有限产能下不同搜索模式库存及定价优化决策①

李建斌[1]，罗晓萌[1]，许明辉[2]
(1. 华中科技大学管理学院，武汉 430074; 2. 武汉大学经济与管理学院，武汉 430072)

摘要: 考虑供应商存在产能限制时,研究因库存不足或不精确产生的两种市场搜索模式——顾客搜索模式和零售商搜索模式下零售商联合订购和定价决策,并同已有文献中未考虑产能及库存不确定因素的结论进行比较,得出当产能随机因素变化区间足够大时,零售商的定价决策不变,而将增加订购量;反之,则将降低零售价格.此外,顾客搜索模式下的最优均衡安全库存和零售价格均高于零售商搜索模式下的最优值.通过对搜索强度进行敏感性分析,发现在顾客搜索模式下,随着搜索强度的增加最优均衡安全库存、零售价格和销量将同时增加;而在零售商搜索模式下,只有满足一定条件时上述结论才成立.最后在模型中引入缺货惩罚成本及运输成本,以扩展模型的适用性.

关键词: 多区域系统; 产能限制; 市场搜索; 库存; 定价
中图分类号: F253.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2013)07-0013-10

0 引言

为了提高对需求的响应性,越来越多的厂商选择使其库存靠近消费者,即在销售前将库存分配给多地域销售网点.而在分配之前无法预测各地域的实际需求,因此该策略必然面临库存分配不均的问题,即某些地方库存不足,而另外一些地方库存却有剩余.王丽梅等[1]研究了现货供应充足和供应不确定时实现供应链协调的最优订购策略.另一种解决方式即是在实际需求确定之后通过各个销售网点之间的调货再次平衡供需,此调货过程涉及在各个销售网点间进行"市场搜索"[2],一般可分为两种模式:顾客搜索模式和零售商搜索模式.顾名思义,前者是指未被满足需求的顾客转向其它销售网点搜索产品,若搜索到库存,则购买;而后者是指由本地存在剩余需求的零售商去其它销售网点搜索产品,若搜索到库存,则向该网点请求调货来满足本地的剩余需求.显然,现实中并不是所有未被满足需求的顾客都会选择搜索或等待,陈剑和张楠[3]探讨了存在等待敏感型顾客时企业的定价和库存决策,即当顾客的需求未被满足时,一些等待敏感型顾客会放弃购买,只有一定比例的顾客会选择搜索或等待,该比例被称为搜索强度[4].

Anupindi等[5]通过三个属性来划分此类研究领域:搜索模式(顾客搜索模式或零售商搜索模式)、系统属性(寡头垄断或双头垄断)和作用范围(零售商之间或供应商与多个零售商之间).接着Jiang和Anupindi[2]又增加了第四个属性——价格,即模型中考虑的价格是外生变量还是内生变量.而本文在Jiang和Anupindi[2]的基础上增加了另一属性——产能,即供应商的产能是有限还是无限且在产能有限的情况下库存存在不确定因素.

有关顾客搜索模式的研究中,Lippman和McCardle[6]、Netessine和Rudi[7]讨论了关注零售商之间横向作用的寡头或双头垄断模型,但忽略了

① 收稿日期: 2011-08-08; 修订日期: 2012-11-28.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70901029; 71171088; 71131004; 70901059); 华中科技大学技术创新基金(CXY12M013).
作者简介: 李建斌(1980—),男,江西波阳人,博士,副教授. Email: jbli@hust.edu.cn

供应商和零售商之间的纵向关系. Anupindi 和 Bassok[8] 则分析了供应商和零售商之间纵向作用的双头垄断模型，表明供应商不一定偏好集中管理库存，当搜索强度足够大时，分散系统反而能带来更多的利润. 在零售商搜索模式的研究中则往往涉及均衡调货价格，Anupindi 等[9] 考虑了分散系统中的订货和分配问题，得出均衡调货价格存在的充要条件; Rudi 等[10] 则证明在双头垄断模型中调货价格决定了各个销售网点最优库存水平的选择; Hu 等[11] 将零售商的产能限制加入了模型，并分析了均衡调货价格在两地点库存模型中的存在性. 而本文则假设调货价格为请求调货的零售商零售价格的某一确定比例，将支付给发货的零售商，从而使双方互惠互利. 另外，李晓宏等[12] 主要关注了零售商搜索模式下各零售商之间的信息更新及互享程度对最优策略的影响; 而本文则从顾客搜索和零售商搜索两个方面对多零售商的联合订购定价策略进行了研究，并予以比较分析.

对于价格变量是外生还是内生，Dong 和 Rudi[13] 讨论了供应商和集中控制的多个零售商之间纵向作用的单周期模型，表明批发价格外生时零售商之间总能通过调货提高供应链绩效，而批发价格内生时供应商将提高批发价格从而损害零售商的利益. Zhao 等[14] 则考虑当调货价格为外生变量时，允许零售商对是否接受调货请求进行选择. Dana[15] 探讨了双头垄断模型中，当顾客根据价格和缺货损失来做出购买决策时的库存策略. Cachon 等[16] 则对顾客搜索行为和分类计划之间的相互作用具体分析. 上述文献主要是从价格外生的角度考虑模型，本文则将零售价格作为内生变量，允许零售商将价格变量作为调节其利润的工具. 一旦价格被纳入模型的决策变量，将增加问题研究的复杂度，同时也更接近于实际. Cachon 等[17] 研究了竞争环境下的顾客搜索问题，解释了如今越来越容易的搜索途径对均衡价格、零售商利润和顾客福利的影响. Zhao 和 Atkins[18] 描述了内生价格下的寡头模型，分析了报童模型中的库存和定价决策. 本文则涉及了不同搜索模式下产能有限时多零售商的库存优化和定价策略.

本文在已有文献的基础上引入供应商的产能限制及库存不确定因素，同时使零售价格为内生变量，分别考虑了顾客搜索模式和零售商搜索模式下的单周期供应链模型，并将所得结论同已有文献进行比较，得出当供应商产能上限变化时，零售商的订购和定价策略将发生变化，且所获得的最优收益也不同. 另外，本文进一步分析了模型参数——搜索强度对零售商最优均衡安全库存、零售价格和销量的影响，在两种不同的搜索模式下得出的结论也存在一定的区别. 最后，本文在基本模型中引入缺货惩罚成本和运输成本，以期更全面地描述现实情形，并将模型延伸之后的结论同基本模型进行了对比分析.

