

收费公路项目 Pareto 有效 BOT 合同与政府补贴^①

谭志加¹, 杨海², 陈琼³

(1. 华中科技大学管理学院, 武汉 430074; 2. 香港科技大学土木与环境工程系, 香港;
3. 国防信息学院, 武汉 430010)

摘要: 根据 BOT(建设-运营-移交) 项目中公共部门和私人部门的不同目标, 利用双目标规划模型研究了收费公路 BOT 项目合同容量、通行费费率及政府补贴政策的联合决策. 引入 Pareto 有效 BOT 合同的概念, 并从理论上研究了 Pareto 有效 BOT 合同的性质, 建立了两个必要条件用以甄别 BOT 合同的 Pareto 有效性. 进一步完善目前收费公路 BOT 项目合同的理论研究, 对公共部门制定收费公路项目补贴政策具有现实指导意义.

关键词: 收费公路特许经营; 政府补贴; BOT(建设-运营-移交); Pareto 有效合同

中图分类号: F224; F505 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2013)03-0010-11

0 引言

道路收费政策具有两个明显不同的目的, 其一是缓解交通拥挤, 减少环境污染, 拥堵费收益也可用于改善城市交通网络基础设施或补贴公共交通开支^[1-3]; 其二是缓解道路建设资金的短缺问题, 偿还贷款本息. 目前世界上已有 60 多个国家和地区采取收费道路的形式建设与发展高速公路. 根据我国现阶段社会经济发展水平, 收费道路政策是筹集公路交通建设资金的重要渠道. 据统计, 1998 至 2009 年, 我国公路建设投资累计超过 5.5 万亿元, 使得公路总里程由 1997 年底的 122.64 万公里增加到 2009 年底的 386.08 万公里, 其中 95% 的高速公路、61% 的一级公路和 42% 的二级公路都是依靠收费公路政策建设的. 另外, 在筹集资金方面, 国家鼓励更多的民营资金投资公路基础设施建设, 甚至允许私人投资者通过多种方式直接参与建设和管理收费道路项目. 私人参与收费道路建设有利于解决政府资金短缺问题, 在投资效率、成本控制和技术创新等方面具有较大优势. 因此, 公私合营 (public-private-partnership,

PPP) 模式, 特别是建设-运营-移交 (build-operate-transfer, BOT) 模式, 在各国与地区投资建造的收费道路项目中占据了较大的比重. BOT 模式由土耳其原总理奥扎尔于 1984 年率先提出, 是指政府将基础设施的特许权在一定时期内转让给私营经济主体, 由私营经济主体融资、建设和经营, 并承担项目风险, 获取相应收益, 特许权期满后移交政府^[4]. 目前, BOT 模式已被广泛应用于交通基础设施项目中, 如香港地区的 3 条海底隧道项目、京通高速公路以及英国的 M6 高速公路等. 只要存在出行者为节省旅行时间而乐意承担新收费道路的通行费, 私人投资者可以从通行费收益中得到满意的投资回报, 而且社会成本 (包括环境和土地利用) 也可以从这些新的交通项目中得到足够的补偿, 那么, BOT 收费公路项目可以产生多赢的局面, 对社会具有极强的现实意义, 值得大力发展^[5].

尽管这些市场导向的交通基础设施项目具有许多内在的优点, 然而, BOT 合同的理论研究仍处于起步阶段, 许多问题需要谨慎处理. 首先, 合

① 收稿日期: 2010-09-25; 修订日期: 2012-11-05.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(71201067); 教育部博士学科点专项科研基金资助项目(20110142120086).

作者简介: 谭志加(1978—), 男, 湖北黄石人, 博士, 讲师. Email: zjatan@mail.hust.edu.cn

作双方的组织类型不同,因而他们的利益关注点存在差异。即,公共部门(中央或地方政府)关注项目的社会福利产出,而私人财团则希望在合同期内取得尽量多的经济利润;其次,给定合理的特许经营期(25—30年)之后,高速公路容量设计和用户费率是两个关键的合同变量,它们联合决定了社会福利和项目经济收益;其三,偿还巨大的成本投资及一定私人投资回报可能导致通行费过度使用,而使用公共财政资金来提供项目补贴会导致额外的社会成本,因此,公共部门需要确定有效的政府补贴政策。根据公共和私人财团的不同目标,如何有效地选择高速公路的容量和通行费,如何有效制定政府补贴政策是收费公路 BOT 项目合同的关键问题。

本文根据 BOT 项目合同中公共部门和私人财团的不同目标,利用双目标规划模型对收费公路的容量、通行费费率及政府补贴政策的 Pareto 有效选择问题展开研究,揭示 BOT 收费公路项目的经济收益和社会效益的 Pareto 有效结构,有助于加深对收费公路 BOT 项目的理解,为有效制定 BOT 项目合同,设计政府补贴政策提供科学依据。

1 国内外研究现状

收费公路进行定价和投资决策的理论基础是微观经济学的边际成本定价原理。交通经济学家普遍认为交通拥挤导致的社会成本是每个出行者在使用拥挤道路时产生的,因而在建设和经营道路时,通行费费率应该包含拥挤成本以使道路空间得到有效利用。收费公路的通行费和容量选择问题引起了许多交通管理科学家和交通经济学家的关注。其中,最著名的工作是 Mohring 和 Harwitz^[6]提出的自融资定理(the self-financing theorem),即在一定条件下通过道路边际拥挤定价所获得的通行费收益准确等于道路容量投资总成本。基于相同的假设下,Yang 和 Meng^[7]、Yang 和 Huang^[8]进一步证明了对于一般的交通网络,如果对网络中每一条道路都选择最优的通行费和容量,自融资定理也是始终成立的。Verhoef 和 Mohring^[9]对此类问题作了更加详细的文献综述和

评介。这些研究主要是针对政府专营的收费公路项目,考虑社会福利最大化条件下的通行费和道路容量的选择问题。

近年来,由于公共部门资金的短缺以及私人参与在投资效率和技术革新方面的优势,世界上尤其是发展中国家,私有资金越来越成为道路网络投融资的重要成分。公共部门允许私人参与收费公路项目典型地可以通过所谓的 BOT 合同来实现。随着 BOT 融资模式在我国基础设施建设中的广泛应用,国内交通学界、经济管理界的学者围绕 BOT 在交通项目中的适用性和决策模型方面做了大量的深入探讨^[10,11]。肖条军等^[12]建立了交通 BOT 项目的投资模型,采用对策论研究了政府和私人投资者最优策略之间的关系。在两地之间存在已建道路的情况下,杨宏伟等^[13,14]研究了新建 BOT 收费公路的定价和投资决策及其经济收益和社会效益。

