

考虑决策者风险偏好的机会约束 DEA 模型^①

查 勇¹, 宋阿丽¹, 杨宏林², 梁 樑¹

(1. 中国科学技术大学管理学院, 合肥 230026; 2. 湖南大学工商管理学院, 长沙 410082)

摘要: 机会约束 DEA 模型打破了传统 DEA 模型对决策单元投入、产出的硬性约束条件, 允许评价单元在既定的概率约束下超出前沿面, 一般从统计角度将此概率设为某个足够小的置信水平. 然而不同风险态度的决策者对评价单元具有不同的评价态度, 因此, 考虑决策者风险偏好的效率评价模型将更贴近现实. 本文以机会约束 DEA 模型为基石, 通过分析决策者感知风险与系统可测风险的相互关系, 构建了考虑决策者风险偏好的机会约束 DEA 模型, 定义了不同风险态度决策者的单元评价效率. 数值分析在验证模型的有效性和可行性的同时, 还揭示了考虑决策者风险偏好的单元效率与 CCR 效率之间的联系.

关键词: 机会约束 DEA; 感知风险; 风险偏好

中图分类号: N94 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2014)01-0011-10

0 引 言

传统 DEA 模型对决策单元有效性进行评价的基础是单元具有确定的投入和产出^[1]. 当决策单元的投入、产出项具有随机性质时, 传统 DEA 模型的适用性受到挑战. 自 Charnes 和 Cooper^[2]采用机会约束来处理 DEA 随机变量以来, 研究者们分别从不同的研究角度出发, 提出了许多研究思路. Banker^[3]在多投入、单产出生产系统中, 提出 DEA 极大似然估计法处理随机性; Cooper 等^[4-6]通过 Pareto 有效、占优策略等概念, 建立了联合机会约束 DEA 模型; Bruni 等^[7]构建了基于联合概率约束理论的随机 DEA 模型; 吴云等^[8]从网络扩张的角度构建了一类基于网络扩张的机会约束模型及算法.

然而实践生产系统在受到行业、市场环境等宏观环境影响时会呈现出不确定性^[9]的同时, 还受到诸如决策者风险态度等行为因素的影响^[10].

决策者的风险偏好不同, 所估计的生产可能集、最优生产前沿面都会存在较大的差异. 自 Charnes 等^[11]通过调整锥比率的方式构建含有偏好的 C²WH 模型开始关注决策者的个人偏好以来, 研究者们从理论和实践领域对此进行了广泛的研究^[12-15]. 然而, 从对文献的分析来看, “偏好锥”的构建主要是通过对权重的限制来实现的, 即它是通过对投入产出权重的限制来反映决策者对投入产出项的偏好. 而决策者的偏好不仅仅体现在对投入产出项上, 还体现在决策者对决策风险的态度上. 涉及决策者风险态度的风险偏好在其他领域已经有较多的研究^[16-18], 在确定型 DEA 领域, 目前鲜有针对决策者风险偏好的研究. 可能的原因在于风险的主要特征表现为不确定性, 而确定型 DEA 方法由于是建立在已知数据集的基础之上, 不一定能较好的描述风险以及风险偏好的特征. 而机会约束规划 DEA 模型具备的随机、不确定等特性与风险的特性不谋而合, 为本文考虑

① 收稿日期: 2011-11-18; 修订日期: 2013-05-28.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71371008; 71001093; 71073049; 71110107024; 71121061; 71090400; 71090401); 安徽省年度重点科研资助项目(11070203008).

作者简介: 查 勇(1977-), 男, 安徽庐江人, 博士, 讲师. Email: zhabeer@ustc.edu.cn

决策者的风险偏好提供了较好的思路和环境.

本文在机会约束 DEA 模型的研究基础之上,通过分析决策者感知风险与系统客观风险的相关关系,以考虑决策者风险偏好的感知风险模型为桥梁,构建了考虑决策者风险偏好的机会约束 DEA 模型,定义了不同风险态度决策者情况下的评价单元效率,以研究决策者风险偏好对单元效率评价的影响,同时将考虑决策者风险偏好的单元效率与传统 CCR 效率进行分析比较,研究其与传统 CCR 效率之间的联系.同时,将决策者风险偏好引入数据包络分析领域,是将行为科学研究理论与数理规划研究领域进行融合的有益的尝试.

1 研究背景

1.1 机会约束 DEA

传统 DEA 模型是根据已知的面板数据来构建前沿面,要求所有的观测值都落在前沿面上或者一边,并以前沿面为基准来衡量所有决策单元的效率.机会约束规划^[2]是在一定的概率意义下达到最优化目标的理论,即在要求大部分观测值落在前沿面一侧的同时,允许一部分的观测值超出前沿面而随机变动.以投入导向的机会约束 DEA 模型为例,基本形式为

$$\begin{aligned}
& \min \theta \\
& \text{s. t.} \\
& \text{prob}\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \leq y_{ro}\right) \leq \alpha, \quad r = 1, \dots, s \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io}, \quad i = 1, \dots, m \\
& \theta \text{ unrestricted in sign}, \quad \lambda \geq 0
\end{aligned} \tag{1}$$

模型(1)的含义为:决策者在限定各单元投入的同时,允许评价单元的产出以 α 的概率超出前沿面, α 通常设定为 0.05.

