

风险偏好与属性约简在决策问题中的应用研究^①

刘 健^{1,2}, 陈 剑³, 刘思峰⁴, 周献中⁵

(1. 南京理工大学经济管理学院, 南京 210094; 2. 宾夕法尼亚州立大学信息科学与技术学院, 斯泰特科利奇 10082; 3. 清华大学经济管理学院, 北京 100084; 4. 南京航空航天大学经济与管理学院, 南京 211106; 5. 南京大学工程管理学院, 南京 210093)

摘要: 将决策者风险偏好与属性约简算法应用到具有大量属性的决策问题, 提出先对决策者分类再进行决策的策略. 根据决策者的风险偏好特征将其分为风险规避型、风险中立型、风险偏好型, 针对不同类型的决策者分别采取相应的算法, 提取有效属性并利用有效属性进行决策; 针对不同风险偏好的决策者, 提出相应的风险偏好预期规则; 提出基于优势关系辨析矩阵的属性赋权算法及基于属性值优势度矩阵的进行信息融合与排序算法; 最后通过属性值为实数与区间数的两个实际案例表明该算法的科学合理性.

关键词: 多属性决策; 风险偏好; 属性约简; 优势关系; 辨析矩阵; 属性赋权

中图分类号: C934 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2013)08-0068-12

0 引 言

多属性决策问题从 20 世纪 60 年代开始萌芽, 90 年代进入快速发展时期^[1]. 近年来针对多属性决策问题的研究已经渗透到谈判科学、网络经济、金融学、工程应用等领域^[2]. 随着信息科技的发展, 信息量的膨胀, 多数决策者在决策时面对的信息不再是太少而是太多, 那么如何利用现有技术对海量信息进行过滤提取有效信息, 利用有效信息进行决策变成决策领域重要的研究内容. Wallenius 等^[2]的研究成果中将该问题列为决策问题未来的重要研究方向之一. 决策表中出现的大量决策数据主要有 3 种情形: ①大量的决策属性, 有限的决策对象; ②大量的决策对象, 有限的决策属性; ③以上两者均有. 本文针对情形①以属性值为实数与区间数的多属性决策问题为背景进行研究.

如何从大量数据信息中提取有效信息已成为

近年来重要的研究方向——数据挖掘^[3-4]. 粗糙集^[5-7]理论自提出以来, 已成为处理不确定性问题的有力工具. 它在等价关系的基础上, 通过属性约简^[5-7]这一数据挖掘技术从大量信息中获取有用信息. 属性约简是指可以找到一个较小的属性集 $B \subseteq A$, 使得用 A 描述的对象集合必然可以用 B 描述, 从而消除冗余信息. 粗糙集中的属性约简算法多建立在某种关系(如: 相似关系、优势关系、相容关系等^[5])的基础上, 然后选择研究背景合适的关系构造相应的辨析矩阵, 提出有效信息. 文献 [8-11] 研究了决策者风险偏好对决策结果的影响, 由于不同决策者的风险偏好不同, 本文认为对同一数据表不同风险偏好的决策者对有效属性的认识态度是不同的. 针对属性值为区间数的不确定性决策问题, 应首先根据决策者的风险偏好程度^[8-11]将其分为 3 类(风险规避型、风险偏好型、风险中立型), 然后针对不同风险类型的决策者分别进行相应的有效属性选择.

① 收稿日期: 2011-12-21; 修订日期: 2012-08-16.

基金项目: 国家社会科学基金重大招标资助项目(10zd&014); 国家自然科学基金资助项目(71002046; 71071076; 71071077; 71171112); 国家科学技术学术著作出版基金资助项目(10td128); 南京理工大学青年教师科研基金资助项目(AE88370).

作者简介: 刘 健(1982—), 男, 山东淄博人, 博士, 讲师, 研究助理. Email: jianlau7550@gmail.com

属性权重的确定(属性赋权)与决策对象的排序也是多属性决策问题中的重要研究内容,决策对象的排序是决策问题的最终目标.目前针对属性权重未知的多属性决策问题,属性权重的确定方法可归结为主观赋权法^[12,13],客观赋权法^[14-16],主客观赋权法^[17-19],优势关系赋权法^[20]等.获得属性权重后对决策表中的有关信息进行融合,运用各种方法,对所有方案排序^[15,17,21,22]择优.本文将属性约简算法引入具有大量属性的决策问题,并将其作为决策过程中的第 1 步对决策属性进行过滤筛选,因此在属性赋权及信息集结过程中,应选取与属性约简相对应的算法.在决策中每个决策对象都渴望自己被选中,那么处在决策中的每个决策对象都渴望自己处于优势的属性权重变大,与其竞争的决策对象处于劣势的属性权重变大,从而达到对自己有利的位置.根据上述观点,提出基于决策对象属性值之间优势关系与劣势关系的属性约简算法,通过属性约简提取有效信息并利用有效信息进行决策.在此基础上,本文提出了基于优势关系辨析矩阵的属性赋权算法与基于决策对象综合优势度的信息融合与决策对象排序算法.

本文针对具有大量决策属性的决策问题为研究背景,主要做了 4 个方面的工作:①从主观的角度出发,提出先对决策者分类再求决策策略,首先根据决策者的风险偏好特征将其归类(风险偏好型、风险中立型、风险规避型),然后选择与决策者的风险偏好特征选择相对应的算法,决策结果自动匹配相应的偏好和决策任务求解流程;②针对属性值为实数与区间数的决策问题进行属性约简,提取有效属性并利用有效属性进行决策;③根据属性约简的思想,提出新的基于优势关系辨析矩阵的赋权算法与基于属性值优势度的排序算法;④针对不同类型的偏好决策者分别提出相应的风险偏好预期规则,解决具有相同可能度不同决策行为之间的优势关系.

1 决策者风险偏好与属性约简

针对具有大量属性的决策问题,依据决策表中属性值的类型将其分为:①属性值为实数的决

策问题;②属性值为区间数的决策问题.然后对上述两类决策问题分别进行讨论.

1.1 属性值为实数的大量属性决策问题

供应商选择问题 假设在商用大型飞机某关键组件国际供应商选择决策中,首轮有 5 家国际供应商入围,分别用 $U = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$ 来表示.若邀请 100 位专家,对所有入围供应商,在每个指标下的现状进行投票,分为赞成票与反对票两种,那么如何根据表 1 中赞成票的投票结果做出最优选择?

表 1 100 位专家投票赞成票分布情况
Table 1 The result of "yes" answers from 100 experts

供应商	属性				
	C_1	C_2	...	C_m	...
A_1	55	50	...	58	...
A_2	61	62	...	60	...
A_3	55	55	...	70	...
A_4	65	65	...	65	...
A_5	89	85	...	55	...

显然,表 1 中有大量的决策属性,若要求决策者在规定的时间内做出科学合理的决策,需要从表 1 中找出真正影响决策结果的有效属性,如何从表 1 中提取有效属性是本文研究的重点.

