

内部控制监督最优投资分配模型及决策研究^①

张蕾^{1,2}, 李敏强¹, 陈富赞¹, 赵秀云²

(1. 天津大学管理与经济学部, 天津 300072; 2. 天津财经大学商学院, 天津 300222)

摘要: 内部控制监督是现代企业改善经营管理、降低重大内控缺陷发生可能性的重要措施。本文构建了一个企业内部控制监督的最优投资分配模型。该模型提出了内部控制缺陷率和流程可靠性两个概念, 认为增加内部控制监督的投资可以降低内部控制缺陷率, 从而增加流程可靠性。本文借鉴了工程领域的可靠性理论, 定义了内部控制监督投资的效用函数, 以企业效用最大化为决策目标, 考虑在投资预算额一定的情况下资金在各个业务流程中的分配策略。模型分析表明, 以串联方式连接的流程在增加内部控制监督投资时, 投资额的大小与该流程实际发生风险的可能性相关, 实际发生风险的可能性越大, 投资额与该流程内控强度的乘积就越大。而在并联系统中, 流程投资额的大小与各流程的内控强度有关。但当各个流程的内部控制强度相等时, 并联系统的最优投资额在各流程间平均分配时系统的效用最大。此外, 本文还证明了并联系统的效用高于串联系统。

关键词: 现代企业管理; 内部控制监督; 最优投资分配模型; 缺陷率函数

中图分类号: F239; F270 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2013)07-0034-11

0 引言

随着大量舞弊与经营失败案例(如: 雷曼兄弟和贝尔斯登破产、美国国际集团深陷次贷泥潭)的发生, 企业和监管部门越来越清楚地意识到内部控制有效性的缺失将会带来巨大的灾难和损失。在此背景下, 全美反舞弊性财务报告委员会发起组织(Committee of Sponsoring Organizations of the Treadway Commission, COSO 委员会)于2009年1月发布了《内部控制系统监督指南》, 该《指南》以风险导向为核心理念, 以将监督有效地植入公司的持续控制过程为根本目标, 最小化内部控制失败并提高决策所需信息的可靠性, 它在实质上推动了内部控制监督要素的应用性发展^[1]。内部控制监督技术能为企业带来重大收益, 执行内部控制监督可以降低企业重大内控缺

陷发生的可能性^[2]。

内部控制系统内嵌于企业复杂组织机构和繁杂的日常业务流程中, 受瞬息万变的外部风险因素影响以及内部经济资源约束, 各因素间相互作用、相互影响, 是一个开放、动态的复杂系统。对企业而言, 企业的业务流程能否正确执行是企业价值实现的关键, 而内部控制活动的有效性就是为了保证业务流程按照企业的控制目标得以准确执行, 从而最终保证会计报表的真实性和准确性。为了增加业务流程的可靠性, 尽量避免内部控制缺陷的发生, 势必要增加对内部控制监督的投入。但是, 从经济学的角度来说, 并不是对内部控制监督的投入越多越好, 要充分考虑企业的效用。持续性内部控制监督固然可以减少管理者的利己行为, 然而内部控制监督也会引起管理者对其业绩评价的担忧, 使他们感觉到上级对他们的不信任, 从而

① 收稿日期: 2012-06-18; 修订日期: 2012-09-04。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61074152; 70925005; 71103126; 71272189); 教育部人文社会科学研究规划基金项目(12YJA790193); 天津市高等教育学校人文社会科学资助项目(20092125)。

作者简介: 张蕾(1982—), 女, 天津人, 博士生, 助教。Email: zhanglei82223@163.com

导致管理者放弃一些风险较高,但收益较好的项目^[3]。COSO在《内部控制整体框架》中对内部控制进行定义的时候,就特别强调,“建立内部控制需考虑成本效益原则”,这正是本文所研究问题的出发点。

国外早期的内部控制研究大多利用数学模型来描述内部控制的状态。Yu和Neter^[4]认为会计数据的质量是随机变量,会计数据发生错误的过程是随机过程,甚至系统发生错误和改正错误的方式也是随机的,以此为依据,作者用一个随机模型来计算内部控制系统输出错误的概率。文章将业务流程分为若干操作元素,并保证这些元素之间是独立的,然后将操作元素所处的状态分为正确无误、和金额相关的错误、和金额无关的错误以及和以上两种错误均存在四类。最后根据审计人员估计的转移概率矩阵和决策概率矩阵计算出输出向量的值,该值可以反映出以上四种状态发生的概率,从而实现对内控系统可靠性的评价。Cushing^[5]强调了可靠性模型在审计及内部控制评价方面都是非常有用的工具,应用工程可靠性领域的随机模型,提出了一种计算可靠性(流程正确执行的概率)的方法。他提出除了要考虑实施内部控制措施后流程可靠性的提高,还要考虑成本的问题。如果实施控制措施后的预期总成本低于实施控制措施之前的预期总成本,那么该控制措施可以采用。但其将控制措施与错误的类型结合起来增加了模型的复杂程度,限制了模型的实际应用。Bodnar^[6]在Cushing^[5]提出的模型的基础上,主要从行为科学的角度讨论了人为因素对可靠性的影响,作者认为为了内部控制措施而增加的人员可使可靠性增加,但同时由于这些新增人员的存在也增加了其他错误或共谋发生的可能性。他建立了一个两阶段的可靠性模型,首先利用可靠性理论确定最优的流程连接的结构和方式,然后在第一阶段得到的优化结构的基础上,根据内部控制的要求确保人为错误得以控制和减少。企业在模型应用中应特别关注为增加可靠性而增加的成本。作者还特别指出在可靠性模型的应用中要强调专业判断,控制系统的结构设计很重要,但监督也是成功的关键。Kinny^[7]也是在Cushing^[5]模型的基础上,扩展了审计决策框架的研究。Hamlen^[8]与之前的研究不同,他提出了一个

内部控制评价的数学优化模型,这个模型可以在满足特定错误减少率的约束下使得成本最小。Nichols^[9]采用两组线性判别分析法建立了一个用于审计人员做出初步判断的描述性模型,并以79家公司的应收账款内部控制记录为依据,计算了模型的系数,通过检验证明该模型具有一定的现实意义。