1 模型描述

考虑由单个供应商和两个零售商组成的单周期供应链模型. 供应商以单位批发价 w 向下游零售商销售具有产能限制且存有不确定库存的单一产品，终端市场需求由价格及其它不确定因素决定，两个零售商在市场需求确定之前同时制定各自的零售价格和订购量，供应商在接到订单后立即发货且订货提前期为零. 在终端市场需求确定之后，零售商分别以各自的库存优先满足本地需求. 对于在本地零售商处未被满足的剩余需求将通过“市场搜索”的形式寻求满足. 具体来说，若一个零售商在满足本地需求之后有剩余库存，同时另一个零售商处有剩余需求，那么剩余需求中有 $\alpha \in [0,1]$ 比例将通过市场搜索的形式被另一个零售商处的剩余库存满足，α 为搜索强度.

考虑两种搜索模式 —— 顾客搜索模式和零售商搜索模式. 在顾客搜索模式中，本地零售商处的剩余需求中有 α 比例的顾客选择搜索，若交易发生，收益将由满足这部分需求的零售商获得. 在零售商搜索模式中，有 α 比例的顾客愿意等待，若交易发生则产生的收益将在两个零售商之间按照某种调货协议进行分配，本文中假设对于每一单位调货产品，收货的零售商将自己单位零售价格的 β 比例分配给发货的零售商. 另外，同 Jiang 和 Anupindi[2] 中的假设: 搜索强度 α 和调货协议中的比例 β 为外生变量，且 α 在两种搜索模式中相等; 对于未被满足的需求没有惩罚成本，同时不存在库存成本和回收价值; 搜索成本和运输成本也

不予考虑. 为了使模型更贴近于实际情形，在第五部分的模型延伸中将考虑缺货惩罚成本及运输成本.

定义从某零售商处转移到另一零售商处的剩余需求为溢出需求，某零售商面临的有效需求包括本地需求和溢出需求，为满足本地需求产生的销量为本地销量，由溢出需求产生的销量称为溢出销量.

$p_i(i=1,2)$ 为零售商 i 的零售价格，则零售商 i 面临的本地需求为

$D_i(p_i,p_j,\varepsilon_i)=y_i(p_i,p_j)+\varepsilon_i, i,j=1,2$ 且 $i\neq j$，其中

$$y_i(p_i,p_j) = a-\frac{b}{1-r}p_i+\frac{br}{1-r}p_j,\quad i,j=1,2, \text{且 } i\neq j \tag{1}$$

a 为潜在市场大小，b 为价格需求弹性；$r\in(0,1)$ 为市场中同类商品间的替代率，反映了价格竞争的强度或商品的差异性，r 值越大，则市场中价格竞争越大，不同零售商之间商品的差异性越小，极端情况当 $r=0$ 时，每个零售商面临的需求将不受其他零售商价格的影响，即每个零售商都是垄断者. ε_i 为服从 $[-B,B]$ 上密度函数为 $f(\cdot)$、分布函数为 $F(\cdot)$ 的随机变量，其中 $B>0$. 为了保证本地需求的非负性，应满足 $a>b\omega+B$. 关于 $D_i(p_i,p_j,\varepsilon_i)$ 和 $y_i(p_i,p_j)$，参见 Jiang 和 Anupindi[2]、Timothy 和 McGuire[19]、Mills[20]、Petruzzi 和 Dada[21].

考虑到两个零售商的对称性，假设供应商对两个零售商分别有着对称的产能限制 $C_i(i=1,2)$，其与自身零售价格 p_i 和其它零售价格 p_j 以及因原材料、设备等不确定因素导致的随机产能限制 σ_i 有关，记为 $C_i(p_i,p_j,\sigma_i)$，考虑到与需求及订购量形式一致可方便分析，将其表达为

$$C_i(p_i,p_j,\sigma_i) = y_i(p_i,p_j)+\sigma_i,\quad i,j=1,2 \text{ 且 } i\neq j \tag{2}$$

σ_i 服从 $U(0,A)$ 分布，其中 $A>0$. $y_i(p_i,p_j)$ 为零售价格决定的确定性需求，此为供应商保证生产的基本量，不确定性因素 σ_i 将影响供应商的实际产能.

接下来，遵循 Petruzzi 和 Dada[21] 定义零售商 i 的订购量即库存决策为 $Q_i=y_i(p_i,p_j)=z_i$，其中 z_i 为应对不确定需求的安全库存，故求最优定价和订购量的问题可等价于求最优定价和安全库存的问题. 考虑供应商的产能限制及库存不确定因素，零售商 i 处的期望库存为

$$q_i = y_i(p_i,p_j)+\mathrm{E}[\min\{\sigma_i,z_i\}] \tag{3}$$

令 $S_i=\mathrm{E}[\min\{\sigma_i,z_i\}]$，则其为零售商 i 的期望安全库存，易得

$$S_i=\begin{cases} z_i-\dfrac{z_i^2}{2A}, & \text{若 } z_i\leqslant A \\ \dfrac{A}{2}, & z_i>A \end{cases}$$

图 1 描述了基本模型及涉及的主要变量.

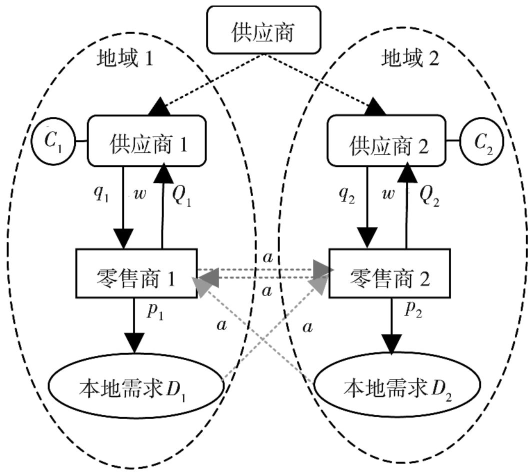

图 1　模型及变量描述

Fig. 1 Description of model and variables

当 $z_i\leqslant A$ 时，$q_i=y_i(p_i,p_j)+z_i-\dfrac{z_i^2}{2A}$，$z_i-\dfrac{z_i^2}{2A}$ 关于 z_i 单调递增. 当 $z_i>A$ 时，供应商产能将不能满足零售商 i 的需求，零售商 i 只能拿到等于供应商产能的库存，此时无论 z_i 取何值都相当于 $z_i=A$，为了方便讨论，可将此时零售商 i 的最优均衡安全库存表示为 $z_i=A$.

