

基于 Copula-SV-GPD 模型的投资组合风险度量^①

周孝华, 张保帅, 董耀武
(重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030)

摘要: 对于多元金融资产组合, 针对资产收益的厚尾性、波动的异方差性及资产间的非线性相关结构等特征, 采用 SV-t 模型与极值理论结合刻画单个资产收益的波动性及尾部分布特征, 应用 Copula 函数处理多元资产间的相关性, 并结合 Monte Carlo 模拟对投资组合进行风险测度. 通过对华安创新基金的实证分析结果表明, 基于 SV-GPD 的边缘分布模型能有效地刻画金融资产收益时序并较为精确地处理资产收益尾部的异常变化, 相比其他风险度量模型具有更好的优越性, 基于 Copula-SV-GPD 模型的多元资产组合对风险测度能力更强, 能有效地管理投资风险.

关键词: Copula; SV-GPD; Monte Carlo 模拟; VaR

中图分类号: F830.91 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2012)12-0070-09

0 引言

VaR (value at risk) 即风险价值, 是指在正常波动的市场条件下, 某一个金融资产或者投资组合可能产生的最大损失. VaR 理论可以将投资组合的风险表示为与收益相匹配的简单数字, 基于 VaR 方法的预测功能可以事先通过测算得到投资组合的风险价值. 由于 VaR 的计算主要取决于资产收益的方差及概率分布, 因而选择合适的波动率模型及对概率分布所做的假定成为影响风险预测可靠性的重要因素.

单个资产的风险度量可以根据 VaR 的定义直接得到, 而投资组合的风险度量需要刻画金融资产收益的联合分布. 有实证研究表明金融时间序列数据具有“尖峰厚尾”的特征, 并且在很多情况下, 资产收益序列间存在着非线性相关关系, 如果简单地假设投资组合中的单个资产间为线性相关性假设, 则对风险度量的结果会产生较大的偏差^[1, 2], 因而有必要引进更好的相关性分析方法

来弥补传统多元统计假设的不足. Copula 理论在上世纪 90 年代后期在金融领域迅速发展, 特别是在金融市场上的风险管理、投资组合的选择、资产定价等方面得到越来越广泛的应用. Copula 函数能把随机变量的边缘分布与联合分布连接起来, 并且不需要边缘分布具有相同的分布形式, 从而能构造更为灵活实用的多元分布. Copula 函数及其导出的一系列相关性指标, 可以准确地捕捉到变量间的非线性相关关系, 在研究金融市场之间的联动性及波动溢出方面, Copula 方法与其他计量分析方法相比存在着明显优势^[3, 4].

Copula 函数采用把多维随机变量的联合分布函数用其一维边际分布函数连接起来, 所以在度量风险价值时, 边际分布函数的确定也是十分关键的问题. 边际分布函数对单个金融资产刻画的好坏程度将会直接影响到投资组合风险价值计算上的准确性. 由于金融资产的收益率序列大多具有尖峰、厚尾及波动的异方差性等特征, 传统的正态分布在刻画单个金融资产的收益率特征时就会

① 收稿日期: 2010-08-27; 修订日期: 2012-04-16.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70473107); 中央高校基本科研业务费资助项目(CDJXS11021112).

作者简介: 周孝华(1965—), 男, 湖南武冈人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: zhxiaoh@yahoo.com.cn

产生一系列问题. 特别是当极端事件发生时, 正态分布假设下计算得到的投资组合的风险价值会低估风险^[5]. 对于金融时间序列的刻画目前应用较为广泛的是自回归条件异方差 (GARCH) 类模型和随机波动 (SV) 类模型. 国内也较多地采用 Copula 理论与 GARCH 结合研究多元投资组合的风险^[6-8]. 有研究表明, SV 类模型对金融数据的刻画能力优于 ARCH 类模型^[9]. 战雪丽等^[10]通过实证分析基于 Copula-SV 模型的金融投资组合, 结果表明, 边缘分布的选择对变量的联合分布具有重要作用, 并认为 Copula-SV 模型比 Copula-GARCH 模型在刻画投资组合风险方面具有优越性.

尽管 SV 类模型被用来刻画 Copula 函数的边缘分布与实际情况更为相近, 但其对极端金融事件 (主要表现为尾部数据异常) 的描述却显得无能为力, 因此需要在风险度量时用压力测试进行补充. 极值理论 (EVT) 常被用来做压力测试, 它能较好地衡量极端时间情况下的风险损失^[11]. 极值理论不研究序列的整体分布情况, 只关心序列的极值分布情况. 在极端条件下, 用极值理论方法得到的 VaR 估计值与经验分布非常接近, 提供了超越样本的预测能力, 比常用方法具有更大的优越性, 能更有效地处理厚尾现象^[12, 13]. 在实际应用中发现运用 POT 法与其他模型 (GARCH 族、SV 族) 或函数 (Copula 函数) 相结合对极值分布进行统计推断, 可以得到很好的效果^[14-17], 被越来越多的应用到极端风险的刻画当中, 但是还没有文献把随机波动模型与极值理论和 Copula 理论结合起来研究金融风险的.

