随机产出与需求下二级供应链协调合同研究①

赵　霞[1]，吴方卫[2]，蔡　荣[1]
(1. 南京财经大学粮食安全与战略研究中心，南京 210003；2. 上海财经大学财经研究所，上海 200433)

摘要： 研究了由单供应商和单生产商组成、二者产出均为随机且生产商面对随机需求的二级供应链的协调问题，决策变量为供应商的农资投入数量(I)和生产商的原料采购数量(R)．针对随机比例产出情形，证明了集中决策下的供应链期望利润为 I 和 R 的凹函数．阐释了分散决策下收益共享合同不能协调供应链，并提出能协调供应链的收益和产出风险共享合同．该合同是在收益共享基础上以缺货补偿和余货补偿的形式共担原料产出不确定性风险．理论分析和数值算例说明了合同协调的有效性．算例分析还发现，该合同下生产商期望利润对产出和需求不确定性程度的变化比供应商更为敏感．

关键词： 供应链；协调；随机产出；随机需求
中图分类号： F273.7；F324　**文献标识码：** A　**文章编号：** 1007－9807(2014)08－0034－14

0　引　言

供应链是由多个独立成员组成的广义的价值链；由于供应链中的各个成员是独立运转的，各有目标，为最大化整个供应链的利润，需要建立协调机制集成这些企业．供应链合同(契约)机制是协调中最常用的手段，合同机制是指通过制定合适的约束信息与激励机制来保证交易顺利进行，同时优化绩效，明确各自权利与责任关系的相关文件及条款．供应链合同可以达到两个主要目标[1]：1)增加供应链的总利润，使其接近于集中决策(即渠道协调)所产生的利润；2)供应链成员共同分担风险．

近年来，不确定性环境下供应链协调问题成为了研究热点．其中大量研究关注需求的不确定性，而假设产出是确定的，如文献[2－5]．事实上，除需求不确定性外，供应商产出随机是不确定性的重要方面．比如：在半导体和电子制造业中，由于产品本身的制造过程和工艺特性，某些电子产品的有效产量是随机的[6]；在化工行业和农业种植领域，最终的产出量存在一定的随机性[7]．在随机产出下供应链协调研究方面，文献[7]研究了加法性和乘法性随机产出下以生产商为主导的供应商——生产商两级供应链契约协调问题，建立了批发价契约、批发价加缺货惩罚契约、批发价加剩余原材料收购惩罚、批发价加剩余原材料收购加缺货惩罚 4 种契约下的 Stackelberg 协调博弈模型．分析发现对乘法型随机产出，四种契约能使供应链完全协调．然而文献[7]设定情景中需求是确定的，如果产出和需求均随机，其契约可否协调供应链还有待进一步分析．马士华等[8]提出基于风险共享的合同用于协调由多供应商和单制造商组成的两级供应链，但该文也设定需求是确定的．实际中有时产出和需求均为随机，Gurnani 等[9]较早地研究了产出和需求均为随机的装配系统中供应链管理问题，针对两个独立供应商产出部件随机的情形建立了生产商最优订购数量决策的数学模型．此后，Gurnani 等[10]给出了基于供应商缺货惩罚和最差供应惩罚的合同用于协调两个独立供应商产出随机和生产商面对随机需求的二级供应链．Güler 和

① 收稿日期：2012－04－05；修订日期：2013－11－29．
基金项目：国家自然科学基金资助项目(71373116；71203088；71203086)；教育部人文社会科学研究青年基金资助项目(11YJC790297)；江苏省教育厅 2012 年度高校哲学社会科学研究基金资助项目(2012SJB790021)；江苏高校优势学科建设工程资助项目．
作者简介：赵　霞(1980—)，女，江苏泰兴人，博士，讲师．Email：xia.zhao@njue.edu.cn

Bilgiç[10]针对多供应商产出随机和单制造商面临随机需求的装配供应链，发现单一收益共享合同无法协调所研究的供应链，并提出了可协调供应链的两种合同: 收益共享、回购和最差供应惩罚混合合同以及修正的收益共享和回购混合合同. 文献[11]分析了供应不确定和需求随机情况下实现二级供应链协调的最优订购量和退货价格，以及销售商的风险规避态度对于订购量的影响. He 等[12]分析了回购合同对供应商产出随机、制造商产出确定和零售商面对随机需求的三级供应链的协调作用，尽管文献[12]所研究的为三级供应链，但与前述文献[8 – 11]中一样只有在单个供应环节和单个需求环节考虑了随机因素. 赵霞等[13]研究了生产商产出随机和零售商面对价格敏感的随机需求下的农产品供应链协调问题，供应链中也包含二个随机环节，决策变量为农资投入数量和零售商销售价格; 针对均匀分布随机产出因子和均匀分布随机需求因子，文献[3]证明了在不同的需求价格弹性下收益共享合同可以协调供应链. 文献[4]在文献[3]基础上，对任意分布随机产出因子和随机需求因子，给出了供应链可被收益共享合同协调的条件.

与前述研究不同，本文以食品工业供应链为背景，研究了供应商和生产商产出均为随机，且生产商面对随机需求这一包含二个随机产出环节的供应链协调问题. 据笔者所知，迄今尚鲜有涉及含两个或以上随机产出环节的供应链协调的研究. 本文与文献[3 – 14]除所研究供应链中包含的随机产出环节数不同外，决策变量为供应商的农资投入数量和生产商的原料采购数量也不同; 另外不同的是，本文在任意分布的随机产出和随机需求下分析和证明了收益共享合同不能协调所研究的供应链，并提出新的收益和产出风险共享合同来协调供应链，在该合同下通过缺货补偿和余货补偿的形式共担供应商产出不确定性风险. 本文从理论上证明了收益和产出风险共享合同可协调所研究的供应链，并通过数值算例验证了理论分析的正确性.

1　模型描述与建立

1.1　问题描述

本文所考虑的供应链为由 1 个供应商和 1 个生产商组成的两级供应链; 其独特之处在于，供应商和生产商产出均为随机. 与所研究的供应链对应的典型行业为以农产品为原料的食品工业. 例如，供应商为农户、农户合作社或农业生产基地，生产商为食品加工企业. 由于受天气、病虫害等不确定性因素的影响，在投入一定农资情况下，供应商(农户) 产出随机，采用常用的随机比例产出模型[6,10,12]来描述供应商的随机产出. 生产商则因随机因素影响制造成品的工艺过程导致质量波动，给定原料下产出特定档次的产品数量也为随机变量，比如给定一定数量的苹果，产出的浓缩果汁数量是随机变量; 生产商随机产出也采用随机比例产出模型来描述.

所研究的供应链协调问题的事件序列如下: 生产商产出随机且面对随机市场需求(D) ，在已知需求分布函数形式和特征参数情况下决定原料采购量(R) . 根据特定合同约定，供应商依据原料农产品订购数量 R 决定农资投入数(I) . 在需求实现前，供应商投入农资 I，并将产出的 Y 单位农产品出售给生产商. 由于供应商产出随机，若 Y 小于 R，则生产商从现货市场采购部分原料(采购价格 C_p 高于供应商生产的农产品的出售价格) . 生产商投入 R 单位原料，产出 Q 单位成品. 需求实现，生产商出售产品，生产商和供应商的利润均得以实现. 图1 表示所研究的供应链.

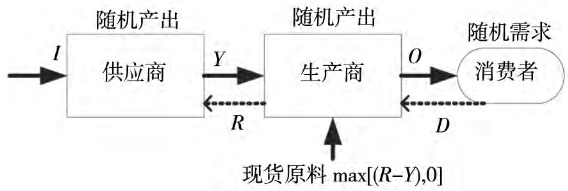

图1　产出随机和需求随机下的二级供应链结构图

Fig. 1 Structure of two-stage supply chain under random yield and demand

1.2　符号说明和模型假设

本文所研究的两级供应链涉及的有关符号和变量说明如下.

与供应商相关

Y— 供应商产出原料农产品数量，$Y = uI$;

I— 供应商农资投入数量(决策变量) ;

U— 供应商产出因子，为定义在区间[A，B]上的随机变量，$0 < A < B \leqslant 1$;

$g(u)$ —u 的概率密度函数，$g(u) > 0$;

$G(u)$ —u 的累积概率分布函数;

μ_1— 产出随机因子 u 的均值;

c_s— 供应商就单位农资的生产成本;

h_s— 未售出原料农产品的单位残值;

s_s— 供应商单位缺货损失;

ω— 供应商单位农产品出售批发价;

Π_s— 分散决策下供应商的利润函数.

与生产商相关

Q— 生产商产出成品数量 $Q = vR$;

R— 生产商原料订购数量(决策变量);

v— 生产商产出因子,为定义在区间 $[J,K]$ 上的随机变量,$0 < J < K \leqslant 1$;

$h(v)$—v 的概率密度函数,$h(v) > 0$;

$H(v)$—v 的累积概率分布函数;

μ_2— 产出随机因子 v 的均值;

c_m— 生产商单位原料的生产成本;

P— 成品零售价格,外生变量;

s_m— 生产商单位缺货损失;

h_m— 生产商未售出产品的单位残值;

c_p— 市场上现货原料价格,$c_p > \omega$;

D— 随机市场需求量;

$f(x)$—D 的概率密度函数;

$F(x)$—D 的累积概率分布函数;

μ_d— 随机需求 D 的均值;

Π_m— 分散决策下生产商的利润函数.