那么，零售商 i 的期望本地销量 LS_i 为

$$\mathrm{LS}_i=y_i(p_i,p_j)+\mathrm{E}[\min\{\varepsilon_i,q_i-y_i(p_i,p_j)\}]$$
$$=\begin{cases} y_i(p_i,p_j)+z_i-\dfrac{z_i^2}{2A}-\Lambda\left(z_i-\dfrac{z_i^2}{2A}\right) & \text{若 } z_i\leqslant A \\ y_i(p_i,p_j)+\dfrac{A}{2} & \text{若 } z_i>A \end{cases} \tag{4}$$

其中 $\Lambda\left(z_i-\dfrac{z_i^2}{2A}\right)=\int_{-B}^{z_i-\frac{z_i^2}{2A}}\left(z_i-\dfrac{z_i^2}{2A}-\varepsilon_i\right)\mathrm{d}F(\varepsilon_i)$ 表示在 $z_i\leqslant A$ 的情况下零售商 i 在满足本地需求后的期望剩余库存.

下面考虑溢出销量部分. 在本地需求被满足之后,存在潜在的溢出销量. 当两个零售商都有剩余库存或者剩余需求时,不存在市场搜索机会,没有溢出销量; 而当零售商 i 存在剩余库存,零售商 j 存在剩余需求时,零售商 j 处 α 比例的剩余需求将可能被零售商 i 的剩余库存满足. 由于不考虑剩余库存的回收价值,因此只要一个零售商处存在剩余需求的同时另一零售商处存在剩余库存,则发生调货; 而在第五部分则需考虑发货零售商分配的利润大于运输成本时才发生调货. 零售商 i 的期望溢出销量 $\mathrm{IS}_{i,j}$ 可表示为

$$\mathrm{IS}_{i,j} = \mathrm{E}\left[\min\{(q_i - y_i(p_i,p_j) - \varepsilon_i)^+, \alpha(\varepsilon_j - q_j + y_j(p_i,p_j))^+\}\right] =$$

$$\begin{cases} \Lambda\left(z_i - \dfrac{z_i^2}{2A}\right) + \alpha\Lambda\left(z_j - \dfrac{z_j^2}{2A}\right)F\left(z_i - \dfrac{z_i^2}{2A}\right) - \alpha\displaystyle\int_{-B}^{z_i - \frac{z_i^2}{2A}} \Lambda\left(z_j - \dfrac{z_j^2}{2A} + \dfrac{z_i - z_i^2/2A - \varepsilon_i}{\alpha}\right)\mathrm{d}F(\varepsilon_i), & \text{若 } z_i \leqslant A \\ \Lambda\left(\dfrac{A}{2}\right) + \alpha\Lambda\left(\dfrac{A}{2}\right)F\left(\dfrac{A}{2}\right) - \alpha\displaystyle\int_{-B}^{\frac{A}{2}} \Lambda\left(\dfrac{A}{2} + \dfrac{A/2 - \varepsilon_i}{\alpha}\right)\mathrm{d}F(\varepsilon_i), & \text{若 } z_i > A \end{cases} \tag{5}$$

在零售商搜索模式下,由式(4) 和(5) 可得零售商 i 的期望利润 Π_i^R 为

$$\Pi_i^R = p_i \cdot \mathrm{LS}_i - wq_i + (1-\beta)p_i \cdot \mathrm{IS}_{j,i} + \beta p_j \cdot \mathrm{IS}_{i,j} =$$

$$\begin{cases} (p_i - w)\left(a - \dfrac{b}{1-r}p_i + \dfrac{br}{1-r}p_j + z_i - \dfrac{z_i^2}{2A}\right) + p_i\left[(1-\beta)\mathrm{IS}_{j,i} - \Lambda\left(z_i - \dfrac{z_i^2}{2A}\right)\right] + \beta p_j \cdot \mathrm{IS}_{i,j}, & \text{若 } z_i \leqslant A \\ (p_i - w)\left(a - \dfrac{b}{1-r}p_i + \dfrac{br}{1-r}p_j + \dfrac{A}{2}\right) + p_i\left[(1-\beta)\mathrm{IS}_{j,i} - \Lambda\left(\dfrac{A}{2}\right)\right] + \beta p_j \cdot \mathrm{IS}_{i,j}, & \text{若 } z_i > A \end{cases} \tag{6}$$

其中前两项为零售商 i 的直接利润,表示为本地销量收益减去初始库存成本; 后两项为零售商 i 的期望间接利润,表示为按规定的调货协议进行分配后溢出销量所带来的利润.

搜索模式的不同不影响零售商 i 获取的直接利润,在顾客搜索模式下,只有当零售商 i 是提供剩余库存的一方时才获得间接利润,否则间接利润为零. 由式(4) 和(5) 可得零售商 i 在顾客搜索模式下的期望利润 Π_i^C 为

$$\Pi_i^C = p_i \cdot \mathrm{LS}_i - \omega q_i + p_i \cdot \mathrm{IS}_{i,j} =$$

$$\begin{cases} (p_i - w)\left(a - \dfrac{b}{1-r}p_i + \dfrac{br}{1-r}p_j + z_i - \dfrac{z_i^2}{2A}\right) + p_i\left[\mathrm{IS}_{i,j} - \Lambda\left(z_i - \dfrac{z_i^2}{2A}\right)\right], & \text{若 } z_i \leqslant A \\ (p_i - w)\left(a - \dfrac{b}{1-r}p_i + \dfrac{br}{1-r}p_j + \dfrac{A}{2}\right) + p_i\left[\mathrm{IS}_{i,j} - \Lambda\left(\dfrac{A}{2}\right)\right], & \text{若 } z_i > A \end{cases} \tag{7}$$

2 最优库存和定价策略

根据第二部分的分析,下面先分别考虑 $z_i \leqslant A$ 和 $z_i > A$ 的情形,即安全库存订购量适宜和安全库存订购量过大的情形,通过比较分析得出全局最优均衡解.

