

存在战略顾客的模仿创新研究^①

计国君, 杨光勇

(厦门大学管理学院, 厦门 361005)

摘要: 模仿者通过模仿创新对创新者产品(即原始产品)性能进行改进,推出模仿创新产品并与创新者进行竞争. 战略顾客根据模仿创新产品的可获得性与性价比,跨期理性选择购买时机. 文中研究了模仿者的性能改进能力与顾客对性能的偏好程度对模仿者能否超越创新者的影响. 结论表明:当模仿创新产品的性价比低于原始产品时,如果模仿创新产品的推出能吸引大量新顾客,模仿者就能在市场份额与利润方面超越创新者;相反,当模仿创新产品的性价比高于原始产品时,模仿者能否在市场份额与利润方面超越创新者取决于其性能改进能力与顾客对性能的偏好程度间的匹配度.

关键词: 性能改进; 战略等待; 性价比; 边际支付意愿

中图分类号: F224.3; F253.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2013)04-0051-12

0 引言

模仿创新由于更低的研发和市场运营成本,使得模仿者(后进入者)能将更多投资用于对创新者产品(即原始产品)的性能进行改进,更好满足顾客的需求,从而与创新者(先进入者)进行竞争. 例如,佳能(Canon)通过对施乐(Xerox)复印机进行模仿创新,最终在美国市场排行榜上超过施乐. 另据统计,模仿创新成功率高达87.5%,而原始创新成功率为53%.^[1]可见,模仿创新已成为模仿者迅速抢占市场并持续发展的一种有效策略. 另一方面,顾客的购买心态与购买行为越来越具有战略性,利用战略等待通过比较模仿创新产品的可获得性与性能-价格比(performance-price ratio, PPR),跨期选择购买时机以获得尽可能多的期望剩余. 例如,对于汽车、家电产品等耐用品,顾客就表现出战略等待,这也进一步增加了模仿创新的价值. 基于这两方面考虑,本文研究基于顾客战略等待下,性能改进能力与模仿吸收能力对模仿者在市场份额与利润方面超越创新者的

价值.

与本文相关的研究主要体现在:

1) 研究模仿创新,主要包括:①从创新者角度, Sun等^[2]考虑了创新者采用基于组件的技术转移方式来威慑(或包容)模仿者进入本地市场,发现模仿者的原始模仿有时对创新者也是有利的,该文未涉及产品性能差异; Mccann等^[3]运用聚集理论,发现模仿者进入给创新者提供潜在机会,即创新者在面对聚集收益明显高于竞争效应的模仿者时,能制定更高的价格; Casadesus-Masanell等研究了高质量的创新者通过改变商务模式能应对受广告商赞助的低质量进入者,^[4]该文主要针对报纸、网站等服务行业;②从模仿者视角, Ethiraj等^[5]基于医药行业的实证方法,发现模仿者对创新者产品进行改进从而提高产品性能,能在市场份额方面超过创新者; Swinney等^[6]则研究了破产威胁对模仿者进入新市场在产能投资以及投资时机决策方面的影响,该文并未考虑市场中已存在创新者;③从其它视角,朱秀梅^[7]发

① 收稿日期: 2010-05-04; 修订日期: 2012-10-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70971111; 71201138); 福建省自然科学基金资助项目(2009J01313).

作者简介: 杨光勇(1979—),男,四川达县人,博士,助理教授. 通讯作者: Email: gyyang@xmu.edu.cn

现企业潜在吸收能力和实现吸收能力与企业创新绩效存在正相关,且吸收能力调节知识溢出与企业创新绩效的关系.与上述文献不同之处,本文基于模仿创新视角,同时考虑了战略顾客以及模仿创新对模仿者超越创新者方面的价值.

2) 研究顾客战略等待,主要包括: Su^[8]研究了同时存在投机者与战略顾客下的动态定价模型; Li等^[9]用简单的阈值结构刻画了销售商的预购(pre-order)策略,发现最优预购策略取决于战略顾客的相对规模; Jerath等^[10]研究了企业利用不透明代理商(opaque intermediary)进行销售,能减轻顾客战略等待; Su等^[11]研究了配给风险可能会影响顾客购买产品的积极性; 刘晓峰等^[12]运用 Stackelberg 博弈模型与机制设计理论研究了顾客战略等待行为对销售商库存与定价策略的影响,发现增加配给风险能减轻等待行为.上述文献大多假设产品同质与单个销售商情形,认为销售商运用动态定价或配给机制能应对战略顾客.本文则研究产品存在纵向差异性时,战略顾客是否转向模仿者以及模仿者能否超越创新者.

3) 研究具有不同产品质量的双寡头竞争,主要有: Porteus等^[13]研究了两个产品质量不同的企业向异质顾客销售产品的模型,认为领导者从剩余需求均衡(leftovers equilibrium)获益的程度取决于这两个企业的产能水平与顾客到达顺序; 张福利等^[14]研究了双寡头企业销售纵向差异化产品的市场行为,发现当产品质量外生给定时,双寡头都有提高(或降低)各自产品质量的动机; 而产品质量内生确定时,均衡产品质量表现出较小差异化.本文不仅考虑产品质量存在差异,还涉及战略顾客选择产品对象是否从创新者转向模仿者.

1 模型

考虑一个创新者与一个模仿者之间的竞争.创新者向市场引入一种创新性复杂产品,例如,汽车、高科技产品等.模仿者通过模仿创新进入该市

场,并与创新者进行竞争.为了便于分析,把创新者销售的产品称为原始产品,模仿者的产品称为模仿创新产品(即性能改进产品).由于模仿创新存在时间滞后性,把整个过程分为两个阶段,用 t_1 表示只存在原始产品的第一期, t_2 表示同时存在原始产品与模仿创新产品的第二期.

1) 创新者: 参考文献[2]的假设,将复杂产品的组件集合根据组件的复杂性关系描述为 $[0, 1]$ 上的连续统(continuum),用 $\lambda \in [0, 1]$ 表示这些组件的复杂度, λ 越大表明该组件越复杂.假设组件 $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ 的研发成本为 $g(\lambda) d\lambda$, 其中, $dg(\lambda)/d\lambda > 0$, 这表明组件所需的研发成本随其复杂程度增加而递增,即研发总成本为

$$C_{N1} = \int_0^1 g(\lambda) d\lambda \quad (1)$$

假设原始产品的性能(performance or quality)为 ρ_1 , 销售价格 p_1 不随时间变化.创新者在 t_1 期向市场供给的原始产品数量为 q_1 . 假设原始产品的单位生产成本是其性能 ρ_1 的比例为 h 的线性函数,则生产总成本为 $C_{N2} = h\rho_1 q_1$. 这样,创新者的总成本为 $C_N = C_{N1} + C_{N2}$.^②

2) 模仿者: 一般模仿创新由模仿吸收阶段与性能改进阶段构成.① 模仿吸收阶段: 用 $\tau \in [0, 1]$ 表示模仿者的模仿吸收能力.由于模仿比研发相同组件所需的成本更低,以及随着 τ 增加,其模仿吸收能力越强,所需模仿成本进一步降低.这样,模仿吸收成本可表示为^③

$$C_{M1} = \int_0^1 (1 - \tau) g(\lambda) d\lambda \quad (2)$$

② 性能改进阶段: 用 θ 表示模仿者在模仿吸收原始产品的全部相关信息后对其性能改进(即模仿创新)的目标,但能否实现该目标往往存在不确定性.用 $k \in [0, 1]$ 表示性能改进能力, k 越大表明性能改进能力越高,其不确定性越低.这样,模仿创新产品的有效性能为 $\rho_2 = \rho_1 + k\theta$ ^④. 参考文献[15],假设性能改进成本为 $C_{M2} = \beta\theta^\delta$, 其中, $\delta > 1$, β 表示改进成本参数.单位生产成本仍是

② C_{N1} 与 C_{N2} 也可以看成创新者推出原始产品所需的固定成本与可变成本.