以上关于收费公路投资问题的研究一般假设项目生命期是固定的,因此总的投资成本可以折算到生命期内的每一年。这些研究可以为有效制定收费公路 BOT 项目合同提供理论依据。然而,Engel 等^[15,16]指出如果交通量和通行费收益不确定时,这些固定期的投资分析将会出现许多问题。于是,他们提出柔性合同期机制,并拟定了所谓的最少收益净现值拍卖机制(least-present-value-of-revenue auction)来选择最优的柔性合同期。Engel 的模型假设路容量固定而且足够大,因此拥挤外部性所导致的社会成本不予考虑。最近,Guo 和 Yang^[17]将特许权期、道路容量和通行费作为收费公路 BOT 项目 3 个相互关联的合同要素,分析了无约束或非负收益约束下福利最大化 BOT 合同的理论性质。通过理论和实证研究,Paterson^[18]和 Newbery^[19]等认为,由于恶劣气候和用户的破坏,道路的养护成本逐年增加。根据他们的研究,道路的生命期应该是个内生变量,道路通行费应该是个动态的变量。因此,Tan 等^[20]在动态环境下研究了文献[17]提出的最优 BOT 合同;随后,Tan 等^[21]进一步一般化 Guo 和 Yang^[17]的研究结果。针对公共部门和私人部门的不同利益,他们提出了 Pareto 有效 BOT 合同的概念,并利用双目标规划相关理论研究了这些合同的性质及如何通过政府管制来实施这些合同。最近,他们分析了道路用

户时间价值异质性对 Pareto 有效 BOT 合同的影响^[22] 并对交通需求不确定条件下如何制定多参与主体的收费道路 BOT 合同从理论上进行了探讨^[23].

尽管已经有相当多关于收费公路 BOT 项目合同的理论研究,对合同拟定提供了科学依据,但是它们往往假设在收费公路 BOT 项目中,公共部门仅仅起监管作用,不参与真实的资金投入.然而,公路项目投资巨大,为避免通行费的过度使用而对用户产生负担,许多国家政府(如智利、英国)会结合通行费收入和公共财政资金来共同补偿私人财团的投资.值得注意的是,政府采用公共财政资金补贴往往会导致额外的社会成本,即公共财政资金的边际成本(marginal cost of public funds, MCPF) 超过一个单位.刘明^[24]认为在我国通过税收筹资的公共项目,每单位支出的价值至少要大于 1.208. De Palma 等^[25]建议交通项目的公共财政资金投入的边际成本采用 1.2 ~ 1.5 之间的数值.

本文试图在 Tan 等^[21]的研究基础上,将政府补贴行为及其导致的社会成本纳入到收费公路 BOT 项目合同中来分析政府补贴政策的效率,以进一步完善目前的收费公路 BOT 项目合同的理论研究,对公共部门在项目中的行为将具有一定的现实指导意义.

2 BOT 收费公路项目的数学模型

假设政府计划采用 BOT 模式,吸引私人财团在两地之间修建一条收费公路.私人财团投资公路的目的是净利润最大化,而政府的目标是最大化项目的社会效益.为抓住问题的本质,假设计划修建的收费公路是两地唯一的公路,而且交通需求和公路投资成本都是已知的.收费公路的容量记为 y ,交通需求记为 q ,通行费费率记为 p .通勤者通过该收费公路的时间成本(以金钱为单位)为 $t(q, y)$,它是该道路的交通流量和容量的函数,且 $t'_q > 0$, $t''_{qq} \geq 0$,表示随着道路交通流量的增加,时间成本将增加,其增加率不会减少(交通需求越大,时间成本增加速度越快); $t'_y < 0$, $t''_{yy} \geq 0$,表示随着道路容量的增加,时间成本将减小,其减

小率不会减小(容量越大,时间成本减小速度越快).每个通勤者通过该收费公路的总成本为 $p + t(q, y)$,它是时间和通行费的和.考虑弹性的交通需求,即交通需求是出行总成本的函数.记需求反函数为 $B(q)$,它可以理解为通勤者的边际效用,只有该效用大于通勤总成本的潜在用户才会使用该收费公路.另外为了保证能够进行解析分析,类似 Tan 等^[21]的研究,假设 $B(q)$ 是减函数而且 $qB(q)$ 是凹函数.收费公路的建设总成本记为 $I(y)$,且 $I'_y > 0$,表示在给定技术等外部条件下建设总成本是道路容量的增函数.

给定收费公路的通行费费率和道路容量,其交通需求量 q 由以下供需平衡关系确定

$$B(q) = p + t(q, y) \tag{1}$$

式(1)表示在供需平衡点处,通勤者使用收费公路所得利益恰好等于他的通勤成本(通行费加时间成本).注意到,式(1)中,道路通行费费率 p 可以被道路容量 y 和交通需求 q 完全决定.因此,通行费费率 p 可以看成是容量 y 和交通需求 q 的函数,即

$$p = B(q) - t(q, y) \tag{2}$$

为了讨论方便,容量 y 和交通需求 q 作为本文的决策变量.由式(2),收费公路的通行费收益可以表达为

$$R(q, y) = qp = q[B(q) - t(q, y)] \tag{3}$$

为了避免私人财团过度征收通行费收益来偿还总的建设成本和投资回报,假设公共部门可以利用公共财政资金和通行费收入共同补偿私人财团的建设总投资及回报.注意公共财政资金必须通过税收或者其它方式来筹措,而征收公共财政资金一般会导致额外的社会成本^[24-25].记公共财政资金的边际成本 λ ($\lambda \geq 1$),表示公共部门使用一个单位的公共财政资金来补偿私人财团将会导致 λ 个单位的社会成本,或者导致 $\lambda - 1$ 个单位的额外社会成本.它刻画了收费公路项目中公共财政资金的无效性. λ 越大表示公共财政资金的成本越高.记 S 为投入到收费公路项目中的公共财政资金.给定容量 y ,交通需求 q 和投入到收费公路项目中的公共财政资金 S ,结合式(3),私人财团的投资净利润为

$$\begin{aligned} P(q, y, S) &= R(q, y) + S - \eta I(y) \\ &= q[B(q) - t(q, y)] + S - \eta I(y) \end{aligned} \tag{4}$$

式中 $P(q, y, S)$ 是 BOT 项目单位时期的净利润; $R(q, y)$ 是通行费收益; S 是政府补贴; $\eta I(y)$ 是容量投资的单位时期折现值, 其中 η 是将总投资成本转化为单位时间投资成本的参数 $\eta > 0$.