1.1.1 属性值为实数的属性约简原则和方法

多属性决策问题的实质是综合各种算法及运算步骤后对决策对象排序并择优,其本质是对决策对象进行比较,确定哪个对象处在优势位置并做出最优选择,决策对象的排序过程就是每个决策对象优势位置的确定过程.显然表 1 中的数据都是效益型指标(越大越好).

表 1 中两个决策对象 A_1, A_2 在属性 C_1 上的属性值分别为 $f(A_1, C_1), f(A_2, C_1)$, 其中 $f(A_1, C_1) = 55, f(A_2, C_1) = 61$. 显然 $f(A_1, C_1) < f(A_2, C_1)$, 在属性 C_1 上决策对象 A_2 与 A_1 相比处于优势位置,用 $A_2 > A_1/C_1$ 表示这种优势关系.决策对象 A_2, A_4 在属性 C_1 上的属性值分别为 61 与 65, 在属性 C_1 上决策对象 A_2 与 A_4 相比处于劣势位置,用 $A_2 < A_4/C_1$ 表示这种劣势关系.决策对象 A_1, A_3 在属性 C_1 上具有相同的属性值,即 $f(A_1, C_1) = 55 = f(A_3, C_1)$, 此时在属性 C_1 上 A_1, A_3 处于同等重要的位置,称二者之间具有等价关系,用 $A_1 \cong A_3/C_1$ 表示这种等价关系.

综上所述,针对属性值为实数的多属性决策问题,得到属性值之间的上述3种关系.假设决策表中两个决策对象 A_i, A_k 在属性 C_j 上的属性值分别为 $f(A_i, C_j), f(A_k, C_j)$.针对效益型指标可以表示为

$$\begin{cases} A_i > A_k / C_j & f(A_i, C_j) > f(A_k, C_j) \\ A_i \equiv A_k / C_j & f(A_i, C_j) = f(A_k, C_j) \\ A_i < A_k / C_j & f(A_i, C_j) < f(A_k, C_j) \end{cases} \quad (1)$$

1.1.2 属性约简的理论基础

比较两个决策对象时,若同一个属性的属性值相同,从决策对象的角度来说该属性是不起作用的;从决策者的角度来说,该属性对于这两个对象的比较也是没有任何作用的.这时,只有同属性的属性值不同或者存在优势与劣势关系的属性才是需要考虑的.一个属性对于不同的决策对象来说既可能是优势属性也可能是劣势属性或是不起作用的属性.因此需要两两对比所有的决策对象,从决策表中找到比较所有决策对象都是不可缺的有效属性.这就需要构造辨析矩阵^[5-7]以获取该

决策表的有效属性,由上述知,需要构造一个优势辨析矩阵与劣势辨析矩阵.优势辨析矩阵中的每个数据是个属性集合,其中的每个属性表示相应的两个对象进行比较时某个决策对象在这些属性上占优势.在劣势辨析矩阵中的每个数据也是一个属性集合,集合中的属性表示相应的两个决策对象进行比较时在这些属性上某个决策对象处于劣势.

1.2 属性值为区间数的大量属性决策问题

针对上述1.1中的案例^[23],假如在上述案例中的100位专家,每位专家对每个入围供应商在所有指标下的现状进行投票,票分为赞成票、反对票和弃权票3种.投赞成票与反对票的人数之和相加不到100时,用专家总数100减去投反对票的人数,获得的数据表示该对象在某个指标下获得的理论上的最大赞成票数.而最终赞成票数分布在初始赞成票与理论上最大赞成票之间,如表2所示,请根据表2投票结果做出最优选择.

表2 100位专家投赞成票的可能分布情况

Table 2 The final result of "yes" answers from 100 experts

供应商	属性				
	C_1	C_2	...	C_m	...
A_1	[75, 85]	[55, 75]	...	[18, 18]	...
A_2	[76, 95]	[60, 85]	...	[12, 85]	...
A_3	[88, 100]	[65, 85]	...	[25, 70]	...
A_4	[75, 86]	[65, 80]	...	[22, 22]	...
A_5	[89, 100]	[86, 90]	...	[25, 25]	...

显然,表2中的数据是区间数,相比表1具有更大不确定性.针对不确定性问题根据决策者的风险态度与特征对其进行分类,针对不同风险类型的决策者提取相应的有效属性并分类决策.

1.3 区间数预备知识

定义1 记 $\tilde{a} = [a^L, a^U] = \{x | a^L \leq x \leq a^U, a^L, a^U \in R\}$ 称 \tilde{a} 是个区间数^[19].若 $a^L = a^U$ 时,则 \tilde{a} 是个实数. $l_{\tilde{a}} = a^U - a^L$ 表示区间数 \tilde{a} 的取值长度,当 $l_{\tilde{a}} = 0$ 时, \tilde{a} 也是个实数.

设 $\tilde{a} = [a^L, a^U], \tilde{b} = [b^L, b^U]$ 且 $k \geq 0$,则

法则1 当且仅当 $a^U \geq a^L$ 或者 $b^U \geq a^L$ 时,

$$\tilde{a} \cap \tilde{b} = [\max\{a^L, b^L\}, \min\{a^U, b^U\}].$$

法则2 当且仅当 $a^U \geq b^L$ 或者 $b^U \geq a^L$ 时,

$$\tilde{a} \cup \tilde{b} = [\min\{a^L, b^L\}, \max\{a^U, b^U\}].$$

法则3 当且仅当 $a^L = b^L$ 且 $a^U = b^U$

时 $\tilde{a} = \tilde{b}$.

定义2 当 \tilde{a}, \tilde{b} 同时为区间数时 $\tilde{a} = [a^L, a^U],$

$\tilde{b} = [b^L, b^U]$ 且记 $l_{\tilde{a}} = a^U - a^L, l_{\tilde{b}} = b^U - b^L$,那么称 $P(\tilde{a} \geq \tilde{b}) = \frac{\min\{l_{\tilde{a}} + l_{\tilde{b}}, \max(a^U - b^L, 0)\}}{l_{\tilde{a}} + l_{\tilde{b}}}$ 为这两个区间数之间的可能度^[24].

定义3 称 $\tilde{X}^* = (\tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*, \dots, \tilde{x}_m^*)$ 为区间型

的理想决策对象, 其中 $\tilde{x}_j^{+*} = [x_j^{+*L}, x_j^{+*U}] = [\max(x_{ij}^L), \max(x_{ij}^U)]$, ($j = 1, 2, \dots, m; i = 1, 2, \dots, k$) 为正理想点; $\tilde{x}_j^{-*} = [x_j^{-*L}, x_j^{-*U}] = [\min(x_{ij}^L), \min(x_{ij}^U)]$, ($j = 1, 2, \dots, m; i = 1, 2, \dots, k$) 为负理想点.