国内学者对内部控制的评价问题有的以定性研究为主,如:吴秋生等^[10]从成本与效率权衡的角度出发,提出了内部控制评价整合的必要性,分别提出了外部主体内整合和内部主体内整合,从而更加有效的推进内部控制的完善程度。陈汉文等^[11]对内部控制的有效性进行了分析,并将目前的内部控制评价方法概括为两大类,一类称为详细评价法,另一类是风险基础法,作者认为后一类方法具有更高的成本效益和效率。也有一部分内部控制评价的论文以定量研究为主。杨洁^[12]引入PDCA循环理论,结合内部控制体系的建设过程,构建了基于PDCA循环的内部控制综合评价指标,确立了综合评价内部控制有效性的模型。韩传模等^[13]以及骆良彬等^[14]均利用层次分析法为内部控制有效性评价提供技术支持。通过对国内研究情况的综述不难发现,国内对于内部控制成本和投入方面的研究还很少。王立勇^[15]提出可以采用可靠性理论及数理统计方法来构建内部控制系统评价定量分析数学模型的方法,该方法主要利用产品可靠性的假设及相关模型来估计每个流程和系统的可靠度。需要指出的是,产品的可靠性和内部控制流程的可靠性不能相提并论,虽然都是可靠性,但存在巨大的差异。产品由各个零部件通过串、并联的方式相联,产品可靠性从很大程度上来说取决于零部件的寿命,产品的可靠性随使用时间的增加而减小,这一特性显然不符合企业中内部控制的特点。但值得说明的是,与其他内控评价论文不同,文献[15]考虑了内部控制措施的成本问题。

综上所述,目前国内对企业内部控制监督的投资分配优化问题还鲜有研究。本文主要应用经济学的研究方法,通过对业务流程可靠性和增加内部控制监督投入后的成本效益问题的分析,为企业的管理者提供一种关于内部控制监督相关投入的定量分析与决策模型,即是否增加内部控制监督的投入及增加多少投入才能使企业效用最大

化.和大部分应用可靠性理论的文献一样,本文假设各个流程之间是相互独立的^②.

1 最优效用模型

在信息系统环境下,内部控制及其监督措施应以系统为单位,内嵌于各个系统之中,如采购系统、销售系统等等.但是,系统又是由各个流程整合而成的,所以本文所涉及的内部控制评价及内部控制监督的投资问题均以流程为研究的最小单位,然后针对由流程构成的系统讨论其最优效用问题.

1.1 系统及流程可靠性

本小节首先给出流程可靠性的概念,然后在流程可靠性的基础上定义系统的可靠性.本文定义的流程可靠性是由流程的潜在风险率和内部控制缺陷率来共同描述的.流程*i*的可靠性是指该流程正确无误执行的概率,即实现企业控制目标的程度,用 r_i 来表示(其中 $i = 1, 2, \dots, n$).流程的潜在风险是指该流程可能存在的潜在风险,包括有意和无意的错误发生的可能性,用 E_i 表示($E_i \in [0, 1]$).例如,在采购环节可能发生供应商选择不当,不能及时提供所需产品的风险^[17];采购计划不合理,市场变化趋势预测不准确,造成库存短缺或积压,最终导致企业生产停滞或资源浪费等风险.如果这些风险的发生是由于生产和采购人员知识有限,预测不准确造成的那属于无意的错误,而如果是企业员工的故意之举那就是有意的错误.当然,在这些潜在风险中还包括一些不可预知的随机干扰,这需要在对流程进行风险评估时加以考虑.潜在风险是否会由内部控制缺陷率 ω_i 决定.对于潜在风险和缺陷率,本文沿用文献[18]中的方法,用概率来度量安全系统及其不确定性^③.因此 $\omega_i \in [0, 1]$,该参数越大,潜在风险实际发生的概率 $E_i\omega_i$ 就越大.

流程的可靠性用 $r_i = 1 - E_i\omega_i$ 来度量,因为 E_i 和 ω_i 均属于 $[0, 1]$,所以 $r_i \in [0, 1]$.当 $\omega_i = 0$ 时,说明内部控制系统不存在缺陷,换句话说就是内

部控制措施完全起作用,风险实际发生的概率为零,业务流程完全可靠.如果 $\omega_i = 1$,说明内部控制完全无效,流程的可靠性由潜在风险发生的概率决定,潜在风险的发生概率越高,流程可靠性越低.与文献[15]不同,本文没有借用产品可靠性的理论来定义流程的可靠性,而是通过对风险审计中的公式进行一定的改进,重新定义了较为符合实际的流程可靠性的模型.这是因为企业业务流程的可靠性与产品的可靠性不同,前者主要受人为因素的影响,所以本文在定义可靠性模型时充分考虑了这个因素,并在潜在风险 E_i 中体现.

根据流程的不同连接方式,系统的可靠性分串、并联两种类型来定义.若业务流程及内部控制点以串联方式连接,则串联系统的可靠性为 $R = \prod_{i=1}^n r_i$;若业务流程及内部控制点以并联方式连接,则并联系统的可靠性为 $R = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_i)$.

本文假设流程的潜在风险是客观存在的固有风险,不能改变,即内部控制非常完善的企业内这些潜在风险也不可避免(即 $E_i > 0$),而企业能改变的是内部控制缺陷程度.企业可以通过对内部控制监督进行投资,增加内部控制监督措施来降低内部控制缺陷率,从而有效地控制潜在风险的发生^④.所以内部控制及监督措施完善的企业之所以发生错误的可能性小是因为内部控制缺陷率低.比如,在采购流程中,普遍存在的潜在风险是供应商选择错误的风险,但这种风险是否会发生以及发生的概率是由采购环节所采取的内部控制及其监督措施得以正确实施的程度决定的.该流程的内控监督措施越有效,内部控制缺陷率就越低,那么供应商选择错误的风险发生的可能性就越小.

参数 v_i 代表流程*i*的价值,则整个企业的价值表示为 $V = \sum_{i=1}^n v_i$.在此,流程的价值用没有实施内部控制监督可能造成的损失来计量,这些损失

② Simen^[16] 1969年提出的“近似可分”原则认为复杂系统通常是近似可分的.另外,为了减少和控制错误的发生,企业信息系统中的独立性关系是非常普遍的^[4].所以,可以近似认为企业的业务流程之间是相互独立的.

③ Littlewood等在文献[18]中提出,对于安全系统的不确定性应用概率来表示,并且他们认为主观概率(subjective probability)是最合适的.

④ Varian^[21] 1997年指出“试图揭示事物本质而假设的模型应尽量减少其复杂性”.因此,本文在分析缺陷率的影响因素时只考虑了成本对其产生的影响,而忽略了一些因素及随机干扰的影响.