给定容量 y , 交通需求 q 和投入到收费公路项目中的公共财政资金 S , 公共部门的目标是最大化 BOT 项目的社会总福利, 即

$$W(q, y, S) = \langle CS \rangle(q, y) + P(q, y, S) - \langle \lambda S \rangle \quad (5)$$

式中 W 是 BOT 项目单位时期的社会福利产出; $\langle CS \rangle$ 是道路用户总剩余; P 是私人财团的总剩余 $\langle \lambda S \rangle$ 是公共资金的社会成本. 结合式 (1), 道路用户的总剩余为

$$\begin{aligned} \langle CS \rangle(q, y) &= \int_0^q B(w) dw - q[p + t(q, y)] \\ &= \int_0^q B(w) dw - qB(q) \end{aligned} \quad (6)$$

图 1 对道路用户的总剩余 $\langle CS \rangle(q, y)$ 给出几何解释. 给定通行费费率 p 和容量 y , 假设在供需平衡点 A 的交通需求为 q , 因此只有效用大于通勤总成本 $p + t(q, y)$ 的潜在用户才会使用该收费公路. 阴影 II 和 III 的面积分别为总的通行费收益和总的通行时间成本. 因此总的用户剩余为阴影 I 的面积, 即总的用户效用减去总的通勤成本.

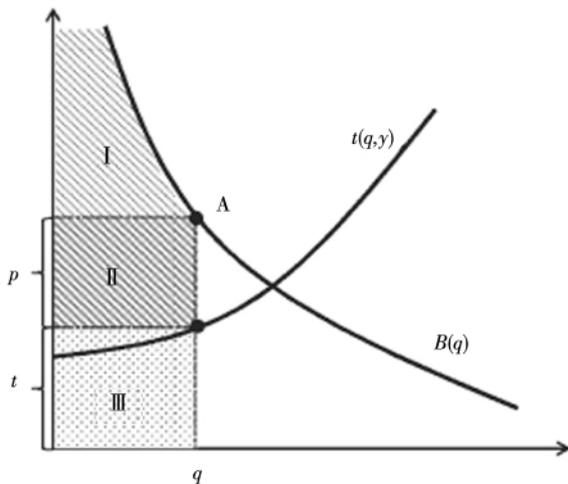


图 1 用户剩余、通行费收益及通行总时间

Fig. 1 Consumer's surplus, toll revenue and travel time

将项目单位时期的净利润 $P(q, y, S)$ 和用户总剩余 $\langle CS \rangle(q, y)$ 代入式 (5) 得

$$W(q, y, S) = \int_0^q B(w) dw - qt(q, y) -$$

$$\eta I(y) - (\lambda - 1) S \quad (7)$$

根据假设, 需求反函数 $B(q)$ 是严格减函数, 而且 $qB(q)$ 是严格凹函数, 另外注意到时间成本函数 $t(q, y)$ 关于 q 是增加的凸函数. 因此, 收费公路通行费收益和用户总剩余函数 $R(q, y)$ 和 $\langle CS \rangle(q, y)$ 关于交通需求 q 均是严格凹函数.

考虑到私人财团和公共部分的不同目标, 收费公路 BOT 项目问题就是公共和私人部门共同设定收费公路容量 y 、交通需求 q (或者等价的通行费费率 p) 和政府补贴量 S , 使得社会福利和项目收益同时最大化. BOT 模式下, 收费公路投资决策模型如下

$$\max_{q \geq 0, y \geq 0, S \geq 0} \begin{pmatrix} W(q, y, S) \\ P(q, y, S) \end{pmatrix} \quad (8)$$

收费公路 BOT 合同定义为道路容量、通行费和政府补贴的组合, 即三元组 (q, y, S) . 双目标最优化问题 (8) 的解称为 Pareto 有效解, 它表示合同达到了最有效的设定, 因为在不损害合作者的利益前提下, 无论私人财团或者公共部门都不可能再提高自己的利益. 对于收费公路 BOT 项目, 称 Pareto 有效解为 Pareto 有效 BOT 合同, 严格的数学定义如下.

定义 (Pareto 有效 BOT 合同) 如果不存在任何其它可行三元组 (q, y, S) 使得 $W(q, y, S) \geq W(q^*, y^*, S^*)$ 和 $P(q, y, S) \geq P(q^*, y^*, S^*)$, 而且至少有一个不等式是严格成立, 则一个 BOT 三元组 (q^*, y^*, S^*) 是 Pareto 有效合同.

Pareto 有效 BOT 合同是非常重要的概念. 在本文假设下, 任何一个非 Pareto 有效合同都是不应该被选择的, 既然它被某一个 Pareto 有效合同严格占优, 即, 总可以改善某一方的利益而不损害另一合作方的利益.

3 Pareto 有效合同分析

3.1 Pareto 有效合同的一般性质

注意到在社会福利函数 $W(q, y, S)$ 和经济收益函数 $P(q, y, S)$ 中, 决策变量 S 与容量 y 和通行费 p (与交通需求 q 等价) 的选择是可分离的, 因此得到以下直观的结论.

定理 1 如果 BOT 三元组 (q^*, y^*, S^*) 是

Pareto 有效合同,那么二元组 (q^*, y^*) 必是以下双目标规划问题的解

$$\max_{q \geq 0, y \geq 0} \begin{pmatrix} W_1(q, y) \\ P_1(q, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_0^q B(w) dw - qt(q, y) - \eta I(y) \\ q(B(w) - t(q, y)) - \eta I(y) \end{pmatrix} \quad (9)$$

证明 假设 (q^*, y^*) 不是问题(9)的解,那么 (q^*, y^*) 一定被某个二元组 (q', y') 严格占优,即

$$\begin{aligned} W_1(q^*, y^*) &\leq W_1(q', y') \\ P_1(q^*, y^*) &\leq P_1(q', y') \end{aligned}$$

且至少有一个不等式严格成立.由式(4)和(7),显然三元组 (q^*, y^*, S^*) 也必须被 (q', y', S^*) 严格占优,因为

$$\begin{aligned} W(q^*, y^*, S^*) &= W_1(q^*, y^*) - (\lambda - 1)S^* \\ &\leq W_1(q', y') - (\lambda - 1)S^* \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} P(q^*, y^*, S^*) &= P_1(q^*, y^*) + S^* \\ &\leq P_1(q', y') + S^* \end{aligned} \quad (11)$$

而且不等式(10)和(11)至少有一个严格成立.这与 Pareto 有效合同的定义矛盾. 证毕.