定义 4 区间数 $\tilde{a} = [a^L, a^U]$, $\tilde{b} = [b^L, b^U]$, 当且仅当 $a^U \geq b^L$ 或者 $b^U \geq a^L$ 时 $\tilde{a} \cap \tilde{b} = [\max\{a^L, b^L\}, \min\{a^U, b^U\}]$ 则

$$I(\tilde{a}/\tilde{b}) = \frac{l_{\tilde{a} \cap \tilde{b}}}{l_{\tilde{b}}} \quad (2)$$

称 $I(\tilde{a}/\tilde{b})$ 为区间数 \tilde{a} 与 \tilde{b} 的包含度 $I(\tilde{a}/\tilde{b})$ 表示区间数的取值域 \tilde{b} 包含 \tilde{a} 取值域的程度. 那么, 两区间数之间的包含度有 $0 \leq I(\tilde{a}/\tilde{b}) \leq 1$.

属性值为区间数的属性约简原则与方法

1.1 中利用属性值之间的优势与劣势关系, 构造辨析矩阵来获取有效属性. 针对属性值为区间数的决策问题, 本文仍利用该方法进行属性约简. 针对区间数的优势关系排序, 现有的研究主要采用比较区间数可能度^[25, 26]大小来确定优势与劣势关系, 结合文献[15, 17, 24]中的研究内容, 可以得到式(3)所示的结果.

假设决策对象 A_i, A_k 在属性 C_j 上的属性值分别为 $\tilde{f}(A_i, C_j), \tilde{f}(A_k, C_j)$, 其中 $\tilde{f}(A_i, C_j), \tilde{f}(A_k, C_j)$ 为区间数. 针对效益型指标得到下面的优势关系公式

$$\begin{cases} A_i > A_k / C_j, P(\tilde{f}(A_i, C_j) \geq \tilde{f}(A_k, C_j)) > 1/2 \\ A_i < A_k / C_j, P(\tilde{f}(A_i, C_j) \geq \tilde{f}(A_k, C_j)) < 1/2 \end{cases} \quad (3)$$

在表 2 中, 决策对象 A_2 与 A_4 在属性 C_2 上的属性值分别为 $[60, 85]$ 与 $[65, 80]$. 根据法则 3 可知这两个属性值不相等. 但根据定义 4 显然可知这两个属性值相比较具有相同的可能度, 也就是存在

$$P(\tilde{f}(A_2, C_2) \geq \tilde{f}(A_4, C_2)) = P(\tilde{f}(A_4, C_2) \geq \tilde{f}(A_2, C_2)) = 0.5$$

显然根据现有研究, 式(3)无法确定这两个区间数之间的优劣势关系.

本文将针对上面所述的具有相同可能度的不同区间数之间的优势关系确定方法进行研究, 即 $P(\tilde{a} \geq \tilde{b}) = P(\tilde{a} \leq \tilde{b}) = 0.5$ 且 $\tilde{a} \neq \tilde{b}$ 时 \tilde{a}, \tilde{b} 这两个区间数之间优势关系确定问题进行研究.

1.4 风险偏好与区间数 3 种关系的确定

20 世纪 70 年代末 80 年代初以 Tversky 与 Kahneman^[27, 28] 为代表的学者提出了经济学方面重要的预期理论 (prospect theory), 他们阐述与分析了人们在日常生活中的经济行为, 由于预期理论在经济生活中的杰出贡献, Kahneman 获得 2002 年的诺贝尔经济学奖. 根据预期理论可知, 面对具有相同期望值的不同决策行为, 绝大部分的消费者会选择风险小的经济行为, 只有小部分的消费者会选择风险大的经济行为. 消费者的经济行为, 可以看作是个决策行为. 具有相同期望值的不同区间数之间优劣势关系的确定, 决策者如何选择, 可以看作是行为决策问题. 因此对具有不同期望值的决策行为, 决策者做决策时也与该决策行为的风险大小有关. 本文基于预期理论^[29-30]与风险偏好^[31, 32]的研究成果, 根据决策者对风险的态度, 提出根据决策的风险偏好特征将决策者分为 3 种类型, 对上述问题, 按照决策者不同的风险偏好类型分别进行考虑. 针对不同风险偏好类型的决策者提出了相应风险偏好预期规则.

1) 风险规避型预期规则

假设 $\tilde{a} = [a^L, a^U]$, $\tilde{b} = [b^L, b^U]$ 是多属性决策问题中两个区间数属性值, \tilde{x}^{-*} 为这两个区间数构成的负理想点, 针对效益型指标, 有

$$\tilde{a} > \tilde{b} \Leftrightarrow \begin{cases} P(\tilde{a} \geq \tilde{b}) > 1/2 \\ P(\tilde{a} \geq \tilde{b}) = P(\tilde{b} \geq \tilde{a}) = 1/2 \\ I(\tilde{a}/\tilde{x}^{-*}) < I(\tilde{b}/\tilde{x}^{-*}) \end{cases} \quad (4)$$

2) 风险中立型预期规则

假设 $\tilde{a} = [a^L, a^U]$, $\tilde{b} = [b^L, b^U]$ 是多属性决策问题中两个区间数属性值, 此时决策者将利用属性值之间的可能度进行选择, 针对效益型指标, 有

$$\tilde{a} \cong \tilde{b} \Leftrightarrow P(\tilde{a} \geq \tilde{b}) = P(\tilde{a} \leq \tilde{b}) = 1/2 \quad (5)$$

3) 风险偏好型预期规则

假设 $\tilde{a} = [a^L, a^U]$, $\tilde{b} = [b^L, b^U]$ 是属性值为

区间数的多属性决策问题中的两个属性值 \tilde{x}^{+*} 为这两个区间数构成的正理想点,针对效益型指标,有

$$\tilde{a} > \tilde{b} \Leftrightarrow \begin{cases} P(\tilde{a} \geq \tilde{b}) > 1/2 \\ P(\tilde{a} \geq \tilde{b}) = P(\tilde{a} \leq \tilde{b}) = 1/2 \quad (6) \\ I(\tilde{a}/\tilde{x}^{+*}) > I(\tilde{b}/\tilde{x}^{+*}) \end{cases}$$

本文根据上述3个预期理论公式确定具有相同可能度的不同区间数之间的3种关系.

1) 风险预期规则阐述与说明

若决策者为风险中立型,式(5)是显然成立的,下面针对式(4)与(6)进行阐述.

根据区间数的定义可知,不同区间数其信息的涵盖区间是不同的,由几个已知区间数构成的理想区间数是确定的,根据包含度定义可知,不同的区间数与同一个理想区间数之间包含度不同.若决策对象与正理想对象的包含度越大,该对象与正理想对象之间的共同信息就越大,那么该对象就更优;若决策对象与负理想对象的包含度越小,该对象与负理想对象之间的共同信息就减少,那么该决策对象就更优.

根据表2中两个公司 A_2 与 A_4 在属性 C_2 上的属性值可知,构成的正理想点为 $x^{+*} = \{ [65, 85] \}$,负理想点为 $x^{-*} = \{ [60, 80] \}$.

2) 利用公司 A_2 与 A_4 在属性 C_2 上的投票结果与负理想点的包含度大小排序,由式(3)可知

$$\begin{aligned} I(\tilde{f}(A_2, C_2) / x^{-*}) &= 1, \\ I(\tilde{f}(A_4, C_2) / x^{-*}) &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

那么 $I(\tilde{f}(A_2, C_2) / x^{-*}) > I(\tilde{f}(A_4, C_2) / x^{-*})$.