公共符号和变量

T— 生产商对供应商的转移支付;

Ω— 生产商和供应商之间的交易合同;

Π_c— 整个供应链的利润函数;

α_i— 合同 Ω 中第 i 个关键参数;

$\mathrm{E}(\cdot)$— 表示取数学期望;

$[\ ]^+$— 其含义为 $[z]^+ = \max(z,0)$;

$\langle I^c, R^c \rangle$— 集中决策时最大化整个供应链的期望利润的决策变量对;

I^s— 分散决策时最大化供应商期望利润的决策变量;

R^m— 分散决策时最大化生产商期望利润的决策变量;

z— 原料产出投入比 $z = R/I$;

z^*— 最优原料产出投入比 $z^* = R/I^s$.

本文在建立供应链协调问题模型的过程中引入了下列假设:

1) 只考虑单供应商和单生产商在单个销售期的协调问题;

2) 该系统中,供应商与生产商信息对称;

3) 供应链各成员是理性的和风险中性的;

4) 整个供应链中出售的产品是单一的;

5) 不失一般性,在忽略随机因素情况下,设供应商单位农资产出单位农产品,生产商单位原料产出单位成品;

6) 设供应商单位缺货损失大于单位残值即,$h_s < s_s$;且供应商单位剩余农产品的残值低于单位生产成本,$h_s < c_s$,保证供应商不能通过过量生产获取利润.

1.3　供应链协调模型

一般而言在供应链分散决策下,独立成员之间是通过交易合同建立联系,并且特定的合同与特定的转移支付相关联. 若生产商和供应商之间的合同为,$\Omega = \{\alpha_i\}$,$i = 1,2,\cdots,n$,其中 n 表示合同中关键参数的个数,从而可将转移支付表示为合同参数的函数 $T = f(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)$.

根据前述模型假设,考虑到生产商对供应商的转移支付 T,分散决策下供应商的利润函数如下

$$\Pi_s(I) = T - c_s I + h_s[uI - R]^+ - s_s[R - uI]^+ \tag{1}$$

式中,右边第 1 项为供应商出售原料农产品获得的转移支付收益,第 2 项为供应商生产成本,第 3 项为未售出产品的残值收益,最后一项为缺货损失(成本).

分散决策下生产商的利润函数如下

$$\Pi_m(R) = p\min(vR,D) - c_m R - T - c_p[R - uI]^+ + h_m[vR - D]^+ - s_m[D - vR]^+ \tag{2}$$

式中,右边第 1 项为生产商出售成品获得的收益,第 2 项为生产商生产成本,第 3 项为转移支付成本,第 4 项为现货市场原料采购成本,第 5 项为未售出成品的残值收益,最后一项为产出品少于需求导致的缺货损失(成本).

以上考虑的是分散决策的情形,在供应链成员为共属于同一利益主体的集中决策时,将式(1)和式(2)相加可得整个供应链的利润函数如下

$$\Pi_c(I,R) = p\min(vR,D) + h_m[vR - D]^+ - s_m[D - vR]^+ - c_m R - c_p[R - uI]^+ + h_s[uI - R]^+ - s_s[R - uI]^+ - c_s I \tag{3}$$

式中,右边第 1 项为生产商出售成品获得的收益,

第 2 项为未售出成品的残值收益，第 3 项为产出品少于需求导致的缺货损失（成本），第 4 项为生产商生产成本，第 5 项为现货原料采购成本，第 6 项为未售出原料农产品的残值收益，第 7 项为原料缺货损失（成本），最后一项为供应商生产成本.

设集中决策时最大化整个供应链期望利润的决策变量对为 $(I^c, R^c) = \arg\max \mathrm{E}[\Pi_c(I,R)]$，集中决策时生产商和供应商的期望利润分别记为 $\mathrm{E}[\Pi_m^c]$ 和 $\mathrm{E}[\Pi_s^c]$. 在分散决策时，令 $I^s = \arg\max \mathrm{E}[\Pi_s(I)]$ 和 $R^m = \arg\max \mathrm{E}[\Pi_m(R)]$. 则可将基于合同的供应链协调问题表述为

$$\max_{\Omega=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n\}} \Pi_c(\Omega, I^c, R^c) \tag{4}$$

$$\text{s.t.}\quad I^c = I^s \tag{5}$$

$$R^c = R^m \tag{6}$$

$$\max \mathrm{E}[\Pi_s(I^s)] < \mathrm{E}[\Pi_s^c],\quad \exists \Omega = \{\alpha_k\},\ k = 1,2,\cdots,n \tag{7}$$

$$\max \mathrm{E}[\Pi_m(R^m)] < \mathrm{E}[\Pi_m^c],\quad \exists \Omega = \{\alpha_k\},\ k = 1,2,\cdots,n \tag{8}$$

以上模型含义为在供应链协调时，式（4）保证整个供应链的期望利润最大；式（5）和式（6）保证最大化供应商期望利润的决策变量 I^s 和最大化生产商期望利润的决策变量 R^m，应使得整个供应链的期望利润最大；式（7）含义是应存在合同 $\Omega = \{\alpha_k\}$ 使得协调时供应商获取的期望利润大于分散决策时供应商的最大期望利润，式（8）意为 $\Omega = \{\alpha_k\}$ 应使得生产商获取的期望利润大于分散决策时生产商的最大期望利润；式（7）和式（8）也是协调合同被执行的条件. 如果上述模型存在有效解，则存在可协调供应链的合同，模型求解的任务就是构建合适的合同. 由供应链协调含义可知，供应链能协调的前提条件是 $\mathrm{E}(\Pi_s)$、$\mathrm{E}(\Pi_m)$ 和 $\mathrm{E}(\Pi_c)$ 存在唯一最大值，即要求 $\mathrm{E}(\Pi_s)$、$\mathrm{E}(\Pi_m)$ 和 $\mathrm{E}(\Pi_c)$ 是关于各自决策变量的凹函数. 为求解该模型，下面首先分析集中决策下 $\langle I^c, R^c\rangle$ 是否存在且唯一.

2　集中和分散决策下供应链成员的最优决策分析

2.1　集中决策下供应链成员的最优决策分析

在供应链成员为共属于同一利益主体的集中决策时，目标是最大化整个供应链的利润. 对式（3）取数学期望可得（详细过程见附录 A）

$$\mathrm{E}(\Pi_c) = (p - h_m + s_m)S(R) + (c_p - h_s + s_s)S(I,R) - (c_m + s_s + c_p - h_m\mu_2)R - (c_s - h_s\mu_1)I - s_m\mu_d \tag{9}$$

其中

$$S(I,R) = \mathrm{E}[\min(uI,R)] = R - I\int_A^{R/I} G(u)\,\mathrm{d}u$$

$$S(R) = \mathrm{E}[\min(vR,D)]$$

定理 1　集中决策下供应链的期望利润 $\mathrm{E}(\Pi_c)$ 是 (I,R) 的凹函数，且存在唯一的一组 (I^c, R^c) 使得集中决策下供应链的利润最大.

证明　见附录 B.

定理 2　集中决策下最大化 $\mathrm{E}(\Pi_c)$ 的 (I^c, R^c) 满足

$$\begin{cases} (c_p - h_s + s_s)\dfrac{\partial s(I^c,R^c)}{\partial I} = (c_s - h_s\mu_1) & \text{(a)} \\ (p - h_m + s_m)S'(R^c) + (c_p - h_s + s_s)\dfrac{\partial s(I^c,R^c)}{\partial R} = (c_m + s_s + c_p - h_m\mu_2) & \text{(b)} \end{cases} \tag{10}$$

证明　由定理 1 和二元函数取最大值的一阶条件 $\dfrac{\partial \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial I} = 0$ 和 $\dfrac{\partial \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R} = 0$ 可得此结论；$\mathrm{E}(\Pi_c)$ 的一阶偏导数求解参见附录 B.

由本节分析可见，存在唯一的一组 (I^c, R^c) 使得集中决策下供应链的利润最大. 这是供应链能协调的必要条件.

2.2　分散决策下供应链成员的最优决策分析

在供应链成员不属于同一利益主体时，独立成员将分散决策，且各成员将力图最大化自身的利润. 在缺乏协调合同情形下，独立成员在最大化自身利润的同时通常难以使整个供应链利润最大. 下面分析基于批发价合同（在实际中广泛使用）的分散决策情形下，生产商和供应商的最优决策. 文献 [2] 已说明批发价合同无法协调随机需求下的二级供应链.

