

# 股指期货保证金水平设置比较研究

——基于 Hill 及 VaR-x 估计法<sup>①</sup>

庞素琳<sup>1,2</sup>, 吴曼琪<sup>1,2</sup>

(1. 暨南大学公共管理学院/应急管理学院/金融工程研究所, 广州 510632;

2. 广东省公共网络安全风险评价与预警应急技术研究中心, 广州 510632)

**摘要:** 主要研究沪深 300 股指期货保证金水平的设置及违约率的确定问题. 首先运用 Hill 估计法和 VaR-x 估计法求解股指数据的全样本、左尾及右尾的尾部指数估计值, 得到保证金水平分别为 3.571 7% 和 5.334%. 再将估算得到的保证金水平与实际发生的历史价格波动进行回溯检验, 发现在违约率为 1% 的假设下, Hill 估计法和 VaR-x 估计法的保证金水平都涵盖不了 99% 的资产价格波动. 接着考虑违约率继续上升到 2%、3% 和 4% 的情形. 研究结果表明: 1) 对 Hill 估计法, 当违约率等于 3% 时, 其保证金水平可以涵盖 97% 以上的价格波动; 2) 对 VaR-x 估计法, 当违约率在 1% - 3% 时, 求得的保证金水平较为合理. 在进一步的比较研究中还发现, 由于 Hill 估计法的尾部指数在左尾和右尾之间并无显著差异, 因此不必对空头和多头设置不同的保证金水平; 但 VaR-x 估计法求得左尾的保证金水平远远低于右尾的保证金水平, 因此需要对空头和多头设置不同的保证金水平.

**关键词:** 股指期货; 保证金水平; Hill 估计法; VaR-x 估计法; 违约率

**中图分类号:** F830      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1007-9807(2014)06-0084-13

## 0 引言

2010年1月8日国务院原则上同意推出股指期货. 2010年2月20日, 中金所正式公布沪深300股指期货合约和业务规则, 并决定于2010年2月22日正式启动股指期货开户. 而在整个期货市场制度建设中, 保证金水平的合理设置是最重要的环节. 期货交易所在设置保证金水平时, 必须兼顾到市场流动性与违约发生可能性两者间此消彼涨的关系.

设置保证金水平面临着利弊权衡: 若保证金水平设置过低, 会导致交易一方拒付违约金而使交易所面临巨大的风险, 进而可能危及整个金融秩序; 若设置过高, 又会增加投资者的交易成本,

降低其参与市场的积极性, 导致股指期货的流动性水平降低. 因此, 设置适当的保证金水平是我国推出股指期货的重要前提.

在国际上, 随着极值理论开始应用于保证金水平设置的研究, Phillips 等<sup>[1]</sup>研究了不同违约率下 Hill<sup>[2]</sup>估计法的涵盖率, 并求得 Hill 估计法适用的违约率. Kearns 和 Pagan<sup>[3]</sup>通过实证发现, 在非参数方法中 Hill 估计式有最好的估计特性. Booth 等<sup>[4]</sup>应用极值理论研究芬兰股票指数期货价格变动超过预设的保证金水平的机率, 研究结果显示极值法所估计的超过理论保证金水平与实际的概率分布十分接近. Longin<sup>[5]</sup>以极值理论为基础发展了一个估计期货保证金的参数方法, 并应用到在 COMEX 交易的白银期货契约保证金水

<sup>①</sup> 收稿日期: 2010-06-12; 修订日期: 2012-10-30.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71173089); 广东省科技计划资助项目(2010A032000002; 2012B091000155); 广东省高校高层次人才资助项目; 暨南大学创新能力建设资助项目.

作者简介: 庞素琳(1963—), 女, 广西柳州人, 教授, 博士生导师. Email: pangsulun@163.com

平的估计,研究结果发现正态分布比极值法会严重低估保证金水平。此外,Cotter<sup>[6]</sup>应用极值理论的Hill估计式研究在欧洲交易所挂牌的数个主要股价指数期货的保证金水平,发现这些股价指数期货保证金水平的设置是充分的。然而必须针对持有不同指数期货合约的多空头寸设置不同的保证金水平,以反映多空双方承受的不同风险程度。Paul等<sup>[7]</sup>研究了政府干预市场的套利效率对指数期货的影响。Shanker和Balakrishnan<sup>[8]</sup>建立了一个最优保证金水平模型,用来为期货交易所进行保证金结算以及资产和价格限制,该模型能实现以最小的成本代价进行公司结算以及从结算公司的违约中获得保护。Chou,Lin和Yu<sup>[9]</sup>的实证结果表明,当指数水平低于7000,保证金、现货价格限制和期货价格限制的最小成本组合分别是7%、6%和6%。当指数水平介于7000和9000之间,有效期货合约的组合分别是6.5%、5%和6%。Yang,Yan和Peng<sup>[10]</sup>利用香港恒生股票指数期货数据以及EWMA模型、ARMA-EGARCH模型和EVT(extreme value theory)对香港市场进行实证研究,该研究在一定程度上为CSI300股指期货在理论和实证上提供了保证金的设置方法。Kao和Lin<sup>[11]</sup>通过对基于极值理论(EVT)的Hill估计法进行改进,提出VaR- $\alpha$ 模型,用来研究初始保证金和维持保证金的设置方法。Byström<sup>[12]</sup>也讨论了如何利用极值理论对保证金进行设置。

关于股指期货的讨论和研究是国内近年来研究热点,但对设置保证金水平的定量研究的相关文献非常少。施红梅和施东晖<sup>[13]</sup>对我国指数期货的开设提出了模式设计和运作构想,认为保证金的设置一般应以涵盖一日内价格波动风险的95%来计算,鉴于我国股票市场价格波动较大,试办股指期货交易时,其保证金比率拟设置为10%—20%。徐国祥和吴泽智<sup>[14]</sup>在保证金制度其他方面既定和无套利假定下,用极值理论研究股指期货的保证金水平,并与风险价格系数、EWMA、RiskMetrics等其他估算方法进行实证对比;叶五一和缪柏其<sup>[15]</sup>应用改进的Hill估计法计算了上证指数、恒生指数、道琼斯指数、纳斯达克指数的VaR值。李晓渝等<sup>[16]</sup>在极值理论广义帕累托分布(GPD)下,研究了上证以180指数为标的的股指期货的保证金水平,建议以GPD下的损失期