根据上面的描述得到上述两属性值的排序结果为 $A_2 < A_4/C_2$.

公司 A_4 获得了20张反对票,公司 A_2 获得了15张反对票, A_4 与 A_2 相比是获得反对票多的公司,但是 A_4 却有65张赞成票,公司 A_2 虽获得的反对票少,但是只获得了60张赞成票.由于投弃权票的人未来的态度是不确定的,若所有弃权者全部投反对票的话,那么显然目前获得赞成票最多的候选人占优势.针对上述投票结果公司 A_4 比 A_2 处于优势.所以式(4)成立.

3) 利用公司 A_2 与 A_4 在属性 C_2 上的投票结果与正理想点的包含度大小排序,由式(3)可知

$$\begin{aligned} I(\tilde{f}(A_2, C_2) / x^{+*}) &= 1, \\ I(\tilde{f}(A_4, C_2) / x^{+*}) &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

那么 $I(\tilde{f}(A_2, C_2) / x^{+*}) > I(\tilde{f}(A_4, C_2) / x^{+*})$.

根据上面的描述得到上述两属性值的排序结果为 $A_2 > A_4/C_2$.

公司 A_2 与 A_4 在指标 C_2 上, A_4 有65张赞成票, A_2 有60张赞成票,仅仅从赞成票角度来看, A_4 是获得赞成票多的公司,但 A_4 获得20张反对票,而 A_2 只获得了15张反对票,相比来说, A_4 也是获得反对票多的公司.如果弃权者未来全部投赞成票,那么对于公司 A_4 来说能获得最大赞成票数也就是80张,对于公司 A_2 能获得最大赞成票数的可能性是85张,针对上述的投票结果,公司 A_2 比 A_4 处于优势,所以式(6)成立.

针对同一个问题从不同的角度描述,得到完全相反的结果,该问题关键在于决策者对投弃权票人群的未来预期.若决策者认为弃权者未来会投赞成票,那么目前反对票最少的就是好的;若决策者认为弃权者未来会投反对票,那么目前获得赞成票最多的就是好的.具有相同可能度的不同决策行为,若决策者属于风险规避型,决策者对未来风险抱有悲观态度,该类型决策者会选择目前赞成票最高的作为最优对象;若决策者对未来风险抱有乐观态度,该决策者属于风险偏好型,那么未来可能最优的才是最好的.

1.5 辨析矩阵

定义5 若 $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 是决策表中的决策对象组成的集合, $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ 是决策表中的属性集合, $M^>$ 是优势关系辨析矩阵,则

$$M^> = (m_{ik})_{n \times n} = \begin{cases} C_j \in C, A_i > A_k/C_j & (7) \\ \phi, & \text{其余} \end{cases}$$

式中 m_{ik} 为比较决策对象 $A_i, A_k \{i, k \in 1, 2, \dots, n\}$ 时,决策对象 A_i 处于优势位置的所有属性构成的属性集合.

定义6 若 $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 为决策表中的决策对象集合, $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ 是决策表中属性集合, $M^<$ 是劣势关系辨析矩阵,则

$$M^< = (m_{ik})_{n \times n} = \begin{cases} C_j \in C, A_i < A_k / C_j & (8) \\ \phi, & \text{其余} \end{cases}$$

式中 m_{ik} 为比较决策对象 $A_i, A_k \{i, k \in 1, 2, \dots, n\}$ 时, 决策对象 A_i 处于劣势位置的所有属性构成的属性集合.

根据优势关系与劣势关系辨析矩阵的构造过程知 $M^<$ 与 $M^>$ 互为转置矩阵, 即 $M^< = M^{>T}$. 那么, 从辨析矩阵 $M^<$ 与 $M^>$ 中可提取到完全相同的有效信息, 本文仅利用优势关系辨析矩阵提取有效信息. 针对属性值为区间数的决策问题属性值之间的优势关系确定, 根据上述的风险偏好预期规则, 按照决策者的风险偏好分别进行考虑.

2 大量数据决策问题的求解步骤

结合前面的描述, 对含有大量决策属性的决策问题求解步骤如下.

前提 根据决策者对风险的偏好态度, 对决策者进行分类(若属性值为实数决策问题, 则直接进入步骤 1).

步骤 1 对具有大量属性的决策数据表进行属性约简, 提取有效属性.

步骤 2 对提取的有效属性进行赋权.

步骤 3 信息融合、决策对象排序与择优.

步骤 4 算法验证与分析.

2.1 属性赋权

利用优势关系与劣势关系进行属性约简时, 需要通过构造相应的辨析矩阵来获取有效信息. 在优势辨析矩阵中出现次数越多的属性, 说明更多的决策对象在该属性上处于有利位置, 那么从利于自己的角度出发决策对象都期望该属性在决策中的重要性变大. 在劣势辨析矩阵中出现次数越多的属性, 说明更多的决策对象在该属性下处于劣势位置. 从竞争的角度出发, 同时也希望在劣势矩阵中出现次数多的属性权重也变大. 由于每个属性在优势辨析矩阵与劣势辨析矩阵中出现的次数是相同的, 只是位置不同. 从上面的分析, 从决策对象与决策者两个方面均认为, 在辨析矩阵中出现次数越多的属性, 其权重应越大. 因此该赋权算法综合

考虑了主客观两个方面的因素. 故得到针对有效属性的赋权公式为

$$\omega_j = \frac{|C_j|}{|\sum_{j=1}^{m'} C_j|} \quad (9)$$

式中 $|C_j|$ 表示属性 C_j 在辨析矩阵中出现的次数;

$|\sum_{j=1}^{m'} C_j|$ 表示辨析矩阵中所有有效属性出现的次数之和; m' 为有效属性的个数.

显然, 当对决策表中的所有属性进行赋权时, 上述基于优势辨析矩阵的赋权算法仍然成立.

2.2 信息融合

通过优势关系辨析矩阵提取有效属性及对决策属性赋权时, 只考虑其优劣势来确定双方的优势关系. 根据该观点本文提出基于属性优势度的排序算法, 把决策对象的排序看作是决策对象优势位置的排序, 把多属性决策问题中的对象排序看作是综合属性优势度关系的排序.