③ $\tau = 0$ 表明模仿者对原始产品完全不了解,适用于进入全新市场情形; $\tau > 0$ 表明模仿者对创新者产品已有部分掌握,这适用于模仿者已成为创新者的竟食者.

④ 由 $d\rho_2/dk > 0$ 可知,模仿创新产品的有效性能 ρ_2 随 k 增加而递增.

性能 ρ_2 的比例为 h 的线性函数, 则生产成本为 $C_{M3} = h\rho_2q_2$. 这样模仿者的总成本为^⑤

$$C_M = C_{M1} + C_{M2} + C_{M3} \quad (3)$$

假设模仿者的销售价格为 p_2 , 在 t_2 期供给的模仿创新产品数量为 q_2 .

3) 顾客: ① t_1 期进入的顾客数量 S 是确定的, 顾客支付意愿 (willingness to pay, WTP) 取决于所购买产品的性能 ρ_i 和对性能的边际支付意愿 v , 即 $WTP = v\rho_i$, 其中 $i = 1, 2, v > 0$. 战略顾客的比例为 α , 理性预期^⑥ t_2 期模仿创新产品的可获得性与性价比, 假设延迟到 t_2 期购买产品的战略顾客所占比例为 η ; 短视顾客 (myopic customer) 的比例为 $1 - \alpha$, 假设 $v > p_1/\rho_1$, 即短视顾客都会在 t_1 期购买; ② 由于模仿者在 t_2 期推出模仿创新产品, 这吸引了数量为 ξ 的新顾客进入相应市场, 假设 ξ 为连续随机变量, 其分布函数与密度函数分别为 $F(\cdot)$ 与 $f(\cdot)$, $\bar{F}(\cdot) = 1 - F(\cdot)$, 新到达顾客 $WTP = v\rho_i$. 假设所有顾客只购买单位产品, 这表明原始产品与模仿创新产品存在替代性.

用 r_1, r_2 分别表示原始产品与模仿创新产品的 PPR, 其中

$$r_1 = \frac{\rho_1}{p_1}, r_2 = \frac{\rho_2}{p_2} \quad (4)$$

引理 1 令 $k^\circ = \frac{\rho_1(p_2 - p_1)}{\theta p_1}$, 1) 当 $k \geq k^\circ$ 时 $r_1 \leq r_2$; 2) 当 $k < k^\circ$ 时 $r_1 > r_2$.

证明 通过比较 r_1 与 r_2 , 可得到引理 1.

引理 1 表明, 当性能改进能力 k 较高时, 模仿创新产品的 PPR 比原始产品更高; 相反, 当 k 较低时, 模仿创新产品的 PPR 更低.

为了便于分析, 用上标为“~”的变量表示信念 (belief), 上标为“*”的变量表示均衡行动.

定义 1 创新者、模仿者与战略顾客之间的理性预期均衡^⑦ (q_1^*, q_2^*, η^*) 需满足如下条件:

- 1) 给定信念 $(\tilde{q}_2, \tilde{\eta})$, 原始产品最优数量为 $q_1^* \in \arg \max_{q_1 \geq 0} \Pi_N(q_1, \tilde{q}_2, \tilde{\eta})$.
- 2) 给定信念 $(\tilde{q}_1, \tilde{\eta})$, 模仿创新产品最优数量

为 $q_2^* \in \arg \max_{q_2 \geq 0} \Pi_M(\tilde{q}_1, q_2, \tilde{\eta})$.

3) 给定信念 $(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2)$, 延迟到 t_2 期购买的战略顾客最优比例为 $\eta^* \in \eta(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2)$.

4) 信念与均衡活动一致 $\eta^* = \tilde{\eta}, q_1^* = \tilde{q}_1, q_2^* = \tilde{q}_2$.

其中 $\Pi_N(q_1, \tilde{q}_2, \tilde{\eta})$ 与 $\Pi_M(\tilde{q}_1, q_2, \tilde{\eta})$ 分别表示在给定其他参与者信念下创新者与模仿者的期望利润.

2 模仿创新产品 PPR 更低情形

2.1 理性预期均衡

当 $k < k^\circ$ 时, 模仿创新产品 PPR 比原始产品更低. 这种情形下, 1) 即使在 t_2 期, 战略顾客也倾向于优先购买原始产品; 2) 由于假设 p_1 不随时间发生变化, 战略顾客在 t_1 期与 t_2 期购买原始产品获得的剩余相同, 但 t_1 期产品可获得性更高. 结合 1) 与 2), 战略顾客总是在 t_1 期购买原始产品, 其购买行为与短视顾客相同. 在此情形下, 战略顾客、创新者与模仿者间的理性预期均衡退化为创新者与模仿者间的 Stackelberg 均衡.

t_2 期总供给为 $L + q_2$, 其中 $L = q_1 - S$ 表示 t_1 期末原始产品的剩余数量; t_2 期需求量为新到达顾客数量 ξ . 这种情形下, t_2 期新到达顾客也倾向于先购买原始产品. 1) 若 $\xi \leq L$, 模仿创新产品的销量为 0; 2) 若 $L < \xi \leq L + q_2$, 模仿创新产品的销量为 $\xi - L$; 3) 若 $\xi > L + q_2$, 则所有模仿创新产品都能销售. 这样, 模仿者的期望利润为

$$\Pi_M = p_2 \int_{q_1 - S}^{q_1 + q_2 - S} [\xi - (q_1 - S)] dF(\xi) + p_2 q_2 \bar{F}(q_1 + q_2 - S) - C_M \quad (5)$$

而创新者的期望利润 Π_N 为

$$\Pi_N = p_1 S + p_1 \int_0^{q_1 - S} \xi dF(\xi) + p_1 (q_1 - S) \bar{F}(q_1 - S) - C_N \quad (6)$$

⑤ $C_{M1} + C_{M2}$ 与 C_{M3} 可以看成模仿者推出模仿创新产品所需的固定成本与可变成本.

⑥ 理性预期由 Muth^[16] 提出, 表明顾客对以后获得产品的概率与均衡可得性一致. 该假设已用于文献 [8 - 12].

⑦ 理性预期均衡: 1) 可看成子博弈完美 Nash 均衡的另一表达形式, 即每个参与者都相信其他参与者将选择均衡策略, 并且都有积极性维持均衡策略, 参考文献 [8 - 12]; 2) 还可看成 Stackelberg 均衡, 参考文献 [13].