目前,机会约束 DEA 模型的解法主要有两种^[20]: 1) 将非线性的规划转化为等价的确定性线性数学规划,然后利用已有的确定型数学规划的理论去求解; 2) 对于复杂的机会约束 DEA 模型,则需要利用基于随机模拟的遗传算法来求近

似最优解^[10].

1.2 感知风险及风险偏好

Bauer^[22]从心理学研究领域延伸出感知风险的概念,目的在于研究消费者购买决策的影响因素.他从决策结果的不确定性和错误决策的严重性这两个维度定义感知风险为:消费者购买产品或者服务时所感知到的不确定性和不利后果的可能性.继 Bauer 之后,研究者分别从理论和应用角度进行了研究.在应用研究领域,如 Kim 等^[23]通过构建结构方程模型来研究消费者感知风险对网购决策的影响.在理论研究领域,Cunningham 定义将购买行为的不确定和购买结果损失的乘积作为感知风险的测量方法;Pollatsek 和 Tversky^[24]不仅提出了风险测量的公理化定义,而且给出了感知风险实值测量模型

$$R^P(A) = -\varepsilon E(A) + (1 - \varepsilon) D(A) \tag{2}$$

其中 $R^P(A)$ 为决策者的感知风险值; $E(A)$ 为事件 A 发生的期望值; $D(A)$ 为方差; ε 是决策者风险偏好指数.并且当 $\varepsilon = 0.5$ 时,决策者被认为是风险中立的, ε 值越大决策者风险规避程度越大. Luce^[25]对研究者提出的多种感知风险测量模型进行综述和评论,指出此模型具有良好的正性和单调性等性质,从一定程度上验证了此模型的有效性.同时 Jia 等^[26]从效用理论的角度出发,构建了基于效用理论的感知风险两属性模型,证明了感知风险与效用理论之间的紧密联系.

本文以 Pollatsek 和 Tversky 提出的感知风险实值测量模型为基石,通过决策者感知风险这一概念将风险偏好引入数据包络分析领域,计算不同风险偏好决策者对单元的效率评价,并将其与传统 DEA 效率进行比较,验证效率评价中存在的行为因素的影响.

2 模型描述

传统 DEA 模型的前沿面是由效率值等于 1 的单元构成,即要求全部评价单元位于前沿面以下.单元效率的评价不仅与单元的直观的投入、产出有关,还受到决策者风险偏好的影响.例如,风险偏好型决策者对系统的评价结果往往比风险规避者的结果要乐观.而传统的 DEA 模型只关注直观

的投入、产出值,往往不考虑决策者个人风险偏好对效率评价结果的影响.因此在单元投入、产出值的基础之上,同时考虑决策者风险偏好而构建的机会约束 DEA 模型对效率的解释将更加贴近生产系统的真实情况.

根据 Bauer^[22] 关于风险的定义,实际观测值超出前沿面的概率(P)与其超出前沿面的严重程度(E)的乘积作为系统可测量的客观风险值,假设 $R^O(A)$ 表示生产系统 A 具有的可测的客观风险值, $Z_r = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro}$ 代表实际产出观测项 r 偏离前沿面的距离,则系统 A 的客观风险值用公式表述如下

$$R^O(A) = P(Z_r \leq 0) \times E(Z_r) \quad (3)$$

同时不同风险偏好类型的决策者在面对相同风险事件时,所感知的风险值不同,用 $R^P(A)$ 表述.同时,当决策者感知到的决策风险已经大于客观可测量的系统风险时,这样的决策被认为是不理智的,用公式表示为

$$R^P(A) \leq R^O(A) \quad (4)$$

其中 R^O 为风险事件 A 的客观风险值, R^P 为决策者对事件 A 的感知风险值,结合模型(2)和模型(3)模型(4)转化为

$$-\varepsilon E(Z_r) + (1-\varepsilon) D(Z_r) \leq P(Z_r \leq 0) \times E(Z_r) \quad (5)$$

其中 Pollatsek 和 Tversky 将 ε 解释为决策者对收益和收益波动的关注程度,即风险偏好程度. $\varepsilon = 0.5$ 时,决策者被认为是风险中立的; ε 值越大,决策者对收益的关注越大,即认为决策者是风险规避的;反之亦然.