$A_2 > A_1 / C_1$ 表示两个决策对象 A_1, A_2 在属性 C_1 上相比 A_2 处于优势位置; 故决策对象 A_2 与 A_1 相比在属性 C_1 上具有 1 个优势度的位置. 若 $A_1 > A_2 / C_1$, 决策对象 A_1, A_2 在属性 C_1 上相比决策对象 A_1 处于优势位置, 那么决策对象 A_1 与 A_2 相比在属性 C_1 上具有 1 个优势度的位置. 用 $d_{A_1 > A_2 / C_1}$ 表示决策对象 A_1 与 A_2 相比在属性 C_1 下的优势度值, 那么属性之间的优势度值为

$$d_{A_1 > A_2 / C_1} = \begin{cases} 1, & A_1 > A_2 / C_1 \\ 0, & A_1 \cong A_2 / C_1 \\ -1, & A_2 < A_1 / C_1 \end{cases} \quad (10)$$

式中 \cong 表示等价关系; $d_{A_1 > A_2 / C_1}$ 表示决策对象 A_1 与 A_2 在属性 C_1 上相比 A_1 具有优势; $d_{A_1 > A_2 / C_1} = 0$ 表示决策对象 A_2 与 A_1 相比在属性 C_1 上处于相同的位置; $d_{A_1 > A_2 / C_1} = -1$ 时, 在属性 C_1 上决策对象 A_1 与 A_2 相比 A_2 处在优势位置.

假设 $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 为决策数据表中的决策对象, $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ 是有效属性集, $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$ 是对应有效属性的相应权重. 用 $d_{A_1 > A_2}$ 表示决策对象 A_1 与 A_2 相比的综合有效属性优势值, 则有

$$d_{A_1 > A_2} = d_{A_1 > A_2 / C_1} \omega_1 + \dots + d_{A_1 > A_2 / C_m} \omega_m \quad (11)$$

显然, 上式对决策表所有属性仍然成立.

针对决策对象 A_1 与 A_2 之间的优势度值 $d_{A_1 > A_2}$ 存在下面的法则:

法则4 $d_{A_1 > A_2} + d_{A_2 > A_1} = 0$;

法则5 $d_{A_1 > A_2} > 0 \Leftrightarrow A_1 > A_2$;

法则6 $d_{A_1 > A_2} = 0 \Leftrightarrow A_1 \cong A_2$.

当优势度值 $d_{A_1 > A_2} > 0$ 时,表示决策对象 A_1 与 A_2 相比在决策中占优势.当 $d_{A_1 > A_2} = 0$ 时,决策对象 A_1 与 A_2 相比在决策中处于相同位置.

决策表中所有决策对象两两比较构成的加权优势度矩阵 (weighted advantage degree matrix, WADM) 为

$$WADM = \begin{pmatrix} d_{A_1 > A_1} & d_{A_1 > A_2} & \cdots & d_{A_1 > A_n} \\ d_{A_2 > A_1} & d_{A_2 > A_2} & \cdots & d_{A_2 > A_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{A_n > A_1} & d_{A_n > A_2} & \cdots & d_{A_n > A_n} \end{pmatrix} \quad (12)$$

显然式 (12) 中的元素为决策表中所有决策对象之间两两比较的优势度值.

设 $WCAV_{A_k}^>$ 为决策对象 A_k 与决策表中所有决策对象相比的加权综合优势度值 (weighted combinatorial advantage values, WCAV) 则有

$$WCAV_{A_k}^> = \frac{1}{n-1} \sum_{i \neq k} d_{A_k > A_i} \quad (13)$$

然后决策者根据各个决策对象的加权综合优势度值对决策表中的决策对象进行排序并择优.

$$M^> = \begin{pmatrix} \phi & C_3 C_5 & C_3 C_5 & C_3 & C_3 \\ C_1 C_2 C_4 C_6 C_7 & \phi & C_1 C_2 C_3 C_6 & C_3 C_6 & \phi \\ C_2 C_4 C_6 C_7 & C_7 & \phi & C_7 & C_7 \\ C_1 C_2 C_4 C_5 C_6 C_7 & C_1 C_2 C_4 C_5 C_7 & C_1 C_2 C_4 C_5 & \phi & C_5 C_7 \\ C_1 C_2 C_4 C_5 C_6 C_7 & C_1 C_2 C_4 C_5 & C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 C_6 & C_1 C_2 C_3 C_6 & \phi \end{pmatrix}$$

根据 1.1 可知,比较对象 A_1, A_2 时,属性 C_3, C_5 对于对象 A_1 是优势属性,而属性 C_1, C_2, C_4, C_6, C_7 是对象 A_2 的优势属性.根据吸取法^[5, 22, 33]从辨析矩阵提取有效信息,可知 $\{C_3, C_7, C_1\}, \{C_3, C_7, C_2\}, \{C_3, C_7, C_4\}, \{C_3, C_7, C_5\}$ 是决策表 3 中的 4 个不同的有效属性组.显然,上述 4 个不同的有效属性组中均仅含有 3 个属性,而表 3 中含有 7 个属性.

1) 利用有效属性 $\{C_3, C_7, C_1\}$ 进行决策,决策对象排序结果为 $A_5 >_{0.3077} A_4 >_{0.3846} A_2 >_{0.3077} A_3 >_{0.0385} A_1$.

3 案例应用

3.1 属性值为实数的多属性决策问题

供应商选择问题^[23] 中国商用大型飞机某关键组件国际供应商选择决策问题.为了阐述本文的想法观点与方法,假设决策者需要考虑的指标为 $C = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7\}$,即质量 C_1 ,竞争力 C_2 ,价格 C_3 (百万美元),设计方案 C_4 ,交货时间 C_5 ,安全指数 C_6 ,售后服务 C_7 .若邀请 100 位专家,对所有入围供应商,在每个指标下的现状进行投票,分为赞成票与反对票两种,根据表 3 中赞成票结果做出最优选择?

表 3 100 位专家投票赞成票分布情况

Table 3 The result of "yes" from 100 experts

供应商	属性						
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
A_1	45	50	75	20	50	40	48
A_2	61	62	65	54	45	50	50
A_3	45	55	30	54	45	45	70
A_4	65	65	30	65	70	45	65
A_5	89	85	65	65	65	50	50

步骤 1 属性约简 根据式 (7) 对表 3 数据进行属性约简,可得优势关系辨析矩阵为

2) 利用有效属性 $\{C_3, C_7, C_2\}$ 进行决策,决策对象排序结果为 $A_5 >_{0.3333} A_4 >_{0.4074} A_2 >_{0.3333} A_3 >_{0.4074} A_1$.

3) 利用有效属性 $\{C_3, C_7, C_4\}$ 进行决策,决策对象排序结果为 $A_5 >_{0.28} A_3 >_{0.04} A_4 >_{0.36} A_2 >_{0.36} A_1$.

4) 利用有效属性 $\{C_3, C_7, C_5\}$ 进行决策,决策对象排序结果为 $A_5 >_{0.3077} A_4 >_{0.3846} A_1 >_{0.3077} A_3 >_{0.0385} A_2$.

显然,利用这 4 组有效属性(表 3 中含有 7 个属性,而经过属性约简后任何一有效属性组仅含有 3 个属性)中的任何一组进行决策都会得到完全相同的排序结果.

3.2 属性值为区间数的多属性决策问题

针对 3.1 中的供应商选择问题^[23]. 由于投票时间、专家知识或供应商信息不完全等各种因素影响, 邀请的 100 位专家对入围公司投票时, 在其中某些指标或某个指标上可能会选择投弃权票.