包括报告重大内部控制缺陷的成本以及保证成本^[19-20]. c_i 表示为了降低流程 i 的内部控制缺陷率,企业应该为该流程的内部控制监督投入的成本 $c_i > 0$. C 代表整个企业的内部控制监督的投资额,它等于各个流程的投资额之和,即 $C = \sum_{i=1}^n c_i$. 投入 c_i 后,内部控制的缺陷率由 ω_i 降低到 ω_{im} (ω_{im} 是关于 c_i 和 ω_i 的函数) 那么缺陷率改变后的可靠性可表示为

$$r_{im} = 1 - E_i \omega_{im} \quad (1)$$

1.2 系统及流程的效用函数

为了确定企业增加的内部控制监督的最优投资额,提出了下面的效用函数

$$U(C) = VR - C \quad (2)$$

U 代表的是企业整体的效用. R 代表系统的可靠性,若业务流程之间是以串联方式连接的话,那么

$$R = R_s = \prod_{i=1}^n r_{im}$$

若以并联方式连接,则 $R = R_p = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_{im})$. 值得注意的是, $\partial R / \partial r_{im} > 0$, 因为无论是串联系统还是并联系统,只要某一流程的可靠性提高,系统整体的可靠性必然提高.

流程 i 的效用,用 U_i 来表示,即

$$U_i(c_i) = v_i r_{im} - c_i \quad (3)$$

则各个流程的效用之和为

$$\sum_{i=1}^n U_i(c_i) = \sum_{i=1}^n v_i r_{im} - \sum_{i=1}^n c_i$$

而企业整体效用为

$$U(C) = \sum_{i=1}^n v_i R - \sum_{i=1}^n c_i$$

串联系统中,整体效用为

$$U_s(C) = (v_1 \prod_{i=1}^n r_{im} - c_1) + (v_2 \prod_{i=1}^n r_{im} - c_2) + \dots + (v_n \prod_{i=1}^n r_{im} - c_n)$$

$$\text{可知 } U_s(C) \leq \sum_{i=1}^n U_i(c_i).$$

并联系统中,整体效用为

$$U_p(C) = \{v_1 [1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_{im})] - c_1\} + \{v_2 [1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_{im})] - c_2\} + \dots +$$

$$\{v_n [1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_{im})] - c_n\}$$

$$\text{可知 } U_p(C) \geq \sum_{i=1}^n U_i(c_i).$$

结论 1 以并联方式相连的业务流程和内部控制点的效用大于各个流程的效用之和,而以串联方式连接的业务流程的效用小于各个流程的效用之和,所以企业管理者应尽量采用并联的方式连接业务流程和内部控制点,同时尽量减少以串联方式连接的业务流程,这样可以增加企业的整体效用.

从经济学的角度讲,企业对内部控制监督的投资不可能是无限大的,而是要遵循成本效益原则,使其效用最大化.并且,企业找到使整体效用最大的各流程的投资额的可能性不大,因为这样会消耗大量的成本,资金的稀缺性限制了这种情况的发生.所以在企业实际的决策中,最可能的情况则是在存在总投资预算 B 约束的情况下找到局部最大效用和最优投资额.所以,本文从实际出发,将内部控制监督投资额的分配问题概括为以下最优规划问题^⑤

$$\begin{aligned} \max U(c_i) &= VR(c_i, \omega_i) - \sum_{i=1}^n c_i \\ \text{s. t. } \sum_{i=1}^n c_i &\leq B \\ 0 \leq c_i &\leq B, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

经过上面的分析可知 $R(c_i, \omega_i)$ 是关于 c_i 和 ω_i 的函数.

2 缺陷率函数及其假设

2.1 前提假设

如前文所述,由于企业对内部控制监督的投资可以降低内部控制缺陷率,降低后的缺陷率为 ω_{im} ,是关于 c_i 和 ω_i 的函数.假设 $\omega_{im}(c_i, \omega_i)$ 函数是光滑的,并满足以下假设:

假设 1 对于所有的 c_i , $\omega_{im}(c_i, 0) = 0$. 也就是说如果投资前内部控制的缺陷率为 0,那么无论再投入多少,缺陷率仍为 0,此时无需增加投资.

假设 2 对于所有的 ω_i , $\omega_{im}(0, \omega_i) = \omega_i$. 如果投入的成本为 0,那么内部控制的缺陷率无任

⑤ 与文献[15]不同,本文不仅考虑了内部控制监督的成本问题,而且建立了效用函数,通过优化模型来对资源进行优化配置.

何改变.

假设3 当 $\omega_i \in [0, 1]$ 时 $\omega_{im}(c_i, \omega_i)$ 函数是二阶连续可微的, 它的一阶导数 $\partial\omega_{im}/\partial c_i < 0$, 二阶导数 $\partial^2\omega_{im}/\partial c_i^2 > 0$ (如图1所示). 当 $c_i \rightarrow \infty$ 时 $\lim \omega_{im}(c_i, \omega_i) \rightarrow 0$.

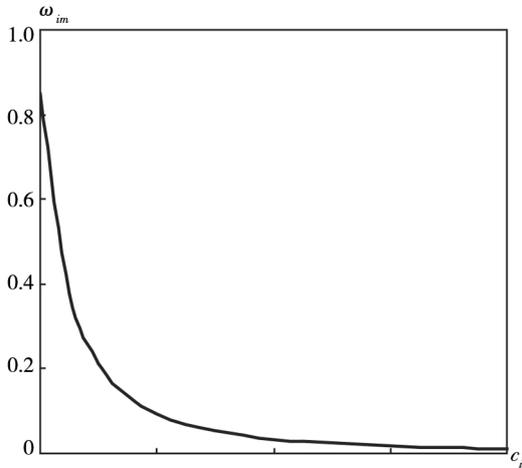


图1 投资额与投资后的缺陷率之间的关系

Fig.1 The relationship between the amount of investment and the defect rate after the investment

c_i, ω_i 和 ω_{im} 之间的关系可以用图2来说明. 当内部控制监督的投入为零时, 缺陷率在投资前后不发生变化, 保持原值不变, 可以表示为图中的对角线; 随着对内部控制监督投入的逐渐增加 ($c_{i1} < c_{i2} < c_{i3}$) 投资后的缺陷率逐渐减小, 当投资无限增大时, 缺陷率无限趋近于零, 即图中的对角线不断向横轴靠近.