2.1 考虑感知风险的机会约束模型

传统的机会约束规划中,投入、产出的不确定性是通过考虑评价单元超出前沿面的概率来表示的.在风险理论中,超出前沿面的评价单元对系统而言是具有风险的,并且不同的决策者对此系统客观风险的感知程度不同,当决策者感知到的决策风险已经大于客观可测量的系统风险时,这样的决策是不理智的.基于这样的假设,构建考虑决策者风险偏好的投入导向机会约束 DEA 模型如下

$$\begin{aligned} & \min \theta \\ & \text{s. t.} \\ & R_r^P \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro} \leq 0 \right) \leq \\ & R_r^O \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro} \leq 0 \right), \quad r = 1, \dots, s \quad (6) \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io}, \quad i = 1, \dots, m \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N \end{aligned}$$

其中 R_r^O 表示第 r 种产出项的客观可测风险值; R_r^P 表示第 r 种产出项被决策者感知到的风险值.同理,构建考虑决策者风险偏好的产出导向机会约束 DEA 模型如下

$$\begin{aligned} & \max \varphi \\ & \text{s. t.} \\ & R_r^P \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - x_{io} \geq 0 \right) \leq \\ & R_r^O \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - x_{io} \geq 0 \right), \quad i = 1, \dots, m \quad (7) \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \leq \varphi y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N \end{aligned}$$

为简化推导过程,本文以投入导向的机会约束 DEA 模型展开讨论,但文章提及的建模方式、模型及其解法同样适用于以产出导向的机会约束 DEA 模型.

传统 DEA 模型通过对投入、产出的约束,要求所有评价单元处于前沿面上或者之下.传统机会约束模型则在一定概率条件下,允许评价单元超出前沿面.本文在传统机会约束建模思路基础之上,通过风险实值测量模型和决策者感知风险的研究成果,进一步将“风险”这一概念融入研究范畴,构建了模型(6),其具体含义及其与传统机会约束模型(模型(1))的区别归纳如下:

1) 模型(6)第一个约束中的公式 $\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro} \leq 0$ 定位的是超出前沿面的单元,与传统机会约束模型含义相同,与模型(1)最大的不同之处在于:公式 $R \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro} \leq 0 \right)$ 将超出前沿面的单元定义为具有风险的评价单元,结合风险领域

研究成果,进行风险测量,而模型(1)仅仅通过概率来约束超出前沿面的单元,不涉及风险及感知风险的概念;

2) 模型(6) 第一个约束不等式右边部分即:

$R_r^0(\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro} \leq 0)$,是关于决策者感知风险的测量公式,根据公式(2)可知,通过参数 ε 选择的不同,能够表述决策者对同一个系统中不同产出项具备不同的风险程度.

3) 决策制定的前提条件为:决策者的感知风险值不大于系统客观可测风险值,即模型第一个约束实际含义.

将模型(6) 的第一个约束按模型(5) 展开,得模型(8) 如下

$$\begin{aligned} \min \theta \\ \text{s. t.} \\ -\varepsilon E_r(z_r) + (1 - \varepsilon) D_r(z_r) \leq \\ P_r(z_r \leq 0) E_r(z_r), \quad r = 1, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io}, \quad i = 1, \dots, m \\ \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N \end{aligned} \tag{8}$$

其中 $z_r = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro}$ 模型(8) 转化为

$$\begin{aligned} \min \theta \\ \text{s. t.} \\ E_r(z_r) - \frac{(1 - \varepsilon)}{(P_r(z_r \leq 0) + \varepsilon)} \times \\ D_r(z_r) \geq 0, \quad r = 1, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io}, \quad i = 1, \dots, m \\ \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N \end{aligned} \tag{9}$$

通过风险实测模型和感知风险测量模型,构建了考虑决策者感知风险的机会约束模型,通过公式变换,最终通过概率、期望及方差来表述模型.因为,不论对于面板数据还是服从特定概率分布的数据而言,事件的概率、期望、方差等统计参数比较容易获得.

若 $Z_r \sim N(\mu_r, \sigma_r^2)$ 根据 Land 等^[19] 的期望、方差处理方式,即令

$$\begin{aligned} D\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro}\right) &= \left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \mu_k \mu_j \text{cov}(y_{rj}, y_{rk}) \right\}^{0.5} = \sigma \quad \text{其中 } k \in (1, \dots, N) \\ \text{cov}(y_{rj}, y_{rk}) &= 0 \quad j \neq k. \text{ 并令} \\ \mu_j &= \lambda_j, \quad j = 1, \dots, N, j \neq 0 \\ \mu_j &= (\lambda_0 - 1), \quad j = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

同时,机会约束一般令 $P\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \leq y_{ro}\right) = P_r(z_r \leq 0) \leq 0.05$. 分析知若 $P_r(z_r \leq 0)$ 取最大值时,模型(9) 有解,则 $P_r(z_r \leq 0)$ 取任何值的情况下,模型(9) 都有解,所以令 $P_r(z_r \leq 0) = 0.05$.