因此, 假设上述案例中的 100 位专家, 对每个入围供应商在所有指标下的投票分为赞成票、反对票、弃权票 3 种. 根据 1.2 节的阐述, 最终的赞成票数据就可能用区间数进行表示, 请根据表 4 中赞成票结果做出最优选择?

表 4 100 位专家最终赞成票可能情况分布
Table 4 The final result of “yes” from 100 experts

供应商	属性						
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇
A ₁	[50, 80]	[55, 75]	[65, 95]	[20, 70]	[50, 90]	[40, 80]	[50, 70]
A ₂	[65, 75]	[60, 85]	[60, 90]	[55, 75]	[50, 87]	[45, 70]	[50, 75]
A ₃	[70, 90]	[65, 85]	[35, 55]	[65, 80]	[45, 90]	[40, 80]	[60, 90]
A ₄	[65, 86]	[65, 80]	[35, 60]	[65, 65]	[70, 90]	[65, 90]	[65, 85]
A ₅	[71, 92]	[86, 90]	[70, 91]	[65, 65]	[65, 80]	[50, 70]	[50, 72]

针对表 4 中属性值为区间数的不确定性决策问题, 首先, 按照决策者对风险的偏好特征不同将其分为风险规避型、风险中立型、风险偏好型 3 种不同的类型, 然后针对不同类型的决策者分别决策. 根据预期理论可知, 不同类型的决策者面对具

有相同可能度的两个区间数会得到不同的优势关系, 那么利用优势关系构造的辨析矩阵就会有所不同, 从而得到不同的有效属性信息.

3.2.1 决策者为风险规避型

根据式 (4) 和 (7) 得到优势关系辨析矩阵为

$$M^> = \begin{pmatrix} \phi & C_3 C_5 C_6 & C_3 C_5 & C_3 & \phi \\ C_1 C_2 C_4 C_7 & \phi & C_3 C_5 & C_3 & C_7 \\ C_1 C_2 C_4 C_7 & C_1 C_2 C_4 C_6 C_7 & \phi & C_1 C_2 C_4 & C_4 C_7 \\ C_1 C_2 C_4 C_5 C_6 C_7 & C_1 C_2 C_4 C_5 C_6 C_7 & C_3 C_5 C_6 C_7 & \phi & C_5 C_6 C_7 \\ C & C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 C_6 & C_1 C_2 C_3 C_5 C_6 & C_1 C_2 C_3 & \phi \end{pmatrix}$$

由吸取法^[5, 22, 34]从辨析矩阵中提出有效信息, 可得 {C₃, C₇, C₁}, {C₃, C₇, C₂}, 和 {C₃, C₇, C₄} 是 3 组不同的有效属性组, 且每组有效属性均含有 3 个属性. 根据本文提出的算法, 对风险规避型决策者仅仅需要利用上述的 3 组有效属性组中的任何一组进行决策即可 (原决策表有 7 个属性).

完全相同的排序结果.

3.2.2 决策者为风险中立型

根据式 (5) 和 (7) 可得到的优势关系辨析矩阵, 由吸取法^[5, 22, 34]从辨析矩阵中提出有效信息, 可得 {C₃, C₇, C₁}, {C₃, C₇, C₂} 和 {C₃, C₇, C₄} 是 3 组不同的有效属性组, 且每一有效属性组均含有 3 个属性. 根据本文的观点, 对风险中立型决策者仅需要利用上述 3 组有效属性组进行决策. 显然, 上述 3 组有效属性组中均仅含有 3 个属性, 而原决策数据表 (表 4) 中含有 7 个属性.

1) 利用属性 {C₃, C₇, C₁} 进行决策, 决策对象排序结果为 A₅ _{0.333 3} > A₄ _{0.333 3} > A₃ _{0.333 3} > A₂ _{0.333 3} > A₁.

2) 利用属性 {C₃, C₇, C₂} 进行决策, 决策对象排序结果为 A₅ _{0.333 3} > A₄ _{0.333 3} > A₃ _{0.333 3} > A₂ _{0.333 3} > A₁.

3) 利用属性 {C₃, C₇, C₄} 进行决策, 决策对象排序结果为 A₅ _{0.310 3} > A₄ _{0.379 3} > A₃ _{0.310 3} > A₂ _{0.310 3} > A₁.

当决策者为风险规避型时, 利用上述 3 组中的任何一有效属性组进行决策, 决策者都会得到

1) 利用属性 {C₃, C₇, C₁} 进行决策, 决策对象排序结果为 A₅ _{0.379 3} > A₄ _{0.310 3} > A₃ _{0.310 3} > A₂ _{0.310 3} > A₁.

2) 利用属性 {C₃, C₇, C₂} 进行决策, 决策对象排序结果为 A₅ _{0.357 1} > A₄ _{0.357 1} > A₃ _{0.285 7} > A₂ _{0.285 7} > A₁.

3) 利用属性 {C₃, C₇, C₄} 进行决策, 决策对

象排序结果为 $A_5 > A_4 > A_3 > A_2 > A_1$.

当决策者为风险中立型时,利用上述3组中的任何一有效属性组进行决策,决策者都会得到完全相同的排序结果.

3.2.3 决策者为风险偏好型

根据式(6)和(7)得到优势关系辨析矩阵,由吸取法^[5, 22, 34]从辨析矩阵中提出有效信息,可得 $\{C_3, C_6, C_4\}$ 、 $\{C_3, C_6, C_7\}$ 是两组有效属性组.对风险偏好型决策者利用上述2组有效属性组进行决策.

1) 利用属性 $\{C_3, C_6, C_4\}$ 进行决策,决策对象的排序结果为 $A_5 > A_4 > A_1 > A_3 > A_2$.

2) 利用属性 $\{C_3, C_6, C_7\}$ 进行决策,决策对象的排序结果为 $A_4 > A_3 > A_5 > A_1 > A_2$.

当决策者是风险偏好型时,利用上述两组有效属性得到不同的最优决策对象,并不是说本文的算法对于该类型的决策者失去合理性与应用性,下面将详细地分析阐述该情形.

4 结论验证分析

本文中把利用有效属性进行决策得到的决策结果,同利用所有的属性进行决策得到的结果比较,验证本文提出算法的科学性与合理性.在本节中,针对属性赋权及信息融合,有效属性所采用的公式算法对所有的属性来说仍然成立.

4.1 属性值为实数的决策问题验证

对表3中的数据,按照式(9)及第二部分中的辨析矩阵对属性进行赋权,然后按照式(10)、(11)和(12)对表3中的数据构造决策对象优势度矩阵,由式(13)可得各个决策对象综合优势度,根据各决策对象综合优势度对决策对象进行排序为 $A_5 > A_4 > A_2 > A_3 > A_1$.

针对表3中的决策数据,本文得到完全相同的排序与择优结果,说明在该问题下对决策问题利用属性值之间的优势关系进行属性约简,提取有效信息没有任何的信息损失.

4.2 属性值为区间数的决策问题验证

4.2.1 决策者为风险规避型

对表4中的数据,按照式(9)依据3.2节中的

优势关系辨析矩阵对所有属性进行赋权,利用式(4)、(10) - (13)进行决策,可得决策对象排序

为 $A_5 > A_4 > A_3 > A_2 > A_1$.