式中,第1项表示创新者在 t_1 期获得的收益,第2项与第3项分别表示 t_2 期当 $L < \xi \leq L + q_2$ 与 $\xi > L + q_2$ 情形下的收益;最后一项表示总成本。

求解该 Stackelberg 博弈模型,得到命题1。

命题1 当 $k < k^\circ$ 时,所有战略顾客在 t_1 期购买原始产品,即 $\eta^* = 0$,原始产品均衡数量为

$$q_1^* = S + F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right),$$

模仿创新产品均衡数量为

$$q_2^* = F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_2}{p_2}\right) - F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right).$$

命题1的证明过程见附录。

注:命题1刻画了战略顾客、模仿者与创新者间的理性预期均衡关系。

2.2 模仿者从数量上超越创新者的条件

下列命题2从均衡数量上给出了模仿者超越创新者的条件。

命题2 1) 若 $S \geq S_R$, 则 $q_2^* \leq q_1^*$ 。

2) 若 $0 < S < S_R$, 则存在性能改进能力阈值 $k_R \in [0, k^\circ)$, 满足: 当 $k < k_R$ 时 $q_2^* > q_1^*$; 当 $k_R \leq k < k^\circ$ 时 $q_2^* \leq q_1^*$, 其中

$$S_R = F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_2}\right) - 2F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right),$$

$$k_R = \frac{\frac{p_2}{h}F\left[2F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right) + S\right] - \rho_1}{\theta}.$$

命题2的证明过程见附录。

命题2表明,模仿者能否在市场份额^⑧方面超越创新者取决于市场结构。1) 如果 t_1 期顾客数量 S 相对于 t_2 期新到达顾客数量较高,模仿者不能在均衡数量上超越创新者; 2) 如果 t_1 期顾客数量 S 较少时,模仿者与创新者间占有顾客的竞争主要在于 t_2 期新到达顾客, ① 如果模仿创新产品 PPR 明显低于原始产品 ($k < k_R$), 模仿者在市场份额方面能超越创新者,其原因在于 t_2 期需求数量较高,模仿者进行较小性能改进却能够以更高价格销售,从而激励其增加产品数量并超越创新者; ② 如果模仿创新产品 PPR 略低于原始产品,两种产品的竞争加剧,降低了模仿者的均衡数量,

并使其市场份额低于创新者。

2.3 模仿者何时从利润上超越创新者

图1^⑨显示了性能改进能力 k 与模仿吸收能力 τ 对模仿者利润与创新者利润的影响。

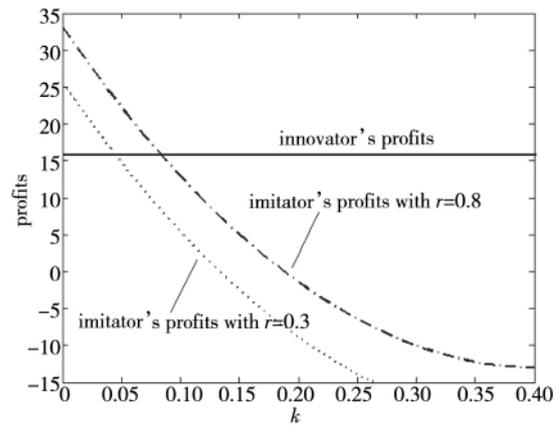


图1 不同性能改进能力下均衡利润比较

Fig. 1 Comparison of expected profits between imitator and innovator

从图1可见: 1) 创新者利润与模仿者性能改进能力以及模仿吸收能力无关,而模仿者利润随 k 递减,其原因在于模仿创新产品数量减少; 2) 当 k 较低时,模仿者在利润方面超越了创新者; 3) 模仿吸收能力越强,模仿者利润越高,并且能在更大范围超越创新者,这源于在模仿吸收原始产品相同组件所需的成本更低。

3 模仿创新产品 PPR 更高情形

3.1 战略顾客跨期购买决策

当 $k \geq k^\circ$ 时,模仿创新产品 PPR 比原始产品更高。同样地, 1) p_1 随时间固定,使得战略顾客在 t_1 期与 t_2 期购买原始产品的剩余相同,但 t_1 期产品可获得性更高; 2) 又由于在 t_2 期,模仿创新产品的性价比更高,结合1)与2),延迟到 t_2 期的战略顾客将从原始产品转向购买模仿创新产品。这样,战略顾客跨期购买决策就转变为在 t_1 期购买原始产品与 t_2 期购买模仿创新产品间权衡。

t_2 期总需求为转移的战略顾客数量 $S\alpha\eta$ 与新到达顾客数量 ξ 之和,即 $S\alpha\eta + \xi$; 而 t_2 期总供给为

⑧ 由于只考虑了单个创新者与单个模仿者的竞争,均衡数量与市场份额可以互换。

⑨ 参数设置为: $\rho_1 = 4, \theta = 10, \rho_1 = 2.5, \rho_2 = 5, h = 0.5, S = 20, \alpha = 0.6, g(\lambda) = 30\lambda, \beta = 0.1, \delta = 2, \xi$ 服从均值为100,标准差为50的Gamma分布。

$L + q_2$. 其中 $L = q_1 - S(1 - \alpha\eta)$ 表示 t_1 期末原始产品的剩余数量.

对于相同价格, 顾客总是倾向于购买性能更高的产品^[5, 13]. 也就是说, 在 t_2 期, 转移的战略顾客与新到达顾客先购买模仿创新产品. 即便模仿创新产品短缺, 也只有新到达顾客购买原始产品.

1) 当 $\xi \leq q_2 - S\alpha\eta$ 时, 转移顾客获得模仿创新产品的概率为 1; 2) 当 $q_2 < S\alpha\eta + \xi \leq q_2 + L$ 时, 转移顾客获得模仿创新产品的概率小于 1; 3) 当 $\xi + S\alpha\eta > q_2 + L$ 时, 转移顾客获得模仿创新产品的概率也小于 1.

这样, 战略顾客在 t_2 期购买模仿创新产品的期望剩余为

$$U_2 = [F(q_2 - S\alpha\eta) + \int_{q_2 - S\alpha\eta}^{+\infty} \frac{q_2 dF(\xi)}{S\alpha\eta + \xi}] (v\rho_2 - p_2) \quad (7)$$

战略顾客在 t_1 期购买原始产品的期望剩余为 $U_1 = v\rho_1 - p_1$ (8)

战略顾客通过权衡 t_1 期购买原始产品获得的期望剩余与 t_2 期购买模仿创新产品获得期望剩余来决定是否等待并转向模仿者, 即在 t_1 期与 t_2 期购买产品的无差异条件为

$$U_1 - U_2 = 0 \quad (9)$$

3.2 理性预期均衡

用 Π_M 表示模仿者的期望利润, 则

$$\Pi_M = p_2 \int_0^{q_2 - S\alpha\eta} (S\alpha\eta + \xi) dF(\xi) + p_2 q_2 \bar{F}(q_2 - S\alpha\eta) - C_M \quad (10)$$

式中, 第 1 项表示模仿者在 t_2 期 $S\alpha\eta + \xi \leq q_2$ 情形下, 只能销售部分模仿创新产品的收益, 第 2 项表示在 $S\alpha\eta + \xi > q_2$ 下销售所有模仿创新产品获得的收益, 第 3 项表示总成本.

引理 2 在给定信念 $\tilde{\eta}, \tilde{q}_1$ 下, 模仿创新产品的最优数量为

$$q_2^* = S\alpha\tilde{\eta} + F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_2}{p_2}\right) \quad (11)$$

引理 2 的证明过程见附录.

注: 引理 2 表明模仿者的利润来源于两类顾客: 转移的战略顾客与 t_2 期新到达的部分顾客.