2.1 安全库存订购量适宜的情形

在零售商搜索模式中,零售商 i 的随机有效需求共有三个来源: 一是本地销量; 二是被零售商 j 的剩余库存满足的本地部分溢出需求的销量; 三是用本地剩余库存满足零售商 j 部分溢出需求的销量. 前两者可表示为 $\mathrm{ESL}_i^R(z_i,z_j) = z_i - \dfrac{z_i^2}{2A} - \Lambda\left(z_i - \dfrac{z_i^2}{2A}\right) + (1-\beta)\cdot\mathrm{IS}_{j,i}$,后者可表示为 $\mathrm{ESN}_i^R(z_i,z_j) = \beta\cdot\mathrm{IS}_{i,j}$. 当两个零售商的零售价格相同时,可将这三种来源的总销量表示为

$$\mathrm{ES}_{\alpha,\beta}(z_i,z_j) = z_i - \frac{z_i^2}{2A} - \Lambda\left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right) + (1-\beta)\cdot\mathrm{IS}_{j,i} + \beta\cdot\mathrm{IS}_{i,j} \tag{8}$$

在顾客搜索模式中,零售商 i 的随机有效需求只有两个来源: 一是本地销量,二是用自己的剩余库存满足零售商 j 处溢出需求的销量. 这两个来源的总销量为

$$\mathrm{EST}_i^C(z_i,z_j) = z_i - \frac{z_i^2}{2A} - \Lambda\left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right) + \mathrm{IS}_{i,j} = \mathrm{ES}_{\alpha,1}(z_i,z_j) \tag{9}$$

考虑零售商 i 的安全库存决策对销量的边际影响可分为三个部分:

1) 本地销量的边际增长量

$$M_1 = \left(1 - \frac{z_i}{A}\right) \cdot \Pr\left\{\varepsilon_i > z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right\} = \left(1 - \frac{z_i}{A}\right)\left[1 - F\left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right)\right] \tag{10a}$$

2）被零售商 j 的剩余库存满足的部分溢出需求销量的边际减少量

$$M_2 = \left(1 - \frac{z_i}{A}\right)\alpha \Pr\left\{\varepsilon_i > z_i - \frac{z_i^2}{2A}, \varepsilon_j + \alpha\left(\varepsilon_i - z_i + \frac{z_i^2}{2A}\right) < z_j - \frac{z_j^2}{2A}\right\} =$$

$$\alpha\left(1 - \frac{z_i}{A}\right)\int_{-B}^{z_j - \frac{z_j^2}{2A}}\left[F\left(z_i - \frac{z_i^2}{2A} + \frac{z_j - z_j^2/2A - \varepsilon_j}{\alpha}\right) - F\left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right)\right]\mathrm{d}F(x_j) \tag{10b}$$

3）用自己的剩余库存满足零售商 j 的部分溢出需求销量的边际增长量

$$M_3 = \left(1 - \frac{z_i}{A}\right) \cdot \Pr\left\{\varepsilon_i < z_i - \frac{z_i^2}{2A}, \varepsilon_i + \alpha\left(\varepsilon_j - z_j + \frac{z_j^2}{2A}\right) > z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right\}$$

$$= \left(1 - \frac{z_i}{A}\right)\left\{F\left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right) - \int_{-B}^{z_i - \frac{z_i^2}{2A}} F\left(z_j - \frac{z_j^2}{2A} + \frac{z_i - z_i^2/2A - \varepsilon_i}{\alpha}\right)\mathrm{d}F(x_i)\right\} \tag{10c}$$

综上所述，令 $M_1 - (1-\beta)M_2 \equiv 1 - N_R$，$\beta M_3 \equiv R_R$，分别表示零售商 i 随机有效需求前两种来源和第三种来源的销量关于 z_i 的边际增长量，且定义 $\partial N_R / \partial z_i = n_R$，$\partial R_R / \partial z_i = r_R$，$H_{N_R} \equiv n_R / (1 - N_R)$.

同理可推知顾客搜索模式中的情形，令顾客搜索模式下零售商 i 随机有效需求两种来源的总销量关于 z_i 的边际增长量为 $M_1 + M_3 \equiv 1 - N_C$，定义 $\partial N_C / \partial z_i = n_C$，$H_{N_C} \equiv n_C(1 - N_C)$.

引理 1 分别描述了 $z_i \leqslant A$ 情形下两种搜索模式中存在对称的纳什均衡解（关于零售价格和安全库存）的充分条件.

引理 1　当零售价格为内生变量时：

（a）若对于任意 $z_i (z_i \leqslant A)$ 满足 $2H_{N_R}^2(x, z_j) + \mathrm{d}H_{N_R}(x, z_j)/\mathrm{d}x \geqslant 0$，且 $r_R(x, z_j)/n_R(x, z_j)$ 对于 $j = 1, 2$ 关于 x 递减，$n_R(x, z_j)$ 对于 $j = 1, 2$ 关于 x 递增，则在零售商搜索模式中存在一个对称的纯策略纳什均衡解.

（b）若对于任意 $z_i (z_i \leqslant A)$ 满足 $2H_{N_C}^2(x, z_j) + \mathrm{d}H_{N_C}(x, z_j)/\mathrm{d}x \geqslant 0$，且 $n_C(x, z_j)$ 对于 $j = 1, 2$ 关于 x 递增，则在顾客搜索模式中存在一个对称的纯策略纳什均衡解.

在对称纳什均衡中，$z_i = z_j (i, j = 1, 2$，且 $i \neq j)$，零售商 i 来自有效需求的总销量关于 z_i 的边际增长量可表示为

$$\left.\frac{\partial ES_{\alpha,\beta}(z_i, z_j)}{\partial z_i}\right|_{(z_i, z_j) = (z_i, z_i)} = 1 - K_{\alpha,\beta}(z_i),$$

其中 $K_{\alpha,\beta}(z_i) = 1 - [M_1 - (1-\beta)M_2 + \beta M_3]$，令 $L_\alpha(z_i) = ES_{\alpha,1}(z_i, z_i)$.

引理 2 分别描述了 $z_i \leqslant A$ 情形下两种搜索模式中零售商 i 最优均衡安全库存和零售价格满足的具体条件.