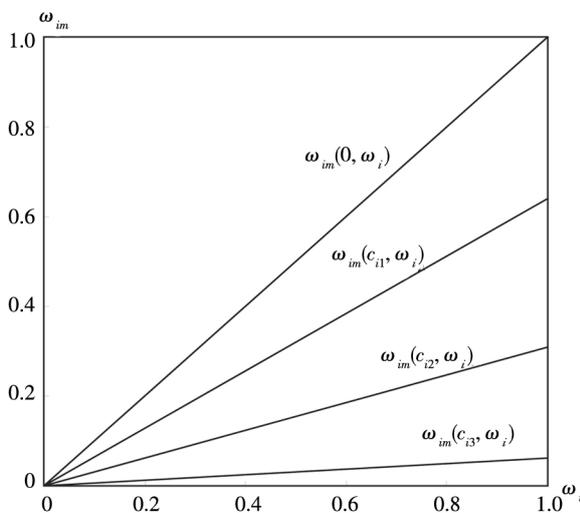


图2 投资额对投资前、后缺陷率的影响

Fig.2 The influence of the amount of investment on the defect rate before and after the investment

2.2 缺陷率函数

为了计算方便, 给出一个缺陷率函数的特定形式, 用下式表示

$$\omega_{im}(c_i, \omega_i) = \omega_i / (\alpha_i c_i + 1)^\beta \quad (5)$$

其中 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 代表流程 i 的内部控制强度 ($\alpha_i > 0$) β 代表内部控制系统的整体强度 ($\beta \geq 1$) β 的大小与企业自身的内部控制效果有关. α_i, β 越大内部控制强度越大, 针对某一流程而言投资相同金额所得到的效果越好, 即投入较少的金额就能获得较低的内部控制缺陷率. 如图3所示, 随着 β 的增大, 缺陷率下降的速度变快. 投入相同的金额 β 值越大, 投资所起的作用越明显.

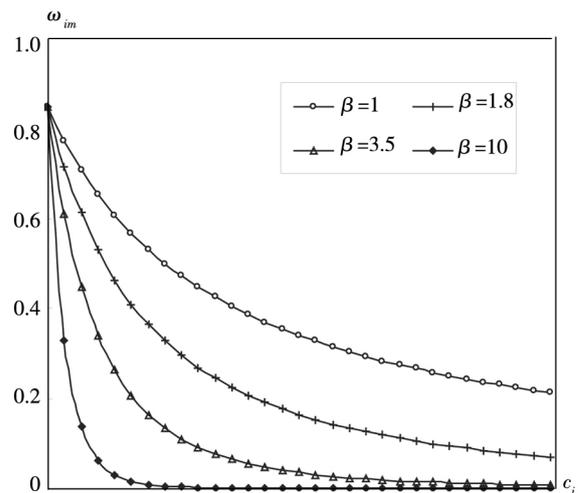


图3 内部控制强度对投资额及缺陷率的作用

Fig.3 The effect of internal control strength on the amount of investment and the defect rate

用 $c_i^*(\omega_i)$ 代表内部控制监督的最优投资额. 由假设1可知, 如果流程 i 的内部控制缺陷率为零, 那么内部控制监督的最优投资额就为零, 即 $c_i^*(0) = 0$. 假设内部控制的缺陷率既不为0也不为1, 即 $0 < \omega_i < 1$. 由假设3和图1可知 $\omega_{im}(c_i, \omega_i)$ 是 c_i 的严格凸函数, 那么 $U(c_i)$ 就是 c_i 的严格凹函数. 因此, 最优解 c_i^* 可以通过一阶导数等于零来求得, 即

$$-E_i VR_m \partial\omega_{im}/\partial c_i = 1 \quad (6)$$

如果业务流程以串联方式相连, 则 $R_m = R_{mS} =$

$$\prod_{j=1, j \neq i}^n r_{jm} \text{ 如果以并联方式相连, 那么 } R_m = R_{mP} = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 - r_{jm}) . \text{ 由二阶导数和假设3, 可知}$$

$\partial^2 U/\partial c_i^2 < 0$,所以效用可以取得最大值. 另外, 只有当 $\partial U/\partial c_i > 0$ 时, 才能得到非零的最优投资额 c_i^* ,否则最优投资额为零. 也就是此时企业不用增加内部控制监督的投资, 已经达到最大的效用, 增加投资反而会使企业效用减小.

将式(5) 代入式(6) ,可以求得投资额的最优解 $c_i^* = [(\alpha_i \beta E_i \omega_i VR_m)^{1/(\beta+1)} - 1]/\alpha_i$ 根据上面的分析可知 $c_i^* > 0$,即 $\alpha_i \beta E_i \omega_i VR_m > 1$,可得到 $\omega_i > 1/\alpha_i \beta E_i VR_m$. 也就是 $\omega_i > 1/\alpha_i \beta E_i VR_m$ 时, $c_i^* > 0$,否则 $c_i^* = 0$.

结论 2 无论是串联还是并联, 针对某一流程而言, 只有 $\omega_i > 1/\alpha_i \beta E_i VR_m$ 时, 最优投资额 c_i^* 才大于零, 且此时 $c_i^* = [(\alpha_i \beta E_i \omega_i VR_m)^{1/(\beta+1)} - 1]/\alpha_i$,否则最优投资额为零. 也就是当 $\omega_i < 1/\alpha_i \beta E_i VR_m$ 时, 无需增加内部控制监督的投资, 增加投资反而会使效用减小.

3 业务流程以串联、并联方式连接情形下的投资模型分析

3.1 串联的情况

假设在串联系统中总投资额的约束为 B_s ^⑥ , 式(4) 可以改写为

$$\begin{aligned} \max U_s(c_i) &= V \prod_{i=1}^n r_{im} - \sum_{i=1}^n c_i \\ \text{s. t. } \sum_{i=1}^n c_i &= B_s \end{aligned} \quad (7)$$

$$0 \leq c_i \leq B_s, i = 1, 2, \dots, n$$

令 $\partial U_s/\partial c_1 = 0$,可以得到

$$\frac{E_1 \omega_1}{E_n \omega_n} = \frac{(\alpha_1 c_1 + 1)^{\beta+1} - (\alpha_1 c_1 + 1) E_1 \omega_1}{(\alpha_n c_n + 1)^{\beta+1} - (\alpha_n c_n + 1) E_n \omega_n}$$

同理, 若 $\partial U_s/\partial c_2 = 0$ 则

$$\frac{E_2 \omega_2}{E_n \omega_n} = \frac{(\alpha_2 c_2 + 1)^{\beta+1} - (\alpha_2 c_2 + 1) E_2 \omega_2}{(\alpha_n c_n + 1)^{\beta+1} - (\alpha_n c_n + 1) E_n \omega_n}$$