当决策者为风险规避型时,针对表4中的数据利用属性约简前后的属性进行决策,在属性约简前后得到完全相同的排序与最优决策对象.

4.2.2 决策者为风险中立型

对决策表4中的数据,按照式(9)依据3.2节中的优势关系辨析矩阵对所有属性进行赋权,利用式(5)、(10) - (13)进行决策,可得决策对象排序为 $A_5 > A_3 > A_4 > A_2 > A_1$.

当决策者为风险中立型时,针对表4中的数据,利用属性约简前后属性进行决策得到完全相同的最优决策对象,但所得的排序结果有所不同,说明对属性值为区间数的决策问题,通过该约简算法获得的有效属性损失了部分信息.

4.2.3 决策者为风险偏好型

对表4中的数据,按照式(9)依据3.2节中的优势关系辨析矩阵对所有属性进行赋权,利用式(6)、(10) - (13)进行决策,可得决策对象排序为 $A_5 > A_3 > A_4 > A_2 > A_1$.

当决策者为风险偏好型时,针对表4中的数据,在属性约简前后得到不同的排序结果与不同的最优决策对象,说明在决策数据表4中对属性值为区间数的决策问题,通过该约简算法获得的有效属性损失了比较多的信息.

在决策中决策者对最优决策对象的关注程度远远大于对其他决策对象的排序顺序,因此只要得到相同的最优结果就说明本文所提出的决策方法是有效、科学、合理的.因为风险偏好型决策者对未来充满了冒险性,该类型决策者完全可以接受变化或不同的最优决策结果.

4.3 验证结果分析

对属性值为实数的决策问题,运用属性约简后的有效信息进行决策与利用所有信息进行决策得到完全相同的排序与择优结果.说明该算法针对属性值为实数的具有大量属性的决策问题是具有非常重要应用价值的.

本文中对属性值为区间数的决策问题,当决策者为风险规避型,得到完全相同的排序与最优

结果. 当决策者为风险中立型, 得到不同的排序结果, 但得到相同的最优结果. 当决策者为风险偏好型, 得到不同的排序与最优结果. 出现排序不同本文认为有3个方面的原因.

1) 决策对象本身不可比. 决策者无法在决策信息表中找到这样一个决策对象, 其所有的属性值比其他决策对象都处在优势位置. 当一个决策对象 A 与另一个决策对象 B 在多数属性上处于优势位置, 仅在少数属性上处于劣势位置时, 也不能完全确定决策对象 A 与决策对象 B 相比在任何环境下都处于优势位置.

2) 提取有效属性过程信息损失较大. 风险偏好型决策者具有冒险性, 获取的有效属性与原决策表反映的实际信息相比损失了较多的信息, 从而做出了不同的排序结果与最优决策对象; 决策者为风险中立型时, 谨慎态度比风险规避型决策者要差, 但比风险偏好型要强, 从而损失了较小的信息, 因此得到不同的排序结果却得到了相同的最优决策对象.

3) 决策属性之间的相互依赖关系. 本文提出的基于属性值之间优势关系提取有效属性的过程中没有考虑决策属性之间的相互依赖关系.

通过 Kahneman 与 Tversky^[28, 29] 研究预期理论的过程中实证结果可知, 绝大多数决策者属于风险规避型, 说明利用本文提出的算法, 首先提出有效属性, 然后利用有效属性进行决策与利用原决策表所有属性决策, 对于绝大多数决策者是得到相同结果的. 因此本文提出的算法对于绝大多数决策者(风险规避型、风险中立型)来说具有实用性和应用性.

参考文献:

- [1] Dyer J S, Fishburn P C, Steuer R E, et al. Multiple criteria decision making, multi-attribute utility theory: The next ten years [J]. *Management Science*, 1992, 38(5): 645 - 654.
- [2] Wallenius J, Dyer J S, Fishburn P C, et al. Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: Recent accomplishments and what lies ahead [J]. *Management Science*, 2008, 54(7): 1336 - 1349.
- [3] Mönch L, Zimmermann J, Otto P. Machine learning techniques for scheduling jobs with incompatible families and unequal ready times on parallel batch machines [J]. *Artificial Intelligence*, 2006, 19(3): 235 - 245.
- [4] Lee W C, Wu C C. Some single-machine and m-machine flow shop scheduling problems with learning considerations [J]. *Information Sciences*, 2009, 179(22): 3885 - 3892.
- [5] 张文修, 仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
Zhang Wenxiu, Qiu Guofang. *Uncertain Decision Making Based on Rough Sets* [M]. Beijing: Tsinghua University Press,

5 结束语

本文将决策者的风险偏好与属性约简算法引入到决策科学, 以含有大量决策属性的不确定性决策问题为背景进行研究, 提出先对决策者分类再进行决策的策略. 首先根据决策者不同的风险偏好特征将其归为风险偏好型、风险中立型和风险规避型3类, 然后根据决策者的风险偏好特征选择适合相应的算法, 决策结果自动匹配相应的风险偏好和决策任务求解流程.

针对具有大量属性的属性值为实数与区间数的两类决策问题, 分别对不同类型的决策者通过相应的属性约简算法提取有效属性, 利用有效属性进行决策分析; 提出基于属性值之间优势关系辨析矩阵的赋权算法; 根据决策者不同的风险偏好类型提出相应的偏好预期规则, 在此基础上, 提出基于不同类型决策者的属性值加权综合优势度值的信息融合算法, 利用加权综合优势度值对决策对象进行排序获取最优决策对象; 通过对比利用有效属性与决策表中所有属性分别进行决策的结果(决策对象排序结果与最优决策对象), 案例表明算法的科学性、有效性与合理性.

针对本文的研究背景, 拟将基于决策粗糙集原理研究对决策属性之间相互影响、相互依赖的大数据表问题, 提出新的属性约简算法; 基于属性值客观性特点, 首先对数据进行客观处理, 研究边决策边对决策者分类的决策策略; 同时研究大量的决策对象, 有限的决策属性; 大量决策对象, 大量决策属性两种情形.