用 Π_N 表示创新者的期望利润, 则

$$\Pi_N = p_1 S(1 - \alpha\eta) + p_1 L \bar{F}(\Theta) +$$

$$p_1 \int_{q_2 - S\alpha\eta}^{\Theta} \xi \left(1 - \frac{q_2}{S\alpha\eta + \xi}\right) dF(\xi) - C_N \quad (12)$$

其中 $\Theta = q_2 - S\alpha\eta + L$. 式中, 第 1 项表示创新者在 t_1 期获得的收益, 第 2 项与第 3 项分别表示在 t_2 期 $\xi > \Theta$ 与 $q_2 - S\alpha\eta < \xi \leq \Theta$ 情形下从新到达顾客处获得的收益, 最后一项表示总成本. 式 (12) 表明: 创新者利润来源也包括两类顾客: t_1 期购买的顾客与 t_2 期新到达的部分顾客.

引理 3 假设 $f'(\xi) \geq 0$, 在给定信念 $\tilde{\eta}, \tilde{q}_2$ 下, 原始产品的最优数量由如下条件确定

$$\frac{d\Pi_N}{dq_1} = p_1 \left[\bar{F}(\Theta) - \frac{L f(\Theta) S\alpha\tilde{\eta}}{S\alpha\tilde{\eta} + \Theta} \right] - h\rho_1 = 0 \quad (13)$$

引理 3 的证明过程见附录.

注: t_2 期新到达顾客数量 ξ 的密度函数 $f'(\xi) \geq 0$ 是充分非必要条件.

命题 3 说明了顾客对性能的边际支付意愿与性能改进能力同样影响模仿者、创新者与战略顾客间的理性预期均衡.

命题 3 令 $T|_{v, \eta}(k) = \frac{U_2 - U_1}{\rho_2 v - p_2}$, 存在顾客对性能的边际支付意愿阈值 v_2, v_2 与 v_3 , 其中 $\rho_1 < v_2 < v_3$, 满足

$$T|_{v=v_1, \eta=0}(k = k^0) = 0, T|_{v=v_2, \eta=0}(k = 1) = 0, T|_{v=v_3, \eta=0}(k \in (k^0, 1)) = 0 \text{ 具有唯一解 } k^v.$$

1) 当 $p_1/\rho_1 < v < v_1$ 时, 有 $\eta^* = 1$.

2) 当 $v_1 \leq v < v_2$ 时, 存在性能改进能力阈值 k^R , 满足

$$\eta^* \begin{cases} < 1 & \text{如果 } k^0 \leq k \leq k^R, \\ = 1 & \text{如果 } k > k^R. \end{cases}$$

3) 当 $v_2 \leq v < v_3$ 时, 存在性能改进能力阈值 k^{σ} 与 k^{σ} , 其中 $k^{\sigma} < k^{\sigma}$, 满足

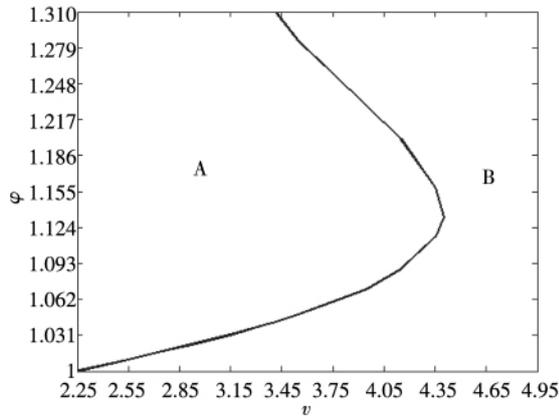
$$\eta^* \begin{cases} < 1 & \text{如果 } k^0 \leq k \leq k^{\sigma} \text{ 或 } k > k^{\sigma}, \\ = 1 & \text{如果 } k^{\sigma} < k \leq k^{\sigma}. \end{cases}$$

4) 当 $v \geq v_3$ 时, 则 $\eta^* < 1$.

注: 各种情形下模仿创新产品最优数量 q_2^* 可通过式 (11) 求得; 原始产品最优数量 q_1^* 可由式 (13) 求得.

命题3的证明过程见附录.

下面图2^⑩进一步说明了顾客对性能的边际支付意愿 v 与产品性价比比率 φ ^⑪ 的不同组合对战略顾客购买行为的影响.



注: $v_1 = 2.26$ $v_2 = 3.35$ $v_3 = 4.4$.

图2 边际支付意愿与性价比比率

Fig. 2 Ratio between PPR and marginal willingness to pay

图2显示, 1) A区域中, 所有战略顾客转向模仿者(即 $\eta^* = 1$); 而B区域中, 只有部分战略顾客转向模仿者(即 $\eta^* < 1$); 2) 当顾客对性能的偏好程度较低(即 $v < 3.35$)时, 模仿者推出性价比越高的产品, 能吸引所有战略顾客转向模仿者; 而当 $v \geq 3.35$ 时, 模仿创新产品吸引所有战略顾客转移的 φ 范围逐渐减小, 直至趋于0, 其原因在于, ① 战略顾客根据 t_1 期与 t_2 期的期望剩余跨期选择购买时机和产品类型; ② t_1 期与 t_2 期期望剩余都随 v 递增, 但 t_1 期递增速率更快; ③ t_2 期期望剩余还取决于性能改进能力 k ; 即随 k 先递增, 然后递减.

以下分析假设 ξ 服从 $[0, \bar{\xi}]$ 上的均匀分布.

3.3 模仿者超越创新者的条件

3.3.1 顾客对性能支付意愿 $v < v_1$ 情形

命题4 假设 $h < h_1$, 如果 $v < v_1$, 则 $q_1^* < q_2^*$.

其中 $h_1 = \frac{1}{2\rho_2/p_2 - \rho_1/p_1}$.

命题4的证明过程见附录.

命题4表明, 当顾客对性能支付意愿很低时, 顾客更偏向产品的内在价值, 模仿者如果能提供

更高性价比的模仿创新产品, 就能从市场份额上超越创新者.

3.3.2 $v \in [v_1, v_2)$ 情形

命题5 如果 $v \in [v_1, v_2)$, 1) 当 $k^0 \leq k \leq k^R$ 或 $k > k^R$ 时 $\frac{dq_1^*}{dk} > 0, \frac{dq_2^*}{dk} < 0$.

2) $\frac{d\eta^*}{dk} \begin{cases} < 0 & \text{如果 } k^0 \leq k \leq k^R, \\ = 0 & \text{如果 } k > k^R. \end{cases}$

命题5的证明过程见附录.

命题5表明, 1) 当 $k^0 \leq k \leq k^R$ 或 $k > k^R$ 时, 模仿创新产品的数量随 k 增加而减少, 原始产品的数量随 k 增加而递增; 2) ① 当 $k^0 \leq k \leq k^R$ 时, 转移的战略顾客比例随 k 增加而递减, 这源于 t_2 期获得模仿创新产品的概率远低于在 t_1 期获得原始产品的概率, 更多战略顾客放弃模仿创新产品而选择在 t_1 期购买原始产品; ② 当 $k > k^R$ 时, 所有战略顾客转向模仿者, 其原因在于从购买模仿创新产品中获得的期望剩余远大于从购买原始产品获得的期望剩余.

命题6 揭示了模仿者从市场份额上超越创新者的条件.