鉴于以上分析, 为对资产组合进行更为精确地风险度量, 需要建立能恰当反应各资产收益率实际分布和投资组合收益相关性的资产组合模型. 本文将 Copula 理论运用于多元投资组合的风险管理, 首次结合运用随机波动模型与极值理论刻画资产收益的边缘分布, 再结合 Copula 理论来构建金融时间序列的相依关系, 实现从单一资产到组合资产的过渡, 并通过 Monte Carlo 模拟计算投资组合的 VaR, 最后通过实证分析该资产组合对风险测度的有效性.

1 资产组合边缘分布的模型选择

对资产组合中的边缘分布即单个资产收益率分布的恰当估计是利用 Copula 函数正确估计多维资产收益风险的前提, 考虑到资产收益序列的尖峰厚尾和异方差性等特征, 首先采用 SV-t 模型刻画单个资产收益波动, 度量资产收益的条件方差, 过滤后得到独立的随机扰动项, 再运用极值理论的 POT 模型对随机扰动项的上、下尾部进行建模, 以此得到 SV-GPD 模型, 即描述资产组合收益的边缘分布模型.

1.1 SV-t 模型及参数估计

随机波动模型最早是由 Taylor 提出的, 该模型考虑了方差方程中的噪声过程, 认为噪声过程独立于收益, 方差是不可观测的变量. 与基本的 SV 模型相比, SV-t 模型体现了资产收益的厚尾性, 与实际情况更加接近, 对资产收益波动的描述能力更强^[9]. 设资产收益 y_t 为去均值后收益, 即

$$y_t = \ln \frac{p_t}{p_{t-1}} - E \left[\ln \frac{p_t}{p_{t-1}} \right] \quad (1)$$

式中 p_t 表示金融资产价格. 根据金融资产的波动性, 假定 y_t 服从分布 $y_t \sim N(0, \sigma_t^2)$, 其中 σ_t^2 是 y_t 基于 $t-1$ 时刻已有信息的条件方差, 由此可以得到 SV-t 模型

$$\begin{cases} y_t = \varepsilon_t e^{h_t/2} \\ \ln \sigma_t = \mu + \phi (\ln \sigma_{t-1} - \omega) + \tau \eta_t \\ h_t = \ln \sigma_t^2 \\ \eta_t \sim nid(0, \sigma_\eta^2), \varepsilon_t \sim t(0, 1, \nu) \end{cases} \quad (2)$$

式中: ε_t 和 η_t 为残差项, 互不相关; ϕ 为持续性参数, 反映当前波动对未来波动的影响, $|\phi| < 1$ 时 SV-t 模型是协方差平稳的. SV-t 模型与基本的 SV 模型相比在于 ε_t 服从自由度为 ν 的 t 分布, 而非标准正态分布.

SV-t 模型的待估参数为 μ, ϕ, τ, ν , 常用的参数估计主要有伪极大似然法 (QML) 及广义矩法 (GMM) 等, 但以上方法由于其对样本条件的限制等常会使得参数估计值偏误较大. 基于 MCMC (Markov Chain Monte Carlo) 方法的贝叶

斯推断被认为能较好地解决上述问题, 尽管其计算相对复杂得多, 但对参数的估计较为准确^[18]. MCMC 方法不需要知道后验密度的解析表达式, 而是提供从后验分布对参数向量抽样的途径. MCMC 方法对每个变量设置一条马尔科夫链, 让它的平稳分布与后验密度相同, 当马尔科夫链收敛时, 就认为模拟值是从后验分布获得样本. 由此, 本文采用 Gibbs 抽样的 MCMC 方法对 SV-t 模型进行参数估计, 并借助 BUGS 软件来实现, 同时参照 Kim 等^[18] 的经验选取以下分布作为先验分布

$$\mu \sim i. i. N(0, 10), \frac{1 + \phi}{2} \sim Beta(20, 1.5),$$

$$\tau^2 \sim IGamma(2.5, 0.025), \nu \sim \chi^2(8)$$

1.2 极值理论和 SV-GPD 边缘分布模型

极值理论 (EVT) 是度量市场风险极端情形的方法, 它可以准确地描述资产收益分布尾部的分位数, 利用其计算 VaR, 能实现更高的精确度^[12]. 极值理论中 POT 模型对样本中超过某一充分大的阈值的样本进行建模, 对损失分布直接进行数理分析, 克服了其它度量方法在解决尾部分布上的缺陷, 近年来得到了广泛的应用.