问题(9)称为不考虑政府补贴的收费公路 BOT 项目问题. Tan 等^[21]对双目标问题(9)已经作了比较深入的分析.当前的研究很少考虑收费公路项目中的政府补贴行为.定理1表示,考虑政府补贴的收费公路 BOT 项目的 Pareto 有效解一定同时导致不考虑政府补贴的 BOT 项目的 Pareto 有效产出.因此,原问题(8)的 Pareto 有效需求和容量对 (q^*, y^*) 必是问题(9)的解.

定理1自然产生另外一个相反的问题:通过合理选择政府补贴,不考虑政府补贴的收费公路 BOT 项目的 Pareto 有效解是否一定可以导致考虑政府补贴的 BOT 项目的 Pareto 有效产出?或者说,如果 (q^*, y^*) 是问题(9)的解,是否一定存在 $S^* \geq 0$ 使得 (q^*, y^*, S^*) 是 Pareto 有效合同?答案是否定的.一般来说,不考虑政府补贴的收费公路 BOT 项目的 Pareto 有效解不一定导致考虑政府补贴的 BOT 项目的 Pareto 有效产出.下面定理给出政府采用补贴的准则.

定理2 给定公共资金的边际成本 λ ($\lambda \geq$

1) 如果 BOT 三元组 (q^*, y^*, S^*) 是 Pareto 有效合同,那么下面互补松弛条件必成立

$$S^* \left(\frac{\partial \langle CS \rangle(q^*, y^*)}{\partial q} + \lambda \right) = 0 \quad (12)$$

其中 $S^* \geq 0$ 且

$$\frac{\partial \langle CS \rangle(q^*, y^*)}{\partial q} + \lambda \geq 0$$

证明 根据定理1, (q^*, y^*) 必是问题(9)的解.根据假设,需求反函数 $B(q)$ 是严格减函数, $qB(q)$ 是严格凹函数,而且时间成本函数 $t(q, y)$ 关于 q 是增加的凸函数.因此,问题(9)中,净收益和社会福利函数 $P_1(q, y)$ 和 $W_1(q, y)$ 关于交通需求 q 均是严格凹函数.另外,由问题(9)不难看出

$$W_1(q, y) = P_1(q, y) + \langle CS \rangle(q, y) \quad (13)$$

由于 (q^*, y^*) 是问题(9)的解,即占优的,所以 $\frac{\partial W_1(q^*, y^*)}{\partial q}$ 和 $\frac{\partial P_1(q^*, y^*)}{\partial q}$ 不可能同时为正或负,否则,无论增加或者减小 q 都将会同时增加或者减小目标函数 $P_1(q^*, y^*)$ 和 $W_1(q^*, y^*)$ 的值.这与 (q^*, y^*) 的占优性矛盾.另外,由式(6)可知, $\frac{\partial \langle CS \rangle(q^*, y^*)}{\partial q} > 0$.又注意到

$$\frac{\partial W_1(q^*, y^*)}{\partial q} = \frac{\partial P_1(q^*, y^*)}{\partial q} + \frac{\partial \langle CS \rangle(q^*, y^*)}{\partial q}$$

从而必有如下不等式成立

$$\frac{\partial P_1(q^*, y^*)}{\partial q} = \frac{\partial R(q^*, y^*)}{\partial q} < \frac{\partial W_1(q^*, y^*)}{\partial q}$$

于是结合 $\frac{\partial W_1(q^*, y^*)}{\partial q}$ 和 $\frac{\partial P_1(q^*, y^*)}{\partial q}$ 不可能同时为正或同时为负可知,必有

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_1(q^*, y^*)}{\partial q} &= 0 \\ \frac{\partial P_1(q^*, y^*)}{\partial q} &= \frac{\partial R(q^*, y^*)}{\partial q} < 0 \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_1(q^*, y^*)}{\partial q} &> 0 \\ \frac{\partial P_1(q^*, y^*)}{\partial q} &= \frac{\partial R(q^*, y^*)}{\partial q} \leq 0 \end{aligned}$$

所以 如果一个 BOT 三元组 (q^*, y^*, S^*) 是 Pareto 有效合同, 则 $\frac{\partial R(q^*, y^*)}{\partial q} \leq 0$ 且 $\frac{\partial W(q^*, y^*)}{\partial q} > 0$.

下面证明, 如果 BOT 三元组 (q^*, y^*, S^*) 是 Pareto 有效合同而且 $\frac{\partial R(q^*, y^*)}{\partial q} < 0$, 那么成立不等式

$$\frac{\partial \langle CS \rangle(q^*, y^*)}{\frac{\partial q}{\partial R(q^*, y^*)}} \geq -\lambda \quad (14)$$

如果不等式 (14) 不成立, 即

$$\frac{\partial \langle CS \rangle(q^*, y^*)}{\partial q} > -\lambda \frac{\partial R(q^*, y^*)}{\partial q} \quad (15)$$

式 (15) 表示 1 个单位通行费收益需要牺牲超过 λ 单位的用户剩余. 注意到 1 个单位的政府补贴仅仅导致 λ 单位的社会成本. 因此, 公共部门投入 1 个单位公共财政资金 ΔS 来补偿私人财团, 同时减小通行费费率从而增加道路出行需求 (假设固定容量), 使得通行费收益减少 1 个单位 $\Delta R = -\Delta S$. 总的社会福利改变量为

$$\Delta W = -\lambda \Delta S + \Delta R \frac{\frac{\partial \langle CS \rangle(q, y)}{\partial q}}{\frac{\partial R(q, y)}{\partial q}} \quad (16)$$

$$> -\lambda \Delta S + \lambda \Delta S$$

即 $\Delta W > 0$. 因此, 增加公共资金将会改善总的社会剩余而不减小私人财团的当前收益. 因此, (q^*, y^*, S^*) 不是 Pareto 有效合同, 这与假设矛盾.