命题6 如果 $v_1 \leq v < v_2$, 1) 当 $k^0 \leq k \leq k^R$ 时, 假设 $h > h_2$, 用 $\eta^* |_{k=k^0}$ 表示边界条件(14)的最优解

$$\ln \left[\frac{S\alpha\eta |_{k=k^0} + \bar{\xi}}{S\alpha\eta |_{k=k^0} + \bar{\xi}(1 - \frac{h\rho_1}{p_1})} \right] = \frac{\bar{\xi} \left[\frac{p_1}{p_2} - (1 - \frac{h\rho_1}{p_1}) \right]}{S\alpha\eta |_{k=k^0} + \bar{\xi}(1 - \frac{h\rho_1}{p_1})} \quad (14)$$

① 如果 $\eta^* |_{k=k^0} < \hat{\eta}^* |_{k=k^0}$, 则 $q_1^* > q_2^*$;

② 如果 $\eta^* |_{k=k^0} \geq \hat{\eta}^* |_{k=k^0}$, 则存在 $\hat{k} \in [k^0, k^R]$, 当 $k^0 \leq k \leq \hat{k}$ 时, 有 $q_1^* < q_2^*$; 当 $\hat{k} < k \leq k^R$ 时, 有 $q_1^* > q_2^*$.

2) 当 $k > k^R$ 时, 假设 $h < h_1$, 则 $q_1^* < q_2^*$, 其

中 $h_2 = \frac{p_1}{\rho_1} (1 - \frac{S}{\xi})$,

⑩ 参数设置为 $\rho_1 = 4$ $\rho = 3$ $\rho_1 = 9$ $\rho_2 = 12$ $h = 1.5$ $S = 50$ $\alpha = 0.6$ $\xi \sim U(0, 90)$ $g(\lambda) = 30\lambda$ $\beta = 1$ $\delta = 2$.

⑪ 用 $\varphi = r_2/r_1$ 表示模仿创新产品与原始产品的 PPR 比率. 随着 φ 增加, 模仿创新产品的性价比越高.

$$\hat{\eta}^* |_{k=k^o} = \frac{1}{2\alpha} \left[1 - \frac{\bar{\xi}}{S} \left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1} \right) \right].$$

命题 6 的证明过程见附录.

命题 6 表明 1) 当 $k^o \leq k \leq k^R$ 时 模仿者能否在市场份额上超越创新者取决于模仿创新产品的 PPR 与原始产品相同情形下战略顾客转移的比例; 2) 当 $k > k^R$ 时 模仿创新产品的数量高于原始产品; 3) 综合 1) . 2) , 如果模仿者提供更高 PPR 的产品 在均衡数量上能超越创新者 其原因在于不仅激励创新者现有顾客转向模仿者 还吸引了新顾客购买模仿创新产品 这反映了创新者如果不进一步创新就不能持续保持领导优势.

3.3.3 $v_2 \leq v < v_3$ 情形

下面通过数值模拟分析 $v \in [v_2, v_3)$ 情形下模仿者能否从市场份额与利润上超越创新者. 基本参数设置与图 2 相同 此时 $\rho = 4$.

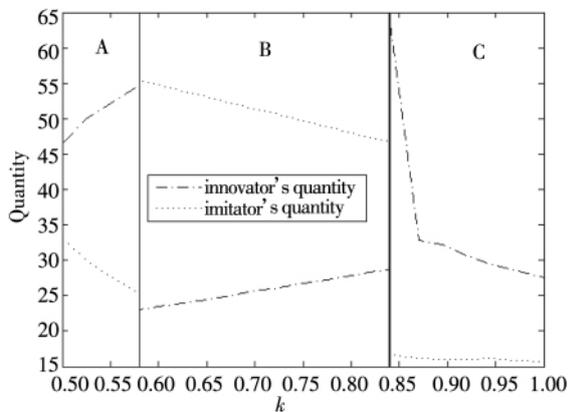


图 3 不同性能改进能力下均衡数量比较

Fig. 3 Comparison of quantity between imitator and innovator

图 3 显示: 1) 当 $k \leq 0.58$ 时(即 A 区域) 模仿创新产品的 PPR 略高于原始产品 此时 模仿者的均衡数量低于创新者; 2) 当 $0.58 < k \leq 0.84$ 时(即 B 区域) 所有战略顾客转向模仿者 此时 模仿创新产品的均衡数量高于原始产品; 3) 当 $k > 0.84$ 时(即 C 区域) 模仿创新产品 PPR 明显高于原始产品 但是 模仿者的均衡数量又低于创新者 这表明模仿者对原始产品进行突破性性能改进 大幅提高其产品的性价比 并不能完全超越创新者.

从图 4 可以看出 利润曲线总体变化趋势与均衡数量曲线相同. 1) 先分析 k 的影响: ① 当模仿创新产品的 PPR 略高于原始产品时(见 A 区域) 模仿者的均衡利润低于创新者 这源于模仿

创新产品的均衡数量低于原始产品; ② 随着 k 增加(见 B 区域) 所有战略顾客转向购买模仿创新产品使得模仿创新产品的均衡数量高于原始产品 结合 $p_2 > p_1$ 所以 模仿者在利润上也能超越创新者; ③ 当 k 继续增加到使得模仿创新产品 PPR 明显高于原始产品时(见 C 区域) 模仿者利润又低于创新者 这源于模仿者为了对原始产品性能进行较大改进 所支付的各类成本大幅增加 导致其利润进一步降低直至低于创新者 甚至为负; 2) 随着模仿吸收能力 τ 从 0.3 增加到 0.8 模仿者利润呈递增趋势 这源于 τ 越高降低了模仿吸收所需要的成本.

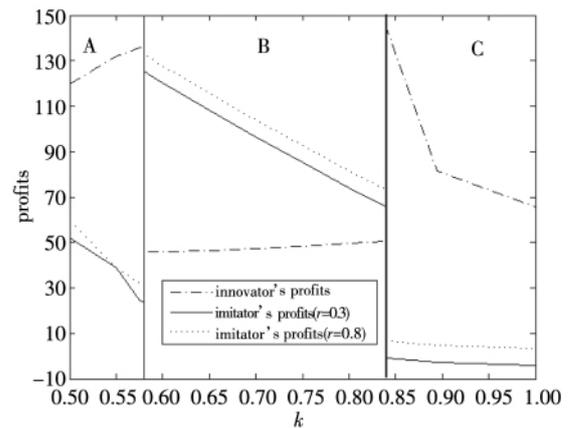


图 4 不同性能改进能力下均衡利润比较

Fig. 4 Comparison of expected profits between imitator and innovator

3.3.4 $v \geq v_3$ 情形

图 5 中的参数设置与图 2 相同 此时 $\rho = 5$.