通过前面应用 SV-t 模型对资产收益的刻画, 过滤后可以得到随机扰动项 Z_t . 假定 $\hat{\mu}_t, \hat{\sigma}_t$ 分别为资产收益序列的条件均值及条件方差, 则有

$$(Z_{t-n+1}, \dots, Z_t) = \left(\frac{X_{t-n+1} - \hat{\mu}_{t-n+1}}{\hat{\sigma}_{t-n+1}}, \dots, \frac{X_t - \hat{\mu}_t}{\hat{\sigma}_t} \right) \quad (3)$$

对扰动项 Z_t , 用正态分布拟合时会低估尾部风险, 因此考虑应用基于极值理论的广义 Pareto 分布. 设随机扰动项 Z_t 的分布函数 $F(Z) = P(Z \leq z)$, 随机变量 Z 超过某个阈值 u 的分布 F_u , 其中 F 为 Z 的分布函数. 通常, 分布函数 F_u 叫做条件极端损失分布函数, 表示为

$$F_u(y) = p(Z - u \leq y | Z > u) \quad (4)$$

式中: $0 \leq y \leq z_F - u; z_F \leq \infty$ 是分布的右端点, 因此 F_u 可表示为

$$F_u(y) = \frac{F(u + y) - F(u)}{1 - F(u)}$$

$$= \frac{F(z) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (5)$$

式中 $F_u(y)$ 称为超阈值分布, 并且对于充分大的阈值 u , 存在一个 $G_{\xi, \beta}(y)$ 使得

$$F_u(y) \approx G_{\xi, \beta}(y) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi \frac{y}{\beta})^{-\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{\beta}}, & \xi = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中: ξ 为形状参数; β 为尺度参数. 当 $\xi \geq 0$ 时, $y \in [x_F, -\sigma/\xi]$; 当 $\xi < 0$ 时 $y \in [0, -\beta/\xi]$. 称分布函数 $G_{\xi, \beta}(y)$ 为广义帕累托分布函数 (GPD)^[19]. 广义 GPD 能对资产收益序列的尾部进行很好拟合, 弥补了其它分布对资产收益序列刻画的不足. 基于此, 对随机扰动项 Z_t , 采用极值理论估计其上下尾分布, 而对于处于上下尾阈值之间的随机扰动项, 采用基于累计经验分布函数来拟合, 从而得到金融资产收益率随机扰动项 z 的边缘分布, 即资产组合的 SV-GPD 边缘分布模型

$$F(Z) = \begin{cases} \frac{N_u^L}{N} (1 + \xi^L \frac{u^L - z}{\beta^L})^{-1/\xi^L}, & z < u^L \\ \Phi(z), & u^L \leq z \leq u^R \\ 1 - \frac{N_u^R}{N} (1 + \xi^R \frac{z - u^R}{\beta^R})^{-1/\xi^R}, & z > u^R \end{cases} \quad (7)$$

式中: ξ^L 为左尾的形状参数; β^L 为左尾的尺度参数; u^L 为左尾阈值; N_u^L 为 z 中低于左尾阈值的样本数; ξ^R 为右尾的形状参数; β^R 为右尾的尺度参数; u^R 为右尾阈值; N_u^R 为 z 中高于右尾阈值的样本数. 另外, 选择合理的阈值参数 u , 是正确估计参数 ξ 和 β 进而精确计算 VaR 的前提, 阈值 u 的估计通常采用平均超额函数法 (具体参考文献 [20]).

2 基于 Copula 函数的投资组合 VaR 计算

通过 Copula 函数可以构造灵活的多元分布函数, 能较好地衡量资产组合内各金融资产收益的相关关系. 因此, 在边缘分布模型确定后, 需要通过 Copula 理论来构建反映金融资产收益率相关性的联合分布函数, 再由此求投资组合的 VaR

值. 本文采用多元正态 Copula 函数反应资产组合的相关关系, 并应用基于 Monte Carlo 模拟的方法求得该组合的风险价值.