引理 2　当零售价格为内生变量时，假设引理 1 中关于零售商搜索模式和顾客搜索模式的必要条件满足，则

（a）如果 $K_{\alpha,\beta}(\cdot)$ 满足单调递增失效率（IFR）性质，那么在零售商搜索模式中零售商 i 的对称纳什均衡解 (p_i^R, z_i^R) 唯一且满足

$$\begin{cases} a - bp_i^R - z_i^R - \dfrac{(z_i^R)^2}{2A} - A\left(z_i^R - \dfrac{(z_i^R)^2}{2A}\right) + (1-\beta)\left\{L_\alpha(z_i^R) - \left[z_i^R - \dfrac{(z_i^R)^2}{2A} - A\left(z_i^R - \dfrac{(z_i^R)^2}{2A}\right)\right]\right\} = b(p_i^R - w)/(1-r), \\ K_{\alpha,\beta}(z_i^R) = \left[p_i^R - w\left(1 - \dfrac{z_i^R}{2A}\right)\right]/p_i^R. \end{cases}$$

（b）如果 $K_{\alpha,1}(\cdot)$ 满足单调递增失效率（IFR）性质，那么在顾客搜索模式中零售商 i 的对称纳什均衡解 (p_i^C, z_i^C) 唯一且满足

$$\begin{cases} a - bp_i^C + L_\alpha(z_i^C) = b(p_i^C - w)/(1-r), \\ K_{\alpha,1}(z_i^C) = \left[p_i^C - w\left(1 - \dfrac{z_i^C}{A}\right)\right]/p_i^C. \end{cases}$$

2.2　安全库存订购量过大的情形

引理 3 描述了安全库存订购量过大即 $z_i > A$ 情形下两种搜索模式中零售商 i 的最优均衡解满足的条件.

引理 3　当 $z_i > A$ 且零售价格为内生变量时，则

(a) 零售商搜索模式中零售商 i 的对称纳什均衡解 (p_i^R, z_i^R) 唯一且满足

$$\begin{cases} p_i^R = \dfrac{1-r}{(2-r)b}\left\{a + \dfrac{bw}{1-r} + \dfrac{A}{2} - \beta\Lambda\left(\dfrac{A}{2}\right) + \alpha(1-\beta)\left[F\left(\dfrac{A}{2}\right)\Lambda\left(\dfrac{A}{2}\right) - \int_{-B}^{\frac{A}{2}}\Lambda\left(\dfrac{A}{2} + \dfrac{A/2-\varepsilon_j}{\alpha}\right)\mathrm{d}F(\varepsilon_j)\right]\right\}, \\ z_i^R = A. \end{cases}$$

(b) 顾客搜索模式中零售商 i 的对称纳什均衡解 (p_i^C, z_i^C) 唯一且满足

$$\begin{cases} p_i^C = \dfrac{1-r}{(2-r)b}\left\{a + \dfrac{bw}{1-r} + \dfrac{A}{2} + \alpha\left[F\left(\dfrac{A}{2}\right)\Lambda\left(\dfrac{A}{2}\right) - \int_{-B}^{\frac{A}{2}}\Lambda\left(\dfrac{A}{2} + \dfrac{A/2-\varepsilon_j}{\alpha}\right)\mathrm{d}F(\varepsilon_j)\right]\right\}, \\ z_i^C = A. \end{cases}$$

2.3 全局最优均衡解分析

不难看出，当本文模型中供应商的随机产能限制 $\sigma_i \to \infty$ 时，即等同于 Li Jiang 和 Ravi Anupindi[2] 中讨论的情形，说明上述文献研究的问题是本文研究的特殊情况. 引理 4 描述了全局最优解与上述局部最优解之间的关系.

引理 4 在零售商搜索模式及顾客搜索模式下，$z_i \leqslant A$ 时的最优均衡解即为全局最优均衡解.

定理 1 则描述了全局对称纳什均衡解存在的充分条件.

定理 1 当零售价格为内生变量时:

(a) 若对于任意 z_i 满足 $2H_{N_R}^2(x, z_j) + \mathrm{d}H_{N_R}(x, z_j)/\mathrm{d}x \geqslant 0$，且 $r_R(x, z_j)/n_R(x, z_j)$ 对于 $j = 1, 2$ 关于 x 递减，$n_R(x, z_j)$ 对于 $j = 1, 2$ 关于 x 递增，则在零售商搜索模式中存在一个对称的纯策略纳什均衡解.

(b) 若对于任意 z_j 满足 $2H_{N_C}^2(x, z_j) + \mathrm{d}H_{N_C}(x, z_j)/\mathrm{d}x \geqslant 0$，且 $n_C(x, z_j)$ 对于 $j = 1, 2$ 关于 x 递增，则在顾客搜索模式中存在一个对称的纯策略纳什均衡解.

定理 1 中列出的充分条件保证了相关利润函数的单峰性. 而在零售商搜索模式中单独存在的条件——$r_R(x, z_j)/n_R(x, z_j)$ 对于 $j = 1, 2$ 关于 x 递减，则保证了对于零售商 i 安全库存的微小变化，本地销量增长率大于零售商 j 溢出需求导致的销量增长率.

定理 2 描述了全局对称纳什均衡解满足的充分条件.

定理 2 当零售价格为内生变量时，假设定理 1 中关于零售商搜索模式和顾客搜索模式的必要条件满足，则

(a) 如果 $K_{\alpha,\beta}(\cdot)$ 满足单调递增失效率 (IFR) 性质，那么在零售商搜索模式中零售商 i 的对称纳什均衡解唯一且满足

$$\begin{cases} a - bp_i^R + z_i^R - \dfrac{(z_i^R)^2}{2A} - \Lambda\left(z_i^R - \dfrac{(z_i^R)^2}{2A}\right) + (1-\beta)\left\{L_\alpha(z_i^R) - \left[z_i^R - \dfrac{(z_i^R)^2}{2A} - \Lambda\left(z_i^R - \dfrac{(z_i^R)^2}{2A}\right)\right]\right\} = b(p_i^R - w)/(1-r), \\ K_{\alpha,\beta}(z_i^R) = \left[p_i^R - w\left(1 - \dfrac{z_i^R}{A}\right)\right]/p_i^R. \end{cases}$$

(b) 如果 $K_{\alpha,1}(\cdot)$ 满足单调递增失效率 (IFR) 性质，那么在顾客搜索模式中零售商 i 的对称纳什均衡解唯一且满足

$$\begin{cases} a - bp_i^C + L_\alpha(z_i^C) = b(p_i^C - w)/(1-r), \\ K_{\alpha,1}(z_i^C) = \left[p_i^C - w\left(1 - \dfrac{z_i^C}{A}\right)\right]/p_i^C. \end{cases}$$

$K_{\alpha,\beta}(\cdot)$ 满足的单调递增失效率 (IFR) 性质保证了对称均衡解的唯一性，单调递增失效率 (IFR) 性质广泛应用于联合生产和定价决策.