望值作为保证金水平的依据,且可以考虑区分不同头寸设置不同的保证金水平。董志英和陈良均<sup>[17]</sup>利用极值理论对与期货市场风险大小密切相关的价格波动进行分析,推导出在一定置信度 $p$ 下保证金水平的表达式;杨海珍<sup>[18]</sup>使用EWMA、ARMA-EGARCH和极值理论三种方法实证研究香港恒生股指期货跨期套利保证金水平的设置的合理性,实证结果表明ARMA-EGARCH模型方法最优。韩德宗等<sup>[19]</sup>基于极值理论,应用EGARCH模型,对沪铜、郑州硬麦和大连大豆的连续期货合约的报酬率序列做了动态保证金设定的实证研究,结果表明设定的谨慎动态保证金能够对期货价格极端波动下的实时风险进行有效的控制。宋曦<sup>[20]</sup>运用滚动时间窗的样本外预测和具有Bootstrap特性的SPA检验法,得到已实现波动率模型和扩展随机波动模型预测精度较高,GARCH预测能力最弱。叶峰等<sup>[22]</sup>用ESTAR模型对香港恒生指数期货进行了实证研究,结论是股票现货没有卖空机制使套利成本较大,抑制了套利行为,导致期货合约实际价格呈现非线性,在股票现货没有卖空机制的市场条件下,单向套利的机会要比成熟的市场更多。

本文在文献[14]的基础上,运用非参数Hill估计法和VaR- $\alpha$ 估计法对股指期货保证金水平的设置进行研究。在研究方法上,先采用文献[14]中对决定尾部收益率观测值个数 $m$ 的 $A$ 、 $B$ (其中 $A$ 、 $B$ 是参数,分别用来确定左右尾的观测值)的取值方法分别取值。为求得保证金水平,又先在违约率为1%的假设下,分别对全样本、左尾和右尾的一般特征进行分析,求得相应的 $m$ 值以及相应的保证金水平,然后对所得结果进行回溯检验。在回溯检验中发现,在违约率为1%的假设下,相应的保证金水平涵盖不了99%的价格波动,为此本文进一步研究当违约率2%、3%和4%时保证金水平的涵盖率,并最终求得Hill估计法适用的违约率为3%,涵盖了97%的资产价格波动,最终的保证金水平为3.5717%。VaR- $\alpha$ 估计法适用的违约率在1%—3%内,求得的保证金水平较为合理,最终的保证金水平为5.334%。本文还对两种方法在股指期货保证金水平的设置上进行比较研究。

# 1 改进 Hill 估计法及 VaR-x 估计法

## 1.1 改进的 Hill 估计法

一般的 Hill 估计法是将样本的指数收益率取绝对值并按降序排列得到金融资产日收益率  $\{r_i\}$  然后利用最大的  $m$  个次序统计量计算出尾部指数  $\tau$  的一阶矩估计值,计算公式如下

$$\tau = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\ln r_i - \ln r_m) \tag{1}$$

其中  $m$  为尾部收益率个数,  $r_i$  和  $r_m$  分别是金融资产第  $i$  天和第  $m$  天的收盘价. 该估计值的计算非常简单,但其重大缺陷就是尾部指数  $\tau$  的估计值依赖于  $m$  的正确选取. 因此对  $m$  值的合理性选取非常关键.

在此,对 Hill 估计法的改进算法如下<sup>[14]</sup>:

1) 对样本的指数收益率取绝对值,并按降序排列得到序列  $\{r_i\}$ ;

2) 计算  $m_1 = [n^A]$  及  $m_2 = [n^B]$  的值; 其中  $[\cdot]$  表示高斯符号  $n$  为样本数,  $A, B$  分别为左右尾参数,用来确定左右尾的观测值.

3) 将  $m_1, m_2$  分别代入公式

$$\tau_j = \frac{1}{m_j} \sum_{i=1}^{m_j} (\ln r_i - \ln r_{m_j}) \quad (j = 1, 2) \tag{2}$$

可求得  $\tau_1$  和  $\tau_2$ ;

4) 计算参数  $\lambda$

$$\lambda = \left| \frac{\tau_2}{\sqrt{2} \left[ \frac{n}{m_1} \right] (\tau_1 - \tau_2)} \right|^{\frac{2}{3}} \tag{3}$$

5) 计算尾部收益率观测值个数  $m$

$$m = [\lambda n^{2/3}] \tag{4}$$

6) 将式(4)中求得的  $m$  值代入式(2)即可求得尾部指数参数  $\tau$  的值

7) 最后用以下公式

$$M_{\text{Hill}} = R(m) \left[ \frac{m}{n \times p} \right]^\tau \tag{5}$$

可求得保证金水平  $M_{\text{Hill}}$ , 其中  $R(m)$  表示第  $m$  个指数收益率,  $P$  为违约率.

## 1.2 VaR-x 估计法

经典的 VaR (Value at Risk) 方法是衡量金融市场风险的标准,也是期货交易所制定保证金水平最重要的依据. 早期关于期货保证金的 VaR 模型都是基于正态分布假设的,但 Longin<sup>[5]</sup> 等人的

研究表明: 由于金融序列存在“厚尾”现象,正态分布假设下的保证金模型不够谨慎,往往容易低估保证金水平.

Huisman、Koedijk 和 Pownall<sup>[26]</sup> 认为运用 Hill 方法估计尾部指数时,需要大样本量才可获得精确的估计,而不适用于小样本情况. Huisman 等<sup>[26]</sup> 对 Hill<sup>[2]</sup> 的估计方法进行了一定的改进,提出 VaR-x 法. 该方法令收益率服从  $t$  分布,并运用极值理论去估计分布的尾部指数. 运用 VaR-x 法时,在得到  $t$  分布自由度的估计后,可求得  $t$  分布的尾部概率分布. Huisman 等<sup>[26]</sup> 建议尾部指数  $m$  为观测值总数的二分之一,再令回归方程的截距项  $\beta_0$  为定义的尾部指数的最合适估计值,得到该值后,就可以估算保证金水平.

在此, VaR-x 算法如下<sup>[26]</sup>:

1) 对样本的指数收益率取绝对值,并按降序排列得到序列  $\{r_i\}$ ;

2) 计算尾部收益率观测值个数  $m$

$$m = \left[ \frac{n}{2} \right] \tag{6}$$

3) 利用下式,得到  $(\tau, m)$  序列

$$\tau(m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\ln R_i - \ln R_{m+1}) \tag{7}$$

4) 回归估计以得到修正的尾部指数估计指数  $\tau$

$$\tau(m) = \beta_0 + \beta_1 m + \varepsilon, \quad m = 1, 2, \dots, n/2 \tag{8}$$

5) VaR-x 法下保证金水平的估计为

$$M_{\text{VaR-x}} = \sigma t^* \sqrt{1 - 2\tau} + \mu \tag{9}$$

其中  $\sigma$  为金融序列收益率分布的标准差;  $t^*$  为一定违约概率下自由度为  $\frac{1}{\beta_0}$  的  $t$  值;  $\mu$  为收益率分布的平均值.