注意到, 如果 $\frac{\partial R(q^*, y^*)}{\partial q} = 0$, 显然 $\frac{\partial \langle CS \rangle(q, y)}{\frac{\partial q}{\partial R(q, y)}} = -\infty$. 利用同样的道理, 式 (16) 也同样成立. 因此 (q^*, y^*, S^*) 使得 $\frac{\partial R(q^*, y^*)}{\partial q} = 0$ 也不是 Pareto 有效合同.

相反, 如果政府补贴数量严格大于零, $S^* > 0$, 而且不等式 (14) 严格成立, 那么减小 1 个单位的公共财政资金, 并同时增加通行费费率来提高等量的利润, 私人财团总利润不变, 而社会成本降

低 $\lambda \Delta S$. 由严格不等式 (14) 可知, 通行费费率增加导致用户剩余减小, 其减小量小于 $\lambda \Delta S$. 所以总的社会福利改变量为

$$\Delta W = -\lambda(-\Delta S) + \Delta R \frac{\frac{\partial \langle CS \rangle(q, y)}{\partial q}}{\frac{\partial R(q, y)}{\partial q}} \quad (17)$$

$$> \lambda \Delta S - \lambda \Delta S$$

即 $\Delta W > 0$. 总之, 如果三元组 (q^*, y^*, S^*) 使得不等式严格成立, 而且 $S^* > 0$, 那么它一定不是 Pareto 有效的.

综上所述, 如果三元组 (q^*, y^*, S^*) 是 BOT 收费公路问题 (8) 的 Pareto 有效合同, 那么互补松弛条件式 (12) 一定成立. 证毕.

式 (14) 的左边项等于边际用户剩余 $\frac{\partial \langle CS \rangle(q, y)}{\partial q}$ 与边际通行费收入 $\frac{\partial R(q, y)}{\partial q}$ 的比值, 它表示 1 个单位通行费收益将会牺牲多少个单位的用户剩余. 如果将道路收费可以看成政府税收政策, 而通行费也可以看成公共财政资金. 不考虑征收通行费所需要的其它成本, 如设备安装, 人员工资, 道路通行费也看成公共资金, 那么比值 $\frac{\partial \langle CS \rangle(q, y)}{\partial q} / \frac{\partial R(q, y)}{\partial q}$ 实际上为道路通行费的边际社会成本^[26], 它可以刻画收费公路项目通行费的无效性. 在福利最大化条件下, $\frac{\partial \langle CS \rangle(q, y)}{\partial q} / \frac{\partial R(q, y)}{\partial q}$ 准确等于 -1 , 即每征收 1 个单位通行费产生 1 个单位的社会成本, 额外成本为零, 是社会最优的状态; 当项目福利产出偏离最优社会福利值时, 该比值小于 -1 ; 特别在收益最大化条件下, 即 $\frac{\partial P_1(q, y)}{\partial q} = 0$, 该比值为 $-\infty$. 当不等式 (14) 不成立时, 即收费公路通行费的边际成本高于公共财政资金的边际成本 λ , 公共部门可以适当地采用公共资金来补贴 BOT 项目使得项目产出 (社会总福利和私有部门净收益) 得到 Pareto 改进; 而当严格不等式 (14) 成立时, 即收费公路通行费的边际成本低于公共财政资金的边际成本 λ , 采用公共资金来补贴 BOT 项目无法同时改善社会总福利和私有财团净收益.

基础设施项目中的政府补贴行为研究无论在理论和实证方面都是非常挑战性的问题. 这是因

为超额的政府补贴不但增加公共资金的有效性,而且降低私人财团投资成本管理的积极性(如过高的容量投资,无效且高成本的道路维修策略)。然而过低的政府补贴导致道路通行费费率过高,严重损害道路用户的利益。定理1和2给出政府采用公共资金补贴收费公路项目的准则:首先,对于任何被选择的道路容量和需求组合, (q, y) 必须是有效的,即是不考虑政府补贴行为的收费公路 BOT 项目问题(9)的 Pareto 有效解;其次,当且仅当道路用户的利益能够得到提高,而且折扣的总福利不减少时,才会使用公共财政资金。

3.2 自融资定理条件下的 Pareto 有效 BOT 合同

基于 Mohring-Harwitz 自融资定理^[5]的基本假设,利用定理1和2的结论,进一步分析 Pareto 有效 BOT 合同的理论性质。首先引入以下自融资定理^[5]。

自融资定理 如果:①道路的通行时间成本关于容量和交通流量是零阶齐次的,即 $t(\alpha q, \alpha y) = t(q, y)$, $\alpha > 0$,且道路容量是无限可分的;②道路投资成本是常数规模经济,即 $E_y^I = \frac{dI(y)}{dy} / \frac{I(y)}{y} = 1$,那么通过边际拥挤定价所获得的通行费收益准确等于道路的投资成本 $I(y) = pq$,其中 p 等于道路的边际拥挤成本 $q \frac{\partial t(q, y)}{\partial q}$ 。

自融资定理中假设①表示,增加相同比率的交通流量和道路容量将不会改变道路的平均通行时间成本。因此,道路通行时间成本函数被道路的服务水平,即 v/c (volume-capacity ratio) 率 $\gamma = q/y$ 完全确定。 $t(q, y)$ 可简化记为 $t(\gamma)$ 。常用的 BPR (bureau of public roads) 函数

$$t(q, y) = t_0 [1 + a(q/y)^b]$$

就是零阶齐次函数。定理的条件②实际上暗示修建成本是线性函数 $I(y) = ky$,即单位道路容量建设成本是常值 k 。自融资定理说明,在社会边际成本定价机制下,最优道路容量的总投资可以完全由道路通行费收益来回收,因此政府不需要额外的公共资金投入。