在批发价合同 $\Omega = \{\omega\}$ 下，生产商对供应商的转移支付 $T(\omega) = \omega\min(uI,R)$. 将 T 代入式（1）取数学期望并化简可得分散决策下供应商的

期望利润函数如下

$$\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})=(\omega-h_{\mathrm{s}}+s_{\mathrm{s}})S(I,R)-(c_{\mathrm{s}}-h_{\mathrm{s}}\mu_1)-s_{\mathrm{s}}R \tag{11}$$

将 T 代入式(2)取数学期望并化简可得分散决策下生产商的期望利润函数如下

$$\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})=(p-h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}})S(R)+(c_{\mathrm{p}}-\omega)S(I,R)-(c_{\mathrm{m}}+c_{\mathrm{p}}-h_{\mathrm{m}}\mu_2)R-s_{\mathrm{m}}\mu_{\mathrm{d}} \tag{12}$$

命题1 在批发价合同下，存在唯一最佳决策变量 I^{s} 最大化供应商的期望利润函数 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})$，且 I^{s} 满足

$$(\omega-h_{\mathrm{s}}+s_{\mathrm{s}})\frac{\partial s(I^{\mathrm{s}},R)}{\partial I}=c_{\mathrm{s}}-h_{\mathrm{s}}\mu_1 \tag{13}$$

证明 由式(11)对 I 求一阶和二阶偏导数有

$$\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})}{\partial I}=(\omega-h_{\mathrm{s}}+s_{\mathrm{s}})\frac{\partial s(I,R)}{\partial I}-(c_{\mathrm{s}}-h_{\mathrm{s}}\mu_1),$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})}{\partial I^2}=-(\omega-h_{\mathrm{s}}+s_{\mathrm{s}})g\left(\frac{R}{I}\right)\frac{R^2}{I^3}$$

注意到 $\omega+s_{\mathrm{s}}>h_{\mathrm{s}}$ 和 $g\left(\frac{R}{I}\right)>0$，可知 $\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})}{\partial I^2}<0$，故 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})$ 为关于决策变量 I 的凹函数. 因而给定 R 存在唯一 I^{s} 最大化 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})$；由一阶条件 $\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})}{\partial I}=0$ 可得式(13).

注意到 $S(I,R)=R-I\int_A^{R/I}G(u)\mathrm{d}u$，且原料产出投入比 $z=R/I$ 可得 $\frac{\partial s(I,R)}{\partial I}=zG(z)-\int_A^Z G(u)\mathrm{d}u$. 下文记 $W(z)=\frac{\partial S(I,R)}{\partial I}$，因 $\frac{\partial W(z)}{\partial z}=zg(z)>0$，可知 $W(z)$ 在 $z\in(0,1]$（因随机产出因子 $u<1$，通常 $I>R$，$z<1$）为关于 z 的单调增函数. 将 $W(z)=\frac{\partial S(I,R)}{\partial I}$ 代入式(13)可得最大化 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})$ 的最优原料产出投入比 $z^*=R/I^{\mathrm{s}}$ 满足

$$W(z^*)=\frac{c_{\mathrm{s}}-h_{\mathrm{s}}\mu_1}{\omega-h_{\mathrm{s}}+s_{\mathrm{s}}} \tag{14}$$

式(14)的含义为在批发价合同分散决策下最大化 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})$ 的 z^* 的值仅由供应商的成本系数、随机产出因子 u 的均值和分布函数 $G(u)$ 决定. 给定 z^* 的值，供应商的最优决策变量 $I^{\mathrm{s}}=R/z^*$，与生产商订购数 R 有关.

命题2 在批发价合同下，存在唯一最佳决策变量 R^{m} 最大化生产商的期望利润函数 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})$，且 R^{m} 满足

$$(p-h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}})S'(R^{\mathrm{m}})=(c_{\mathrm{m}}+c_{\mathrm{p}}-h_{\mathrm{m}}\mu_2)-(c_{\mathrm{p}}-\omega)(1-G(z^*)) \tag{15}$$

证明 对式(12)求 R 的一阶偏导数可得

$$\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})}{\partial R}=(p-h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}})S'(R)+(c_p-\omega)\times\frac{\partial s(I,R)}{\partial R}-(c_{\mathrm{m}}-h_{\mathrm{m}}\mu_2+c_{\mathrm{p}})$$

求其二阶偏导数后得到

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})}{\partial R^2}=-(c_{\mathrm{p}}-\omega+k)g\left(\frac{R}{I}\right)\frac{1}{I}<0,c_{\mathrm{p}}>\omega$$

故 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})$ 为关于决策变量 R 的凹函数. 因而给定 I，存在唯一 R^{m} 最大化 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})$. 由一阶条件 $\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})}{\partial R}=0$，且注意到 $z=R/I$，$\frac{\partial S(I,R)}{\partial R}=1-G\left(\frac{R}{I}\right)=1-G(z)$，又因供应商为最大化自身利润必然会使 $z=z^*$，从而可得式(15).

由式(15)可见在批发价合同分散决策下，最大化 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})$ 的最优决策变量 R^{m} 不仅与有关成本和价格系数有关，还与 z^* 有关. 由式(14)和式(15)可知，供应商和生产商上下游的决策通过 z^* 的值互相影响，具体如何影响与两者博弈过程有关. 在本文所考虑的生产商先行动的 Stackelberg 博弈分散决策下，存在唯一纳什均衡解. 理由如下：由 $\frac{\partial W(z)}{\partial z}=zg(z)>0$ 知 $W(z)$ 在 $z>0$ 时为关于 z 的单调增函数，由式(14)可知存在唯一最优原料产出投入比 z^*；在生产商和供应商均获知 z^* 的值后，二者博弈过程如下：首先两者协商确定批发价 ω，随后生产商根据需求预测和式(14)给定的 z^* 值先行确定自己的最优策略，即确定 R 值，因生产商清楚理性的供应商总会选择 I 使得 z^* 值满足式(14)，又由命题2可知生产商存在唯一最优策略，即 $R=R^{\mathrm{m}}$（满足式(15)）；在获知 R 的值后，接下来供应商确定自身的最优策略，由命题1以及 $I=R/z$ 可知理性的供应商为最大化自身的利益总会选择唯一最优策略，即使得农资投入数 $I^{\mathrm{s}}=R^{\mathrm{m}}/z^*$. 综上分析可见，在生产商先动的 Stackelberg 博弈分散决策下存在唯一纳什均衡解 $(R^{\mathrm{m}},I^{\mathrm{s}})$. 根据式(14)和式(15)以及 $z=R/I$，可

解出该系统在分散决策下的唯一纳什均衡解 (R^m, I^s). 因生产商先决策，供应商总可以选择合适的 I^s 最大化自身的利益，当然 I^s 的具体值与 R^m 有关，一般而言 $I^s \neq I^c$. 由供应链协调理论[5] 可知批发价合同不能协调供应链，故纳什均衡解下供应链的总利润 $E(\Pi_s) + E(\Pi_m)$ 不大于集中决策下供应链的利润 $E(\Pi_c)$.

3　基于合同机制的协调问题求解

供应链合同机制是供应链协调中最为常用的手段，供应链合同本质上是一种激励机制，它通过改变供应链的激励结构，而使供应链达到协调运作状态. 本节首先分析能协调随机需求下二级供应链的收益共享合同能否协调所研究的供应链. 之所以选择收益共享合同是因为 Cachon[2] 指出了总存在等价收益共享合同替代诸如回购合同、数量折扣合同、数量柔性合同等协调随机需求情形下的二级供应链.

3.1　收益共享合同协调作用分析

采用收益共享合同 $\Omega = \{\omega, \varphi\}$，即供应商共享生产商的成品出售收益和成品残值收益，其中 ω 为原料农产品批发价，φ 为生产商收益共享份额. 则在收益共享合同下，生产商对供应商的转移支付为

$$T(\omega,\varphi) = (1-\varphi)(p \min(vR,D) + h_m [R-D]^+) + \omega \min(uI,R)$$

令 $\eta = 1 - \varphi$，则独立决策下供应商期望利润函数为

$$E(\Pi_s) = \eta(p - h_m)S(R) + (\omega - h_s + s_s) \times S(I,R) - (c_s - h_s\mu_1)I + (\eta h_m\mu_2 - s_s)R \quad (16)$$

生产商的期望利润函数为

$$E(\Pi_m) = (\varphi p - \varphi h_m + s_m)S(R) + (c_p - \omega)S(I,R) - (c_m + c_p - \varphi h_m\mu_2)R - s_m\mu_d \quad (17)$$

命题 3　在收益共享合同下，存在唯一最佳决策变量 I^s 最大化供应商的期望利润函数 $E(\Pi_s)$，且 I^s 满足

$$(\omega - h_s + s_s)\frac{\partial S(I^s,R)}{\partial I} = (c_s - h_s\mu_1) \quad (18)$$

证明　由式(16)可得

$$\frac{\partial E(\Pi_s)}{\partial I} = (\omega - h_s + s_s)\frac{\partial S(I,R)}{\partial I} - (c_s - h_s\mu_1),$$

$$\frac{\partial^2 E(\Pi_s)}{\partial I^2} = -(\omega - h_s + s_s)g\left(\frac{R}{I}\right)\frac{R^2}{I^3} < 0$$

故 $E(\Pi_s)$ 为关于决策变量 I 的凹函数，故给定 R 存在唯一 I^s 最大化 $E(\Pi_s)$; 由一阶条件可得式(18).