2.1 Copula 函数与投资组 VaR 表达式

Copula 函数可看成是多维分布函数 $C: [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, 其边缘分布 F_1, \dots, F_n 为区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布, 最早由 Sklar (1959) 提出. Sklar 定义了联合分布分解为它的 K 个边缘分布和 1 个 Copula 函数, 其中 Copula 函数描述了变量间的相关结构. 具体表述为:

令 F 为具有 n 维边缘分布 $F(x_1), F(x_2), \dots, F(x_n)$ 的联合分布函数, 则存在一个 Copula 函数 C 满足: $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F(x_1), F(x_2), \dots, F(x_n))$. 若 $F(x_1), F(x_2), \dots, F(x_n)$ 连续, 则 Copula 函数是唯一确定的; 反之, 如果 C 是 n 维 Copula 函数, F_1, F_2, \dots, F_n 是分布函数, 则由上面定义的函数 F 是边缘分布为 F_1, F_2, \dots, F_n 的 n 维随机变量的联合分布函数.

根据 Sklar 定理, 可将 Copula 函数表述为边缘分布为 $[0, 1]$ 均匀分布的 n 维变量的联合分布函数, 其中 n 为不等于 0 的整数. 用 Copula 理论建立金融模型时, 可以将随机变量的边缘分布和它们之间的相关结构分开来研究. 假定随机变量 X 和 Y 分别代表两种金融资产的损失, 它们的边缘分布分别为 $F(x)$ 和 $G(y)$, 具有 Copula 函数 $C(F(x), G(y))$, 则投资组合的 VaR 可表示为

$$P\{\delta X + (1 - \delta) Y > \gamma\} = \int dC(F(x), G(y))$$

式中: δ 代表资产 X 在投资组合中的权重; γ 为限定值, 与置信水平 α 有对应关系. Copula 技术是对整个联合分布建模, 并且很容易推广到条件分布的情形.

2.2 Copula 函数的相关性分析

传统的多维变量间的相关系数常由线性相关性来描述, 其计算方便、意义直观而被普遍应用. 而 Embrechts 等^[21] 指出线性相关系数对相依关系的描述具有局限性, 认为其限制条件不易满足而会导致错误的相关性结论. 由 Copula 函数导出的秩相关系数作为描述随机变量间相依关系的统计量正在逐渐为人们所重视. 秩相关性由随机变

量间的联合分布关系得到而无需考虑边缘分布的相依性度量方法, 适用于任何分布. 并且, 秩相关性反映的是变量间的单调相依性, 其在非线性单调变换下保持不变, 具有良好的统计特性, 应用性也更为广泛^[22]. 另外, 秩相关性的测度如 Kendall 的 τ 、Spearman 的 ρ 系数等还与 Copula 函数中的参数有一一对应关系^[23], 因而更有利于 Copula 函数的参数估计. 本文选取多元正态 Copula 描述变量间的相关关系. 按照 Copula 理论, N 维正态 Copula 为

$$C_{\Sigma}(u_1, \dots, u_N) = \Phi_{\Sigma}(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_N)) \quad (8)$$

式中: Σ 表示多元正态分布函数的相关系数矩阵, Φ_{Σ} 为相关系数矩阵为 Σ 的 N 维正态分布函数; Φ^{-1} 为标准正态分布函数的反函数.

2.3 投资组合的 Monte Carlo 模拟及 VaR 值的计算

确定最优 Copula 函数之后, 即可度量资产组合收益率的风险. 在运用 Copula 模型计算投资组合的 VaR 时, VaR 的解析式一般不容易求出, 因此常常运用 Monte Carlo 模拟法来进行计算. 通过模拟得到与真实分布更接近的联合分布, 从而可以建立更为有效的风险管理模型. Monte Carlo 模拟法首先根据其历史数据得到未来概率分布的参数, 然后利用随机模拟来产生未来资产收益的可能情景集, 再根据置信水平得到 VaR 值, 具体方法如下.

考虑 n 个资产收益序列, 设资产 i 的等间隔收益率观测样本为 $\{r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{iT}\}$, $i = 1, \dots, N$, 利用其历史数据估计 Copula 模型的参数, 包括边缘分布参数和 Copula 函数的参数. 由此可以确定各资产收益的概率分布 F_1, \dots, F_n 和描述资产间相关结构的 Copula 函数 $C(u_1, \dots, u_n)$, 其中 $u_1 = F_1(x), \dots, u_n = F_n(x)$. 显然 u_1, \dots, u_n 均服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布. 然后, 利用 Copula 和 Monte Carlo 模拟计算投资组合的 VaR 值:

- 1) 生成 $[0, 1]$ 上已求得类型 Copula 函数 $C(u_1, \dots, u_n)$ 的均匀分布的随机数 u_1, \dots, u_n ;
- 2) 根据各资产收益率的分布函数 F_1, \dots, F_n , 计算与 u_1, \dots, u_n 对应的资产收益 x_1, \dots, x_n 的值:

$$x_1 = F_1^{-1}(u_1) \dots x_n = F_n^{-1}(u_n);$$

3) 给定资产 i 在投资组合中的权重 λ_i , 计算投资组合的收益率 $z = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i$, 由此得到投资组合未来收益率的 1 个可能情景;

4) 重复 1) ~ 3) 多次 模拟得到投资组合未来收益的多个可能情景, 并由此得到投资组合未来收益的经验分布. 给定置信水平 α , 便可得到投资组合损失率的 VaR 值, 即 $P\{L > VaR\} = \alpha$.