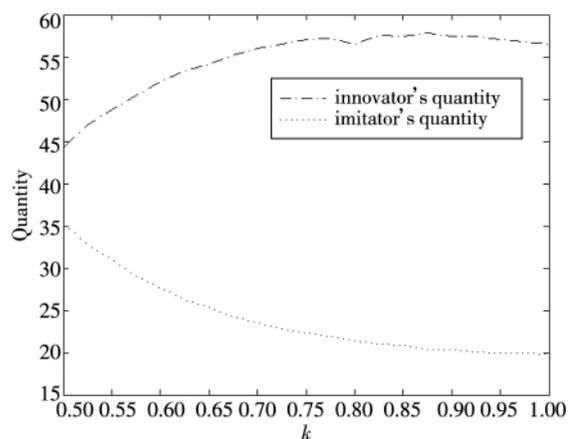


图 5 不同性能改进能力下均衡数量比较

Fig. 5 Comparison of quantity between imitator and innovator

图 5 显示: 1) 对于所有性能改进能力 k 模仿者都不能从均衡数量上超越创新者; 2) 随着 k 增加 模仿创新产品数量减少 原始产品数量反而呈

递增趋势,这反映了当顾客对性能支付意愿较高时($v = 5$)模仿者的模仿创新间接地给创新者带来很多优势,即刺激更多战略顾客在 t_1 期购买原始产品。

通过对图3与图5的比较发现,模仿者不能盲目关注产品性能改进能力以及其产品性价比,还应当关注日趋理性的战略顾客行为和市场结构。也就是说,模仿者只有把需求端的顾客行为与自身改进能力进行有效匹配,才能超越创新者。

Ethiraj等^[5]也研究了模仿者能否超越创新者,认为模仿者通过延迟模仿直到能获得原始产品有用信息并采用纵向差异化(即性能改进)策略,能在市场份额方面超过创新者,但该文采用实证研究方法,未涉及战略顾客行为,而本文基于顾客战略等待的结合发现其对模仿创新有明确的影响。

4 结束语

如何应对经验丰富、购买行为理性的顾客是企业乃至整个供应链中进行产品创新的核心内容,不断推出创新性产品是其持续发展的基石,也是当今市场顾客需求驱动的本质。总的来说,创新分为原始创新与模仿创新两种类型。相对于原始创新,模仿创新由于更高的成功率、更好满足顾客需求与更低投资成本已成为企业进入市场的一种有效战略。例如,在汽车、计算机软件等高新技术领域大多沿用对现有性能进行改进的模仿创新模式。基于顾客战略等待行为与模仿创新重要的实践价值,本文研究了需求端的顾客对性能的边际支付意愿与模仿者的性能改进能力对模仿者与创新者的影响。

已有研究^[5,17,18]认为,随着信息技术和制造技术的进步,模仿者能够利用最新技术,以更低的成本推出性能更高的产品,通过产品差异化竞争而非直接价格竞争,侵蚀创新者的领先优势,甚至超越创新者;但是,通过本文研究,结论表明:1)

当模仿创新产品性价比低于原始产品时,模仿者能否从市场份额和利润上超越创新者主要取决于市场结构,也就是说,如果模仿者推出的性能改进产品能吸引大量新的顾客,则模仿者在这两方面就有可能超越创新者;2)当模仿创新产品性价比高于原始产品时,模仿者能否在市场份额和利润上超越创新者取决于其性能改进能力与顾客对性能的边际支付意愿(反映对性能的偏好程度)间的匹配度。总的来说,顾客对性能支付意愿越低对模仿者越有利,对性能的偏好程度越高对创新者更有优势。例如,对于非耐用品,顾客对性能的关注相对较低,模仿者推出性价比更高的产品更能超越创新者,此时模仿者的最优策略是通过采用突破性性能改进,重新定义产品对顾客的内涵与意义,使顾客放弃以前的理念;而对于耐用品,顾客更看重产品的性能,此时模仿者推出性价比很高的产品,反而更难超过创新者,模仿者的最优策略是采用渐进性性能改进或降低顾客对性能的关注程度。换句话说,模仿者可以通过大量的公益广告宣传以及其它体验营销手段,挖掘产品倡导的内在理念(例如,低碳生活、环保理念等),增加模仿创新产品的无形(或附加)价值,变相降低顾客对性能的关注程度,这样,更有助于超越创新者。

总的来说,模仿者不仅要提升自身的性能改进能力和挖掘模仿创新所倡导的内在理念,还必须通过市场调研策略掌握顾客对产品性能的偏好程度。只有把这二者相结合,并推出相匹配的性价比产品,模仿者才能利用产品之间的差异化竞争超越创新者,实现可持续发展。

文章可以从以下方面扩展:1)研究模仿者与创新者的竞争与合作关系,即模仿者与创新者动态协调能否实现更高价值;2)比较存在战略顾客下的原始创新与模仿创新策略各自的优缺点以及适应的情境;3)研究产品整个生命周期的模仿创新对揭示模仿创新本质更有现实与理论意义。

参 考 文 献:

[1]郑友德,金明浩. 比亚迪式模仿创新的知识产权策略[J]. 法人,2009,9: 56-59.

Zheng Youde, Jin Minghao. BYD's knowledge copyrights strategy on imitative innovation[J]. Artificial Person, 2009, 9:

56 – 59. (in Chinese)

- [2]Sun Jiong , Debo L G , Kekre S , et al. Component-based technology transfer in the presence of potential imitators [J]. *Management Science* , 2010 , 56(3) : 536 – 552.
- [3]McCann B T , Vroom G. Pricing response to entry and agglomeration effects [J]. *Strategic Management Journal* , 2010 , 31(3) : 284 – 305.
- [4]Casadesus-Masanell Ramon , Zhu Feng. Strategies to fight ad-sponsored rivals [J]. *Management Science* , 2010 , 56(9) : 1484 – 1499.
- [5]Ethiraj S K , Zhu D H. Performance effects of imitative entry [J]. *Strategic Management Journal* , 2008 , 29(8) : 797 – 817.
- [6]Swinney R , Cachon G , Netessine S. The timing of capacity investment by start-ups and established firms in new markets [R]. Working Paper , Stanford: Stanford University , 2010.
- [7]朱秀梅. 高技术企业集群式创新机理实证研究 [J]. *管理科学学报* , 2009 , 12(4) : 75 – 82.
Zhu Xiumei. Empirical analysis on high-tech firm's innovation mechanism in industry cluster [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2009 , 12(4) : 75 – 82. (in Chinese)
- [8]Su Xuanming. Optimal pricing with speculators and strategic consumers [J]. *Management Science* , 2010 , 56(1) : 25 – 40.
- [9]Li Cuihong , Zhang Fuqiang. Advance demand information , price discrimination , and pre-order strategies [R]. Working Paper , Storrs: University of Connecticut , 2010.
- [10]Jerath K , Netessine S , Veeraraghavan S K. Revenue management with strategic customers: Last minute selling and opaque selling [J]. *Management Science* , 2010 , 56(3) : 430 – 448.
- [11]Su Xuanming , Zhang Fuqiang. On the value of commitment and availability guarantees when selling to strategic consumers [J]. *Management Science* , 2009 , 55(5) : 713 – 726.
- [12]刘晓峰 , 黄 沛. 基于策略性消费者的最优动态定价与库存决策 [J]. *管理科学学报* , 2009 , 12(5) : 18 – 26.
Liu Xiaofeng , Huang Pei. Optimal dynamic pricing and inventory policy under strategic customers [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2009 , 12(5) : 18 – 26. (in Chinese)
- [13]Porteus E L , Shin H , Tunca T I. Feasting on leftovers: Strategic use of shortages in price competition among differentiated products [J]. *Manufacturing and Service Operation Management* , 2010 , 12(1) : 140 – 161.
- [14]张福利 , 施建军 , 陈效林. 双寡头一方垄断中间产品市场的纵向差异策略 [J]. *管理科学学报* , 2010 , 13(1) : 10 – 19.
Zhang Fuli , Shi Jianjun , Chen Xiaolin. Strategy of vertical production differentiation based on one of the duopolists monopolizes the intermediate product market [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2010 , 13(1) : 10 – 19. (in Chinese)
- [15]Bhaskaran S R , Krishnan V. Effort , revenue , and cost sharing mechanisms for collaborative new product development [J]. *Management Science* , 2009 , 55(7) : 1152 – 1169.
- [16]Muth J F. Rational expectations and the theory of price movements [J]. *Econometrica* , 1961 , 29(3) : 315 – 335.
- [17]Berndt Ernst R , Bui Linda T , Reiley David R , et al. Information , marketing , and pricing in the U. S. antiulcer drug market [J]. *American Economy Review* , 1995 , 85(2) : 100 – 105.
- [18]Moore Michael J , William Boulding , Goodstein Ronald C. Pioneering and market share: Is entry time endogenous and does it matter? [J]. *Journal of Marketing Research* , 1991 , 28(2) : 97 – 104.