根据以上处理过程,模型(9) 转化为

$$\begin{aligned} \min \theta \\ \text{s. t.} \\ E_r(z_r) - \frac{(1 - \varepsilon)}{(0.05 + \varepsilon)} D_r(z_r) \geq 0, \quad r = 1, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io}, \quad i = 1, \dots, m \\ \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N \end{aligned} \tag{11}$$

基于 Land 等^[19] 对机会约束效率的分类方法,本文给出考虑决策者风险偏好的机会约束 DEA 效率定义如下:

- 1) $\theta^{Risk-A-CCP}$ 表示风险规避型决策者的机会约束 DEA 效率;
- 2) $\theta^{Risk-N-CCP}$ 表示风险中立型决策者的机会约束 DEA 效率;
- 3) $\theta^{Risk-P-CCP}$ 表示风险偏好型决策者的机会约束 DEA 效率;

针对以上三种情况,评价单元的效率类型细分如下:

- 1) 当 $\varepsilon = 0.5$ 时,即当决策者是风险中立者时:
 - A) 若 $\theta^{Risk-N-CCP} < 1$,定义 $\theta^{Risk-N-CCP}$ 为风险中立者机会约束 DEA 无效,对应的评价单元为风险中立者机会约束无效单元;
 - B) 若 $\theta^{Risk-N-CCP} = 1$,但松弛变量不完全为 0,定义 $\theta^{Risk-N-CCP}$ 为风险中立者机会约束 DEA 弱有效,对应的评价单元为风险中立者机会约束弱有效

效单元;

C) $\theta^{Risk-N-CCP} = 1$,同时松弛变量完全为 0 ,定义 $\theta^{Risk-N-CCP}$ 为风险中立者机会约束有效 ,对应的单元为风险中立者机会约束有效单元.

2) 当 $\varepsilon < 0.5$ 时 ,即当决策者是风险偏好者时:

A) $\theta^{Risk-P-CCP} < 1$,定义 $\theta^{Risk-P-CCP}$ 为风险偏好者机会约束无效 ,对应的单元为风险偏好者机会约束无效单元;

B) $\theta^{Risk-P-CCP} = 1$,但松弛变量不完全为 0 ,定义 $\theta^{Risk-P-CCP}$ 为风险偏好者机会约束弱有效 ,对应的单元为风险偏好者机会约束弱有效单元;

C) $\theta^{Risk-P-CCP} = 1$,同时松弛变量完全为 0 ,此时定义 $\theta^{Risk-P-CCP}$ 为风险偏好者机会约束有效 ,对应的单元为风险偏好者机会约束有效单元.

3) 当 $\varepsilon > 0.5$ 时 ,即当决策者是风险规避者时:

A) $\theta^{Risk-A-CCP} < 1$,定义 $\theta^{Risk-A-CCP}$ 为风险规避者机会约束无效 ,对应的单元为风险规避者机会约束无效单元;

B) $\theta^{Risk-A-CCP} = 1$,但松弛变量不完全为 0 ,定义 $\theta^{Risk-A-CCP}$ 为风险规避者机会约束弱有效 ,对应的单元为风险规避者机会约束弱有效单元;

C) $\theta^{Risk-A-CCP} = 1$,同时松弛变量完全为 0 ,此时定义 $\theta^{Risk-A-CCP}$ 为风险规避者机会约束有效 ,对应的单元为风险规避者机会约束有效单元.

2.2 算例描述

为了直观描述模型的计算过程 ,首先采用 Land 等^[19] 的算例对模型进行描述. 假设 $cov(y_{ij}, y_{rk}) = 0 \quad j \neq k$,并令 $\varepsilon = 0.5$ (风险中立); DMU 具有一种投入 ,两种产出 ,具体投入产出信息如下表所示

表 1 投入产出信息

Table 1 Information of inputs and outputs

DMU	Input	Output1	Output2
1	1	1	6
2	1	1.5	1.5
3	1	6	1

假设评价单元为 DMU#2 ,则模型(10) 可以表示为

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta \\ & \lambda_1 + 1.5\lambda_2 + 6\lambda_3 - 1.5 - 0.91 \times \\ & (\lambda_1^2 + (\lambda_2 - 1)^2 + \lambda_3^2)^{0.5} \geq 0 \\ & 6\lambda_1 + 1.5\lambda_2 + \lambda_3 - 1.5 - 0.91 \times \\ & (\lambda_1^2 + (\lambda_2 - 1)^2 + \lambda_3^2)^{0.5} \geq 0 \\ & \theta \geq \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ & \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

最优解为 $\theta_2^{Risk-N-CCP} = 0.72, \lambda_1^* = \lambda_3^* = 0.36, \lambda_2^* = 0$ 根据以上定义可知 DMU₂ 为风险中立者机会约束无效单元.