即

$$\frac{E_i \omega_i}{E_j \omega_j} = \frac{(\alpha_i c_i + 1)^{\beta+1} - (\alpha_i c_i + 1) E_i \omega_i}{(\alpha_j c_j + 1)^{\beta+1} - (\alpha_j c_j + 1) E_j \omega_j} \quad (8)$$

假设 $1 \geq E_i \omega_i > E_j \omega_j \geq 0, \beta \geq 1$ 且 $\alpha_i >$

0 则

$$\begin{aligned} (\alpha_i c_i + 1)^{\beta+1} - (\alpha_i c_i + 1) E_i \omega_i &> \\ (\alpha_j c_j + 1)^{\beta+1} - (\alpha_j c_j + 1) E_j \omega_j \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} (\alpha_i c_i + 1)^{\beta+1} - (\alpha_i c_i + 1) E_j \omega_j &> \\ (\alpha_j c_j + 1)^{\beta+1} - (\alpha_j c_j + 1) E_j \omega_j &> \\ (\alpha_i c_i + 1)^{\beta+1} - (\alpha_j c_j + 1)^{\beta+1} &> \\ (\alpha_i c_i - \alpha_j c_j) E_j \omega_j \end{aligned}$$

如果 $\alpha_i c_i - \alpha_j c_j > 0$ 则

$$\begin{aligned} [(\alpha_i c_i + 1)^{\beta+1} - (\alpha_j c_j + 1)^{\beta+1}]/ \\ (\alpha_i c_i - \alpha_j c_j) > E_j \omega_j \geq 0 \\ (\alpha_i c_i + 1)^{\beta+1} > (\alpha_j c_j + 1)^{\beta+1} \end{aligned}$$

则 $\alpha_i c_i > \alpha_j c_j$ 结果与假设 $\alpha_i c_i - \alpha_j c_j > 0$ 一致.

如果 $\alpha_i c_i - \alpha_j c_j < 0$,则 $[(\alpha_i c_i + 1)^{\beta+1} - (\alpha_j c_j + 1)^{\beta+1}]/(\alpha_i c_i - \alpha_j c_j) < E_j \omega_j$. 而这个式子是不成立的, 因为 $[(\alpha_i c_i + 1)^{\beta+1} - (\alpha_j c_j + 1)^{\beta+1}]/(\alpha_i c_i - \alpha_j c_j) > 1, E_j \omega_j \leq 1$ 因此 $\alpha_i c_i > \alpha_j c_j$.

结论 3 在串联系统中, 针对本文给定的缺陷率函数(式(5)) , 当 $E_i \omega_i > E_j \omega_j$ 时, $\alpha_i c_i^* >$

$\alpha_j c_j^*$. 也就是若业务流程以串联方式连接, 如果流程 i 的实际错误发生的概率大于流程 j 的, 那么对流程 i 的内部控制监督的最优投资与该流程内控强度的乘积应大于流程 j 的, 即流程实际发生错误的可能性越大, 最优投资额与该流程内控强度的乘积就越大.

为了简化计算并求得解析解, 令 $\beta = 1, n = 2$ ^⑦ , 可以得到

$$\begin{cases} \frac{E_1 \omega_1}{E_2 \omega_2} = \frac{(\alpha_1 c_1 + 1)^2 - (\alpha_1 c_1 + 1) E_1 \omega_1}{(\alpha_2 c_2 + 1)^2 - (\alpha_2 c_2 + 1) E_2 \omega_2} \\ c_1 + c_2 = B_s \end{cases} \quad (9)$$

求解式(9) 可得(如图 4 所示)

$$c_2^* = -b + \sqrt{b^2 - 4as}/2a$$

其中: $a = E_1 \omega_1 \alpha_2^2 - E_2 \omega_2 \alpha_1^2$,

$$b = \alpha_2 E_1 \omega_1 (2 - E_2 \omega_2) + \alpha_1 E_2 \omega_2 (2\alpha_1 B_s + 2 - E_1 \omega_1) ,$$

$$s = E_1 \omega_1 (1 + \alpha_1 B_s E_2 \omega_2) - (\alpha_1 B_s + 1)^2 E_2 \omega_2$$

那么 $c_1^* = B_s - c_2^*$

⑥ 假设 B_s 远远小于全局最优解 C_s^* .

⑦ 无论业务流程之间的关系多复杂, 都可以被划分为 2 个流程(此时的流程可以被视为模块) 的串联或并联, 然后再依次细分下去.

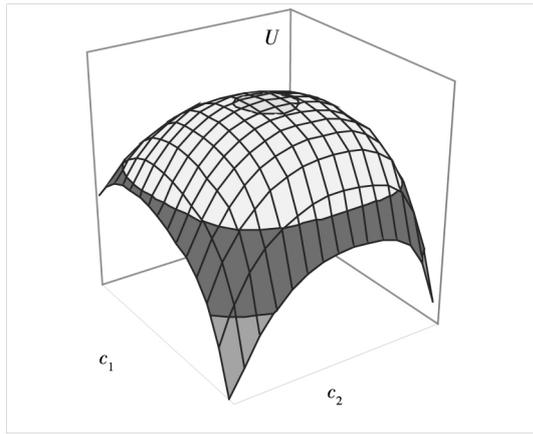


图4 两个流程串联时的最优投入与效用

Fig. 4 The optimal investment and utility when the two processes were connected in series

3.2 并联的情况

并联系统与串联系统分析问题的方法相同，假设在并联系统中总投资额的约束为 B_p ^⑧，式(4)可以改写为下面的规划

$$\begin{aligned} \max U_p(c_i) &= V[1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_{im})] - \sum_{i=1}^n c_i \\ \text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^n c_i &= B_p \\ 0 \leq c_i &\leq B_p, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{10}$$

此规划可以转化为求 $\prod_{i=1}^n (\alpha_i c_i + 1)$ 的最大值，即

$$\begin{aligned} \max \prod_{i=1}^n (\alpha_i c_i + 1) &= Z \\ \text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^n c_i &= B_p \\ 0 \leq c_i &\leq B_p, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