Study on imitating innovation in the presence of strategic customers

Ji Guo-jun , YANG Guang-yong

School of Management , Xiamen University , Xiamen 361005 , China

Abstract: An imitator who imitates an innovator's original product improves the performance or quality of an original product , introduces the imitating innovative product and competes with the innovator. Strategic cus-

tomers rationally choose the optimal inter-temporal purchase timing by evaluating the possible availability and performance price ratio (PPR) of the imitating innovative product. We study the effects of performance improvement capability and customer's preferences for product performance on whether an imitator can overcome the innovator. Our results show that when the PPR of an imitating innovative product is lower than that of the original product, if the amount of new arrival customers is large in the second period, the imitator can surpass the innovator in view of market share and profits, however, when the PPR of an imitating innovative product is higher than that of the original product, whether the imitator could overcome the innovator depends on the degree of match between customer's preferences for product performance and the imitator's performance improvement capability.

Key words: performance improvement; strategic waiting; performance price ratio; marginal willingness to pay

附录

命题 1 证明 在给定 \tilde{q}_1 时,由 $d\Pi_M/dq_2 = 0$ 得 $q_2^* = S + F^{-1}(1 - h\rho_2/p_2) - \tilde{q}_1$ (A1)

同样地,可得 $q_1^* = S + F^{-1}(1 - h\rho_1/p_1)$ (A2)

将式(A2)代入式(A1)结合 $r_1 > r_2$ 有

$$q_2^* = F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_2}{p_2}\right) - F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right). \quad \text{证毕.}$$

命题 2 证明 比较式(A1)与(A2)有

$$q_2^* - q_1^* = F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_2}{p_2}\right) - 2F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right) - S,$$

要满足 $q_2^* > q_1^*$ 则要求

$$k < k_R = \frac{\frac{p_2}{h} \bar{F} [2F^{-1}(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}) + S] - \rho_1}{\theta} \quad \text{(A3)}$$

如果 $k_R \leq 0$ 则不存在 k 满足不等式(A3);如果 $k_R > 0$ 则满足(A3)的条件为

$$S < S_R = F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_2}\right) - 2F^{-1}\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right) \quad \text{(A4)}$$

即,当 $S \geq S_R$ 时,不存在 k 满足 $q_2^* > q_1^*$;当 $S < S_R$ 还需要进一步比较 k_R 与 k° .

$$\text{由 } k_R - k^\circ = \frac{p_2}{\theta} \left[\frac{\bar{F}(2F^{-1}(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}) + S) p_1}{h} - \rho_1 \right] < 0$$

所以,当 $k < k_R$ 时 $q_2^* > q_1^*$;当 $k_R \leq k < k^\circ$ 时 $q_2^* \leq q_1^*$. 证毕.

引理 2 证明 对式(10)中的 Π_M 求导,由 $\frac{d\Pi_M}{dq_2} = 0$,可得 $q_2^* = S\alpha\tilde{\eta} + F^{-1}(1 - \frac{h\rho_2}{p_2})$. 证毕.

引理 3 证明 对式(12)求导,有

$$\frac{d\Pi_N}{dq_1} = p_1 [\bar{F}(\theta) - Lf(\theta) \frac{S\alpha\tilde{\eta}}{S\alpha\tilde{\eta} + \theta}] - h\rho_1$$

$$\frac{d^2\Pi_N}{dq_1^2} = -p_1 [f(\theta) (1 + \frac{S\alpha\tilde{\eta}q_2}{(S\alpha\tilde{\eta} + \theta)^2}) + \frac{Lf'(\theta) S\alpha\tilde{\eta}}{S\alpha\tilde{\eta} + \theta}]$$

假设 $f'(\xi) \geq 0$ 始终满足 $d^2\Pi_N/dq_1^2 < 0$ 这样,由一阶条件可得 q_1^* . 证毕.

命题 3 证明 令 $T|_{v_n}(k) = \frac{U_2 - U_1}{\rho_2 v - p_2}$ 将式(11)代入式(9)得到

$$T|_{v_n}(k) = (1 - \frac{h\rho_2}{p_2}) - \frac{v\rho_1 - p_1}{v\rho_2 - p_2} + [S\alpha\tilde{\eta} + F^{-1}(1 - \frac{h\rho_2}{p_2})] \int_{F^{-1}(1 - \frac{h\rho_2}{p_2})}^{+\infty} \frac{dF(\xi)}{S\alpha\tilde{\eta} + \xi}$$

$$\frac{dT}{d\eta} = \int_{F^{-1}(1-\frac{h\rho_2}{p_2})}^{+\infty} \frac{S\alpha[\xi - F^{-1}(1 - \frac{h\rho_2}{p_2})]}{(S\alpha\eta + \xi)^2} dF(\xi) > 0$$

运用相同方法, 可得 $dT/dv < 0$ 以及 T 是 k 的拟凹函数.

假设存在 v_1, v_2 与 v_3 满足

$$T|_{v=v_1, \eta=0} (k = k^0) = 0, T|_{v=v_2, \eta=0} (k = 1) = 0,$$

$$T|_{v=v_3, \eta=0} (k \in (k^0, 1)) = 0 \text{ 具有唯一解 } k^{\nabla} \text{ 其中 } v_1 < v_2 < v_3.$$

1) 如果 $\frac{p_1}{\rho_1} < v < v_1$ 则 $T|_{v=v_1, \eta=0} (k = k^0) > 0$ 结合 $dT/d\eta > 0$ 对于 $\forall k$ 都有 $U_2 > U_1$ 所以 $\eta^* = 1$.

2) 当 $v_1 \leq v < v_2$ 时,

$$T|_{v=v_1, \eta=0} (k = k^0) < 0, T|_{v=v_2, \eta=0} (k = 1) > 0,$$

存在 k^R 使得 $T|_{v=v_2, \eta=0} (k = k^R) = 0$. 当 $k > k^R$ 时 $T|_{v=v_2, \eta=0} (k = k^R) > 0$ 进而得到 $U_2 > U_1$ 此时 $\eta^* = 1$; 当 $k \leq k^R$ 时 存在唯一 $\eta^* < 1$ 满足 $U_2 = U_1$.

3) 当 $v_2 \leq v < v_3$ 时, 有 $T|_{v=v_1, \eta=0} (k = k^0) < 0, T|_{v=v_2, \eta=0} (k = 1) < 0, T|_{v=v_3, \eta=0} (k = k^{\nabla}) > 0$ 所以 存在 k_{\square} 与 k^{\square} 其中 $k_{\square} < k^{\square}$ 满足, 当 $k^0 \leq k \leq k_{\square}$ 或 $k^{\square} < k \leq 1$ 时 $U_2 = U_1$ 有唯一解 $\eta^* < 1$; 当 $k_{\square} < k \leq k^{\square}$ 时, 由于 $U_2 > U_1$, 此时 $\eta^* = 1$.