## 2 样本数据描述性分析

目前,国际上对违约率的确定还没有统一的标准和计算方法,本文是根据巴塞尔资本协议中委员会建议的券商的信用评级来衡量,得到的违约率为 1% 比较适合,此时保证金水平可以涵盖 99% 的价格波动. 此外,宋曦<sup>[20]</sup> 的研究表明,用股指现货价格代替股指期货价格,隐含了不考虑交易成本情况下的无套利假定,因此期货价格波

动等于标的指数波动. 为此, 本文采用标的指数收益率来代替股指期货收益率进行研究, 本文认为在目前国内基准利率波动不大的情况下, 这种研究方法是恰当的.

### 2.1 样本选择及数据来源

沪深 300 指数覆盖了沪深市场 70% 左右的市值, 具有良好的市场代表性和可投资性. 因此, 本文采集的第一组数据是来自沪深 300 股指和仿真期指的 100 个交易日的数据, 时间跨度为 2006 年 1 月 5 日至 2006 年 6 月 13 日. 股票指数的日收益率采用指数收益率计算, 即  $R_i = \ln(P_i - P_{i-1})$  ( $i = 1, 2, \dots, 100$ ). 图 1 给出了沪深 300 股票指数 100 个交易日收益率曲线图, 图 2 给出了沪深 300 仿真期指 100 个交易日收益率曲线图.

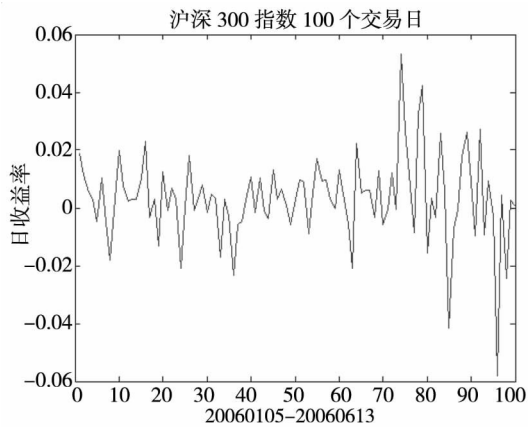


图 1 沪深 300 股票指数 100 个交易日收益率曲线图

Fig. 1 The daily yield curve of 100 bargain days on Shanghai and Shenzhen 300 stock indexes

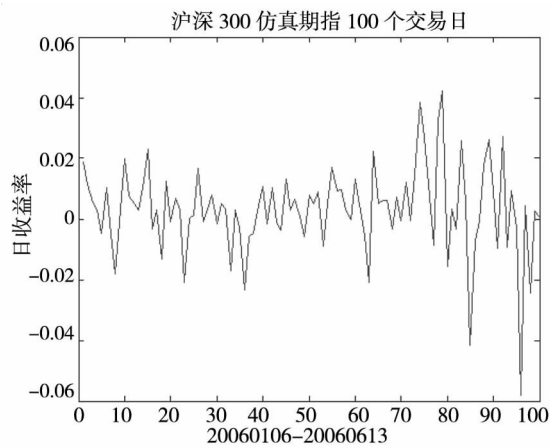


图 2 沪深 300 仿真期指 100 个交易日收益率曲线图

Fig. 2 The daily yield curve of 100 bargain days on Shanghai and Shenzhen 300 simulated index futures

经对图 1 和图 2 进行比较, 易知沪深 300 股指收益率与沪深 300 仿真期指收益率在相同的时间区域的曲线趋势图基本一致. 为了更直观, 在图 3 中给出了沪深 300 股指收益率与沪深 300 仿真期指收益率. 很显然, 沪深 300 股指与仿真期指收益率的拟合程度很高, 故在进行沪深 300 期指分析时, 可以采用其股指数据进行分析. 为了分析结果更可靠, 在使用沪深 300 股指数据进行分析时, 将加大样本量进行分析. 于是, 采集的第二组数据样本是沪深 300 股指数据从 2005 年 1 月 5 日到 2006 年 12 月 29 日共 482 个有效全样本. 所有数据均取自清华金融数据库 (<http://thfd.sem.tsinghua.edu.cn>). 图 4 给出了沪深 300 股指 482 个数据日收益率曲线图.

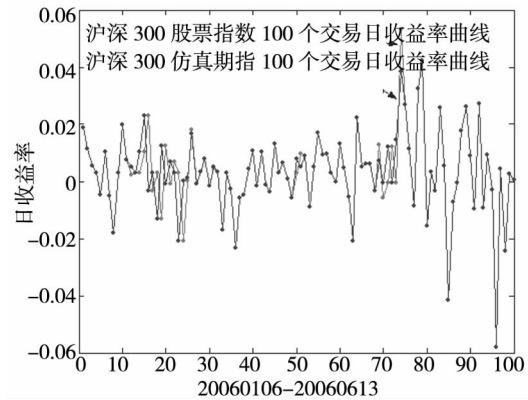


图 3 沪深 300 股票指数与 300 仿真期指 100 个交易日收益率曲线比较图

Fig. 3 Comparison of the daily yield curves of 100 bargain days on both 300 stock indexes and 300 simulated index futures of Shanghai-Shenzhen

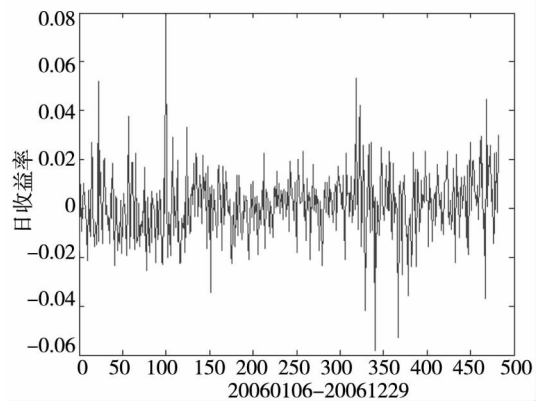


图 4 沪深 300 股指 482 个数据日收益率曲线图

Fig. 4 The daily yield curve of 482 data on Shanghai and Shenzhen 300 stock indexes

## 2.2 一般描述性分析

对 482 个全样本进行统计计算结果的一般描

## 2.2.1 全样本的描述性分析

述性见表 1.