对于相同的投入产出值 ,当取 $\varepsilon = 0.347$ (风险偏好) 时 ,模型最优解为 $\theta_2^{Risk-P-CCP} = 1.0, \lambda_1^* = \lambda_3^* = 0, \lambda_2^* = 1$ 根据以上定义 ,DMU₂ 为风险偏好者机会约束有效单元. 有趣的是 ,当 $\varepsilon = 0.347$ 时 ,本模型计算结果与 Land 等^[19] 的结论完全一样. 可以认为 Land 等^[19] 模型是本文模型在 $\varepsilon = 0.347$ (决策者是风险偏好) 时的一种特殊情况. 以上两组结果证实了一种现实情况 ,即: 面对同样一组数据 ,不同风险偏好决策者会得出迥异的评价结论.

与其他机会约束 DEA 模型相比 ,本文提出的模型既可以计算同一风险类型的决策者对不同单元的效率评价 ,也可以计算不同风险类型的决策者对于同一单元的效率评价. 同时通过比较不同风险类型决策者的单元效率值 ,可以直观地揭示风险偏好与单元效率之间的相关关系.

3 数值分析

3.1 模型计算结果

本文分别计算了中国 30 所大学的传统 CCR 效率、排名 ,及考虑决策者风险偏好的机会约束效率及其排名; 通过数值分析及比较 ,直观揭示了: 1) 感知风险与效率值之间存在的相关关系; 2) 传统 CCR 效率与考虑决策者风险偏好的机会约束效率的相互关系. 中国 30 所大学投入产出数据如表 2 所示.

表 2 中国 30 所大学投入产出表

Table 2 Inputs and outputs of Chinese 30 universities

DMU: 大学	X1: 固定资产 (万元)	X2: 研究员 数量	X3: 研究生 数量	X4: 学校面积 (万平方米)	Y1: SCI 论文数	Y2: SCI 引用量	Y3: 国家奖励 数目
1	299 136	4 691	12 784	396.9	2 801	8 276	7
2	540 411.95	4 470	15 644	532.8	3 034	8 393	5
3	379 552.48	2 940	16 666	272.1	1 957	8 647	5
4	200 727	2 533	10 508	240.5	1 414	7 861	2
5	189 509	1 617	7 438	134.7	1 558	7 678	1
6	382 863.8	3 706	13 628	340.9	2 243	4 931	3
7	266 710.53	2 600	11 976	239	1 580	5 031	5
8	331 900	4 124	13 061	356.2	1 058	4 309	2
9	430 954.08	5 135	21 252	611.6	1 126	4 663	5
10	278 695	4 602	20 044	435	1 107	3 976	2
11	173 070	2 199	9 406	138	928	3 131	0
12	361 276	2 800	12 689	617.2	892	2 914	3
13	169 564	3 802	16 511	335.6	1 107	3 749	1
14	337 906.92	4 325	17 669	470	995	3 056	6
15	401 700	3 234	16 181	434.2	1 041	1 046	3
16	155 427	2 340	10 235	218	1 031	2 035	2
17	239 496.66	3 067	12 690	164.2	724	1 034	4
18	159 516	1 983	10 020	300.7	740	1 310	3
19	239 631.47	3 332	14 814	341.1	713	1 021	2
20	175 395.6	2 143	8 054	418.9	683	1 078	0
21	185 294.98	1 620	8 792	70.6	537	973	0
22	193 437.36	2 541	10 309	353.7	560	962	2
23	198 316.39	1 947	8 946	68.9	71	187	0
24	152 409.51	1 428	7 216	61.1	478	806	3
25	268 796.4	3 080	13 080	239.2	489	866	2
26	207 789.46	3 362	8 878	302.8	452	817	0
27	209 744.77	2 544	9 996	424.9	413	838	2
28	247 360	2 112	8 950	201.1	379	792	0
29	163 742	1 617	6 275	134.6	250	534	1
30	110 783.23	1 583	5 310	176.8	358	688	0

根据表 2, 利用传统 CCR 模型可以分别计算传统 CCR 效率、排名; 同时利用本文构建的模型

计算不同风险偏好决策者的机会约束 DEA 效率和排名, 具体计算结果如表 3 所示.

表 3 传统 CCR 及考虑决策者风险偏好的机会约束 DEA 效率及排名表

Table 3 Efficiencies and rankings calculated by traditional CCR and our chance constrained DEA model