当一阶偏导 $\partial Z / \partial c_i = 0$ 时 Z 取得最大值，即

$$\begin{cases} \partial(\alpha_1 c_1 + 1) \cdot \prod_{i=2}^{n-1} (\alpha_i c_i + 1) [\alpha_n (B_p - c_1 - c_2 - \dots - c_{n-1}) + 1] / \partial c_1 = 0 \\ \partial(\alpha_2 c_2 + 1) \cdot \prod_{i=1, i \neq 2}^{n-1} (\alpha_i c_i + 1) [\alpha_n (B_p - c_1 - c_2 - \dots - c_{n-1}) + 1] / \partial c_2 = 0 \\ \dots \\ \partial(\alpha_{n-1} c_{n-1} + 1) \cdot \prod_{i=1}^{n-2} (\alpha_i c_i + 1) [\alpha_n (B_p - c_1 - c_2 - \dots - c_{n-1}) + 1] / \partial c_{n-1} = 0 \end{cases}$$

⑧ 同串联系统一样，假设 B_p 远远小于全局最优解 C_p^* 。

⑨ 图5借鉴了文献[15]中的内部控制系统可靠性框图的画法。

可以得到

$$\begin{cases} c_1 - c_n = (\alpha_1 - \alpha_n) / \alpha_1 \alpha_n \\ c_2 - c_n = (\alpha_2 - \alpha_n) / \alpha_2 \alpha_n \\ \dots \\ c_{n-1} - c_n = (\alpha_{n-1} - \alpha_n) / \alpha_{n-1} \alpha_n \end{cases} \tag{11}$$

将式(11)中的各式相加，可得

$$\begin{cases} c_n = (B_p - Q) / n \\ c_1 = (\alpha_1 - \alpha_n) / \alpha_1 \alpha_n + (B_p - Q) / n \\ c_2 = (\alpha_2 - \alpha_n) / \alpha_2 \alpha_n + (B_p - Q) / n \\ \dots \\ c_{n-1} = (\alpha_{n-1} - \alpha_n) / \alpha_{n-1} \alpha_n + (B_p - Q) / n \end{cases}$$

$$\text{其中 } Q = \sum_{i=1}^{n-1} [(\alpha_i - \alpha_n) / \alpha_i \alpha_n]$$

若 α 均相等，则 $c_1 = c_2 = \dots = c_n = B_p / n$ ，此时并联系统的效用取最大值。

结论4 在并联系统中，当缺陷率函数中各流程的内部控制强度 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 不相等时，投资额的大小就与内部控制强度 α_i 有关；但针对本文给定的缺陷率函数(式(5))，即 α 均相等时 $c_1^* = c_2^* = \dots = c_n^* = B_p / n$ ，并联系统的效用取最大值。

4 实例计算

由于市场竞争日趋激烈，大量产品从卖方市场向买方市场转变，市场上产品的质量参差不齐，再加上社会诚信体制不健全等原因导致企业采购付款环节变成了舞弊风险的高发区。所以，以采购业务较多的制造业的付款采购环节中的付款审批业务为例，来说明上述模型在制造类企业当中的应用。

首先对这类企业的付款审批业务的主要业务流程和关键控制点进行简单的描述(见图5^⑨)。模块1中采购人员要定期汇总采购合同及采购订单，然后再对采购合同约定的付款条件以及采购发票、结算凭证、检验报告、计量报告和验收证明等相关凭证的真实性、完整性、合法性及合规性进

行严格审核,并核对合同执行情况,汇总应付款项。在这个模块中要做到对所有因采购货物而收到的发票应附有完整的支持文件或单据来证明货物已经收到。支持文件包括已批准的采购订单、详细记录了收到的货物的内容和数量的收货单或者电子版记录、详细记录了货物验收结果的文件等。除了正常的采购订单和合同外,有时公司也会发生一些无采购订单的付款事项,这时就需要公司主管部门对这些无采购定单、收货单、原始发票或无相关凭证的付款申请的合理性进行审核。流程 1-1 中可能存在的风险为采购合同汇总时发生遗漏,这点可通过对采购合同进行编号来防止,但对那些无采购订单的付款事项就需特别注意。所以这个流程给定的模拟参数值为: $v_{11} = 6$, $E_{11} = 0.5$, $\omega_{11} = 0.4$, 则该流程的可靠性为 $r_{11} = 0.8$ 。流程 1-2 中可能存在的风险为采购发票审核错误

(如对应关系不恰当的发票、采购订单和收货记录没能及时发现等审核错误)、应付账款金额错误、付款信息和付款条件审核错误(付款信息错误主要指收款人信息不正确,可能导致错误付款的发生;付款条件错误主要指对供应商提供的付款条件解读错误,付款时间提前或延迟,造成现金折扣损失或公司信誉度受影响)等。这些风险可通过设专人对发票等进行再复核,同时及时调查、解决这类不符事项,特别是对长期未达收货确认单、采购订单或发票进行调查。对付款信息和付款条件审核错误可以通过建立供应商信息库,由独立于应付账款批准、付款批准的人员进行信息维护,并定期与供应商对账,确保在恰当的时间取得供应商提供的现金折扣。所以这个流程本文给定的模拟参数值为 $v_{12} = 8$, $E_{12} = 0.6$, $\omega_{12} = 0.6$, 则该流程的可靠性为 $r_{12} = 0.64$ 。

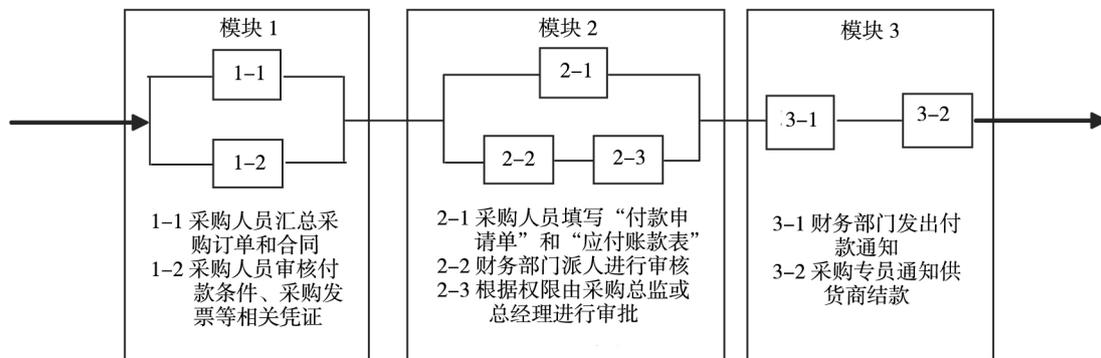


图 5 付款审批业务流程图及关键控制点

Fig. 5 Business process chart and key control points for payment and approval

模块 2 中由采购人员填写“付款申请单”和“应付款项表”,提交采购部经理审核,确保数字准确无误;再由财务部出纳依据采购合同相关协议、发票等对“付款申请单”进行复核后,提交采购总监和总经理根据权限进行审批,办理付款。在这个模块中要做到对所有因采购货物而收到的发票(包括相关收货单)都要及时和正确地处理。这些发票要由有关人员记入恰当的会计科目和正确的会计期间。在批准付款前,要再次审核支持文件。完整的支持文件(例如,收货报告、采购订单等)应附在履行付款的发票后,或者与发票相匹配。这里需要注意的关键控制点为负责审核原始凭证的人员不应负责收货、批准付款和进行付款;审批付款的人员不应负责实际付款操作。流程 2-