表 1 全样本的一般描述性统计结果表

Table 1 The general descriptive statistical results with the whole sample

		指数收益率	Valid N( listwise)
N	Statistic	482	482
Minimum	Statistic	- 0.058 051	
Maximum	Statistic	0.078 628	
Mean	Statistic	0.001 480	
Std. Deviation	Statistic	0.013 907	
Skewness	Statistic	0.290	
	Std. Error	0.111	
Kurtosis	Statistic	3.315	
	Std. Error	0.222	

由表 1 可知,全样本的有效样本数为 482 个,指数收益率最小值( Minimum) = - 0.058 051,最大值( Maximum) = 0.078 628. 均值( Mean) = 0.001 480 > 0,说明多头市场要占优势. 偏度( Skewness) = 0.290 > 0,说明正偏差大( 右偏),即频数最大的值比均值小,极值大于均值. 又由于峰度( Kurtosis) = 3.315 > 0,说明该样

本分布要比正态分布陡峭,存在尖峰,反映出股市存在暴跌暴涨现象,符合一般的金融时间序列的特征.

## 2.2.2 尾部的描述性分析

定义指数收益率小于 0 为左尾( 空头),大于 0 为右尾( 多头),对全样本进行区分并给出左、右尾的一般性统计描述的结果见表 2.

表 2 左尾的一般描述性统计结果表

Table 2 The general descriptive statistical results with a left tail

		指数收益率	Valid N( listwise)
N	Statistic	208	208
Range	Statistic	0.058 045	
Minimum	Statistic	- 0.058 051	
Maximum	Statistic	- 0.000 006	
Mean	Statistic	- 0.010 080	
Std. Deviation	Statistic	0.008 939	
Skewness	Statistic	- 1.925	
	Std. Error	0.169	
Kurtosis	Statistic	6.209	
	Std. Error	0.336	

由表 2 可知,左尾的有效样本数为 208 个,指数收益率最小值 = - 0.058 051,最大值 = - 0.000 006. 均值小于 0,说明空头市场要占优势.

偏度 = - 1.925 < 0,说明负偏差大(左偏). 又由于峰度 = 6.209 > 0,说明左尾分布要比正态分布陡,存在尖峰.

表 3 右尾的一般描述性统计结果表

Table 3 The general descriptive statistical results with a right tail

		指数收益率	Valid N( listwise)
N	Statistic	270	270
Range	Statistic	0.078 595	
Minimum	Statistic	0.000 033	
Maximum	Statistic	0.078 628	
Mean	Statistic	0.010 408	
Std. Deviation	Statistic	0.010 049	
Skewness	Statistic	2.325	
	Std. Error	0.148	
Kurtosis	Statistic	9.432	
	Std. Error	0.295	

由表 3 可知,右尾的有效样本数为 270 个,指数收益率最小值 = 0.000 033,最大值 = 0.078 628. 均值大于 0,说明多头市场要占优势. 偏度 = 2.325 > 0,说明正偏差大(右偏). 又由于峰度 = 9.432 > 0,说明右尾分布要比正态分布陡,存在尖峰.

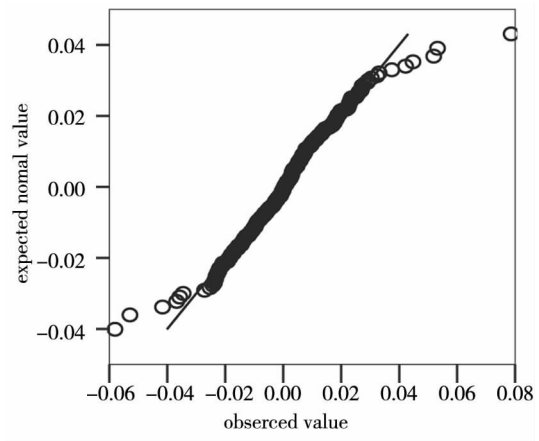


图 5 指数收益率的 Q-Q 图

Fig. 5 The Q-Q graph of index return

由表 2 和表 3 可得: 两个尾部的指数收益率的偏度都不为 0,即都不是对称分布;而且左尾是左偏,右尾是右偏,说明左尾下跌的可能性大,右尾则是上涨的可能性大.

另一方面,右尾的峰度及标准差都较之左尾高,说明右尾比左尾存在更大的风险,可能需要根据不同交易头寸设定不同的保证金率,以反映参与股指期货交易的多空双方所面临的不同风险水平.

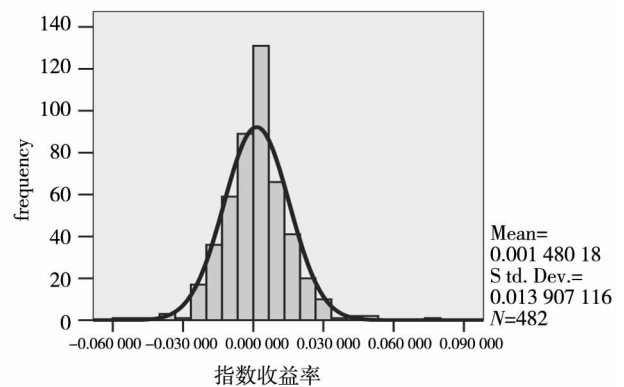


图 6 沪深 300 样本直方图与正态分布拟合图

Fig. 6 CSI 300 sample histogram with the normal distribution fitting figure

### 2.2.3 正态性检验

为了评估日收益率是否服从正态分布假设,可以采用专门用于评估正态性假设的图形,即 Q-Q 图. 当各点离一条直线很近时,可以认为是服从正态分布,反之则不是. 给出日收益率的 Q-Q 图如图 5 所示.

从图 5 可以看到,虽然大部分数据分布在直线上,但是仍存在不少离群值,这是因为样本有尖峰性质.为了进一步刻画尖峰的程度,画出样本直方图与正态分布拟合的对比图,如图 6 所示.可以看到明显的尖峰特征且陡缓程度很高,鉴于样本量已经足够大(482 个),表明收益率的时间序列并不服从正态分布.下面采用极值理论及非参数 Hill 估计方法来估算尾部指数,然后再求出保证金水平.

### 3 改进 Hill 估计法指数期货保证金水平设置分析

#### 3.1 统计量 V 检验

Loretan 和 Phillips<sup>[25]</sup> 提出的统计量  $V$  可以检验左尾和右尾的尾部指数是否相同,如果相同,则可以对多头和空头采用相同的保证金水平;反之,则应对不同部位设置不同的保证金水平.  $V$  统计

量公式如下<sup>[14,25]</sup>

$$V = (\tau_1 - \tau_2)^2 / \sqrt{\frac{\tau_1^2}{m_1} + \frac{\tau_2^2}{m_2}} \quad (10)$$

其中  $\tau_1, \tau_2, m_1, m_2$  如 1.1 节所给的公式计算.