DMU: 大学	CCR Stan	Rank Stan	CCP $\varepsilon = 1$	Rank $\varepsilon = 1$	CCP $\varepsilon = 0.8$	Rank $\varepsilon = 0.8$	CCP $\varepsilon = 0.5$	Rank $\varepsilon = 0.5$	CCP $\varepsilon = 0.2$	Rank $\varepsilon = 0.2$	CCP $\varepsilon = 0$	Rank $\varepsilon = 0$
1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1
2	0.931	7	0.931	7	0.945	7	0.976	8	0.993	8	0.999	8
3	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1
4	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1
5	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1
6	0.773	10	0.773	10	0.787	11	0.824	11	0.919	11	0.987	11
7	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1
8	0.408	22	0.408	22	0.417	22	0.450	24	0.596	25	0.935	24
9	0.560	16	0.560	16	0.577	16	0.633	15	0.834	15	0.973	15
10	0.443	20	0.443	20	0.444	20	0.461	22	0.632	22	0.941	22
11	0.603	14	0.603	14	0.603	14	0.604	16	0.613	24	0.931	25
12	0.561	15	0.561	15	0.588	15	0.668	14	0.884	13	0.982	13
13	0.718	12	0.718	12	0.718	12	0.719	13	0.765	19	0.962	19
14	0.818	9	0.818	9	0.850	9	0.927	9	0.979	9	0.997	9
15	0.508	17	0.508	17	0.519	17	0.575	18	0.819	18	0.971	18
16	0.716	13	0.716	13	0.716	13	0.725	12	0.904	12	0.985	12
17	0.769	11	0.769	11	0.802	10	0.893	10	0.970	10	0.995	10
18	0.875	8	0.875	8	0.920	8	0.978	7	0.994	7	0.999	7
19	0.376	23	0.376	23	0.397	23	0.468	21	0.726	20	0.956	20
20	0.442	21	0.442	21	0.442	21	0.442	25	0.502	27	0.914	27
21	0.351	26	0.351	26	0.351	27	0.367	26	0.556	26	0.929	26
22	0.472	18	0.472	18	0.503	18	0.594	17	0.841	14	0.975	14
23	0.042	30	0.042	30	0.048	30	0.120	30	0.457	28	0.913	28
24	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1	1.000	1
25	0.356	24	0.356	24	0.381	25	0.455	23	0.714	21	0.954	21
26	0.232	28	0.232	28	0.232	28	0.233	28	0.348	30	0.890	30
27	0.447	19	0.447	19	0.478	19	0.568	19	0.822	16	0.972	16
28	0.201	29	0.201	29	0.201	29	0.217	29	0.431	29	0.909	29
29	0.345	27	0.345	27	0.387	24	0.512	20	0.820	17	0.971	17
30	0.354	25	0.354	25	0.354	26	0.354	27	0.619	23	0.939	23

3.2 数值分析

1) 分析表 3 中传统 CCR 与 $\varepsilon = 1$ (风险规避) 下的机会约束 DEA 效率及排名 (第二列到第五列) 可知: 传统 CCR 模型及 $\varepsilon = 1$ 条件下机会约束 DEA 的效率及排名完全一致, CCR 模型是本文构建的考虑决策者风险偏好的机会约束 DEA 模型的一种特殊情况, 即 CCR 效率是风险规避决策者

机会约束 DEA 效率.

2) 为了更直观地了解决策者风险偏好 ε 与单元效率之间的相互关系, 图 1 以决策者风险偏好 ε 为横坐标, 单元效率值为纵坐标, 描述了任意挑选的中国 5 所大学效率值与决策者风险偏好 (ε) 之间的变化趋势. 图 2 描绘的则是中国 30 所大学效率均值与决策者风险偏好 (ε) 之间的变化趋势.

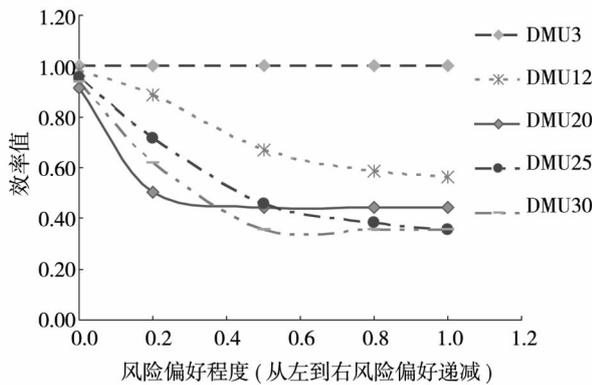


图1 5所大学效率值与决策者风险偏好趋势图

Fig. 1 Tendency chart of efficiencies and risk appetites of 5 universities

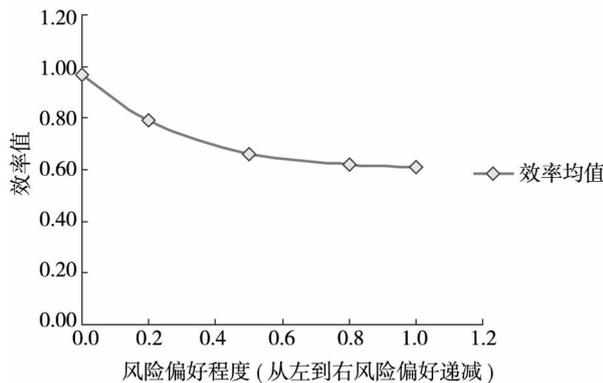


图2 中国30所大学效率均值与决策者风险偏好趋势图

Fig. 2 Tendency chart of mean efficiencies and risk appetites of Chinese 30 universities

由以上图表分析,得到如下结论:

A) 由图1及图2分析知,决策者的风险偏好是影响效率评估的因素,考虑决策者风险偏好的机会约束DEA模型更加贴近实践情况.