3 实证研究

3.1 样本的选取及 Copula 模型的参数估计

本文选取我国成立的第一只开放式基金——华安创新基金的前 10 大重仓股构成的投资组合为样本. 根据华安创新 2009 年第 4 季度的报告, 取其投资组合投资比重的前 10 名股票做为研究对象, 考虑到本文的研究目的和选取研究对象的特殊性, 把这 10 只股票看做 1 个新的投资组合, 其所占的权重经过换算如表 1 所示.

表 1 华安创新基金前 10 大重仓股投资组合比例

Table 1 Top ten portfolio's weight of Hua An Innovation Fund

股票简称	代码	投资比例 (%)	股票简称	代码	投资比例 (%)
浦发银行	600000	17.79	科华生物	002022	8.98
格力电器	000651	12.45	城投控股	600649	8.81
北京银行	601169	9.50	中华企业	600675	8.15
中国平安	601318	9.46	中国神华	601088	7.84
海螺水泥	600585	9.22	中信证券	600030	7.80

选取此 10 只股票的共同交易区间 2007 - 10 - 09—2009 - 12 - 31, 中间剔除因某些股票停盘的日期, 共 476 个交易日作为原始数据(数据来源于大智慧证券交易系统). 参考式(1), 并计算以百分比形式表示的每只股票去均值后的对数收益率, 用 R_{it} 来表示. 再根据式(2) ~ (7) 计算得到每只股票收益率的边际分布. 下面以浦发银行为例, 给出参数的边缘分布模型 $SV-GPD$ 的参数估计及检验结果(见表 2).

从表 2 中给出的 $K-S$ 的相伴概率可以发现, 原序列做概率积分变换后的序列服从 $[0, 1]$ 的均匀分布. 另外对各序列的自相关检验还发现, 变换后的各序列均不存在自相关, 认为变换后的序列均是独立的. $K-S$ 检验和自相关检验表明根据 $SV-GPD$ 模型可以较好地描述股票浦发银行的边缘分布. 为了进一步验证 GPD 尾部估计, 图 1 给出了浦发银行收益率随机扰动项上尾溢出数据 GPD 分布的拟合效果图(QQ图), 可以看到除个别点外 GPD 模型对溢出的数据拟合得比较好. 因此认为以 $SV-GPD$ 模型做为边缘分布模型的选择是合理的.

表 2 浦发银行边缘分布参数估计结果

Table 2 Marginal distribution parameters for Pudong Development Bank

μ	2.34	β^R	0.6844
φ	0.9908	ξ^R	0.1091
τ	81.890	u^L	-1.76
$v^{(1)}$	6.8760	u^R	1.60
β^L	0.6578	K-S 统计量	0.0404
ξ^L	-0.1280	K-S 概率值	0.8873

① t 分布自由度.

根据得到的各样本收益序列的边缘分布, 利用正态分布函数与正态 Copula 函数的关系, 容易估计得到多元正态 Copula 函数的相关系数矩阵^[21]. 表 3 列出了多元正态 Copula 函数相关系数矩阵的估计结果.

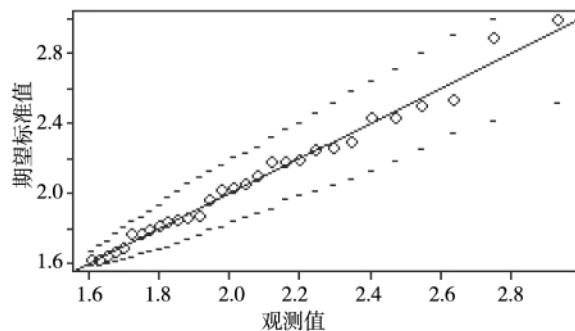


图 1 浦发银行上尾溢出数据 GPD 分布的拟合效果图 QQ 图
Fig. 1 QQ fitting results for GPD distribution of up tail overflow data for Pudong Development Bank

表 3 多元正态 Copula 函数相关参数矩阵的估计结果

Table 3 Estimates of interrelated parameters matrix for multivariate normal Copula function