根据式(18)及 $W(z) = \frac{\partial S(I^s,R)}{\partial I}(z = R/I)$ 可知，在收益共享合同下供应商的最优原料投入产出比 z^{*s} 由下式确定: $W(z^{*s}) = \frac{c_s - h_s\mu_1}{\omega - h_s + s_s}$. 类似的，根据式(10a)可得集中决策时最优原料投入比 z^{*c} 满足

$$W(z^{*c}) = \frac{c_s - h_s\mu_1}{c_p - h_s + s_s}$$

因 $\omega < C_p$，故 $\frac{c_s - h_s\mu_1}{\omega - h_s + s_s} > \frac{c_s - h_s\mu_1}{c_p - h_s + s_s}$，又 $W(z)$ 为关于 z 的单调增函数，可知 $z^{*s} > z^{*c}$，即在收益共享合同分散决策下最优原料产出投入比 z^{*s} 大于集中决策时的最优原料产出投入比 z^{*c}. 由 $z^{*s} > z^{*c}(z = R/I)$ 可知，在生产商给出相同的 R 时，在收益共享合同下，农资投入水平 I^s 低于集中决策时的投入水平 I^c，即 $I^s < I^c$. 这可作如下解释: 在收益共享合同下尽管供应商共享生产商的残值和销售收益，但生产商不分担供应商产出不确定性风险，从而供应商为规避产出过量的风险倾向减小农资投入数(因供应商共享生产商的销售收益，对供应商来说产出不足比产出过量有利)，导致无法达到集中决策时的农资投入水平. 因供应链处于协调状态时必然满足 $z^{*s} = z^{*c}$，故收益共享合同不能协调所研究的供应链.

Cachon 和 Lariviere[2] 论证了收益共享合同可协调确定性产出和随机需求下的二级供应链; 文献[13]和[14]中证明了收益共享合同也可协调特定情境设定下的随机产出和随机需求下的二级供应链，文献[13]中零售商接受供应商的全部产出而具有产出品销售定价权，这隐含了产出不确定性风险共享机制. 本文所研究的供应链，与他们不同之处在于包含两个产出随机环节，多出供应商产出随机这一环节. 在收益共享合同结构中，

可实现供应商和生产商共担需求的不确定性风险，然而缺乏对供应商产出不确定性风险的分担机制，从而无法协调所研究的供应链.

3.2　基于收益和产出风险共享合同的供应链协调

常见的基于合同的供应链协调机制包括回购合同、数量折扣合同、数量柔性合同和收益共享合同等. 这些合同主要用于供应商激励下游零售商增大订购批量[6]. 在本文涉及的供应链中，供应商产出是不确定的，因此上述合同并不适合本文所研究的供应链. 鉴于单一收益共享合同不能协调所研究的供应链，本节在收益共享基础上提出收益和产出风险共享合同. 所提出的收益和产出风险共享合同，在收益共享基础上，融入了产出风险共享机制，以发挥产出风险共享在协调随机产出供应链中的作用[6]和收益共享在协调随机需求中的作用[2]. 考虑到本文中供应商产出不确定性带来的风险，所设计的合同中对供应商产出不确定性导致供应商和生产商面临的风险进行双向补偿，即生产商共享供应商有效产出大于订购量的风险，而供应商则共享其供货量不足而导致的生产商原料采购成本过大的风险. 具体来说：

1）若供应商生产的原料数量 $Y < R$，则生产商需以高价从现货市场购买，从而增加生产商生产成本. 为缓解供应商供货不足的问题，合同约定供应商须对因供货不足造成生产商从现货市场购买的高成本原料进行补偿，对单位原料补偿金额 $b(0 < b < C_p)$. 从而供应商补偿总金额为 $b\,[R - uI]^+$.

2）反过来，若供应商生产的原料数量 $Y > R$，则可满足生产商订购数量；但供应商会因多产出的原料农产品带来损失（$h_s < c_s$）. 对过量生产造成的损失，生产商应予以补偿，设生产商对单位过量生产原料农产品补偿金额 $t(0 < t < c_s)$，从而生产商对供应商补偿总金额为 $t\,[uI - R]^+$.

综上，在收益和产出风险共享合同下供应商以低于生产成本的批发价 ω 将原料出售给生产商，作为补偿供应商共享生产商收益的 $1-\varphi$ 份额；同时针对原料产出不确定性风险，供应商对供货不足造成生产商从现货市场购买的单位原料补偿 b 金额；生产商则对供应商超出订购数量的那部分产出原料进行补偿，单位原料补偿 t 金额. 将前述收益和产出风险共享合同记为 $\Omega = \{\omega, \varphi, b, t\}$；令 $\eta = 1 - \varphi$，在该合同下生产商对供应商的转移支付 T 如下

$$\begin{aligned} T(\omega, \varphi, t, b) = {} & \eta(p \min(vR, D) + \\ & h_m\,[vR - D]^+) + \\ & \omega \min(uI, R) + \\ & t\,[uI - R]^+ - b\,[R - uI]^+ \end{aligned} \tag{19}$$

将式（19）代入式（1）并化简，可得在所提出的合同下，供应商的期望利润为

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(\Pi_s) = {} & \eta(p - h_m) S(R) + (\omega_s - h_s + s_s - t + b) \times \\ & S(I, R) - (c - h_s\mu_1 - t\mu_1) I - \\ & (s_s + b - \eta h_m \mu_2) R \end{aligned} \tag{20}$$

将式（19）代入式（2）并化简，可得生产商的期望利润为

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(\Pi_m) = {} & (\varphi p - \varphi h_m + s_m) S(R) + (c_p - \omega + t - b) \times \\ & S(I, R) - (c_p + c_m - \phi h_m \mu_2 - b) R - \\ & s_m \mu_d - t\mu_1 I \end{aligned} \tag{21}$$

对式（20）求 I 的一阶和二阶偏导数可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_s)}{\partial I} = {} & (\omega - h_s + s_s - t + b) \frac{\partial S(I, R)}{\partial R} - \\ & (c_s - h_s\mu_1 - t\mu_1) \end{aligned} \tag{22}$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_s)}{\partial I^2} = -(\omega - h_s + s_s - t + b)\, g\left(\frac{R}{I}\right) \frac{R^2}{I^3} \tag{23}$$

定理 3　在收益和产出风险共享合同下，若满足（$\omega - t + b - h_s + s_s$）$> 0$，则存在唯一最佳决策变量 I^s 最大化供应商的期望利润函数 $\mathrm{E}(\Pi_s)$，且 I^s 满足 $I^s = R/z^*$，z^* 由下式决定

$$W(z^*) = \frac{c_s - h_s\mu_1 - t\mu_1}{\omega - h_s + s_s - t + b} \tag{24}$$

证明　由式（23）知，若（$\omega - h_s + s_s - t + b$）$> 0$ 则 $\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_s)}{\partial I^2} < 0$. 故 $\mathrm{E}(\Pi_s)$ 为关于决策变量 I 的凹函数. 因而给定 R 存在唯一 I^s 最大化 $\mathrm{E}(\Pi_s)$；由一阶条件可得 $(\omega - h_s + s_s - t + b) \frac{\partial S(I^s, R)}{\partial I} = (c_s - h_s\mu_1 - t\mu_1)$ 决定了 I^s. 将 $W(z) = \frac{\partial S(I, R)}{\partial I}$ 代入前式得最大化供应商期望利润的 z^* 满足 $W(z^*) = \frac{c_s - h_s\mu_1 - t\mu_1}{\omega - h_s + s_s - t + b}$，即式（24）.

对式(21) 求 R 的一阶偏导数可得

$$\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})}{\partial R}=(\varphi p-\varphi h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}})S'(R)+(c_{\mathrm{p}}-\omega_{\mathrm{s}}+t-b)\frac{\partial S(I,R)}{\partial R}-(c_{\mathrm{m}}-\varphi h_{\mathrm{m}}\mu_2+c_{\mathrm{p}}+b) \tag{25}$$

注意到$(\varphi p-\varphi h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}})>0$,由附录 B 中引理 2 且采用与定理 1 中求 $f_3(R)$ 二阶偏导数类似过程,可得

$$\frac{\partial^2[(\varphi p-\varphi h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}})S(R)]}{\partial R^2}=-k'g\left(\frac{R}{I}\right)\frac{1}{I}\ (k'\geqslant 0)$$

从而可得 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})$ 关于 R 的二阶偏导数可记为

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})}{\partial R^2}=-(c_{\mathrm{p}}-\omega+t-b+k')g\left(\frac{R}{I}\right)\frac{1}{I} \tag{26}$$

定理 4　在收益和产出风险共享合同下,若 $c_{\mathrm{p}}-\omega+t-b>0$,则存在唯一最佳决策变量 R^{m} 最大化生产商的期望利润 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})$,且 R^{m} 满足

$$(\varphi p-\varphi h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}})S'(R^{\mathrm{m}})+(c_{\mathrm{p}}-\omega+t-b)(1-G(z^*))=(c_{\mathrm{m}}-\varphi h_{\mathrm{m}}\mu_2+c_{\mathrm{p}}-b) \tag{27}$$

证明　由式(26) 知,若 $c_{\mathrm{p}}-\omega+t-b>0$,则$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})}{\partial R^2}<0$,故 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})$ 为关于决策变量 R 的凹函数. 因而给定 I 存在唯一 R^{m} 最大化 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})$; 由一阶条件可得 R^{m} 满足

$$(\varphi p-\varphi h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}})S'(R^{\mathrm{m}})+(c_{\mathrm{p}}-\omega+t-b)\times\frac{\partial S(I,R^{\mathrm{m}})}{\partial R}=(c_{\mathrm{m}}-\varphi h_{\mathrm{m}}\mu_2+c_{\mathrm{p}}-b)$$

由$\frac{\partial S(I,R)}{\partial R}=1-G(z)$,$z=z^*$,可得式(27).