B) 由图1抽样分析及图2均值分析可知,决策者的风险偏好与单元效率值呈递减规律,即对同一个单元而言,风险偏好型决策者得出的单元效率值大于风险规避型决策者的效率值,有趣的是,现实情况下,风险偏好型决策者对证券、金融风险的估值大多数情况下也大于其真实值.

C) 对表3中的有效单元1、3、4、5、7、24进行分析可知,决策者的风险偏好不会影响其对有效单元的评价,图1中DMU3效率值与决策者风险偏好的趋势图证实了此结论.

D) 分析表3可知,相对于风险偏好($\epsilon < 0.5$)的决策者来说,风险规避($\epsilon > 0.5$)的决策者对单元效率评价的排名更接近CCR效率,当决策者是绝对风险规避($\epsilon = 1$)时,其效率值及单

元排名等同于CCR效率及排名.CCR效率是本模型在决策者为绝对风险规避时的一种特殊情形.

4 结束语

传统机会约束DEA模型通过设定概率的形式,允许部分观测值跑出前沿面而打破传统DEA模型的约束,但是没有考虑决策者对不同单元、不同投入、产出项的风险偏好存在不同.本文在机会约束DEA模型基础之上,以带有风险偏好的决策者感知风险模型为纽带,通过决策者感知风险与系统客观测量风险之间的相关关系,构建了考虑决策者风险偏好的机会约束DEA模型,并且定义了考虑决策者风险偏好的机会约束效率.

数值分析部分很好地展示了本模型的主要意义:

1) 揭示了CCR效率与考虑决策者风险偏好的机会约束效率之间的联系,前者是后者的一种特殊情况,即CCR效率是当决策者是绝对风险规避时机会约束效率;

2) 决策者的风险偏好与单元效率评价之间存在必然的联系,即决策者风险偏好程度越高,单元评价效率越高,反之亦然.

考虑决策者风险偏好的机会约束DEA模型将决策者个人风险偏好融入到效率评价的模型中,是行为科学领域与数据包络分析领域进行融合的有益的尝试.

最后需要说明的是,尽管本文是以投入导向的CCR模型为基准进行建模,但是文章的建模思想同样可以应用到其他形式的CCR模型中.同时,未来的研究思路包括:

1) 在不同规模收益条件下,研究决策者风险偏好对单元评价效率的影响;本文主要讨论是在CCR的基础上进行建模,这也是本文存在的不足之处.未来可以从不同的规模收益角度下,构建考虑决策者风险偏好的单元效率评价模型.

2) 研究不同风险偏好决策者对单元效率改进路径的影响及影响机制.

3) 可以尝试基于前景理论或者效用理论,构建决策者的个人风险偏好特质,将更多的行为研究融入到数据包络分析领域.

参 考 文 献:

- [1] Zha Y, Liang L. Two-stage cooperation model with input freely distributed among the stages [J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 205(2): 332 – 338.
- [2] Charnes A, Cooper W W. Chance-constrained programming [J]. *Management Science*, 1959, 6(1): 73 – 79.
- [3] Banker R D. Maximum likelihood, consistency and data envelopment analysis: A statistical foundation [J]. *Management Science*, 1993, 39(10): 1265 – 1273.
- [4] Cooper W W, Deng H, Huang Z M, et al. Chance constrained programming approaches to technical efficiencies in stochastic data envelopment analysis [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2002, 53(12): 1347 – 1356.
- [5] Cooper W W, Deng H, Huang Z M, et al. Chance constrained programming approaches to congestion in stochastic data envelopment analysis [J]. *European Journal of Operational Research*, 2004, 155(2): 487 – 501.
- [6] Cooper W W, Deng H, Huang Z M, et al. A one-model approach to congestion in data envelopment analysis [J]. *Socio-Economic Planning Sciences*, 2002, 36(4): 231 – 238.
- [7] Bruni M E, Coforti D, Beraldi P, et al. Probabilistically constrained models for efficiency and dominance in DEA [J]. *International Journal of Production Economics*, 2009, 117(1): 219 – 228.
- [8] 吴云, 林毅, 周建. 一类网络扩张的机会约束模型与算法 [J]. *管理科学学报*, 2007, 10(2): 7 – 11.
Wu Yun, Lin Yi, Zhou Jian. Chance-constrained programming model for network expansion [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2007, 10(2): 7 – 11. (in Chinese)
- [9] 方卫国, 周泓. 不确定性环境中组织结构的设计 [J]. *管理科学学报*, 2000, 3(2): 9 – 14.
Fang Weiguo, Zhou Hong. Organizational structure design under environment of uncertainty [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2000, 3(2): 9 – 14. (in Chinese)
- [10] 秦学志, 吴冲锋. 模糊随机风险偏好下的证券投资组合选择方法 [J]. *管理科学学报*, 2003, 6(4): 7 – 11.
Qin Xuezhi, Wu Chongfeng. Portfolio selection method under investor's fuzzy stochastic risk preference [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2003, 6(4): 7 – 11. (in Chinese)
- [11] Charnes A, Cooper W W, Wei Q L, et al. Cone ratio data envelopment analysis and multi-objective programming [J]. *International Journal of Systems Science*, 1989, 20(7): 1099 – 1118.
- [12] Yu G, Wei Q L, Brockett P. A generalized data envelopment analysis model [J]. *Annals of Operations Research*, 1996, 6(6): 47 – 89.
- [13] 魏权龄, 许余洁. 具有偏好锥的链式网络 DEA 模型 [J]. *数学的实践与认识*, 2010, 40(24): 228 – 240.
Wei Quanling, Xu Yujie. Chain network DEA model with preference cone [J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2010, 40(24): 228 – 240. (in Chinese)
- [14] 关忠诚, 赵二帅. 偏好 DEA 在科研机构相对效率评价中的应用 [J]. *科学学与科学技术管理*, 2008, 08: 40 – 45.
Guan Zhongcheng, Zhao Ershuai. The application of DEA with preference information on the evaluation of institutions in CAS [J]. *Science of Science and Management of S. & T.*, 2008, 08: 40 – 45. (in Chinese)
- [15] 方磊. 基于偏好 DEA 模型的应急资源优化配置 [J]. *系统工程理论与实践*, 2008, 05: 98 – 104.
Fang Lei. Resource allocation of emergency system based on the DEA model with preference information [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2008, 05: 98 – 104. (in Chinese)
- [16] 陈荣, 贾建民. 消费者选择中后悔和不确定性的作用研究 [J]. *管理科学学报*, 2005, 8(6): 19 – 26.
Chen Rong, Jia Jianmin. Study of impacts from regret and uncertainty on consumer choice [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2005, 8(6): 19 – 26. (in Chinese)
- [17] 马昆姝, 覃蓉芳, 胡培. 个人风险倾向与创业决策关系研究: 风险感知的中介作用 [J]. *预测*, 2010, 29(1): 42 – 48.
Ma Kunshu, Qin Rongfang, Hu Pei. The relationship of risk propensity and entrepreneurial decision: The mediating role of risk perception [J]. *Forecasting*, 2010, 29(1): 42 – 48. (in Chinese)

- [18] Kumbhakar S C , Tsionas E G. Estimation of production risk and risk preference function: A nonparametric approach [J]. *Annals of Operations Research* , 2010 , 176(1) : 369 – 378.
- [19] Land K C , Lovell C A K , Thore S. Chance-constrained data envelopment analysis [J]. *Managerial and Decision Economics* , 1993 , 14(6) : 541 – 554.
- [20] Liu B. Uncertain programming [J]. *Studies in Computational Intelligence* , 2010 , 300: 81 – 113.
- [21] Udhayakumar A , Charles V , Kumar M. Stochastic simulation based genetic algorithm for chance-constrained data envelopment analysis problems [J]. *Omega. The International Journal of Management Science* , 2011 , 39(4) : 387 – 397.
- [22] Bauer R A. *Consumer Behavior as Risk Taking* [M]. Cambridge: Harvard University Press , 1960.
- [23] Kim D J , Ferrin D L , Rao H R. A trust-based consumer decision-making model in electronic commerce: The role of trust , perceived risk and their antecedents [J]. *Decision Support Systems* , 2008 , 44: 544 – 564.
- [24] Pollatsek A , Tversky A. A theory of risk [J]. *Journal of Mathematical Psychology* , 1970 , 7: 540 – 553.
- [25] Luce R D. Several possible measures of risk [J]. *Theory and Decision* , 1980 , 12(3) : 217 – 228.
- [26] Jia J , Dyer J S , Butler J C. Measures of perceived risk [J]. *Management Science* , 1999 , 45(4) : 519 – 532.

Chance constrained DEA model considering decision maker's risk appetite

ZHA Yong¹ , SONG A-li¹ , YANG Hong-lin² , LIANG Liang¹

1. School of Management , University of Science and Technology of China , Hefei 230026 , China;
2. School of Business and Administration , Hunan University , Changsha 410082 , China

Abstract: A chance constrained DEA model breaks the rigid restraints of inputs and outputs on DMUs , allowing some DMUs to exceed the production frontier on the assumption of certain probability of stochastic variables (usually a sufficiently small confidence level) . Decision makers have different risk appetites towards different DMUs or inputs (outputs) , so the efficiency evaluation model considering decision maker's risk appetite will be more applicable in reality. Based on a Chance constrained DEA model , this paper analyses the relationship between the perceived risk of decision makers and the measurable systematic risk , through which the chance constrained DEA model with decision maker's risk appetite is constructed and the definitions of chance constrained DEA efficiency with decision maker's appetite are defined. The numerical analysis not only proves the validity and feasibility of our model , but also reveals the relationship between the efficiencies calculated respectively by our model and the standard CCR model.

Key words: chance constrained DEA; perceived risk; risk appetite