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.000	0.484	0.817	0.753	0.511	0.271	0.553	0.630	0.618	0.704
2	0.484	1.000	0.537	0.480	0.576	0.450	0.570	0.554	0.506	0.512
3	0.817	0.537	1.000	0.747	0.538	0.368	0.578	0.628	0.618	0.679
4	0.753	0.480	0.747	1.000	0.553	0.297	0.561	0.604	0.657	0.706
5	0.511	0.576	0.538	0.553	1.000	0.365	0.522	0.560	0.599	0.557
6	0.271	0.450	0.368	0.297	0.365	1.000	0.499	0.356	0.377	0.373
7	0.553	0.570	0.578	0.561	0.522	0.499	1.000	0.658	0.582	0.619
8	0.630	0.554	0.628	0.604	0.560	0.356	0.658	1.000	0.581	0.639
9	0.618	0.506	0.618	0.657	0.599	0.377	0.582	0.581	1.000	0.642
10	0.704	0.512	0.679	0.706	0.557	0.373	0.619	0.639	0.642	1.000

3.2 投资组合的 VaR 计算

1) 在得到投资组合的边缘分布模型参数及样本间的相关系数矩阵后,即可应用 Monte Carlo 模拟方法对投资组合的 VaR 进行计算.同时,还可以算出不同置信度下投资总额一定时相应单只股票的 VaR.组合中各资产的投资比例参考表 1,对每只股票进行 1 000 次的情景模拟,并选取 3 种不同的置信度进行 VaR 计算,计算结果见表 4.

表 4 单支股票及其投资组合的 VaR 值

Table 4 VaR of the single stock and portfolio

样本	VaR(90%)	VaR(95%)	VaR(99%)
浦发银行	6.37	6.73	7.01
格力电器	4.85	5.12	5.33
北京银行	2.33	2.46	2.56
中国平安	2.60	2.75	2.86
海螺水泥	3.17	3.34	3.48
科华生物	3.81	4.02	4.19
城投控股	2.75	2.91	3.03
中华企业	2.13	2.25	2.35
中国神华	2.40	2.54	2.64
中信证券	1.80	1.89	1.97
VaR 均值	3.22	3.40	3.54
投资组合 VaR 值	2.62	2.77	2.88
VaR 差值	0.60	0.63	0.66

由表 4 可看出,在投资额一定的情况下,投资组合风险要小于单个资产的风险.由此可见,可以根据各只股票之间的相关关系来选择投资组合,从而降低投资风险.另外,由 VaR 差值可以看出,

置信水平越高,投资组合降低风险的程度就越大.

2) 由表 4 可以看出基于 Copula-SV-GPD 资产投资组合的风险度量方法是有效的,接下来检验该方法的精度,这里选取基于 Copula-GARCH-t、Copula-SV-t 模型的风险度量方法,同样运用华安创新基金的前 10 大重仓股构成的投资组合为样本,与本文采用的方法进行对比,结果如表 5.

表 5 3 种模型计算的投资组合的 VaR 值

Table 5 VaR of the investment portfolio for three models

模型类型	VaR 值	标准差	VaR 值 / 标准差
Copula-GARCH-t	2.84	1.72	1.65
Copula-SV-t	2.80	1.63	1.72
Copula-SV-GPD	2.77	1.50	1.85

注:选取 95% 的置信水平.

由表 5 可以看出,由 3 种模型估计的 VaR 值差别不大,主要是由于 3 者的连接函数都选择正态 Copula 函数形式.然而,由 Copula-SV-GPD 模型估计出的 VaR 值稍小,VaR 值与标准差比值最大,差别主要是由于边缘分布 SV-GPD 模型比 GARCH-t、SV-t 模型对市场波动的尾部刻画更为细致,得到组合风险 VaR 值较小,说明 Copula-SV-GPD 模型对资产组合风险的计算精度相对较高.

同时表明边缘分布的选择对构建联合分布具有重要作用.

3.3 返回式检验

对由 Monte Carlo 模拟得到的投资组合采用 Kupiec^[24] 提出的失败频率检验法进行返回检验,

其似然比统计量(LR)

$$LR = -2\ln [(1-p)^{T-N} p^N] + 2\ln [(1-N/T)^{T-N} (N/T)^N]$$

其中: T 为实际考察天数; N 为失败次数; $N/T = p$, p 为失败率. 在零假设条件下, 统计量 LR 服从自由度为 1 的 χ^2 分布. Kupiec 给出了这种检验方法的置信域, 在置信域内失败次数越低, 模型的预测效果越好, 但失败次数过低, 却意味着模型过于保守. 依次选择置信度为 0.95、0.975、0.99 进行后验测试, 检验结果见表 6. 从表 6 的检验结果看出, 在各置信度下, 模型的失败次数均在合理区域并处在较小的区间内. 因此, 可以认为基于该投资组合的风险度量是合理而有效的.

