. Implications of Alternative Operational Risk Modeling Techniques [R]. Federal Reserve Bank of Boston, 2004.
- [7] Dutta K, Perry J. A Tale of Tails: An Empirical Analysis of Loss Distribution Models for Estimating Operational Risk Capital [R]. Federal Reserve Bank of Boston, 2006.
- [8] Shevchenko P V. Implementing loss distribution approach for operational risk [J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2010, 26(3): 277-307.
- [9] Medova E A, Kyriakon M N. Extremes in Operational Risk Management [M]. Centre for Financial Research Judge Institute of Management, University of Cambridge, 2001. <http://www.jbs.cam.ac.uk>.
- [10] 陈学华, 杨辉耀, 黄向阳. POT 模型在商业银行操作风险度量中的应用 [J]. 管理科学, 2003, 16(1): 49-52.

⑤ 在 Kupiec 返回检验中,选择样本容量 $T = 255$,主要是借鉴了 Kupiec 的研究中给出的 Kupiec 检验非拒绝置信区列表, Kupiec 列出了不同检验样本下落在非拒绝区间的失败次数的范围. 例如,当样本 $T = 255$ 时,在 99% 置信水平下,失败次数 $N < 7$ 时将不能拒绝原假设.

- Chen Xuehua , Yang Huiyao , Huang Xiangyang. The POT model for operational risk in banks [J]. *Journal of Management Sciences* , 2003 , 16(1) : 49 – 52. (in Chinese)
- [11]高洪忠. 用 POT 方法估计损失尾部分布的效应分析[J]. *数理统计与管理* , 2003 , 23(4) : 64 – 69.
Gao Hongzhong. The composite hypothesis test about a class of i. d. d. [J]. *Application of Statistics and Management* , 2003 , 23(4) : 64 – 69. (in Chinese)
- [12]周好文, 杨 旭, 聂 磊. 银行操作风险度量的实证分析[J]. *统计研究* , 2006 , (6) : 47 – 51.
Zhou Haowen , Yang Xu , Nie Lei. The experimental analysis to measure operational risks of banks [J]. *Statistical Research* , 2006 , (6) : 47 – 51. (in Chinese)
- [13]刘 睿, 詹原瑞, 刘家鹏. 基于 Bayesian MCMC 的 POT 模型——低频高损的操作风险度量[J]. *管理科学* , 2007 , 20(3) : 76 – 83.
Liu Rui , Zhan Yuanrui , Liu Jiapeng. The pot model based on Bayesian MCMC method: Measuring low frequency: High severity operational risk [J]. *Journal of Management Science* , 2007 , 20(3) : 76 – 83. (in Chinese)
- [14]魏 宇. 股票市场的极值风险测度及后验分析研究[J]. *管理科学学报* , 2008 , 11(1) : 79 – 88.
Wei Yu. EVT risk measures and its back-testing in stock markets [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2008 , 11(1) : 79 – 88. (in Chinese)
- [15]司马则茜, 蔡 晨, 李建平. 度量银行操作风险的 POT 幂律模型及其应用[J]. *中国管理科学* , 2009 , 17(1) : 36 – 41.
SiMa Zeqian , Cai Chen , Li Jianping. Using the POT power law model to evaluate banking operational risk [J]. *Chinese Journal of Management Science* , 2009 , 17(1) : 36 – 41. (in Chinese)
- [16]Gencay R , Selcuk F , Ulugúlyađci A. High volatility , thick tails and extreme value theory in value-at-risk estimation [J]. *Mathematics and Economics* , 2003 , 33(2) : 337 – 356.
- [17]Parent E , Bernier J. Encoding prior experts' judgments to improve risk analysis of extreme hydrological events via POT modeling [J]. *Journal of Hydrology* , 2003 , 283(1 – 4) : 1 – 18.
- [18]Trzpiot G , Majewska J. Estimation of value at risk: Extreme value and robust approaches [J]. *Operations Research and Decisions* , 2010 , 20(1) : 131 – 143.
- [19]林 宇, 黄登仕, 魏 宇. 胖尾分布及长记忆下的动态 EVT-VaR 测度研究[J]. *管理科学学报* , 2011 , 14(7) : 71 – 82.
Lin Yu , Huang Dengshi , Wei Yu. Study on financial markets dynamic EVT-VaR measuring based on fated-tail distribution and long memory volatility [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2011 , 14(7) : 71 – 82. (in Chinese)
- [20]Alexander C. Bayesian Methods for Measuring Operational Risk [R]. *Working Papers in Finance* , Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=248148> , 2002.
- [21]Martink N. Modeling dependencies in operational risk with hybrid Bayesian networks [J]. *Methodology Compute Apply Probably* , 2007 , 12(3) : 379 – 390.
- [22]邓 超, 黄 波. Bayes 网络模型在商业银行操作风险管理中的应用[J]. *统计与决策* , 2007 , (8) : 93 – 95.
Deng Chao , Huang Bo. The application of Bayesian network in operational risk management in commercial banks [J]. *Statistics and Decision* , 2007 , (8) : 93 – 95. (in Chinese)
- [23]Dalla V L , Giudici P. A Bayesian approach to estimate the marginal loss distributions in operational risk management [J]. *Computational Statistics & Data Analysis* , 2008 , 52(6) , 3107 – 3127.
- [24]Neil M , Hager D. Modeling operational risk in financial institutions using hybrid dynamic Bayesian networks [J]. *The Journal of Operational Risk* , 2009 , 4(1) : 3 – 33.
- [25]Aquaro V , Bardoscia M , Bellotti A , et al. A Bayesian networks approach to operational risk [J]. *Physica A* , 2010 , 389(8) : 1721 – 1728.
- [26]Hill B M. A simple general approach to inference about the tail of a distribution [J]. *Annals of Statistics* , 1975 , 3(5) , 1163 – 1174.
- [27]Drees H , de Haan L , Resnick S. How to make a hill plot [J]. *The Annals of Statistics* , 2000 , 28(1) : 254 – 274.
- [28]Efron B. Bootstrap methods: Another look at the jackknife [J]. *The Annals of Statistics* , 1979 , 7(1) : 1 – 26.