定理 3 描述了存在产能限制时与无产能限制时对称纳什均衡解之间的关系.

定理 3 当零售价格为内生变量时，假设定理 1 中关于零售商搜索模式和顾客搜索模式的必要条件满足，那么在任一搜索模式下，令 (p_i^0, z_i^0)，(p_i, z_i) 分别为无产能限制和存在产能限制时零售商 i 的对称纳什均衡解，二者满足:

(a) 当 $A \geqslant 2z_i^0$ 时，$z_i^0 \leqslant z_i$，$p_i^0 = p_i$;

(b) 当 $A < 2z_i^0$ 时，$z_i = A$，$p_i^0 > p_i$.

直观上分析，当供应商随机产能波动区间较大时，出于对自身溢出需求满足率的考虑，零售商 i 将预订更多的安全库存来尽可能降低溢出需求，此时其实际安全库存可以达到无产能限制时的最优安全库存，因此零售价格将保持不变而订购量将增加. 反之，零售商 i 无法拿到预期的安全库存量，因而其随机需求的满足率将受到影响，故零售商 i 将通过降低零售价格来刺激更多的确定性消

费，以降低随机需求满足率低对总销量以及总收益的影响.

定理 4 比较了两种搜索模式下零售商 i 的最优均衡安全库存和零售价格的关系.

定理 4　当零售价格为内生变量，且 $\alpha > 0$ 时，零售商 i 在顾客搜索模式下的最优均衡安全库存和零售价格均高于零售商搜索模式下相应的值，即对任意 $\beta \in [0,1]$，$z_i^C \geqslant z_i^R$ 且 $p_i^C \geqslant p_i^R$，当 $\beta = 1$ 时取等号.

两种搜索模式的不同之处在于溢出销量的收益分配，顾客搜索模式下溢出销量的全部收益由满足溢出需求的零售商获得，而零售商搜索模式下溢出销量的收益则根据调货协议中规定的 β 进行分配. 上述不同导致零售商 i 在顾客搜索模式下比在零售商搜索模式下有更强烈的增加安全库存的动机. 而对于一个固定的零售价格，则导致在顾客搜索模式下其边际收益低于零售商搜索模式下的边际收益，因此在顾客搜索模式下零售商 i 更倾向于制定一个更高的零售价格.

3　敏感性分析

定理 5 描述了顾客搜索模式中搜索强度 α 变化时对均衡安全库存、零售价格和销量的影响.

定理 5　在顾客搜索模式中，当零售价格为内生变量时，均衡安全库存、零售价格和销量关于搜索强度 α 单调递增.

容易得出，搜索强度 α 的增加带来的是溢出需求的增加，在顾客搜索模式中，满足溢出需求的零售商将获得全部收益，因此零售商 i 有动机增加安全库存来应对增加的溢出需求，于是溢出销量也会随之增加. 当零售商 i 处需求增加时，将降低产品的需求价格弹性，因此零售商 i 会提高零售价格，从而导致一部分确定性需求流失，但出于更高利润的驱使，零售商 i 增加安全库存的动机更强，因此增加的溢出销量足够抵消减少的确定性需求，于是总销量仍然会增加. 所以就得出“随着搜索强度 α 的增加销量和零售价格同时增加”的反直观结论.

定理 6 描述了零售商搜索模式下搜索强度 α 变化时对均衡安全库存、零售价格和销量的影响.

定理 6　在零售商搜索模式中，当零售价格为内生变量时，存在 $\beta_0 \in [0,1]$ 使得: 当 $\beta \geqslant \beta_0$ 时，均衡安全库存和零售价格关于搜索强度 α 单调递增. 同时，当 $M_1(z) \geqslant M_2(z) - M_3(z)$ 时，销量也关于搜索强度 α 单调递增.

在零售商搜索模式中，调货协议比例 β 使问题变得复杂，主要出于下述原因: 一是剩余库存的可利用性，即当零售商 i 存在剩余库存时，有机会通过满足零售商 j 的溢出需求获得一部分利润，因而提高了其增加安全库存的动机; 二是溢出需求的可利用性，即当零售商 i 存在剩余需求时，有机会从零售商 j 处获得剩余库存来满足溢出需求，并得到一部分收益，增加了其减少安全库存的动机. 上述哪一种影响居主导地位取决于 β 的大小. 当 β 足够大时，前者影响更大，此时随着搜索强度 α 的增加，零售商 i 将有很强烈地增加安全库存的动机. 而随着安全库存的增加，降低了需求价格弹性，因此零售商 i 将提高零售价格，只是相对于顾客搜索模式此时零售价格的增加没有那么明显. 于是出于零售价格的增加程度和确定性需求随着价格增加减少的程度不同，销量不再是无条件地随着搜索强度 α 的增加而增加，而是需要满足一定的条件.

4　模型延伸

本节在基本模型中引入缺货惩罚成本和运输成本的概念，对其进行进一步延伸，并将得出的最优均衡解同基本模型的结论进行比较.