表 6 $T = 1\ 000$ 时投资组合的失败次数检验

Table 6 Failures measurement of portfolio when

$T = 1\ 000$

置信度(%)	95	97.5	99
非拒绝域	$37 < N < 65$	$15 < N < 36$	$4 < N < 17$
实际损失	41	19	5

4 结束语

考虑了金融资产收益的“尖峰厚尾”及波动的异方差性等特征, 采用随机波动模型的建模理论与极值理论相结合描述单个资产收益的分布特征, 同时应用 Copula 函数的基本理论与性质, 并

结合 Monte Carlo 模拟对投资组合进行风险测度. 从对华安创新基金风险的实证检验结果可以看出, 投资总额一定时, 不同的置信度下投资组合的风险均小于单个资产的风险. 同时, 置信度越高, 投资组合降低风险的程度越大, 通过与其他 Copula 风险度量模型对比发现 Copula-SV-GPD 模型具有优越性. 另外, 通过对投资组合的返回式检验, 结果表明该投资组合对风险的度量是合理而有效的.

通过应用 SV-GPD 模型对资产组合边缘分布进行刻画的实证结果表明, 该模型能很好地描述单个资产的收益波动, 能有效地处理资产收益尾部的异常变化, 也为一维风险测试模型提供了一定的参考价值. 同时也须指出, 模型对于有些多元资产如混合型金融资产组合的适用性效果还有待进一步研究, 例如刻画边缘分布波动性的 SV 模型可选择更多的形式, 如选择杠杆效应的、长记忆性等 SV 模型来验证其适用性. 并且, 对于同样的资产组合, 也可以选择其它的多元 Copula 函数来描述边缘分布的相依结构以检验投资组合的风险测试效果. 此外, 考虑到时效性, 对于时间跨度较大的多元资产组合或金融市场的异常变化, 也有可能出现导致各资产间发生非线性、非对称性等相关关系的动态性结构变化, 因而对于资产组合的风险度量也提出了更高的要求, 这也是下一步需要研究的问题.

参 考 文 献:

- [1] Longin F, Solnik B. Extreme correlation of international equity markets [J]. Journal of Finance, 2001, 56(2): 649-676.
- [2] Ang A, Bekaert G. International asset allocation with regime shifts [J]. Review of Financial Studies, 2002, 15(4): 1137-1187.
- [3] 张尧庭. 连接函数(Copula)技术与金融风险分析 [J]. 统计研究, 2002, 19(4): 48-51.
Zhang Yaoting. Copula technology and financial risk analysis [J]. Statistics Research, 2002, 19(4): 48-51. (in Chinese)
- [4] Rodriguez J C. Measuring financial contagion: A copula approach [J]. Journal of Empirical Finance, 2007, 14(3): 401-423.
- [5] Consigli G. Tail estimation and mean - VaR portfolio selection in markets subject to financial instability [J]. Journal of Banking & Finance, 2002, 26(7): 1355-1382.
- [6] 李秀敏, 史道济. 沪深股市相关结构分析研究 [J]. 数理统计与管理, 2006, 25(6): 729-736.
Li Xiumin, Shi Daoji. Research and analysis on Shanghai and Shengzhen stock market's relate structure [J]. Journal of Ap-