2005. (in Chinese)
- [6]Miao D Q, Zhao Y, Yao Y Y, et al. Relative reducts in consistent and inconsistent decision tables of the Pawlak rough set model[J]. *Information Sciences*, 2009, 179(24): 4140 – 4150.
- [7]Pawlak Z. Rough sets[J]. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 1982, 5(11): 341 – 356.
- [8]李春好, 杜元伟. 基于双平台协调的两层群决策方法[J]. *管理科学学报*, 2011, 14(7): 8 – 20.
Li Chunhao, Du Yuanwei. Two-level group decision making approach based on coordination between double platforms[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 14(7): 8 – 20. (in Chinese)
- [9]杨青, 张亮亮, 魏立新. 宏观经济变量影响下的银行极端操作风险研究[J]. *管理科学学报*, 2012, 15(6): 82 – 96.
Yang Qing, Zhang Liangliang, Wei Lixin. Application of extreme operational risk measurement models for commercial banks based on macroeconomics factors in stock markets[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2012, 15(6): 82 – 96. (in Chinese)
- [10]杨道箭, 齐二石, 魏峰. 顾客策略行为与风险偏好下供应链利润分享[J]. *管理科学学报*, 2011, 14(12): 50 – 59.
Yang Daojian, Qi Ershi, Wei Feng. Supply chain profit sharing under strategic customer behavior and risk preference[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 14(12): 50 – 59. (in Chinese)
- [11]周春阳, 吴冲锋. 基于目标的风险度量方法[J]. *管理科学学报*, 2009, 12(6): 83 – 89.
Zhou Chunyang, Wu Chongfeng. Target-based risk measuring method[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(6): 83 – 89. (in Chinese)
- [12]Jahanshahloo G R, Lotfi H F, Izadikha M. An algorithmic method to extend TOPSIS for decision-making problems with interval data[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 175(2): 1375 – 1384.
- [13]Zhang J J, Wu D S, Olson D L. The method of grey related analysis to multiple attribute decision making problems with interval numbers[J]. *Mathematical and Compute Modelling*, 2005, 42(9): 991 – 998.
- [14]Ma J, Fan Z P, Huang L H. A subjective and objective integrated approach to determine attribute weights[J]. *European Journal of Operational Research*, 1999, 112(2): 397 – 404.
- [15]刘健, 薛利, 刘思峰, 等. 基于优势关系的多属性决策问题研究[J]. *控制与决策*, 2010, 25(7): 1079 – 1083, 1087.
Liu Jian, Xue Li, Liu Sifeng, et al. Research on multiple-attribute decision making problems based on the probability superiority index[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(7): 1079 – 1083, 1087. (in Chinese)
- [16]徐泽水. 权重信息完全未知且对方案有偏好的多属性决策法[J]. *系统工程理论与实践*, 2003, 23(12): 100 – 103.
Xu Zeshui. A method for multiple attribute decision making without weight information but with preference information on alternatives[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2003, 23(12): 100 – 103. (in Chinese)
- [17]刘健, 刘思峰. 属性值为区间数的多属性决策对象排序研究[J]. *中国管理科学*, 2010, 18(3): 90 – 94.
Liu Jian, Liu Sifeng. Research on the ranking of multiple decision object for attribute value within interval numbers[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2010, 18(3): 90 – 94. (in Chinese)
- [18]徐泽水, 达庆利. 多属性决策的组合赋权方法研究[J]. *中国管理科学*, 2002, 10(2): 84 – 86.
Xu Zeshui, Da Qingli. Study on method of combination weighting[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2002, 10(2): 84 – 86. (in Chinese)
- [19]徐泽水. 基于方案达成度和综合度的交互式多属性决策法[J]. *控制与决策*, 2002, 17(4): 435 – 438.
Xu Zeshui. Interactive method based on alternative achievement scale and alternative comprehensive scale for multi-attribute decision making problems[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(4): 435 – 438. (in Chinese)
- [20]Qian Y H, Liang J Y, Dang C Y. Interval ordered information systems[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2008, 56(8): 1994 – 2009.
- [21]Sayadi M K, Heydari M, Shahanaghi K. Extension of VIKOR method for decision making problem with interval numbers[J]. *Applied Mathematical Modeling*, 2009, 33(5): 2257 – 2262.
- [22]Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough sets theory for multi-criteria decision analysis[J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 129(1): 1 – 47.
- [23]刘健. 基于“人本服务”的决策问题算法与模型研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
Liu Jian. HCS: Study on algorithms and models of decision making problem based on human-centered services[D]. Nan-

- jing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics ,2012. (in Chinese)
- [24]徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社,2004.
Xu Zeshui. Uncertain Multiple Criteria Decision Making Methods and Applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press ,2004. (in Chinese)
- [25]Guo P J ,Tanaka H. Decision making with interval probabilities [J]. European Journal of Operational Research ,2010 ,203 (2) : 444 – 454.
- [26]Nikolaev A G ,Jacobson S H. Stochastic sequential decision-making with a random number of jobs [J]. Operations Research ,2010 ,58(4) : 1023 – 1027.
- [27]Kahneman D ,Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk [J]. Econometrica ,1979 ,47(2) : 263 – 292.
- [28]Tversky A ,Kahneman D. The framing of decisions and the psychology of choice [J]. Science ,1981 ,211(4481) : 453 – 458.
- [29]徐红利,周 晶,徐 薇. 基于累积前景理论的随机网络用户均衡模型[J]. 管理科学学报,2011,14(7) : 1 – 7, 54.
Xu Hongli ,Zhou Jing ,Xu Wei. Cumulative prospect theory-based user equilibrium model for stochastic network [J]. Journal of Management Sciences in China ,2011 ,14(7) : 1 – 7 ,54. (in Chinese)
- [30]Henderson V. Prospect theory , liquidation , and the disposition effect [J]. Management Science ,2012 ,58(2) : 445 – 460.
- [31]Allen D W ,Lueck D. Risk preferences and the economics contracts [J]. The American Economic Review ,1995 ,85(2) : 447 – 451.
- [32]Tversky A ,Fox C R. Weighing risk and uncertainty [J]. Psychological Review ,1995 ,102(2) : 269 – 283.
- [33]Guan Y Y ,Wang H K. Set-valued information systems [J]. Information Sciences ,2006 ,176(17) : 2507 – 2525.

Risk preferences and attribute reduction in decision making problems

LIU Jian^{1 2} , CHEN Jian³ , LIU Si-feng⁴ , ZHOU Xian-zhong⁵

1. School of Economics and Management ,Nanjing University of Science and Technology ,Nanjing 210094 ,China;
2. College of Information Science and Technology ,The Pennsylvania State University ,University Park ,State College 10082 ,USA;
3. School of Economics and Management ,Tsinghua University ,Beijing 100084 ,China;
4. School of Economics and Management ,Nanjing University of Aeronautics and Astronautics ,Nanjing 211106 ,China;
5. School of Management and Engineering ,Nanjing University ,Nanjing 210093 ,China

Abstract: Applying the method of risk preferences and attribute reduction to large decision tables with many attributes , respectively , a new strategy is proposed that first classifies decision makers (DMs) and then makes decisions. First ,the DMs are classified into risk-aversion , risk-neutral , and risk-appetite types , then different methods are used to find out the useful criteria corresponding to the different types of DMs , only the useful criteria are used to make decisions. Second , three new risk preference assumptions are established according to the risk preferences of the decision makers. Third , a new method based on advantageous discernibility matrix is proposed to obtain attribute weights. Then , a new method , based on weighted combinatorial advantage values (WCAV) for different risk preference decision makers , for information integration and alternative ranking is introduced. Finally , two real examples with numerical and interval value attribute values are presented to demonstrate the new method , respectively.

Key words: multi-attribute decision making; risk preferences; attribute reduction; advantage relation; discernibility matrix; obtain criteria weight