1 中可能存在的风险为付款申请单据不充分、不完整,“付款申请单”和“应付账款表”填写错误等。所以这个流程给定的模拟参数值为 $v_{21} = 4$, $E_{21} = 0.5$, $\omega_{21} = 0.5$, 则该流程的可靠性为 $r_{21} = 0.75$ 。流程 2-2 和 2-3 中可能存在的风险为审核权限模糊,岗位分离不清晰,导致企业资产损失、资源浪费或发生舞弊行为。所以这两个流程给定的模拟参数值分别为: $v_{22} = 5$, $E_{22} = 0.8$, $\omega_{22} = 0.6$, 流程 2-2 的可靠性为 $r_{22} = 0.52$; $v_{23} = 7$, $E_{23} = 0.4$, $\omega_{23} = 0.3$, 流程 2-3 的可靠性为 $r_{23} = 0.88$ 。

模块 3 是在付款所有的审批手续都已完成的情况下由财务部门发出付款通知,然后采购专员通知供货商结款。根据实际经验,此模块中的两个

流程基本不会出现纰漏,所以认为这两个流程的可靠性均为 1,也就是说在进行内部控制监督投资时 $c_{31}^* = c_{32}^* = 0$. 其它数据为 $\alpha = 1.5$ $\beta = 1$ $B = 3$ ^⑩.

针对该实例,可以得到下面的规划

$$\begin{aligned} \max \quad & U_p(c_i) = V[1 - (1 - r_{11m})(1 - r_{12m}) \\ & [1 - (1 - r_{21m})(1 - r_{22m}r_{23m})] - \sum c_{ij} \\ \text{s. t.} \quad & \sum c_{ij} = B \\ & 0 \leq c_{ij} \leq B, i = 1, 2, j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (12)$$

将式(5)代入式(12),得到仅有未知数 $c_{ij}(i = 1, 2; j = 1, 2, 3)$ 的最优规划,可利用一些计算机算法求得最优解,也可利用本文提供的方法求解.

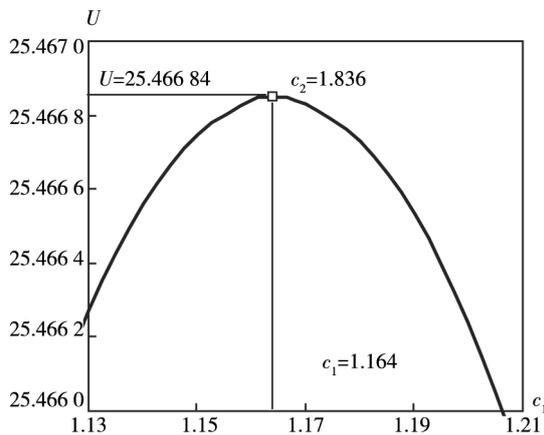


图6 模块1和模块2分配的投资额

Fig.6 The investment of module 1 and module 2

利用前面的模型对付款审批业务做出是否增加内部控制监督投资以及增加多少投资的决策分析.以模块1和模块2为基础,分解投资约束B.因为模块1和模块2是以串联方式连接,所以用串联的模型求解.首先计算模块1和模块2的可靠性分别为 $R_1 = 1 - (1 - r_{11})(1 - r_{12}) = 0.928$ $R_2 = 1 - (1 - r_{21})(1 - r_{22}r_{23}) = 0.864$;然后经计算得到 $c_1^* = 1.164$ $c_2^* = 1.836$ (如图6所示).

接下来再分解模块1,模块1里面的两个流程也是以并联方式连接,所以继续使用并联模型求解,可以得到 $c_{11}^* = c_{12}^* = 0.582$ $r_{11m} = 0.893$ $r_{12m} = 0.808$ $R_{1m} = 0.980$.模块2中的三个流程是先并联后串联的方式,所以使用并联模型求解,

得到 $c_{21}^* = c_{22}^* + c_{23}^* = c_2^* / 2 = 0.918$ $r_{21m} = 0.895$.然后再使用串联模型求解,得到 $c_{22}^* = 0.863$ $c_{23}^* = 0.055$ $r_{22m} = 0.791$ $r_{23m} = 0.889$ $R_{2m} = 0.988$.系统总体可靠性为 0.949,总体效用为 25.46684.系统总体可靠性由原来的 0.802 上升为现在的 0.949,有了较大的提高.

5 结束语

本文将系统工程的可靠性理论应用于企业的内部控制监督投资的经济学分析中,利用可靠性理论可将内部控制监督投资细化到业务流程.通过分析每个业务流程的潜在风险,以及内部控制缺陷率,获得该流程的可靠性,然后利用最优化效用函数,得到是否应增加对该流程的内部控制监督的投资以及增加多少投资的决策.文中给出了缺陷率函数的具体形式,并分别分析了流程的串联和并联两种不同情形.分析结果表明,以并联方式连接的流程的效用大于以串联方式连接的流程,所以企业在整合业务流程时应尽量减少串联而多采用并联的连接方式,内部控制监控措施也是如此.以串联方式连接的流程在增加内部控制监督投资时,投资额的大小与该流程实际发生风险的可能性相关,实际发生风险的可能性越大,投资额与该流程内控强度的乘积就越大.而在并联系统中,流程投资额的大小与各流程的内控强度有关.

在实际应用时,该模型面临的主要问题是潜在风险和内部控制缺陷率的估计问题.但目前已有很多致力于风险评估方面的研究,并且在我国新发布的《内部控制评价指引》中,提及到了内部控制缺陷的认定问题,内部控制缺陷包括设计缺陷和运行缺陷,按其影响程度分为重大缺陷、重要缺陷和一般缺陷.这些研究及政策都可以帮助解决该模型在实际应用中遇到的难题.随着我国企业和监管部门对内部控制及其监督的重视程度不断增加,企业也会不断完善企业的内部控制和监督措施,并在不久的将来可以提供越来越充分和详实的关于内部控制

⑩ 内部控制监督投资总额B假定为系统总价值V的10%.