#### 3.2 尾部指数及保证金水平的估算

文献[25]利用极值理论对确定尾部收益数目  $m_1$  和  $m_2$ ,相应取左尾参数  $A$  和右尾参数  $B$  的估计区间为:  $0.5 \leq A \leq 0.65; 0.8 \leq B \leq 0.95$ .文献[14]在文献[25]的基础上,对全国统一 300 指数 1 073 个数据样本,求得当左尾参数为  $A = 0.6$  和右尾参数为  $B = 0.9$  时,在违约率为 1% 的假设下相应的保证金水平最高为 4.794 9%,能涵盖 99% 的资产价格波动.本文在文献[14]的基础上,假定左尾参数为  $A = 0.6$  和右尾参数为  $B = 0.9$ ,对沪深 300 指数 482 个数据样本,求 Hill 估计法适合的违约率和相应的保证金水平.

下面根据 1.1 节给出 Hill 估计法的改进算法思想,求出尾部收益数目  $m$  及相应的保证金水平.具体求解结果如表 4 所示.

表 4 Hill 估计法估算尾部指数及保证金水平结果表

Table 4 Hill estimation method to estimate the tail index and margin levels results

假定违约率为 1%	全样本	左尾(空头)	右尾(多头)
样本数	482	208	270
$m_1$	40	24	28
$m_2$	259	121	154
$\tau_1$	0.285 534	0.201 914	0.234 449
$\tau_2$	0.734 947	0.709 591	0.794 693
$\lambda$	0.210 189	0.248 053	0.231 585
$m$	12	8	9
$\tau$	0.255 954	0.013 775	0.346 155
保证金水平	3.571 7%	2.713 9%	3.231 7%
统计量 $V$		3.366 9	4.030 7

由表 4 可知,全样本、左尾及右尾的尾部观察值  $m$  分别为 12、8、9;尾部指数估计值分别为 0.255 954、0.013 775、0.346 155,尾部指数均大于 0;保证金水平分别为 3.571 7%、2.713 9%、3.231 7%.即在假定违约率为 1% 下,由 Hill 估计法求得最终保证金水平为 3.571 7%.

另外,由于全样本的保证金水平比左尾、右尾要高,右尾的保证金水平比左尾高;由左、右尾的

统计量  $V$  检验得到:在显著性水平为 0.05 下,尾部指数在左尾和右尾之间并无显著差异,因此不必对空头和多头设置不同的保证金水平,这和文献[14]对全国统一 300 指数进行实证分析时得到的结论是一样的.

至于该保证金水平设置在违约率为 1% 的假定下设置是否得当,需要进一步对其进行回溯检验.

3.3 回溯检验

回溯检验是将统计方法估算的保证金水平和实际发生的历史价格波动(即指数收益率绝对值)进行对比,得到指数收益率溢出保证金水平的个数,从而以检验保证金水平能否涵盖既定概率下的市场波动.根据这个定义,计算得到回溯检验的结果见表 5.

表 5 Hill 估计法回溯检验结果( $P = 0.01$ )

Table 5 Hill estimation method to back test results ( $P = 0.01$ )

假定违约率为 1%	全样本	左尾(空头)	右尾(多头)
溢出交易日数目	7	8	8
溢出率	2%	3%	3%
涵盖率	98%	97%	97%
是否符合该违约率	否	否	否

表 6 Hill 估计法不同违约率的回溯检验比较

Table 6 Hill estimation method defaults back-test was used to compare

违约率 $P$	全样本			左尾(空头)			右尾(多头)		
	2%	3%	4%	2%	3%	4%	2%	3%	4%
守约率 $1 - P$	98%	97%	96%	98%	97%	96%	98%	97%	96%
涵盖率	98%	98%	0	97%	97%	0	97%	97%	0
保证金水平	3.571 7%	3.571 7%	0	2.713 9%	2.713 9%	0	3.231 7%	3.231 7%	0
是否符合	是	是	否	否	是	否	否	是	否

由表 6 知,1) 当  $P$  取 4% 时,全样本、左尾及右尾的保证金水平都为 0,这是不合实际的,所以  $P$  不可能取 4%.这也说明了对违约率较高的股指期货,用 Hill 估计法可能求解不出相应的保证金水平.2) 当违约率  $P$  取 2% 和 3% 时,用 Hill 估计法所求出的全样本、左尾及右尾的保证金水平分别都是一样的,即溢出比例和涵盖水平不变.但当  $P$  取 2% 时,由于相应的保证金水平不能涵盖 98% 的资产价格波动,所以违约率  $P$  也不能取 2%.而当  $P$  取 3% 时,该保证金水平刚好能涵盖 97% 的资产价格波动,所以本文求得沪深 300 指数的 Hill 估计法适合的违约率为 3%.

文献 [14] 对 2000—2004 年全国统一 300 指数共 1 073 个数据样本,在文献 [25] 的基础上,求得左尾参数  $A = 0.6$  和右尾参数  $B = 0.9$  时,在违约率为 1% 的假定下相应的保证金水平可以涵盖

结果发现,该保证金水平涵盖不了 99% 的价格波动,在违约率为 0.01 的假定下,该保证金水平是偏低的.因此,进一步考虑违约率继续上升的情形,为此有必要对不同违约率进行回溯检验比较.当违约率  $P$  分别取 2%、3% 和 4% 时,为了更为直观,用守约率  $(1 - P)$  跟涵盖率进行比较,得到不同违约率的回溯检验比较结果见表 6.

99% 的资产价格波动,相应的保证金水平为 4.794 9%.本文是对 2005—2006 年沪深 300 指数 482 个数据样本,在文献 [14] 的基础上同样取左尾参数  $A = 0.6$  和右尾参数  $B = 0.9$  时,求得 Hill 估计法适合的违约率为 3%,此时相应的保证金水平能涵盖 97% 的资产价格波动,相应的保证金水平为 3.571 7%.

通过比较本文的研究结果与文献 [14] 的研究结果知:当利用极值理论和 Hill 估计法研究保证金水平时,1) 与数据来源有很大的关系;2) 在较低的违约率下,保证金水平并非是越高越好,需要进一步检验是否符合实际,需要根据实际数据情况求出 Hill 估计法适合的违约率;3) 较低的违约率相应的保证金水平较高,较高的违约率相应的保证金水平较低.因此,随着违约率的上升,相应的保证金水平将会下降.