- [29] Efron B, Tibshirani R. Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy [J]. *Statistical Science*, 1986, 1(1): 54–75.
- [30] DuMouchel W M. Estimating the stable index in order to measure tail thickness: A critique [J]. *Annals of Statistics*, 1983, 11(3): 1019–1031.
- [31] Kupiec P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [J]. *The Journal of Derivatives*, 1995, 3(2): 73–84.

Application of LDA based on Bootstrap sampling and piecewise-defined severity distribution in operational risk measurement

WANG Zong-run¹, WANG Wu-chao², CHEN Xiao-hong¹, WANG Xiao-ding³,
ZHOU Yan-ju¹

1. Business school of Central South University, Changsha 410083, China;
2. Department of Bill Business, Head Office of Agricultural Bank of China, Shanghai 200120, China;
3. Department of Corporation Business, Head Office of Agricultural Bank of China, Beijing 100005, China

Abstract: The research of operational risk management among Chinese commercial banks is still preliminary. Operational risk events are rare and data is hard to collect. This leads to very small data samples. Besides, a large number of empirical researches show that the distributions of operational losses are often skewed with fat tails. To address these issues, this paper puts forward a loss distribution approach (LDA) based on bootstrap sampling and piecewise-defined severity distribution (BS-PSD-LDA). The approach divides data samples into two distinct parts (high-frequency low-severity losses and low-frequency high-severity losses), and fits the two parts by lognormal distribution and Generalized Pareto distribution respectively. Using hand-collected samples of 426 operational losses in Chinese commercial banks during 1994–2010, we estimate the magnitude of operational losses using the BS-PSD-LDA method. We show that our method provides a better fit than the traditional parametric methods. Besides, the method using historical simulation of nonparametric method seems to offer a good fit to the sample as well. From the point of not only satisfying risk control requirement of the regulatory authority but also ensuring the efficiency of funds' utilization, we think BS-PSD-LDA is advantageous.

Key words: operational risk; Bootstrap sampling; Basel II; lognormal distribution; generalized Pareto distribution