自融资定理给出的是社会福利最大化条件的道路通行费费率与道路容量的选择关系。然而收费公路 BOT 项目一般由公共部门与私人财团联

合投资经营,社会福利与经济收益是道路项目两个重要目标,因此项目的 Pareto 有效产出具有更加现实的意义。Tan 等^[21]在自融资定理相同条件及不考虑政府补贴情况下,对 Pareto 有效解的性质和结构进行了深入研究。根据 Tan 等^[21]的研究知道,问题(9)的有效解集是 (q, y) 空间的一部分线段。记福利最大化解为 (\tilde{q}, \tilde{y}) ,它是 $W_1(q, y)$ 的最大化子;记垄断最优解为 (\bar{q}, \bar{y}) ,它是 $P_1(q, y)$ 的最大化子。图2给出了问题(9)的 Pareto 有效解及 Pareto 最优边界的几何解释。也就是说,当在值空间中沿着 Pareto 最优边界从福利最优值点 $(W_1(\tilde{q}, \tilde{y}), P_1(\tilde{q}, \tilde{y}))$ 到垄断最优值点 $(W_1(\bar{q}, \bar{y}), P_1(\bar{q}, \bar{y}))$ 移动时,在解空间 Pareto 有效需求 q^* 和容量 y^* 将同时减小,但是它们的比率是常值,并且等于福利最大化条件下的值, $\gamma^* = q^*/y^* = \tilde{q}/\tilde{y} = \tilde{\gamma}$,其中 $\tilde{\gamma}$ 由下式确定

$$\tilde{\gamma}^2 t'(\tilde{\gamma}) = \eta k \tag{18}$$

基于自融资定理的假设,考虑政府补贴情况下的 Pareto 有效解,即问题(8)的解。根据定理1,2及 Tan 等^[21]的研究结果,得到以下推论。

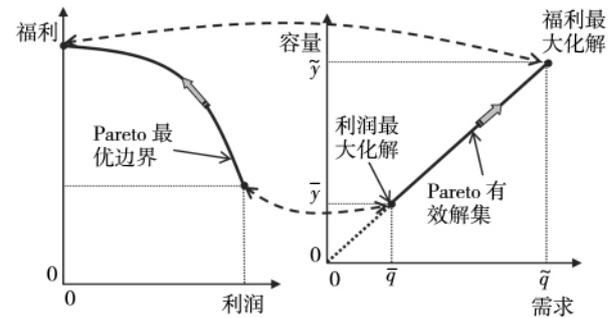


图2 问题(9)的 Pareto 有效解集和 Pareto 最优边界

Fig. 2 Pareto efficient solution set and Pareto optimal frontier of problem (9)

推论1 假定自融资定理条件成立,那么对任何给定的公共资金边际成本 λ , $\lambda \geq 1$,问题(9)存在唯一 Pareto 有效解 (q_0^*, y_0^*) ,使得

$$\frac{\partial \langle CS \rangle(q^*, y^*)}{\partial q} \begin{cases} > -\lambda & q_0^* < q^* \leq \tilde{q} \\ = -\lambda & q^* = q_0^* \\ < -\lambda & \bar{q} \leq q^* < q_0^* \end{cases} \tag{19}$$

其中 (q^*, y^*) 是问题(9)的任意 Pareto 有效解。

证明 由定理1可知,对问题(9)的 Pareto 有效解集中任何一点,既然 $q^*/y^* = \tilde{\gamma}$,因此 y^*

可以看成 q^* 的函数 $y^* = q^* / \tilde{\gamma}$. 根据式(5) 和

(6) 对于 $q^* \in [\bar{q}, \tilde{q}]$ 有

$$\frac{\partial \langle CS \rangle(q^*, y^*) / \partial q}{\partial R(q^*, y^*) / \partial q} = \frac{B(q^*) - t(\tilde{\gamma}) - \tilde{\gamma}t'(\tilde{\gamma})}{B(q^*) + q^* B'(q^*) - t(\tilde{\gamma}) - \tilde{\gamma}t'(\tilde{\gamma})} \quad (20)$$

在福利最大化条件下,即

$$\frac{\partial W_1(\tilde{q}, \tilde{y})}{\partial q} = B(\tilde{q}) - t(\tilde{\gamma}) - \tilde{\gamma}t'(\tilde{\gamma}) = 0$$

因此得到

$$\frac{\partial \langle CS \rangle(\tilde{q}, \tilde{y}) / \partial q}{\partial R(\tilde{q}, \tilde{y}) / \partial q} = -1$$

另外,注意到 $B(q)$ 是减函数,因此,当 q^* 从 \tilde{q} 减小到 \bar{q} ,函数 $B(q^*) - t(\tilde{\gamma}) - \tilde{\gamma}t'(\tilde{\gamma})$ 严格增加且为非负值.另一方面,在垄断最优条件下

$$\frac{\partial R(\bar{q}, \bar{y})}{\partial q} = B(\bar{q}) + qB'(\bar{q}) - t(\tilde{\gamma}) - \tilde{\gamma}t'(\tilde{\gamma}) = 0.$$

根据假设,既然 $qB(q)$ 是凹函数,因此 $B(q) + qB'(q)$ 关于 q 单调减小,因此,当 q^* 从 \tilde{q} 减小到 \bar{q} , $B(q^*) + q^* B'(q^*) - t(\tilde{\gamma}) - \tilde{\gamma}t'(\tilde{\gamma})$ 严格增加且为非正值.综上所述,得到,当 Pareto 最优需求 q^* 从 \tilde{q} 减小到 \bar{q} 式(20) 右边项从 -1 严格减小到 $-\infty$. 对任何给定 $\lambda \geq 1$,问题(9) 存在唯一 Pareto 有效解 (q_0^*, y_0^*) ,使得条件(19) 成立. 证毕.

结合定理1、2 及推论1 知道,给定公共财政资金的边际成本 λ ,公共部门不会允许收费公路通行费的社会边际成本超过 λ ,因此,如果 $(\partial \langle CS \rangle(q^*, y^*) / \partial q) / (\partial R(q^*, y^*) / \partial q) < -\lambda$,公共部门不会接受 BOT 项目合同,如图3 粗实线所示.另外从图3 可以看出,随着公共财政资金的边际成本 λ 的增加,公共部门采用政府补贴的动机越来越小.如果 λ 非常大($\lambda \rightarrow \infty$),公共部门将不会采用公共资金来补贴项目,通行费收入成为私人财团唯一补偿方式;如果 $\lambda = 1$,即使用公共资金不会导致额外的社会成本,那么公共部门将始终选择福利最大化的 BOT 项目合同.到底怎样的 BOT 合同最终会被双方接受?下面推论给出一个简单的答案.