- plied Statistics and Management, 2006, 25(6): 729 - 736. (in Chinese)
- [7]任仙玲, 叶明确, 张世英. 基于 Copula-APD-GARCH 模型的投资组合有效前沿分析[J]. 管理学报, 2009, 6(11): 1528 - 1535.
Ren Xianling, Ye Mingque, Zhang Shiyong. Analysis on portfolio effective frontier based on Copula-APD-GARCH model [J]. Chinese Journal of Management, 2009, 6(11): 1528 - 1535. (in Chinese)
- [8]梁建峰, 陈建平, 刘京军. 基于 Copula-GARCH 方法的 LPM 套期保值研究[J]. 系统工程学报, 2011, 26(5): 636 - 641.
Liang Jianfeng, Chen Jianping, Liu Jingjun. Hedging with LPM based on Copula-GARCH method [J]. Journal of Systems Engineering, 2011, 26(5): 636 - 641. (in Chinese)
- [9]余素红, 张世英, 宋 军. 基于 GARCH 模型和 SV 模型的 VaR 比较[J]. 管理科学学报, 2004, 7(5): 61 - 65.
Yu Suhong, Zhang Shiyong, Song Jun. Comparison of VaR based on GARCH and SV models [J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(5): 61 - 65. (in Chinese)
- [10]战雪丽, 张世英. 基于 Copula-SV 模型的金融投资组合风险分析[J]. 系统管理学报, 2007, 16(3): 302 - 306.
Zhan Xueli, Zhang Shiyong. Analysis on financial investment portfolio's risk based on Copula-SV model [J]. Journal of System & Management, 2007, 16(3): 302 - 306. (in Chinese)
- [11]Bekiros S D, Georgoutsos D A. Estimation of value-at-risk by extreme value and conventional methods: A comparative evaluation of their predictive performance [J]. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 2005, 15(3): 209 - 228.
- [12]Ramazan G, Faruk S. Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets [J]. International Journal of forecasting, 2004, 20(2): 287 - 303.
- [13]魏 宇. 股票市场的极值风险测度及后验分析研究[J]. 管理科学学报, 2008, 11(1): 78 - 88.
Wei Yu. Research on extreme value risk measurement and posterior estimate in stock market [J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(1): 78 - 88. (in Chinese)
- [14]傅 强, 邢琳琳. 基于极值理论和 Copula 函数的条件 VaR 计算[J]. 系统工程学报, 2009, 4(5): 531 - 537.
Fu Qiang, Xing Linlin. Calculate on condition VaR based on extreme value theory and copula function [J]. Journal of System Engineering, 2009, 4(5): 531 - 537. (in Chinese)
- [15]李悦雷, 张 维, 熊 熊, 等. 基于极值相关分析方法的股指期货操纵防范研究[J]. 管理科学学报, 2010, 13(11): 105 - 111.
Li Yuelei, Zhang Wei, Xiong Xiong, et al. Investigation on prevention of manipulation in the stock index future markets based on method of extreme correlation [J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(11): 105 - 111. (in Chinese)
- [16]林 宇, 黄登仕, 魏 宇. 胖尾分布及长记忆下的动态 EVT-VaR 测度研究[J]. 管理科学学报, 2011, 14(7): 72 - 82.
Lin Yu, Huang Dengshi, Wei Yu. Study on financial markets dynamic EVT-VaR measuring based on fated-tail distribution and long memory volatility [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(7): 72 - 82. (in Chinese)
- [17]董耀武, 周孝华, 姜 婷. 基于 EVT-POT-SV-MT 模型的极值风险度量[J]. 管理工程学报, 2012, 26(1): 119 - 124.
Dong Yaowu, Zhou Xiaohua, Jiang Ting. Extreme risk measurement based on EVT-POT-SV-GED model [J]. Journal of Industrial Engineering /Engineering Management in China, 2012, 26(1): 119 - 124. (in Chinese)
- [18]Kim S, Shephard N, Chib S. Stochastic volatility: Likelihood inference and comparison with ARCH models [J]. Review of Economic Studies, 1998, 65(3): 361 - 393.
- [19]Dempster M A H. Risk Management: Value at Risk and Beyond [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002: 176 - 223.
- [20]Stuart Coles. An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values [M]. London: Springer, 2001.

- [21] Embrechts P, Kluppelburg C, Mikosch T. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance [M]. Berlin: Springer, 1997: 345 – 352.
- [22] 韦艳华, 张世英. 金融市场的相关性分析——Copula-Garch 模型及其应用 [J]. 系统工程, 2004, 22(4): 7 – 12.
Wei Yanhua, Zhang Shiyong. Analyses on financial market correlation: Copula-Garch model and applying [J]. System Engineering, 2004, 22(4): 7 – 12. (in Chinese)
- [23] Embrechts P, McNeil A, Straumann D. Correlation: Pitfalls and alternatives [J]. Risk, 1999, 12(5): 69 – 71.
- [24] Kupiec P. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [J]. Journal of Derivatives, 1995, 3(2): 73 – 84.

Risk measurement of financial portfolio based on Copula-SV-GPD model

ZHOU Xiao-hua, ZHANG Bao-shuai, DONG Yao-wu

School of Economics and Business Administration Chongqing University, Chongqing 400030, China

Abstract: In view of the characteristics of fat tail, fluctuation heteroscedasticity and nonlinear correlation of the combination of multiple financial portfolios, this paper combines the SV-t models with the EVT to depict the single asset return volatility and tail characteristics, and applies the Copula function to treat with the non-linear structures among assets and measures the risk of portfolio by Monte Carlo simulation. By empirical research of Hua An Innovation Fund, it is found that the risk measurement model can effectively manage investment risk based on Copula-SV-GPD method, which could effectively depict the time series of returns of financial assets and accurately treat abnormal changes of the tail.

Key words: Copula; SV-GPD; Monte Carlo Simulation; VaR