## 4 VaR-x 估计法求解保证金水平

### 4.1 尾部指数及保证金水平的估算

表 7 VaR-x 估计法估算尾部指数及保证金水平

Table 7 VaR-x estimated method to estimate the tail index and margin levels

假定违约率为 1%	全样本	左尾(空头)	右尾(多头)
样本数	1 279	545	734
$m$	640	273	367
$\tau$	0.088 28	0.069 297	0.100 295
自由度 $\frac{1}{\beta_0}$	11	14	10
标准差	0.021 242	0.016 357	0.013 110
均值	0.000 948	0.016 977	0.014 257
$t^*$	2.718 1	2.624 5	2.763 8
保证金水平	0.053 342	0.022 868	0.046 654

由表 7 可知,全样本、左尾及右尾的尾部观察值  $m$  分别为 640、273、367; 尾部指数估计值分别为 0.088 28、0.069 297、0.100 295; 自由度分别为 11、14、10. 在假定违约率为 1% 下,对照  $t$  分布分位数表查得自由度的  $t$  值分别为 2.718 1、2.624 5、2.763 8. 全样本的保证金水平为 5.334% 左尾的保证金水平为 2.287%,右尾的保证金水平为 4.665%. 即在假定违约率为 1%,由 VaR-x 估计法求得最终保证金水平为 5.334%.

表 8 VaR-x 法回溯检验结果( $P = 0.01$ )

Table 8 VaR-x method back test results ( $P = 0.01$ )

假定违约率为 1%	全样本	左尾(空头)	右尾(多头)
交易天数	1 279	545	734
溢出交易日数目	32	144	20
溢出率	2.50%	26.42%	2.72%
涵盖率	97.50%	73.58%	97.28%
是否符合该违约率	否	否	否

结果发现,该保证金水平涵盖不了 99% 的价格波动,在违约率为 0.01 的假定下,该保证金水平是偏低的. 因此,进一步考虑违约率继续上升的情形,为此有必要对不同违约率进行回溯

本节把全样本增加到 1 279 个,其中左尾(空头) 545 个,右尾(多头) 734 个,然后利用 2.2 节 VaR-x 估计法的算法思想,求出尾部收益数目  $m$  及相应的保证金水平. 具体求解结果如表 7 所示.

与 Hill 估计法一样, VaR-x 估计法求得的尾部指数  $\tau$  也大于 0,说明该收益率序列服从 Frechet 分布.

由结果可见,求得左尾的保证金水平远远低于右尾的保证金水平. 可能需要对空头和多头设置不同的保证金水平.

### 4.2 回溯检验

同 Hill 估计法相同,计算得到 VaR-x 法回溯检验的结果见表 8.

检验比较. 当违约率  $P$  分别取 2%、3% 和 4% 时,为了更为直观,用守约率  $(1 - P)$  跟涵盖率进行比较,得到不同违约率的回溯检验比较结果见表 9.

表 9 VaR-x 法不同违约率回溯检验比较

Table 9 VaR-x method defaults back test comparison

	违约率 $P$	守约率 $1 - P$	涵盖率	保证金水平
全样本	2%	98%	95.23%	4.583%
	3%	97%	94.45%	4.337%
	4%	96%	90.62%	3.557%
左尾	2%	98%	64.95%	1.739%
	3%	97%	61.90%	1.559%
	4%	96%	42.20%	0.976%
右尾	2%	98%	95.91%	4.191%
	3%	97%	95.37%	4.038%
	4%	96%	93.46%	3.550%

由表 9 可以看到, 1) 当  $P$  取 2%、3%、4% 时, 都能求解出相应的全样本、左尾及右尾的保证金水平. 说明 VaR-x 算法的通用性较好. 由公式 (10) 也可知只要尾部指数  $\tau$  的值小于 0.5, 便可以求解出任一违约率水平的保证金水平; 2) 当  $P$  取 2%、3%、4% 时, 求得的保证金水平仍涵盖不了对应的价格波动, 说明用 VaR-x 算法得到的保证金水平是偏低的; 3) 对左尾来说, 当违约率进一步上升时, 保证金水平的涵盖率下降得比全样本和右尾更快. 当  $P$  取 2%、3%、4% 时, 相应的涵盖率仅有 64.95%、61.90%、42.20%, 结果不甚满意; 4) 对右尾来说, 这个保证金水平是较合适的. 当  $P$  取 2%、3%、4% 时, 相对于全样本和左尾, 求得的涵盖率都能较好地涵盖相应的价格波动.

由表 8 和表 9 还得知, 1) 虽然当  $P$  取 1%、2%、3%、4% 时, 求得全样本的保证金水平都涵盖不了相应的价格波动. 但当  $P$  取 1%、2%、3%

时, 求得的涵盖率还是很接近守约率, 两者相差在 2.5% 内; 当  $P$  取 4% 时, 两者相差 5.5%. 说明 VaR-x 法适合的违约率为 3% 以内, 在这个范围内, 求得的保证金水平是较为合适的; 2) 该方法适合求解右尾的保证金水平, 即多头行情中, 更适合采用 VaR-x 法. 当违约率进一步上升时, 求得的保证金水平都能较好地涵盖相应的价格波动. 而对于空头行情, VaR-x 法求得的保证金水平过低, 涵盖效果不甚理想, 不适合求解空头行情; 3) 随着违约率的上升, 求得的全样本、左尾及右尾的保证金水平会降低, 是连续下降.

## 5 Hill 估计法与 VaR-x 估计法实证结果比较

将 Hill 估计法与 VaR-x 估计法求得的重要结果列成对比表格, 如表 10 所示.

表 10 Hill 估计法与 VaR-x 估计法结果对比

Table 10 Hill estimation method VaR-x estimation method results contrast

样本总数	估计法	保证金水平	溢出次数	涵盖率	适合违约率
全样本(482)	Hill 估计法	3.5717%	22	98%	$p = 3\%$
全样本(1279)	VaR-x 估计法	5.334%	32	97.50%	$p \leq 3\%$
空头(208)	Hill 估计法	2.7139%	9	97%	$p = 3\%$
空头(545)	VaR-x 估计法	2.287%	144	73.58%	无
多头(270)	Hill 估计法	3.2317%	10	97%	$p = 3\%$
多头(734)	VaR-x 估计法	4.665%	20	97.28%	$p \leq 3\%$

综合表6、表9、表10分析可得到以下结论:

1) Hill估计法和VaR- $\alpha$ 估计法求得的全样本保证金水平都略低,但在违约率 $p \leq 3\%$ 时都能比较好地涵盖相应的价格波动.其中Hill估计法在违约率 $p = 3\%$ 时,求得的全样本保证金水平是最合理的;而VaR- $\alpha$ 估计法不能完全涵盖价格波动,在 $p = 1\%$ 时,全样本、左尾和右尾求得的保证金水平都比Hill估计法低,说明该方法在违约率较低的市场行情中不如Hill估计法好.