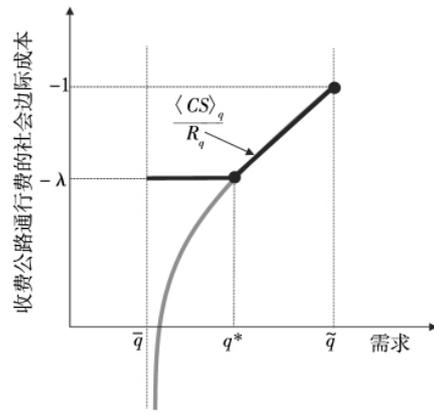


图3 公共资金边际成本与收费公路通行费社会边际成本

Fig. 3 MCPF and social cost of toll

推论2 假定自融资定理条件成立,那么对任何给定的公共资金边际成本 $\lambda (\lambda \geq 1)$,如果三元组 (q^*, y^*, S^*) 是 Pareto 有效 BOT 合同,那么二元组 (q^*, y^*) 是问题(9) 的解,而且 $q^* \geq q_0^*$.

从图4 可以看出,当公共部门考虑采用公共资金和通行费收入相结合的方式补偿私人财团的投资时,问题(8) 的 Pareto 有效解及相应的 Pareto 有效产出将被扭曲.公共部门为了最大化社会福利,将会采用公共资金补贴项目使得收费公路实现的交通量不低于某个特定值 q_0^* . 推论2 对 BOT 形式的收费公路投融资建设具有一定的现实指导意义.假设私人财团投资收费公路的目标净收益为 P .如果 $P \leq P_0^*$,那么公共部门选择零补贴,最优的需求—容量对 (q^*, y^*) 即是问题(9) 的 Pareto 有效解.因此 $(q^*, y^*, 0)$ 是 BOT 问题(8) 的解.如果 $P > P_0^*$,那么公共部门选择严格正的补贴;最优的需求—容量对为 (q_0^*, y_0^*) ,而且政府补贴能够改善社会福利产出而保证私人财团获得净收益 P ,如图4 左图所示.此时最优的政府补贴等于 $S^* = P - P_0^* > 0$.因此 (q^*, y^*, S^*) 是 BOT 问题(8) 的解.

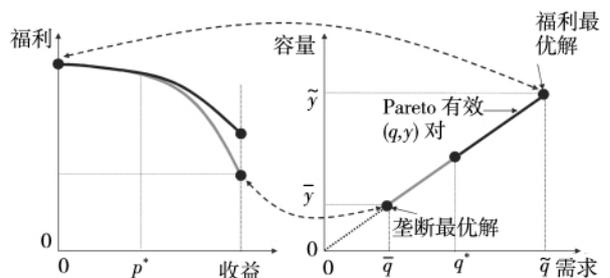


图4 公共资金边际成本影响下的 Pareto 有效解和 Pareto 有效边界

Fig. 4 Pareto efficient solutions and Pareto optimal frontier with the effects of MCPF

4 结束语

本文假设政府可以采用公共资金和通行费收益相结合的方式补偿私人投资,根据 BOT 项目中公共部门和私人部门的不同目标,利用双目标规划模型研究收费公路 BOT 项目合同的容量、通行费及政府补贴计划的 Pareto 有效选择问题;引入 Pareto 有效 BOT 合同的概念;并从理论上研究了 Pareto 有效 BOT 合同的性质,建立了两个必要条件用以甄别 BOT 合同的 Pareto 有效性:1) 任何一个 Pareto 有效合同的容量和通行费一定是相应的不考虑政府补贴 BOT 问题的 Pareto 有效解;2) 任何一个 Pareto 有效合同导致的通行费无效性的值(边际用户剩余与边际通

行费收益的比率)不能高于公共资金的边际成本,并满足互补松弛条件(12).利用这两个性质,本文基于交通领域几个常用的假设进一步分析了收费公路 Pareto 有效合同的解结构.这些结论为有效制定 BOT 项目合同,设计政府补贴政策提供科学指导.

基于 Pareto 有效合同定义的基础上,进一步的工作包括研究交通需求不确定性条件下的柔性合同机制;道路用户的时间异质行为对 Pareto 有效合同性质的影响;已有竞争网络及网络所有制结构对 Pareto 有效合同性质的影响等.另外,Pareto 有效合同的概念可以用于研究其它交通基础设施及多参与主体的投融资决策问题,出租车及公交公司的承包机制^[27,28],供应链协同^[29],废旧产品回收外包决策^[30]等.

参考文献:

- [1]黄海军, Bell G H, 杨海. 公共与个体竞争系统的定价研究[J]. 管理科学学报, 1998, 2(1): 17-23.
Huang Haijun, Bell G H, Yang Hai. Pricing and model split in a competitive system of mass transit and highway[J]. Journal of Management Sciences in China, 1998, 2(1): 17-23. (in Chinese)
- [2]张小宁. 交通网络拥挤收费原理[M]. 合肥: 合肥工业大学出版社, 2009.
Zhang Xiaoning. Principles of Congestion Pricing in Transportation Networks[M]. Hefei: Hefei University of Technology Press, 2009. (in Chinese)
- [3]黄海军, 田琼, 杨海, 等. 高峰期内公交车均衡乘车行为与制度安排[J]. 管理科学学报, 2005, 8(6): 1-9.
Huang Haijun, Tian Qiong, Yang Hai, et al. Equilibrium bus riding behaviour in rush hours and system configuration for providing bus services[J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(6): 1-9. (in Chinese)
- [4]Yang H, Meng Q. Highway pricing and capacity choice in a road network under a build-operate-transfer scheme[J]. Transportation Research Part A, 2000, 34(3): 207-222.
- [5]Roth G. Roads in a Market Economy[M]. Aldershot, Hants: Avebury Technical, Ashgate Publishing Limited. 1996.
- [6]Mohring H, Harwitz M. Highway Benefits: An Analytical Framework[M]. Evanston, IL: Northwestern University Press, 1962.
- [7]Yang H, Meng Q. A note on "highway pricing and capacity choice in a road network under a build-operate-transfer scheme"[J]. Transportation Research Part A, 2002, 36(7): 659-663.
- [8]Yang H, Huang H J. Mathematical and Economic Theory of Road Pricing[M]. Oxford: Elsevier, 2005.
- [9]Verhoef E T, Mohring H. Self-financing roads[J]. International Journal of Sustainable Transportation, 2009, 3(4/5): 293-311.
- [10]高丽峰, 王询. BOT 项目融资理论与实践[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2004.
Gao Lifeng, Wang Xun. Financing Theory and Practice of BOT Projects[M]. Shenyang: Northeastern University Press, 2004. (in Chinese)
- [11]杨宏伟, 周晶, 何建敏. 基于博弈论的交通 BOT 项目特许期决策模型[J]. 管理工程学报, 2003, 17(3): 93-95.
Yang Hongwei, Zhou Jing, He Jiangmin. Decision-making model on concession term for traffic BOT project on the basis of