假设对于本地每单位未被满足的需求，零售商 i 将面临 γ_i 的单位缺货惩罚成本，同时在零售商搜索模式下从零售商 i 处调货至零售商 j 处时的单位运输成本为 $c_{i,j}$，由零售商 i 承担. 此时只有 $\beta p_j \geqslant c_{i,j}$ 时，调货才发生，为了清晰地描述核心内容，假设 $c_{i,j}/\beta$ 足够小，总是能满足上述条件. 考虑上述两个成本之后，零售商 i 的期望利润 π_i^R 为

$$\pi_i^R = p_i \cdot \mathrm{LS}_i - wq_i + (1-\beta) p_i \cdot \mathrm{IS}_{j,i} + (\beta p_j - c_{i,j}) \cdot \mathrm{IS}_{i,j} - \gamma_i \left[(D_i - q_i)^+ - \mathrm{IS}_{j,i} \right]$$

$$= \begin{cases} (p_i - w)\left(a - \frac{b}{1-r} p_i + \frac{br}{1-r} p_j + z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right) + \left[(1-\beta) p_i + \gamma_i\right] \cdot \mathrm{IS}_{j,i} - (p_i + \gamma_i) \cdot A\left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right) + \\ \quad (\beta p_j - c_{i,j}) \cdot \mathrm{IS}_{i,j} - \gamma_i \left[\mathrm{E}\varepsilon_i - \left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right)\right], & \text{若 } z_i \leqslant A \\ (p_i - w)\left(a - \frac{b}{1-r} p_i + \frac{br}{1-r} p_j + \frac{A}{2}\right) + \left[(1-\beta) p_i + \gamma_i\right] \cdot \mathrm{IS}_{j,i} - (p_i + \gamma_i) \cdot A\left(\frac{A}{2}\right) + \\ \quad (\beta p_j - c_{i,j}) \cdot \mathrm{IS}_{i,j} - \gamma_i \left(\mathrm{E}\varepsilon_i - \frac{A}{2}\right), & \text{若 } z_i > A \end{cases} \tag{11}$$

其中前两项为零售商 i 的直接利润，中间两项为零售商 i 的期望间接利润，最后一项则为考虑缺货惩罚后零售商 i 面临的总缺货惩罚成本.

在顾客搜索模式下，由于不存在零售商之间的调货，因此没有运输成本，此时在引入缺货惩罚成本之后零售商 i 的期望利润 π_i^C 为

$$\pi_i^C = p_i \cdot \mathrm{LS}_i - \omega q_i + p_i \cdot \mathrm{IS}_{i,j} - \gamma_i \left[(D_i - q_i)^+ - \mathrm{IS}_{j,i} \right]$$

$$= \begin{cases} (p_i - w)\left(a - \frac{b}{1-r} p_i + \frac{br}{1-r} p_j + z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right) + (p_i + \gamma_i)\left[\mathrm{IS}_{i,j} - A\left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right)\right] - \\ \quad \gamma_i \left[\mathrm{E}\varepsilon_i - \left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right)\right], & \text{若 } z_i \leqslant A \\ (p_i - w)\left(a - \frac{b}{1-r} p_i + \frac{br}{1-r} p_j + \frac{A}{2}\right) + (p_i + \gamma_i)\left[\mathrm{IS}_{i,j} - A\left(\frac{A}{2}\right)\right] - \\ \quad \gamma_i \left[\mathrm{E}\varepsilon_i - \left(z_i - \frac{z_i^2}{2A}\right)\right], & \text{若 } z_i > A \end{cases} \tag{12}$$

定理 7 描述了两种搜索模式下考虑缺货惩罚成本和运输成本后的最优均衡订购定价策略同基本模型结论的对比结果.

定理 7　考虑缺货惩罚成本和运输成本时，在零售商搜索模式和顾客搜索模式下，当各自满足某一特定条件时，均存在一个对称的纳什均衡解，分别记为 $(p_i^{R'}, z_i^{R'})$ 和 $(p_i^{C'}, z_i^{C'})$ 且上述解同基本模型的均衡解 (p_i^R, z_i^R) 和 $p_i^C, z_i^C)$ 有如下关系:

(a) 当 $\gamma_i [M_2(z_i^R) - M_1(z_i^R)] + c_{ij} M_3(z_i^R) < 0$ 时，$z_i^{R'} > z_i^R, p_i^{R'} > p_i^R$; 当 $\gamma_i [M_2(z_i^R) - M_1(z_i^R)] + c_{ij} M_3(z_i^R) > 0$ 时，$z_i^{R'} < z_i^R, p_i^{R'} < p_i^R$; 当 $\gamma_i [M_2(z_i^R) - M_1(z_i^R)] + c_{ij} M_3(z_i^R) = 0$ 时，$z_i^{R'} = z_i^R, p_i^{R'} = p_i^R$.

(b) $z_i^{C'} > z_i^C, p_i^{C'} > p_i^C$.

其中 $\gamma_i [M_2(z_i^R) - M_1(z_i^R)] + c_{ij} M_3(z_i^R)$ 为零售商搜索模式下考虑缺货惩罚成本和运输成本之后，在安全库存订购量为 z_i^R 时，零售商 i 每增加一单位安全库存订购量所增加的边际成本. 当该边际成本小于零时，零售商 i 将在 z_i^R 的基础上增加安全库存订购量，并导致需求价格弹性减少，从而提高零售价格; 当该边际成本大于零时，零售商 i 则将减少安全库存订购量并降低零售价格; 而当边际成本量为零时，则将维持基本模型中的最优均衡量. 在顾客搜索模式下，由于不存在运输成本，因此在安全库存订购量为 z_i^C 时，零售商 i 每增加一单位安全库存订购量所带来的边际成本始终小于零，故零售商 i 将在 z_i^C 的基础上增加其安全库存订购量，同时提高零售价格.

5　结束语

本文引入供应商产能约束，当库存分配不均时，分别考虑了顾客搜索模式和零售商搜索模式下由供应商、零售商和消费者组成的单周期供应链模型中零售商的库存和定价决策，通过分析得出最优均衡解，并同 Jiang 和 Anupindi[2] 的相关结论进行了比较分析，得出结论: 当产能上限足够大时，零售商将采用增加订购量的方式获得最优收益，而保持定价决策不变，此时取得的收益与无产能限制时相同; 而当产能上限小于某一值时，市场供需紧张，由于安全库存订购量得不到满足，零售商将通过降低零售价格来刺激确定性需求，以

保证需求的满足率. 同时,通过将两种搜索模式下的最优均衡解进行比较,得出由于搜索模式不同溢出需求所带来的收益分配不同,顾客搜索模式下的最优均衡安全库存和零售价格均高于零售商搜索模式下的最优值. 接着,本文对模型中的重要参数 —— 搜索强度进行了敏感性分析,得出结论: 在顾客搜索模式下,最优均衡安全库存、零售价格和销量都关于搜索强度 α 单调递增; 而在零售商搜索模式下,由于 β 对收益分配的影响,上述结论的成立需要满足一定的相关条件. 最后,为了使模型更清晰地描述实际问题,在基本模型中引入缺货惩罚成本及运输成本,将得出的结论同基本模型结论进行对比分析,得出在顾客搜索模式下,考虑上述两个成本之后的最优均衡安全库存和零售价格均大于基本模型的最优均衡解; 而在零售商搜索模式下,两组解的大小则取决于考虑两个成本之后对零售商总成本的影响.