定理 5　满足下式(28) 的收益和产出风险共享合同 $\Omega=\{\omega,\varphi,b,t\}$ 可协调随机产出和需求下二级供应链

$$\begin{cases}\omega=\dfrac{c_{\mathrm{s}}}{\mu_1}-\left(c_{\mathrm{m}}+\dfrac{h_{\mathrm{m}}s_{\mathrm{m}}\mu_2}{p-h_{\mathrm{m}}}+\dfrac{c_{\mathrm{s}}}{\mu_1}\right)\lambda\\ b=\left(c_{\mathrm{m}}+c_{\mathrm{p}}+s_{\mathrm{s}}+\dfrac{h_{\mathrm{m}}s_{\mathrm{m}}\mu_2}{p-h_{\mathrm{m}}}\right)\lambda-s_{\mathrm{s}}\\ t=(1-\lambda)\left(\dfrac{c_{\mathrm{s}}}{\mu_1}-h_{\mathrm{s}}\right)\\ \varphi=1-\lambda\dfrac{p-h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}}}{p-h_{\mathrm{m}}}\end{cases} \tag{28}$$

其中

$$\min\left(1-\frac{c_{\mathrm{s}}\mu_1}{c_{\mathrm{s}}-h_{\mathrm{s}}\mu_1},\frac{s_{\mathrm{s}}}{c_{\mathrm{m}}+c_{\mathrm{p}}+s_{\mathrm{s}}+\dfrac{h_{\mathrm{m}}s_{\mathrm{m}}\mu_2}{p-h_{\mathrm{m}}}}\right)\leqslant\lambda\leqslant\max\left(\frac{p-h_{\mathrm{m}}}{p-h_{\mathrm{m}}+s_{\mathrm{m}}},\frac{\dfrac{c_{\mathrm{s}}}{\mu_1}}{c_{\mathrm{m}}+\dfrac{h_{\mathrm{m}}s_{\mathrm{m}}\mu_2}{p-h_{\mathrm{m}}}+\dfrac{c_{\mathrm{s}}}{\mu_1}}\right)$$

且协调的供应链 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})$ 和 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{c}})$ 以及 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})$ 和 $\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{c}})$ 间关系如下

$$\begin{cases}\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{m}})=(1-\lambda)\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{c}})-\lambda s_{\mathrm{m}}\mu_{\mathrm{d}}\\ \mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{s}})=\lambda\mathrm{E}(\Pi_{\mathrm{c}})+\lambda s_{\mathrm{m}}\mu_{\mathrm{d}}\end{cases} \tag{29}$$

证明　见附录 C.

由定理3 和定理4 可见,在收益和产出风险共享合同分散决策下,供应商和生产商的最优决策通过 z^* 互相影响. 下面将分析在生产商主导的 Stackelberg 博弈过程中各自的最优决策. 基于满足式(28) 的合同的供应链成员博弈并达到渠道协调过程如下: 首先生产商和供应商依据双方的力量决定收益共享系数φ,并确定t,b和ω,由式(28) 可见φ也决定了整个供应链的利润分配系数λ; 随后生产商依据随机需求的分布形式和参数,根据式(24) 决定的z^* 值以及合同参数,根据式(27) 独立决定最佳原料采购量R^{m}; 供应商则根据R^{m} 的值和合同参数进行独立决策,决定最优农资投入数 $I^{\mathrm{s}}=R^{\mathrm{m}}/z^*$. 由式(29) 可见,在式(28) 的合同下生产商的最大化自身利润的R^{m} 等于最大化整个供应链利润的R^{c},同时供应商的最大化自身利润的I^{s} 等于最大化整个供应链利润的I^{c},此时$z^*=R^{\mathrm{c}}/I^{\mathrm{c}}=R^{\mathrm{m}}/I^{\mathrm{s}}$,即供应链处于渠道协调状态.

4　算例分析

本节首先通过两个数值算例对收益和产出风险共享合同对供应链的协调作用进行验证,随后就产出和需求的不确定性程度对供应链利润的影响进行分析. 下面所有数值算例采用 Matlab 符号运算工具进行计算.

首先构造了基础数值算例——算例1. 算例1 中I和R取值设定在[0,200] 内; u 和 v 的取值在(0,1) 内任意选择,通常工业生产产出不确定性小于农业生产,故设生产商产出因子 v 的均值大

于供应商产出因子 u 的均值; 至于其他成本系数和需求分布参数也是任意选择，只要满足 1.2 节模型假定的有关系数相对大小关系，且确保利润函数非负. 在算例 1 中与供应商有关的参数为 $c_s = 0.5$，$h_s = 0.1$，$s_s = 0.3$，u 均匀分布于区间 [0.4，1.0]，其均值 $\mu_1 = 0.7$; 与生产商有关的参数为 $c_p = 0.8$，$p = 1.4$，$c_m = 0.6$，$h_m = 0.25$，$s_m = 0.4$; v 均匀分布于区间 [0.6，1.0]，其均值 $\mu_2 = 0.8$. 需求为正态分布，均值 $\mu_d = 80$，标准差 $\sigma = 10$. 由式(28) 构建的合同参数: $\omega = 0.437\ 5$，$b = 0.053\ 9$，$t = 0.491\ 4$，$\varphi = 0.730\ 4$; 对应的 $\lambda = 0.2$. 由于供应商共享生产商的收益，故有 $\omega < c_s$. 在该合同下计算的有关利润和决策变量的取值见表 1. 可以验证 $(1 - \lambda)\mathrm{E}(\Pi_c) - \lambda s_m\mu_d = 0.8 \times 23.96 - 0.2 \times 0.4 \times 80 = 12.77 = \mathrm{E}(\Pi_m)$; $\lambda\mathrm{E}(\Pi_c) + \lambda s_m\mu_d = 0.2 \times 23.96 + 0.2 \times 0.4 \times 80 = 11.20 = \mathrm{E}(\Pi_s)$; 式(29) 成立，可见基于收益共享与风险共享的合同可协调所研究的供应链. 图 2 给出了 $R = 100$ 时，供应商的期望利润随 I 变化的曲线; 图 3 则给出了 $I = 120$ 时，生产商的期望利润随 R 变化的曲线. 图 4 给出整个供应链的期望利润随 I 和 R 变化的曲线. 由图 2 可见 $\mathrm{E}(\Pi_s)$ 为关于 I 的凹函数，由图 3 可知 $\mathrm{E}(\Pi_m)$ 为关于 R 的凹函数; 图 4 表明 $\mathrm{E}(\Pi_c)$ 为关于 I 和 R 的凹函数. 图 2 ~ 4 显示的结果与理论分析结果(定理 3 − 5) 一致.

表 1　算例 1 计算结果

Table 1 Computational result of numerical example 1

Π_c	I^c	R^c	Π_s	I^s	Π_m	R^m	z^*
23.96	120	100	11.20	120	12.77	100	0.83

算例 2 中，除了 $p = 1.1$ 外(这里减小 p 的值是为了使协调的供应链 I^c 和 R^c 取值在设定的 [50，200] 内) 其他供应商和生产商参数同算例 1. 但需求服从指数分布，均值 $\theta = \mu_d = 80$. 合同参数为 $\omega = 0.432\ 6$，$b = 0.058\ 8$，$t = 0.491\ 4$，$\varphi = 0.705\ 9$; 对应的 $\lambda = 0.2$. 在该合同下计算的有关利润和决策变量取值见表 2. 可以验证 $\mathrm{E}(\Pi_c) - \lambda s_m\mu_d = 0.8 \times 14.68 - 0.2 \times 0.4 \times 80 = 5.34 = \mathrm{E}(\Pi_m)$; $\lambda\mathrm{E}(\Pi_c) - \lambda s_m\mu_d = 0.2 \times 14.68 + 0.2 \times 0.4 \times 80 = 9.34 = \mathrm{E}(\Pi_s)$; 式(29) 也成立. 以上两个算例计算结果说明了文中所提出的合同可以协调所研究的供应链.