2) Hill估计法求得的保证金水平是分段下降的,即在可解范围内的适合区间和下降区间内,求得相应的全样本、左尾及右尾的保证金水平是稳定的,故其对应的涵盖率也相同;而VaR- $\alpha$ 估计法求得的保证金水平是随着违约率的升高而连续下降.故随着违约率的上升,两种方法求得的涵盖率都会降低,容易低估违约率较高的市场环境下的保证金水平.

3) 比较空头和多头的求解结果可以发现, Hill估计法求得的涵盖率在左右尾之间相差不大,都在98%附近;而VaR- $\alpha$ 法求得的涵盖率在空头和多头出现较大差异.其中空头求得的涵盖率很低,涵盖率只有73.58%;而多头求得的涵盖率能很好地涵盖相应的价格波动.这说明该方法更适合求解多头行情下的保证金水平.

4) 由于Hill估计法的尾部指数在左尾和右尾之间并无显著差异,因此不必对空头和多头设置不同的保证金水平;但VaR- $\alpha$ 估计法求得左尾的保证金水平远远低于右尾的保证金水平,因此可能需要对空头和多头设置不同的保证金水平,这要视具体情况而定.

## 6 结束语

本文首先选取沪深300指数2005年1月5日至2006年12月29日共482个交易日的日收益率数据(指数收益率),运用极值理论和非参数Hill估计法 $t$ 对股指期货保证金水平设置进行研究.先在违约率为1%的假设下,分别对全样本、左尾和右尾的一般特征进行分析,求得相应的尾部收益数目分别为12、8、9以及相应的保证金水平分别为3.571 7%、2.713 9%、3.231 7%,然后对所得结果进行回溯检验.在回溯检验中发现,在违约

率为1%的假设下,相应的保证金水平涵盖不了99%的价格波动,为此本文进一步研究当违约率分别上升至2%、3%和4%时保证金水平的涵盖率,并最终求得Hill估计法适用的违约率为3%,涵盖了97%的资产价格波动.相应的保证金水平为3.571 7%.本文还得到这样的结论:在较低的违约率下相应的保证金水平较高,在较高的违约率下相应的保证金水平较低.因此,随着违约率的上升,相应的保证金水平将会下降.

其次,本文把全样本增加到1 279个,再利用VaR- $\alpha$ 估计法的算法思想,求出尾部收益数目及相应的保证金水平.研究表明,当违约率取2%~4%时,都能求解出相应的全样本、左尾及右尾的保证金水平,但求得的保证金水平涵盖不了对应的价格波动.这说明用VaR- $\alpha$ 算法得到的保证金水平是偏低的.而当 $P$ 取1%、2%、3%、4%时,求得全样本的保证金水平都涵盖不了相应的价格波动.但当 $P$ 取1%、2%、3%时,求得的涵盖率还是很接近守约率,两者相差在2.5%内;当 $P$ 取4%时,两者相差5.5%.说明VaR- $\alpha$ 法适合的违约率为3%以内.在这个范围内,求得的保证金水平是较为合适的.

通过本文的研究还发现,由于Hill估计法的尾部指数在左尾和右尾之间并无显著差异,因此不必对空头和多头设置不同的保证金水平;但VaR- $\alpha$ 估计法求得左尾的保证金水平远远低于右尾的保证金水平,因此需要对空头和多头设置不同的保证金水平.

目前正在开展以下两个扩展问题的研究:

1) 对本文采用的数据样本,利用极值理论确定左右尾收益数目参数的估计区间,然后研究相应的违约率和保证金水平.

2) 通过对空头和多头设置不同的保证金水平,分别研究在Hill估计法下空头和多头适合的违约率.

通过本文研究还发现Hill估计法和VaR- $\alpha$ 估计法在研究保证金水平仍存在一些局限,比如对不同的数据来源,即使在相同的违约率下,求得的保证金水平仍有不同,相应保证金水平涵盖的资产价格波动也不同.其次,这两种方法都需要大量数据以得到较精确的尾部指数估计才能研究资产价格波动涵盖水平,而且随着违约率的上升,Hill估计法相应的保证金水平将会下降.