为了便于将本文的结论同无产能限制情形下的结论进行比较,本文对供应商产能限制的描述采用的是特殊的均匀分布函数,今后的研究可考虑采用更贴近实际的正态分布等描述供应商产能限制,得出更一般的结论. 同时,对于模型中未予考虑的回收价值、搜索成本等参数也可加入模型进行进一步分析.

参 考 文 献:

[1] 王丽梅,姚　忠,刘　鲁. 现货供应不确定下的优化采购策略研究[J]. 管理科学学报,2011,14(4): 24 – 35.
Wang Limei,Yao Zhong,Liu Lu. Dual sourcing optimal procure ment policy under spotmarket supply uncertainty[J]. Journal of Management Sciences in China,2011,14(4): 24 – 35. (in Chinese)

[2] Jiang L,Anupindi R. Customer-driven vs. Retailer-driven search: Channel performance and implications[J]. Manufacturing Service Operations Management,2010,12(1): 102 – 119.

[3] 陈　剑,张　楠. 针对等待敏感顾客的缺货补偿与库存策略研究[J]. 管理科学学报,2008,11(3): 53 – 62.
Chen Jian,Zhang Nan. Study on backorder incentives and inventory control policies with time-based customer-choice behavior[J]. Journal of Management Sciences in China,2008,11(3): 53 – 62. (in Chinese)

[4] 李建斌,张汉勤,于　刚. 带有市场搜索的供应链最优策略的分析和比较[J]. 系统工程理论与实践,2009,29(10): 53 – 62.
Li Jianbin,Zhang Hanqin,Yu Gang. Comparative analysis of optimal strategies in risk-averse distribution systems with market search[J]. Systems Engeering: Theory & Practice,2009,29(10): 53 – 62. (in Chinese)

[5] Anupindi R,Bassok Y,Zemel E. Study of decentralized distribution systems[J]. Manufacturing Service Operations Management,2001,3(4): 342 – 365.

[6] Lippman S,McCardle K. The competitive newsboy[J]. Operations Research,1997,45(1): 54 – 65.

[7] Netessine S,Rudi N. Centralized and competitive inventory models with demand substitution[J]. Operations Research,2003,51(2): 329 – 335.

[8] Anupindi R,Bassok Y. Centralization of stocks: Manufacturer vs. retailers[J]. Management Science,1999,45(2): 178 – 191.

[9] Anupindi R,Bassok Y,Zemel E. Study of decentralized distribution systems: Part Ⅱ: Applications[J]. Manufacturing Service Operations Management,2001,3(4): 349 – 368.

[10] Rudi N,Kapur S,Pyke D. A two-location inventory model with transshipment and local decision making[J]. Management Science,2001,47(12): 1668 – 1680.

[11] Hu X,Duenyas I,Kapuscinski R. Existence of coordinating transshipment prices in a two location inventory model[J]. Management Science,2007,53: 1289 – 1302.

[12] 李晓宏,孙林岩,李　刚. 需求信息更新条件下零售商间调货策略研究[J]. 系统工程学报,2008,23(6): 689 – 695.
Li Xiaohong,Sun Linyan,Li Gang. Research on horizontal transshipment policy with demand information updating[J]. Journal of Systems Engineering,2008,23(6): 689 – 695. (in Chinese)

[13] Dong L, Rudi N. Who benefits from transshipment? Exogenous vs. endogenous wholesale prices [J]. Management Science, 2004, 50(5): 645 – 657.

[14] Zhao H, Deshpande V, Ryan J K. Inventory sharing and rationing in decentralized dealer networks [J]. Management Science, 2005, 51(4): 531 – 547.

[15] Dana J. Competition in price and availability when availability is unobservable [J]. RAND Journal of Economics, 2001, 32(3): 497 – 513.

[16] Cachon G, Terwiesch C, Xu Y. Retail assortment planning in the presence of consumer search [J]. Manufacturing Service Operations Management, 2005, 7(4): 330 – 346.

[17] Cachon G, Terwiesch C, Xu Y. On the effects of consumer search and firm entry on multiproduct competition [J]. Marketing Science, 2008, 27(3): 461 – 473.

[18] Zhao X, Atkins D. Newsvendors under simultaneous price and inventory competition [J]. Manufacturing Service Operations Management, 2008, 10(3): 539 – 546.

[19] Timothy W, McGuire, Richard Staelin. An industry equilibrium analysis of downstream vertical integration [J]. Marketing Science, 1983, 2(2): 161 – 191.

[20] Mills E S. Uncertainty and price theory [J]. Quarterly Journal of Economics, 1959, 73: 116 – 130.

[21] Petruzzi N, Dada M. Pricing and the newsvendor problem: A review with extensions [J]. Operations Research, 1999, 47: 184 – 194.

Optimal inventory and pricing strategy with capacity constraint in different market search

LI Jian-bin[1], *LUO Xiao-meng*[1], *XU Ming-hui*[2]

1. School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;
2. School of Economics and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China

Abstract: This paper discusses joint decisions on inventory and pricing control with constraints in the supplier's capacity in two types of market searches—customer-driven search (CDS) and retailer-driven search (RDS)—resulted from lack of or imbalances in inventory. By compariing between our results and those of existing literature without supplier's capacity and inventory uncertainty, we concluded that, when the variation of random capacity is large enough, the retailer will increase the order quantity instead of changing pricing decisions. Otherwise, to reduce retail price is a better choice for the retailer. Furthermore, the equilibrium safety stock and retail price in CDS are always higher than those in RDS. Then, through analyzing the sensitivity of search intensity, we demonstrate that the equilibrium safety stock, retail price and sales are increasing in the search intensity in CDS, and not always increasing in RDS. Finally, penalty cost of stockout and transportation cost are considered to extend our model.

Key words: multi-location system; capacity constraint; market search; inventory; pricing