表 2　算例 2 计算结果

Table 2 Computational result of numerical example 2

Π_c	I^c	R^c	Π_s	I^s	Π_m	R^m	z^*
14.68	192	158	9.33	192	5.35	158	0.82

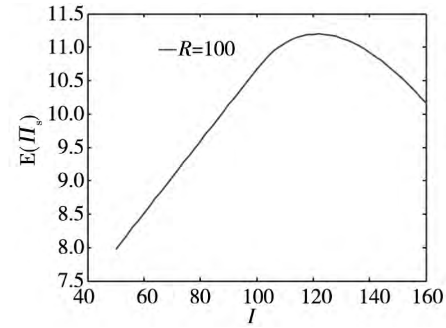

图 2　供应商期望利润随 I 变化曲线

Fig. 2 The curve of expected profit of supplier versus I

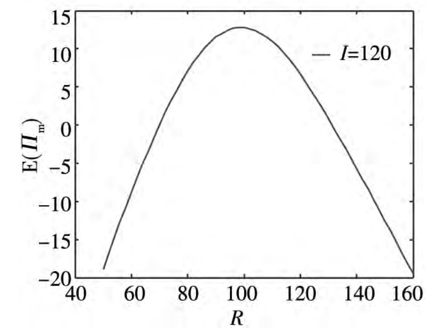

图 3　生产商期望利润随 R 变化曲线

Fig. 3 The curve of expected profit of producer versus R

为验证所提出的合同可否满足模型中约束(7) 和(8)，即保证合同的可执行性，对如下算例(算例 3) 进行了分析. 算例 3 中与供应商有关的参数同算例 1; 与生产商有关的参数为 $c_p = 0.9$，$p = 1.3$(这里调整 c_p 和 p 的值是为了使分散决策下供应链总利润与协调的供应链总利润差距显著些，以突出供应链协调的优势)，其余同算例 1. 经由 Matlab 计算可得当 $I^c = 118$，$R^c = 94$ 时，$\max\mathrm{E}(\Pi_c) = 11.16$. 由式(28) 构建的合同参数 $\omega = 0.477\ 9$，$b = 0.019$，$t = 0.509\ 9$，$\varphi = 0.765\ 2$; 对应的 $\lambda = 0.17$，此时供应商期望利润 $\mathrm{E}(\Pi_s^c) = 7.34$，生产商期望利润 $\mathrm{E}(\Pi_m^c) = 3.82$. 考虑批发价合同下的分散决策，令 $\omega_s = 0.899$(趋近 C_p)，求解方程组式(14) 和式(15) 可得批发价

合同分散决策下的纳什均衡解 $I^s = 115.83$，$\max E(\Pi_s) = 7.28$；$R^m = 91.87$，$\max E(\Pi_m) = 3.77$. 可知 $\max E(\Pi_s) + \max E(\Pi_m) = 11.05 < \max E(\Pi_c)(=11.16)$，这验证了无协调合同下（如批发价合同）分散决策导致供应链总利润小于协调的供应链的总利润. 且 $\lambda = 0.17$ 时，$E(\Pi_s^c) = 7.34 > \max E(\Pi_s)(=7.28)$，$E(\Pi_m^c) = 3.82 > \max E(\Pi_m)(=3.77)$，这意味着当 $\lambda = 0.17$ 对应的合同参数可使生产商和供应商实现“双赢”. 进一步计算可知当 λ 取值在区间 $(0.1686, 0.1712)$ 时对应的合同参数均能使生产商和供应商实现“双赢”，即存在合同参数满足约束(7)和(8)，这说明所提出的合同是可被执行的.

下面以算例 1 为基础，考察需求和产出不确定性程度对整个供应链利润和成员利润的影响. 保持算例 1 参数不变，仅改变 σ 值，得到的期望利润随需求标准差变化的曲线见图 5. 从图 5 中可推知：1）随着需求不确定性程度增加（标准差增加），供应链、供应商和生产商的期望利润均减小；2）在收益共享与风险共享的合同下，生产商期望利润随着需求不确定性程度增加而减少的程度大于供应商. 这可解释为，因生产商直接面对市场需求，故需求波动对生产商利润影响比供应商大.

保持算例 1 参数不变，仅改变 μ_1 值，得到的期望利润随供应商产出因子均值变化的曲线见图 6. 从图 6 中可推知：3）随着供应商期望产出的增加，供应链、供应商和生产商的期望利润均增加；4）在收益共享与风险共享的合同下，生产商期望利润随着供应商期望产出增加而增大的程度大于供应商. 这意味着若生产商采取措施去激励供应商增加期望产出，也可增加收益.

保持算例 1 参数不变，仅改变 μ_2 值，得到的期望利润随生产商产出因子均值变化的曲线见图 7. 从图 7 中可推知：5）随着生产商期望产出的增加，供应链、供应商和生产商的期望利润均增加；6）在收益共享与风险共享的合同下，生产商期望利润随着生产商期望产出增加而增大的程度大于供应商.

综上可见，对本文所研究的二级供应链，相对供应商而言生产商的期望利润对产出不确定性和需求不确定性更敏感. 为提高利润，生产商应努力减小生产不确定性（确定性产出下 $\mu_2 = 1$），比如提高技术水平，增加期望产出；另外还可通过一定措施激励供应商提高期望产出. 此外，通过销售部门等的努力减小需求不确定性也可增加利润.

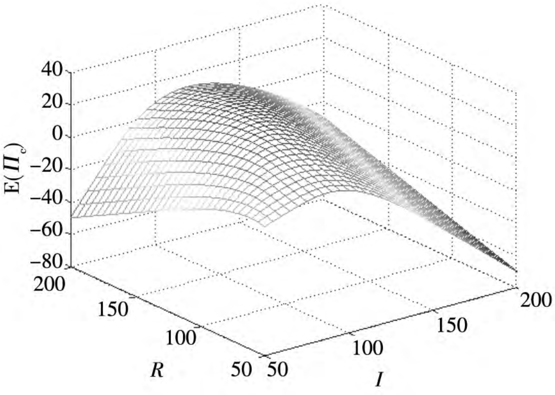

图 4　供应链期望利润随 I 和 R 变化曲面

Fig. 4 Expected profit of supply chain versus I and R

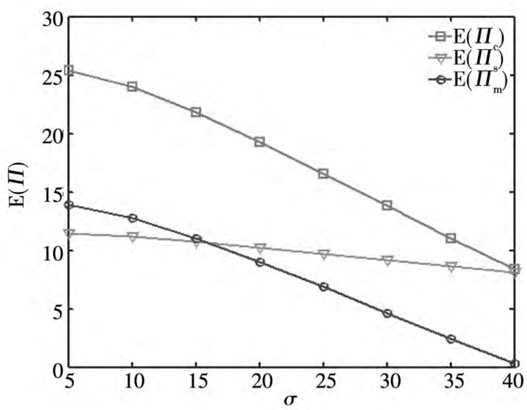

图 5　期望利润随需求标准差变化曲线

Fig. 5 Expected profit of supply chain versus standard deviation of demand

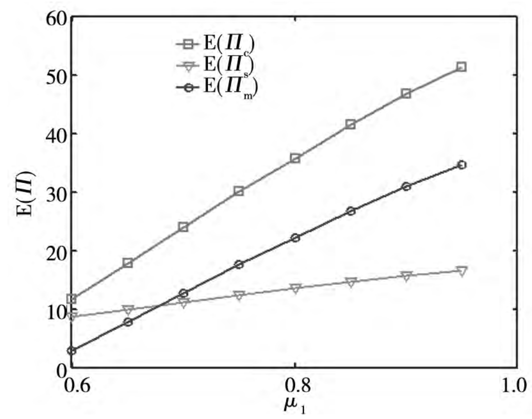

图 6　期望利润随 μ_1 变化曲线

Fig. 6 Expected profit of supply chain versus μ_1

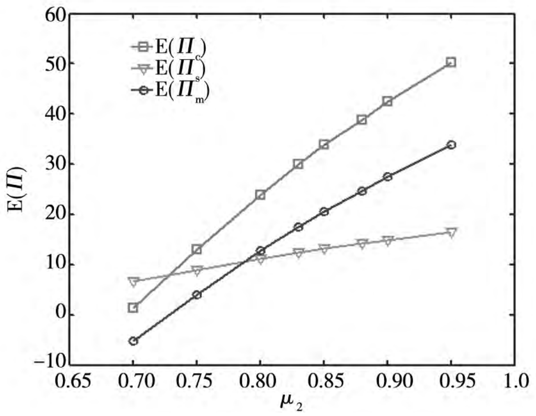

图 7 期望利润随 μ_2 变化曲线

Fig. 7 Expected profit of supply chain versus μ_2

5 结束语

本文研究了由供应商和生产商组成的两级供应链的协调问题，所研究供应链的特点为供应商和生产商产出均为随机，且生产商面对随机市场需求. 针对随机比例产出模型，文中建立了供应链协调模型，通过理论分析说明了常用的收益共享合同不能协调供应链; 并提出一种可协调供应链的收益和产出风险共享合同，该合同中通过收益共享机制共担需求不确定性风险，通过对供应商产出不确定性带来的风险进行双向补偿共担产出不确定性风险，从而达到供应链协调的目的. 通过理论分析和证明以及算例分析，得出如下结论: ① 在集中决策时，所研究的二级供应链总期望利润是供应商农资投入数(I) 和生产商原料采购数(R) 的联合凹函数; ② 所提出的满足式(28) 的收益和产出风险共享合同 $\Omega = (\omega, b, t, \varphi)$ 可协调所供研究的供应链; ③ 对协调的供应链，当供应商利润份额 λ 在一定范围内时存在相应的合同参数(ω, b, t, φ) 可使供应商和生产商的利润大于无协调合同分散决策时各自最大期望利润(如批发价合同下纳什均衡下的利润) : ④ 相对供应商而言，生产商的期望利润对产出不确定性和需求不确定性更敏感. 本文仅研究了随机产出和随机需求下，由单一供应商和单一生产商组成的两级供应链的协调问题. 实际中还会涉及多个供应商单个生产商，或还包含零售商的三级供应链，若产出环节均随机，这些供应链能否协调以及文中合同可否协调还有待进一步研究.