及外部审计的历史数据。这些举措都将有助于潜在风险和内部控制缺陷率的估计。当然,专业人员的职业判断在模型的运用中也将起着不可忽视的作用。

参 考 文 献:

- [1]韩洪灵,郭燕敏,陈汉文. 内部控制监督要素之应用性发展——基于风险导向的理论模型及其借鉴[J]. 会计研究, 2009, (8): 73-79.
Han Hongling, Guo Yanmin, Chen Hanwen. The applicative development of monitoring component in internal control: A risk-oriented model and its implication for Chinese companies [J]. Accounting Research Journal, 2009, (8): 73-79. (in Chinese)
- [2]Masli A, Peter G F, Richardson V J, et al. Examining the potential benefits of internal control monitoring technology [J]. The Accounting Review, 2010, 85(3): 1001-1034.
- [3]Hunton J E, Mauldin E G, Wheeler P R. Potential functional and dysfunctional effects of continuous monitoring [J]. The Accounting Review, 2008, 83(6): 1551-1569.
- [4]Yu S, Neter J. A stochastic model of the internal control system [J]. Journal of Accounting Research, 1973, 11(2): 273-295.
- [5]Cushing B E. A mathematical approach to the analysis and design of internal control systems [J]. The Accounting Review, 1974, 49(1): 24-41.
- [6]Bodnar G. Reliability modeling of internal control systems [J]. The Accounting Review, 1975, 50(4): 747-757.
- [7]Kinney W R, Jr. Decision theory aspects of internal control system design / compliance and substantive tests [J]. Journal of Accounting Research, 1975, 13(3): 14-29.
- [8]Hamlen S S. A chance-constrained mixed integer programming model for internal control design [J]. The Accounting Review, 1980, 55(4): 578-593.
- [9]Nichols D R. A model of auditors' preliminary evaluations of internal control from audit data [J]. The Accounting Review, 1987, 62(1): 183-190.
- [10]吴秋生,杨瑞平. 内部控制评价整合研究[J]. 会计研究, 2011, (9): 55-60.
Wu Qiusheng, Yang Ruiping. Study on the integration of internal control evaluation [J]. Accounting Research, 2011, (9): 55-60. (in Chinese)
- [11]陈汉文,张宜霞. 企业内部控制的有效性及其评价方法[J]. 审计研究, 2008, (3): 48-54.
Chen Hanwen, Zhang Yixia. The effectiveness of internal control and its evaluation methods [J]. Auditing Research, 2008, (3): 48-54. (in Chinese)
- [12]杨 洁. 基于 PDCA 循环的内部控制有效性综合评价[J]. 会计研究, 2011, (4): 82-87.
Yang Jie. Comprehensive evaluation on internal control effectiveness based on the PDCA cycle [J]. Accounting Research, 2011, (4): 82-87. (in Chinese)
- [13]韩传模,汪士果. 基于 AHP 的企业内部控制模糊综合评价[J]. 会计研究, 2009, (4): 55-61.
Han Chuanmo, Wang Shiguang. Fuzzy comprehensive evaluation on enterprise internal control based on AHP [J]. Accounting Research, 2009, (4): 55-61. (in Chinese)
- [14]骆良彬,王河流. 基于 AHP 的上市公司内部控制质量模糊评价[J]. 审计研究, 2008, (6): 11-18.
Luo Liangbin, Wang Heliu. Fuzzy evaluation on public company internal control quality based on AHP [J]. Auditing Research, 2008, (6): 11-18. (in Chinese)
- [15]王立勇,石柱鲜. 内部控制系统评价定量分析的数学模型[J]. 系统工程理论与实践, 2005, (8): 10-17.
Wang Liyong, Shi Zhuxian. Mathematical model for quantitative analysis of internal control evaluation [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2005, (8): 10-17. (in Chinese)
- [16]Simon H. The Sciences of the Artificial [M]. MIT Press, Cambridge, 1969.
- [17]张 煜,汪寿阳. 不对称信息下供应商安全状态监控策略分析[J]. 管理科学学报, 2011, 14(5): 11-18.
Zhang Yu, Wang Shouyang. Analysis of supplier's security state inspection strategy under asymmetric information [J].

- Journal of Management Sciences in China ,2011 ,14(5) : 11 - 18. (in Chinese)
- [18] Littlewood B , Broclehurst S , Fenton N , et al. Towards operational measures of security [J]. Journal of Computer Security , 1993 ,2(2) : 211 - 229.
- [19] Ashbaugh-Skaife H , Collins D W , Kinney W R , Jr , et al. The effect of SOX internal control deficiencies on firm risk and cost of equity [J]. Journal of Accounting Research ,2009 ,47(1) : 1 - 43.
- [20] Krishnan J , Rama D , Zhang Y. Costs to comply with SOX Section 404 [J]. Auditing: A Journal of Practice & Theory , 2008 ,27(1) : 169 - 186.
- [21] Varian H R. How to build an economic model in your spare [J]. The American Economist ,1997 ,41(2) : 3 - 10.

Optimal investment allocation and decision model for internal control monitoring in modern enterprise management

ZHANG Lei^{1 2} , LI Min-qiang¹ , CHEN Fu-zan¹ , ZHAO Xiu-yun²

1. College of Management and Economics , Tianjin University , Tianjin 300072 , China;

2. Business School , Tianjin University of Finance and Economics , Tianjin 300222 , China

Abstract: The measures of internal control monitoring are important in improving management and reducing the probability of internal control weaknesses for modern enterprises. This paper presents a distribution model that determines the optimal amount to invest in the internal control monitoring for modern enterprises. The model takes into account the defect rate of internal controls and the reliability of processes. The defect rate of internal controls can be decreased by investing in the internal control monitoring. Consequently , the reliability of processes can be raised. This paper utilizes the theory of reliability to measure the utility of the investment of internal control monitoring. The model proposes to maximize the utility of the firm subject to a given level of investment desired by the management. It focuses on how to allocate the amount of investment to maximize an enterprise's utility. In a series system , if the internal control strength of each process is different , the product of the optimal investment and the internal control strength of the process is related to the probability of the error occurring. But in a parallel system , if the internal control strength of each process is different , the amount of investment is related to the internal control strength of all processes. The investment is averaged for each process , if the internal control strength of each process is the same. Further , the utility in a parallel system is higher than that in a series system.

Key words: modern enterprise management; internal control monitoring; optimal investment allocation model; defect rate function