4) 当 $v \geq v_3$ 时, 有 $T|_{v=v_1, \eta=0} (k = k^0) < 0, T|_{v=v_2, \eta=0} (k = 1) < 0, T|_{v=v_3, \eta=0} (k = k^{\nabla}) < 0$ 所以 对于 $\forall k, U_2 = U_1$ 都有唯一 $\eta^* < 1$.

1) 2) 3) 与 4) 情形下的 q_2^* 可通过式 (11) 求得 q_1^* 可根据式 (13) 求得.

命题 4 证明 当 $v < v_1$ 时, 由 $\eta^* = 1$ 得 $q_2^* = S\alpha + \xi(1 - \frac{h\rho_2}{p_2})$, 可通过考察 $\frac{dII_N}{dq_1} |_{(q_2^*, q_1^*)}$ 的符号来判断 q_2^* 与 q_1^* 的大小.

$$\frac{dII_N}{dq_1} |_{(q_2^*, q_1^*)} = p_1 [-S(2\alpha - 1) - \xi(1 + \frac{h\rho_1}{p_1} - 2\frac{h\rho_2}{p_2}) - \frac{q_2^* - S(1 - \alpha)}{2q_2^* - S(1 - \alpha)} S\alpha]$$

假设 $h < h_1 = \frac{1}{2\rho_2/p_2 - \rho_1/p_1}$ $\alpha > 0.5$ 则 $\frac{dII_N}{dq_1} |_{(q_1^*, q_2^*)} < 0$ 又 $\frac{dII_N}{dq_1} |_{(q_2^*, q_1^*)} = 0$ 所以 $q_1^* < q_2^*$. 证毕.

命题 5 证明 1) 当 $k^0 \leq k \leq k^R$ 时 根据隐函数定理 得 $\frac{d\eta^*}{dk} = -\frac{\partial T/\partial k}{\partial T/\partial \eta^*} < 0$.

$$\text{由式 (11) 可得 } \frac{dq_2^*}{dk} = \frac{\partial q_2^*}{\partial \eta^*} |_{\eta=\eta^*} \frac{d\eta^*}{dk} + \frac{\partial q_2^*}{\partial k} < 0.$$

$$\text{令 } \Gamma = dII_N/dq_1 = 0 \text{ 则 } \frac{\partial q_1^*}{\partial q_2^*} = -\frac{\frac{\partial \Gamma}{\partial q_2^*}}{\frac{\partial \Gamma}{\partial q_1^*}} = -\frac{f(\Theta) [1 - \frac{L\beta}{S\alpha\eta^* + \Theta}] + Lf'(\Theta)\psi}{f(\Theta) (1 + \frac{\psi q_2^*}{S\alpha\eta^* + \Theta}) + Lf'(\Theta)\psi} < 0$$

其中 $\psi = S\alpha\eta^* / (S\alpha\eta^* + \Theta)$.

运用同样的方法, 可得 $\partial q_1^* / \partial \eta^* < 0$. 所以 $\frac{dq_1^*}{dk} = \frac{\partial q_1^*}{\partial q_2^*} \frac{dq_2^*}{dk} + \frac{\partial q_1^*}{\partial \eta^*} \frac{d\eta^*}{dk} + \frac{\partial q_1^*}{\partial k} > 0$.

2) 当 $k > k^R$ 时, 由于 $\eta^* = 1$ 所以 $d\eta^* / dk = 0$. 运用同样的方法, 可得 $dq_2^* / dk < 0, dq_1^* / dk > 0$. 证毕.

命题 6 证明 1) 当 $k^0 \leq k \leq k^R$ 时, 可以通过比较 $k = k^0$ 与 $k = k^R$ 时的 q_2^* 与 q_1^* 来确定二者的关系. ① 当 $k = k^0$ 时, $T = 0$ 简化为

$$\ln \left(\frac{S\alpha\eta \Big|_{k=k^{\circ}} + \bar{\xi}}{S\alpha\eta \Big|_{k=k^{\circ}} + \bar{\xi} \left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right)} \right) = \frac{\bar{\xi} \left[\frac{p_1}{p_2} - \left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right) \right]}{S\alpha\eta \Big|_{k=k^{\circ}} + \bar{\xi} \left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right)}$$

从上式中,可得最优解 $\eta^* \Big|_{k=k^{\circ}}$.

将 $q_2^* \Big|_{k=k^{\circ}} = S\alpha\eta^* \Big|_{k=k^{\circ}} + \bar{\xi} \left(1 - \frac{h\rho_2}{p_2}\right)$ 代入式(13),得到 $[q_1^* \Big|_{k=k^{\circ}} - S(1 - \alpha\eta^* \Big|_{k=k^{\circ}})]\Delta = 0$ 其中

$$\Delta = 1 + \frac{S\alpha\eta^* \Big|_{k=k^{\circ}}}{q_1^* \Big|_{k=k^{\circ}} + 2S\alpha\eta^* \Big|_{k=k^{\circ}} + \bar{\xi} \left(1 - \frac{h\rho_2}{p_2}\right) - S}$$

由于 $\Delta > 0$ 所以 $q_1^* \Big|_{k=k^{\circ}} = S(1 - \alpha\eta^* \Big|_{k=k^{\circ}})$.

当 $k = k^{\circ}$ 时 $\rho_1/p_1 = \rho_2/p_2$,可得

$$q_1^* \Big|_{k=k^{\circ}} - q_2^* \Big|_{k=k^{\circ}} = S(1 - 2\alpha\eta^* \Big|_{k=k^{\circ}}) - \bar{\xi} \left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right),$$

$$\text{令 } \hat{\eta}^* \Big|_{k=k^{\circ}} = \frac{1 - \bar{\xi} \left(1 - h\rho_1/p_1\right) / S}{2\alpha},$$

假设 $h > h_2 = \frac{p_1}{\rho_1} \left(1 - \frac{S}{\bar{\xi}}\right)$ 如果 $\eta^* \Big|_{k=k^{\circ}} < \hat{\eta}^* \Big|_{k=k^{\circ}}$ 则 $q_1^* \Big|_{k=k^{\circ}} > q_2^* \Big|_{k=k^{\circ}}$; 否则 $q_1^* \Big|_{k=k^{\circ}} \leq q_2^* \Big|_{k=k^{\circ}}$.

② 当 $k = k^R$ 时,由 $\eta^* = 0$,有 $q_2^* \Big|_{k=k^R} = \bar{\xi} \left(1 - \frac{h\rho_2}{p_2}\right)$ $q_1^* \Big|_{k=k^R} = S + \bar{\xi} \left[\left(1 - \frac{h\rho_1}{p_1}\right) - \left(1 - \frac{h\rho_2}{p_2}\right) \right]$ 比较 $q_1^* \Big|_{k=k^R} -$

$$q_2^* \Big|_{k=k^R} = S + \bar{\xi} \left(\frac{2h\rho_2}{p_2} - \frac{h\rho_1}{p_1} - 1 \right) \text{ 当 } h > h_3 = \frac{1 - S/\bar{\xi}}{2\rho_2/p_2 - \rho_1/p_1} \text{ 时 } q_1^* \Big|_{k=k^R} > q_2^* \Big|_{k=k^R}.$$

由于 $h_3 < h_2$,所以条件 $h > h_2$,能同时满足①与②.

2) 当 $k > k^R$ 时,按照命题4相同证明过程,可得 $q_1^* < q_2^*$.

证毕.