参 考 文 献:

[1] Tsay A. Quantity-flexibility contract and supplier-customer incentives [J]. Management Science, 1999, 45(10) : 1339 – 1358.

[2] Cachon G P, Lariviere M A. Supply chain coordination with revenue-sharing contracts: Strengths and limitations [J]. Management Science, 2005, 51(1) : 30 – 44.

[3] 汪贤裕，肖玉明. 基于返回策略与风险分担的供应链协调分析 [J]. 管理科学学报，2009, 12(3) : 65 – 70.
Wang Xianyu, Xiao Yuming. Research on supply chain coordination and risk sharing based on buy back policy [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(3) : 65 – 70. (in Chinese)

[4] 曹二保，赖明勇. 成本和需求同时扰动时供应链协调合约研究 [J]. 管理科学学报，2010, 13(7) : 9 – 15.
Cao Erbao, Lai Mingyong. Research on coordination mechanism of supply chains when demand and cost are disrupted [J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(7) : 9 – 15. (in Chinese)

[5] 叶 飞，林 强，莫瑞君. 基于 B – S 模型的订单农业供应链协调机制研究 [J]. 管理科学学报，2012, 15(1) : 66 – 76.
Ye Fei, Lin Qiang, Mo Ruijun. Contract-farming supply chain coordination mechanism based on B-S model [J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(1) : 66 – 76. (in Chinese)

[6] 马士华，李 果. 供应商产出随机下基于风险共享的供应链协同模型 [J]. 计算机集成制造系统，2010, 16(3) : 563 – 572.
Ma Shihua, Li Guo. Collaborative model of supply chain based on risk sharing under random yields [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2010, 16(3) : 563 – 572. (in Chinese)

[7] 廖 莉，吴耀华，孙国华. 随机产量下的二级供应链契约协调 [J]. 计算机集成制造系统，2010, 16(8) :

1733 – 1741.
Liao Li, Wu Yaohua, Sun Guohua. Contract coordination for a two-stage supply chain with random yield [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2010, 16(8): 1733 – 1741. (in Chinese)

[8] Gurnani H, Akella R, Lehoczky J. Supply management in assembly systems with random yield and random demand [J]. IIE Transactions, 2000, 32(8): 701 – 714.

[9] Gurnani H, Gerchak Y. Coordination in decentralized assembly systems with uncertain component yields [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 176(3): 1559 – 1576.

[10] Güler M G, Bilgiç T. On coordinating an assembly system under random yield and random demand [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 196(1): 342 – 350.

[11] 王丽梅, 姚 忠, 刘 鲁. 现货供应不确定下的优化采购策略研究 [J]. 管理科学学报, 2011, 14(4): 24 – 35.
Wang Limei, Yao Zhong, Liu Lu. Dual sourcing optimal procurement policy under spot market supply uncertainty [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(4): 24 – 35. (in Chinese)

[12] He Y, Zhao X. Coordination in multi-echelon supply chain under supply and demand uncertainty [J]. International Journal of Production Economics, 2012, 139(1): 106 – 115.

[13] 赵 霞, 吴方卫. 随机产出与需求下农产品供应链协调的收益共享合同研究 [J]. 中国管理科学, 2009, 17(5): 88 – 95.
Zhao Xia, Wu Fangwei. Coordination of agri-food chain with revenue-sharing contract under stochastic output and demand [J]. Chinese Journal of Management Science, 2009, 17(5): 88 – 95. (in Chinese)

[14] Zhao X, Wu F W. Coordination of agri-food chain with revenue-sharing contract under stochastic output and stochastic demand [J]. Asia-Pacific Journal of Operational Research, 2011, 28(4): 487 – 510.

[15] Bertsekas D P, Nedic A, Ozdaglar A E. Convex Analysis and Optimization [M]. Mass.: Athena Scientific, 2003: 114 – 123.

Research on coordination of two-stage supply chain under random yield and random demand with contracts

ZHAO Xia[1], *WU Fang-wei*[2], *CAI Rong*[1]

1. Center for Food Security and Strategic Studies, Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing 210003, China;
2. Institute of Finance and Economics, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China

Abstract: The contract-based supply chain (SC) coordination problem of a two-stage SC under random yield and random demand is studied. In the addressed SC, the decision variables of the supplier and the producer are the agricultural input (I) and the order quantity of raw material (R), respectively. The uniqueness of the SC is that both the producer and the supplier are characterized by a random yield. For the random proportional yield, firstly the concavity of the expected profit function of the whole SC with respect to I and R is proved. Then, we show that the revenue-sharing (RS) contract is not able to coordinate the chain. Lastly, a RS and yield risk-sharing contract is presented to coordinate the chain. The proposed contract is based on RS contract and bidirectional compensation for overproduction and shortage of raw material to share the risk of supply uncertainty. The coordination effectiveness of the proposed contract is theoretically proved, and is illustrated by two numerical examples. The results of numerical analysis show that the expected profit of the producer is more sensitive to the change of supply and demand uncertainty than that of the supplier.

Key words: supply chain; coordination; random yield; random demand

附录:

A. 供应链期望利润函数推导

令 $f_1 = p\min(vR, D) + h_m[vR - D]^+ - s_m[D - vR]^+ - c_m R$,

$f_2 = h_s[uI - R]^+ - s_s[R - uI]^+ - c_s I - c_p[R - uI]^+$

则

$$\mathrm{E}(\Pi_c) = \mathrm{E}(f_1) + \mathrm{E}(f_2) \tag{A1}$$

1) 计算 $\mathrm{E}(f_1)$

① 若 $vR < D$

$$f_1 = pvR - s_m D + s_m vR - c_m R$$
$$= pvR - s_m D + s_m vR - c_m R - h_m vR + h_m vR$$
$$= (p - h_m + s_m)vR - s_m D + h_m vR - c_m R$$

② 若 $vR > D$

$$f_1 = pD - h_m D + h_m vR - c_m R$$
$$= pD - h_m D + h_m vR - c_m R - s_m D + s_m D$$
$$= (p - h_m + s_m)D - s_m D + h_m vR - c_m R$$

综合 ① 和 ② 可将 f_1 写为

$$f_1 = (p - h_m + s_m)\min(vR, D) - s_m D + h_m vR - c_m R$$

又 $S(R) = \mathrm{E}[\min(vR, D)]$,从而

$$\mathrm{E}(f_1) = (p - h_m + s_m)S(R) - s_m\mu_d + h_m\mu_2 R - c_m R \tag{A2}$$

2) 计算 $\mathrm{E}(f_2)$

令 $S(I, R) = \mathrm{E}[\min(uI, R)] = \mathrm{E}\left[I\min\left(u, \frac{R}{I}\right)\right]$

$$= I\left(\frac{R}{I} - \int_A^{R/I} G(u)\,\mathrm{d}u\right) = R - I\int_A^{R/I} G(u)\,\mathrm{d}u$$

则可知

$$\mathrm{E}([uI - R]^+) = \mathrm{E}(uI) - S(I, R) = \mu_1 I - S(I, R) \tag{A3}$$

$$\mathrm{E}([R - uI]^+) = \mathrm{E}(R) - S(I, R) = R - S(I, R) \tag{A4}$$

从而

$$\mathrm{E}(f_2) = h_s[\mu_1 I - S(I, R)] - s_s[R - S(I, R)] - c_s I - c_p[R - S(I, R)]$$

即

$$\mathrm{E}(f_2) = (c_p - h_s + s_s)S(I, R) - (c_s - h_s\mu_1)I - (s_s + c_p)R \tag{A5}$$

将 $\mathrm{E}(f_1)$ 和 $\mathrm{E}(f_2)$ 的表达式(A2)和(A5)代入式(A1)并化简可得正文中式(9).

B. 供应链期望利润函数存在唯一最大值证明

引理 1 当随机变量取值非负时,包含随机变量与自变量相乘项的凹(凸)函数在取数学期望 $\mathrm{E}(\cdot)$ 或最小值 $\min(\cdot)$ 算子作用下仍为凹(凸)函数.

证明 参见 Bertsekas 等[15].