- game theory [J]. *Journal of Industrial Engineering/Engineering Management*, 2003, 17(3): 93–95. (in Chinese)
- [12] 肖条军, 盛昭潮, 周 晶. 交通 BOT 项目投资的对策分析 [J]. *经济数学*, 2002, 19(4): 40–46.
Xiao Tiaojun, Sheng Zhaohan, Zhou Jing. Game analysis on the investment of transportation BOT project [J]. *Mathematics in Economics*, 2002, 19(4): 40–46. (in Chinese)
- [13] 杨宏伟, 何建敏, 周 晶. 在 BOT 模式下收费道路定价和投资的博弈决策模型 [J]. *中国管理科学*, 2003, 11(2): 30–33.
Yang Hongwei, He Jiangmin, Zhou Jing. Game decision-making model on toll road pricing and investment under a BOT scheme [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2003, 11(2): 30–33. (in Chinese)
- [14] 杨宏伟, 周 晶, 何建敏. 在 BOT 模式下收费道路的收益和社会效益研究 [J]. *管理工程学报*, 2004, 18(1): 27–30.
Yang Hongwei, Zhou Jing, He Jiangmin. Research on welfare and profit of toll road under a BOT scheme [J]. *Journal of Industrial Engineering/Engineering Management*, 2004, 18(1): 27–30. (in Chinese)
- [15] Engel E, Fischer R, Galetovic A. Highway franchising: Pitfalls and opportunities [J]. *American Economic Review*, 1997, 87(2): 68–72.
- [16] Engel E, Fischer R, Galetovic A. Least-present-value-of-revenue auctions and highway franchising [J]. *Journal of Political Economy*, 2001, 109(5): 993–1020.
- [17] Guo X L, Yang H. Analysis of a build-operate-transfer scheme for road franchising [J]. *International Journal of Sustainable Transportation*, 2008, 3(5/6): 312–338.
- [18] Paterson W D O. *Road Deterioration and Maintenance Effects, Models for Planning and Management* [M]. Baltimore: The Johns Hopkins University Press. 1987.
- [19] Newbery D M. Road damage externalities and road user charges [J]. *Econometrica*, 1988, 56(2): 295–316.
- [20] Tan Z J, Yang H, Guo X L. Build-Operate-Transfer Schemes for Road Franchising with Road Deterioration and Maintenance Effects [M] // Lam W H K, Wong SC, Lo H K. *Transportation and Traffic Theory*, New York: Springer. 2009: 241–261.
- [21] Tan Z J, Yang H, Guo X L. Properties of Pareto-efficient contracts and regulations for road franchising [J]. *Transportation Research Part B*, 2010, 45(4): 415–433.
- [22] Tan Z J, Yang H. The impacts of user heterogeneity on road franchising [J]. *Transportation Research Part E*, 2012, 48(5): 958–975.
- [23] Tan Z J, Yang H. Flexible build-operate-transfer contracts for road franchising under demand uncertainty [J]. *Transportation Research Part B*, 2012, 46(10): 1419–1439.
- [24] 刘 明. 中国公共资金边际成本估量与分析 [J]. *财经论坛*, 2009, (6): 31–38.
Liu Ming. Estimation and analysis of marginal cost of public funds in China [J]. *Collected Essays on Finance and Economics*, 2009, (6): 31–38. (in Chinese)
- [25] De palma A, Lindsey R, Proost S. Investment and the Use of Tax and Toll Revenues in the Transport Sector (Research in Transportation Economics Volume 19) [M]. Oxford: Elsevier, 2007.
- [26] Ramjerdi F. *Road Pricing and Toll Financing—with Examples from Oslo and Stockholm* [D]. Stockholm, Sweden: Royal Institute of Technology, 1995.
- [27] Tian Q, Yang H, Huang H J. Pareto efficient strategies for regulating public transit operations [J]. *Public Transport*, 2012, 3(2): 199–212.
- [28] 李大铭, 于 滨. 公交运营的协控准点滞站调度模型 [J]. *系统工程学报*, 2012, 27(2): 248–255.
Li Daming, Yu Bin. Coordinated schedule-based holding model for bus operation [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2012, 27(2): 248–255. (in Chinese)
- [29] 钟远光, 周永务, 李柏勋, 等. 供应链融资模式下零售商的订货与定价研究 [J]. *管理科学学报*, 2011, 14(6): 57–67.

- Zhong Yuanguang , Zhou Yongwu , Li Baixun , et al. The retailer's optimal ordering and pricing policies with supply chain financing [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2011 , 14(6) : 57 - 67. (in Chinese)
- [30] 范体军, 楼高翔, 王晨岚, 等. 基于绿色再制造的废旧产品回收外包决策分析 [J]. *管理科学学报*, 2011 , 14(8) : 8 - 16.
- Fan Tijun , Lou Gaoxiang , Wang Chenlan , et al. Analysis of outsourcing decision-making on used products collection for green manufacturing [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2011 , 14(8) : 8 - 16. (in Chinese)

Pareto-efficient BOT contracts for road franchising with government subsidy

*TAN Zhi-jia*¹ , *YANG Hai*² , *CHEN Qiong*³

1. School of Management , Huazhong University of Science and Technology , Wuhan 430074 , China;
2. Department of Civil and Environmental Engineering , The Hong Kong University of Science and Technology , Hong Kong , China;
3. PLA Academy of National Defense Information , Wuhan 430010 , China

Abstract: Private-sector participation in road construction and operations has the advantages of efficiency gains , private financing , and better identification of attractive investment projects. Such participation is generally implemented through a build-operate-transfer (BOT) contract , under which a private firm builds and operates roads in a road network at its own expense , and in return receives the revenue from road tolls for a number of years , and then these roads are transferred to the government. In a BOT toll road project , the public and private sectors have different objectives: the former cares about the social welfare and the latter wants to make more money from the project. Based on the different objectives of the two sectors , this paper analyzes the Pareto efficiency of the capacity , toll and subsidy size by adopting a bi-objective mathematical programming problem. The definition of the Pareto-efficient BOT contract is introduced for the bi-objective programming problem , and its properties are also studied theoretically. This paper conducts a further study for the current research of BOT toll road schemes , which provides a practical guidance for the public sector.

Key words: toll road franchising; government subsidy; Build-Operate-Transfer; Pareto-efficient contracts