## 参考文献:

- [1]Phillips B ,McFarland W ,McMahon C. Robust tests of forward exchange market efficiency with empirical evidence from the 1920s[J]. *Journal of Applied Econometrics* ,1996 ,11: 1 - 22.
- [2]Hill M. A simple general approach to inference about the tail of a distribution [J]. *Annals of Statistics* ,1975 ,3: 1163 - 1174.
- [3]Kearns P ,Pagan A. Estimating the density tail index for financial time series [J]. *The Review of Economics and Statistics*. 1997 ,79: 171 - 175.
- [4]Booth G ,Broussard J ,Martikainen P ,et al. Prudent margin levels in the finish stock index futures market [J]. *Management Science* ,1997 ,43: 1177 - 1188.
- [5]Longin F. Optimal margin levels in futures markets: Extreme price movements [J]. *Journal of Futures Markets* ,1999 ,19: 127 - 152.
- [6]Cotter J. Margin exceedences for European stock index futures using extreme value theory [J]. *Journal of Banking and Finance* ,2001 ,25: 1475 - 1502.
- [7]Paul D ,Joseph K. Discretionary government intervention and the mispricing of index futures [J]. *The Journal of Futures Markets* ,2003 ,23: 519 - 1189.
- [8]Shanker L ,Balakrishnan N. Optimal clearing margin , capital and price limits for futures clearinghouses [J]. *Journal of Banking & Finance* ,2005 ,29( 7) : 1611 - 1630.
- [9]Chou P ,Lin M ,Yu M. Margins and price limits in Taiwan's stock index futures market [J]. *Emerging Markets Finance and Trade* ,2006 ,42( 1) : 62 - 88.
- [10]Yang H ,Yan H ,Peng N. Comparative empirical study on the margin setting of stock index futures calendar spread trading [J]. *Lecture Notes in Computer Science* ,2008 ,4977: 30 - 41.
- [11]Kao T ,Lin C. Setting margin levels in futures markets: An extreme value method [J]. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* ,2010 ,11( 3) : 1704 - 1713.
- [12]Byström H. Margin setting in credit derivatives clearing houses [J]. *The Journal of Fixed Income* ,2010 ,19( 4) : 37 - 43.
- [13]施红梅,施东晖. 股票指数期货: 模式设计和运作构想 [J]. *证券市场导报* ,2000 ,1: 4 - 15.  
Shi Hongmei ,Shi Donghui. Stock index futures: Pattern design and concept of operations [J]. *Securities Market Herald* ,2000 ,1: 4 - 15. ( in Chinese)
- [14]徐国祥,吴泽智. 我国指数期货保证金水平设定方法及其实证研究——极值理论的应用 [J]. *财经研究* ,2004 ,30( 11) : 63 - 74.  
Xu Guoxiang ,Wu Zezhi. The method to set margin levels of index futures and its empirical study: The application of EVT [J]. *The Study of Finance and Economics* ,2004 ,30( 11) : 63 - 74. ( in Chinese)
- [15]叶五一,缪柏其. 应用改进 Hill 估计计算在险价值 [J]. *中国科学院研究生院学报* ,2004 ,3: 305 - 309.  
Ye Wuyi ,Miao Baiqi. Using the improved Hill estimator model to evaluate VaR [J]. *Journal of the Graduate School of the Chinese Academy of Sciences* ,2004 ,3: 305 - 309. ( in Chinese)
- [16]李晓渝,宋 曦,潘席龙. 基于极值理论方法的中国股指期货保证金设定的实证研究 [J]. *统计与信息论坛* ,2006 ,21( 4) : 42 - 47.  
Li Xiaoyu ,Song Xi ,Pan Xilong. Empirical research on stock index futures' margin setting of China based on the method of extreme value theory [J]. *Statistics & Information Forum* ,2006 ,21( 4) : 42 - 47. ( in Chinese)
- [17]董志英,陈良均. 极值理论在期货保证金水平设置中的应用 [J]. *电子科技大学学报* ,2007 ,1: 480 - 481.  
Dong Zhiying ,Chen Liangjun. Application of extreme value theory to futures margin levels setting [J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China* ,2007 ,1: 480 - 481. ( in Chinese)
- [18]杨海珍. 股指期货跨期套利交易保证金设置方法的比较 [J]. *系统工程理论与实践* ,2008 ,8: 132 - 138.  
Yang Haizhen. Comparative empirical study on the margin setting of stock index futures calendar spread trading [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice* ,2008 ,8: 132 - 138. ( in Chinese)
- [19]韩德宗,王兴锋,楼迎军. 期货价格极端波动下谨慎动态保证金水平的设定——基于极值理论的实证研究 [J]. *管理学报* ,2009 ,1: 62 - 69.

- Han Dezong , Wang Xingfeng , Lou Yingjun. Setting up of prudent dynamic margin under extreme volatility of futures price: An empirical research using extreme value theory [J]. Chinese Journal of Management , 2009 , 1: 62 – 69. ( in Chinese)
- [20] 宋 曦. 我国股指期货保证金设置研究——基于极值理论和 Copula 方法 [D]. 成都: 西南财经大学, 2006.
- Song Yi. China's stock index futures , margin settings research: Based on extreme value theory and method of Copula [D]. Chengdu: Southwestern University of Finance and Economics , 2006. ( in Chinese)
- [21] 魏 宇. 沪深 300 股指期货的波动率预测模型研究 [J]. 管理科学学报 , 2010 , 13( 2) : 66 – 76.
- Wei Yu. Volatility forecasting models for CSI300 index futures [J]. Journal of Management Sciences in China , 2010 , 13( 2) : 66 – 76. ( in Chinese)
- [22] 叶 峰, 张 强, 唐国兴. 股指期货价格非线性均值回复特性实证研究 [J]. 管理科学学报 , 2003 , 6( 5) : 40 – 45.
- Ye Feng , Zhang Tao , Tang Guoxing. Empirical study of nonlinear mean-reversion characteristic of stock-index futures [J]. Journal of Management Sciences in China , 2003 , 6( 5) : 40 – 45. ( in Chinese)
- [23] Jansen D , Vries C. On the frequency of large stock returns: Putting booms and busts into perspective [J]. The Review of Economics and Statistics , 1991 , 73: 18 – 24.
- [24] Danielsson J , Vries C. Tail index and quantile estimation with very high frequency data [J]. Journal of Empirical Finance , 1997 , 4: 241 – 257.
- [25] Loretan M , Phillips B. Testing the covariance stationary of heavy-tailed time series [J]. Journal of Empirical Finance , 1994 , 1: 211 – 248.
- [26] Huisman R , Koudijs K , Pownall R. VaR- $\alpha$ : Fat tails in financial risk management [J]. Journal of Risk , 1998 , 1( 1) : 47 – 61.

## Margin level setting of stock index futures based on hill estimation and VaR- $\alpha$ estimation

PANG Su-lin<sup>1,2</sup> , WU Man-qi<sup>1,2</sup>

1. School of Public Administration/School of Emergency Management/Institute of Finance Engineering , Jinan University , Guangzhou 510632 , China;
2. Guangdong Emergency Technology Research Center of Risk Evaluation and Prewarning on Public Network Security , Guangzhou 510632 , China

**Abstract:** The article mainly researches the setting of the margin levels of Shanghai and Shenzhen 300 stock index futures and the determination of the default rate. Firstly , it applies the methods of both Hill estimation and VaR- $\alpha$  estimation to solve the estimated values of the tailing exponential of the full-samples , the left-tail and the right-tail , and finds the margin levels are 3.571 7% and 5.334% respectively. Secondly , it makes a backtracking test by comparing the estimated values of the margin levels with the actual historic pricing volatility and discovers that the margin levels derived from neither Hill estimation nor VaR- $\alpha$  estimation can cover 99% of the asset pricing volatilities under the assumption that the default rate is 1% . Then it considers the default rate being 2% , 3% and 4% respectively. The results show: ( 1) . when the default rate equals 3% , the margin level derived from Hill estimation can cover more than 97% of the pricing volatilities; when the default rate is within 1% – 3% , the margin level derived from VaR- $\alpha$  estimation is reasonable. There is no significant difference between the left-tail and the right-tail of the tailing exponential got by the Hill estimation. Therefore , it does not need to set different margin levels for short positions and the long positions. But according to VaR- $\alpha$  estimation , the margin level of left-tail is significantly lower than the margin level of right-tail , so different margin levels are needed for short positions and the long positions.

**Key words:** stock index futures; margin levels; Hill estimation; VaR- $\alpha$  estimation; default rate