引理 2 当 $k > 0$ 时,$k \times \mathrm{E}[\min(vR, D)]$ 为关于 R 的凹函数,其中随机变量 $v \in [J, K]$, $0 < J < K \leqslant 1$,与 v 独立的随机变量 $D > 0$.

证明 令 $f(R) = vR$,其中 v 为取值在 $[J, K]$ 内的随机变量 $0 < J < K \leqslant 1$,由 $v > 0$ 知 $f(R)$ 为关于 R 的凹函数. 因随机变量 v 和 D 相互独立且 $D > 0$,据引理 1 可知,$\min[f(R), D]$ 为关于 R 的凹函数;由引理 1,进一步可得到 $\mathrm{E}[\min(vR, D)]$ 也为 R 的凹函数. 因凹函数与大于零的常数相乘仍为凹函数,故当 $k > 0$ 时,$k \times \mathrm{E}[\min(vR, D)]$ 为关于 R 的凹函数. 引理 2 得证.

定理 1 证明 由凹函数的性质知,若供应链期望利润函数 $\mathrm{E}(\Pi_c)$ 为关于 (I, R) 的凹函数,则存在唯一的 (I^c, R^c) 最大化 $\mathrm{E}(\Pi_c)$. 由式(9)可得

$$\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial I} = (c_p - h_s + s_s)\frac{\partial S(I, R)}{\partial I} - (c_s - h_s\mu_1),$$

$$\frac{\partial \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R} = (p - h_m + s_m)S(R) + (c_p - h_s + s_s) \times \frac{\partial S(I, R)}{\partial R} - (c_m + s_s + c_p - h_m\mu_2),$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial I^2} = -(c_p - h_s + s_s)g\left(\frac{R}{I}\right)\frac{R^2}{I^3},$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial I \partial R} = (c_p - h_s + s_s)g\left(\frac{R}{I}\right)\frac{R}{I^2},$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R^2} = \frac{\partial^2[(p - h_m + s_m)S(R)]}{\partial R^2} + \frac{\partial^2(c_p - h_s + s_s)S(I, R)}{\partial R^2}$$

因 $S(I, R) = R - I\int_A^{R/I} G(u)\,\mathrm{d}u$,从而可得 $\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R^2}$ 中右边第 2 项

$$\frac{\partial^2(c_p - h_s + s_s)S(I, R)}{\partial R^2} = -(c_p - h_s + s_s)\frac{1}{I}g\left(\frac{R}{I}\right) < 0$$

令 $\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R^2}$ 中右边第 1 项

$$(p - h_m + s_m)S(R) = (p - h_m + s_m)\mathrm{E}[\min(vR, D)] = f_3(R)$$

因 $(p - h_m + s_m) > 0$,由引理 2 可知 $f_3(R)$ 是关于 R 的凹函数. 由凹函数性质,可知 $\frac{\partial^2 f_3(R)}{\partial R^2} \leqslant 0$,令 $\frac{\partial^2 f_3(R)}{\partial R^2} = -n$,其中 n 为与 R 无关且和 $h(v)$ 和 $f(x)$ 有关的不小于零的常数 $(n \geqslant 0)$. 由于 $g\left(\frac{R}{I}\right)\frac{1}{I} > 0$,则可将 $\frac{\partial^2 f_3(R)}{\partial R^2}$ 表示为 $-kg\left(\frac{R}{I}\right)\frac{1}{I}$,其中 $k = \frac{n}{g\left(\frac{R}{I}\right)\frac{1}{I}} \geqslant 0$. 综上可得

$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R^2} = -(c_p - h_s + s_s + k)\frac{1}{I}g\left(\frac{R}{I}\right) < 0$$

从而可知海赛矩阵

$$\boldsymbol{H}(I,R) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial I^2} & \dfrac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial I \partial R} \\ \dfrac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R \partial I} & \dfrac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R^2} \end{bmatrix}$$

其中

$$H_1(I,R) = \frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial I^2} < 0, H_3(I,R) = \frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R^2} < 0,$$

$$H_2(I,R) = \frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial I^2} \times \frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial R^2} - \left[\frac{\partial^2 \mathrm{E}(\Pi_c)}{\partial I \partial R}\right]^2$$

$$= (c_p - h_s + s_s) k \frac{R^2}{I^4} g\left(\frac{R}{I}\right)^2 > 0$$

因而海赛矩阵负定,从而 $\mathrm{E}(\Pi_c)$ 为 (I,R) 的凹函数. 定理 1 得证.

C. 定理 5 证明

证明　1) 将式(28) 中 ω,φ,b,t 代入式(27) 中,各系数经化简可得

$$(\varphi p - \varphi h_m + s_m) = (1-\lambda)(p - h_m + s_m) \tag{C1}$$

$$(c_p - \omega_s + t - b) = (1-\lambda)(c_p - h_s + s_s) \tag{C2}$$

$$c_m + c_p - \varphi h_m \mu_2 - b = (1-\lambda)(c_m + c_p - h_m \mu_2 + s_s) \tag{C3}$$

由式(C2) 知

$$(c_p - \omega_s + t - b) = (1-\lambda)(c_p - h_s + s_s) > 0$$

由定理 4 可知存在唯一最佳决策变量 R^m 最大化生产商的期望利润 $\mathrm{E}(\Pi_m)$,且 R^m 满足式(27). 令 $\eta = 1 - \lambda$,由式(C1)、(C2) 和(C3) 可将式(27) 变换为

$$\eta(p - h_m + s_m) S'(R^m) + \eta(c_p - h_s + s_s) \frac{\partial S(I^c, R^m)}{\partial R} =$$

$$\eta(c_m + s_s + c_p - h_m \mu_2)$$

约去 η 可得式(10b). 可见在式(28) 给定的合同参数下,制造商独立决策的原料采购数量满足 $R^m = R^c$.

将式(28) 中 ω,b,t 代入式(24) 中,各系数经化简可得

$$(c_s - h_s \mu_1 - t\mu_1) = \lambda(c_s - h_s \mu_1) \tag{C4}$$

$$(\omega - h_s + s_s - t + b) = \lambda(c_p - h_s + s_s) \tag{C5}$$

由式(C5) 知

$$(\omega - h_s + s_s - t + b) = \lambda(c_p + s_s - h_s) > 0 (h_s < s_s)$$

根据定理 3 可知存在唯一最佳决策变量 I^s,最大化供应商的期望利润函数 $\mathrm{E}(\Pi_s)$,且 I^s 由式(24) 决定. 利用式(C4) 和(C5) 可将式(24) 变换为

$$\lambda(c_p - h_s + s_s) \frac{\partial S(I^s, R^m)}{\partial I} = \lambda(c_s - h_s \mu_1)$$

约去 λ 可得式(10a). 可见在式(28) 给定的合同参数下,给定 $R^m = R^c$,供应商独立决策的农资投入数量满足 $I^s = I^c$.

2) 由式(28) 中 $0 < \omega, 0 < \varphi \leqslant 1, 0 < t < c, 0 < b < c_p$ 可得

$$\begin{cases} 0 < \dfrac{c_s}{\mu_1} - \left[c_m + \dfrac{h_m s_m \mu_2}{p - h_m} + \dfrac{c_s}{\mu_1}\right] \lambda \\ 0 < \left[c_m + c_p + s_s + \dfrac{h_m s_m \mu_2}{p - h_m}\right] \lambda - s_s < c_p \\ 0 < (1-\lambda)\left(\dfrac{c_s}{\mu_1} - h_s\right) < c_s \\ 0 < 1 - \dfrac{\lambda(p - h_m + s_m)}{p - h_m} \leqslant 1 \end{cases}$$

综合以上方程可得

$$\min\left(1 - \frac{c_s \mu_1}{c_s - h_s \mu_1}, \frac{s_s}{c_m + c_p + s_s \dfrac{h_m s_m \mu_2}{p - h_m}}\right) \leqslant \lambda \leqslant$$

$$\max\left(\frac{p - h_m}{p - h_m + s_m}, \frac{c_s / \mu_1}{c_m + \dfrac{h_m s_m \mu_2}{p - h_m} + \dfrac{c_s}{\mu_1}}\right)$$

3) 将式(C1)、(C2)、(C3) 代入式(21) 可得

$$\mathrm{E}(\Pi_m) = (1-\lambda)\mathrm{E}(\Pi_c) + (1-\lambda)(c_s - h_s \mu_1) I + (1-\lambda) s_m \mu_d - s_m \mu_d - t\mu_1 I$$

由 $(c_s - h_s \mu_1 - t\mu_1) = \lambda(c_s - h_s \mu_1)$ 可得

$$\mathrm{E}(\Pi_m) = (1-\lambda)\mathrm{E}(\Pi_c) - \lambda s_m \mu_d$$

因 $\mathrm{E}(\Pi_c) = \mathrm{E}(\Pi_s) + \mathrm{E}(\Pi_m)$ 从而

$$\mathrm{E}(\Pi_s) = \lambda \mathrm{E}(\Pi_c) + \lambda s_m \mu_d$$

定理 5 得证.