

基于小波的金融危机时点探测与多重分形分析^①

张林^{1,2,3}

(1. 广东外语外贸大学国际经济贸易学院, 广州 510006; 2. 华南理工大学工商管理学院, 广州 510640;
3. 九州大学经济学院, 日本福岡 812-8581)

摘要: 在金融危机时点前后, 市场的动力学会呈现出异常剧烈的波动. 准确定位金融危机时点是区分出金融危机前后股市多重分形特性的关键步骤. 与其他方法相比, 小波变换模极大值法(WTMM)的优势在于它可以侦测出突变点并对金融市场的多重分形特性进行分析. 研究通过小波变换模极大值法(WTMM)所建立的模极大值线将道琼斯工业指数(DJI)与东京证交所股价指数(TPX)的金融危机时点定位出来. 随后基于所侦测出来的道琼斯工业指数(DJI)突变点对该指数进行多重分形分析. 分析发现: 小波变换模极大值法(WTMM)不仅可以准确定位金融危机发生的时点, 还可以刻画出多重分形特征在金融危机前后的演化. 实证结果验证了分形市场假说(FMH)关于市场发生崩溃的起因, 也为金融风险管理提供了一个新思路.

关键词: 金融危机; 小波变换模极大值法; 侦测; 多重分形; 股票市场

中图分类号: F830.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2014)10-0070-12

0 引言

有效市场假说(EMH)与资产定价模型都是均衡模型. 在市场稳定时运行得很好, 然而面对金融危机时这些模型就显得有些无能为力, 因此基于有效市场假说来研究金融危机发生时的市场不是很恰当. 与有效市场假说忽略市场的流动性不同, 分形市场假说(FMH)恰恰是通过市场的流动性来刻画市场的稳定性, 而市场流动性的主要来源是投资者的非同质性. 分形市场假说认为市场的局部随机性与整体确定性共存, 市场投资起点的多样化可以保证市场具有足够的稳定性, 而当市场失去分形结构且具有唯一的投资起点时市场就会崩溃^[1]. 因此应用非线性方法的分形理论来研究非均衡态的市场比较合适.

不同于“构成论”, 分形是一种“生成论”的

自然观^[2], 它在宏观与微观、整体与局部之间通过一种自相似的表现形式架起了桥梁, 当小尺度放大时会发现与大尺度相似的形态和性质. 由于分形与小波分析在尺度性能方面具有许多相似性, 而且小波分析具有“可变焦”的性质, 在空间域与频率域都具有良好的局部特性, 因而小波分析被认为是分析分形的有力工具, 同时还可以有效地对系统的奇异点位置和奇异程度的大小进行探测与分析. 如果将资本市场看成是一个复杂系统, 金融危机发生的时点则是系统发生突变的时刻, 突变时刻作为系统运行的奇异点包含有重要的市场信息. 探测突变时刻的发生并将突变时刻加以辨别对资本市场来说意义重大.

小波变换模极大值法(WTMM)是一种计算多重分形维数的方法, 此法可以追溯到20世纪80年代所兴起的连续小波分析. 1992年Mallat与

^① 收稿日期: 2012-03-26; 修订日期: 2012-09-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71471045); 广东外语外贸大学校级青年基金资助项目(13Q13); 国家留学基金委资助项目([2008]3019).

作者简介: 张林(1981-), 男, 重庆荣昌人, 讲师, 博士. Email: cheung_star007@163.com

Hwang^[3] 提出小波变换模极大值法并将其应用于图像处理; Bacry, Muzy 和 Arneodo^[4, 5] 最先应用了此法, 并将其广泛地应用于信号处理领域. 小波变换模极大值法实质上是将分形“盒维数”的计算思想与连续小波变换(CWT)相结合, 将小波在不同尺度上的分析看作是在不同尺度大小“盒子”里的操作. 小波变换模极大值法基于连续小波变换, 故其计算量较大, 鉴于这个缺点 Lashermes, Jaffard 和 Abry^[6] 2005 年又提出了基于离散小波变换(DWT)的小波领袖法(WL)来计算多重分形维数. 小波变换模极大值法(WTMM)虽然较小波领袖法(WL)复杂, 但它在计算过程中建立起了包含系统发生重要突变信息的模极大值线, 这就使得小波变换模极大值法(WTMM)不仅可以分析系统的多重分形特性还可以探测出系统突变的时点. 此外, 多重分形分析法主要还有基于“盒维数”计算思想的配分函数法(PF)^[7]与多重分形消除趋势波动分析法(MF-DFA)^[8], 这两种方法直观、易于理解且便于计算机编程, 但计算的时间复杂性较大^[9].

以上四种方法从本质上讲都是通过不同尺度上构建结构函数来进行多重分形分析, 但每种方法的构建方式不同: 与小波的卷积运算相比, MF-DFA 每计算一个构建结构函数的系数, 都需要先作一次曲线拟合. 因此, 两类方法的时间复杂性不尽相同. 这里假设 N 为分析数据的长度, 不难计算连续小波变换的时间复杂性为 $O(N \log_2 N)$, 离散小波变换的时间复杂性为 $O(N)$, 如果再考虑到建立结构函数所需系数的过程, 两者的时间复杂度均达到 $O(N \log_2 N)$. PF 与 MF-DFA 对样本数据分割的长度基本上是连续的, 可以算出它们的时间复杂度近似为 $O(N^2)$. 表 1 列出了四种方法的时间复杂度, 若 $N = 10\,000$, 小波分析法的时间复杂性仅为后两者的 0.13%.

表 1 四种方法的计算复杂度

Table 1 The computational complexity of the four methods

方法	WTMM	WL	PF	MF-DFA
计算复杂度	$O(N \log_2 N)$	$O(N \log_2 N)$	$O(N^2)$	$O(N^2)$

目前为止, 国内关于金融市场多重分形特性的研究主要采用基于“盒维数”计算思想的数

值分析方法, 而应用小波分析计算金融市场多重分形特性的研究较少, 受计算复杂度的限制, 有关金融市场多重分形特性随时间演化的研究不多. 熊正丰^[10] 运用小波的方法对中国股指的单分形维数进行测量; 卢方元^[11] 应用 MF-DFA 对中国股市收益率的多重分形成因进行分析; 魏宇等^[12] 应用 PF 建立了基于多重分形理论的金融风险测度指标; 周炜星^[13] 应用 PF 对高频数据的多重分形性进行检验; Jiang 等^[14, 15] 应用 PF 与 MF-DFA 对中国股市的波动性与交易的持续时间进行了较全面而深入的分析, 并对其研究结果进行了检验; 张维等^[16] 在 Struzik^[17] 的研究基础上应用 WTMM 着重对高频数据的异常点进行探测; 苑莹等^[18] 应用 PF 对中国股市不同行业的奇异性特征进行比较. 国际上应用小波计算多重分形特性的研究相对比较成熟: Muzy 等^[19] 将 WTMM 与结构函数法进行了系统的比较和分析; Yalamova^[20] 研究发现当风险发生变化时应用 WTMM 较结构函数法更准确; Oswiecimka 等^[21] 将 WTMM 与 MF-DFA 进行比较, 发现两者在大多情况下都可以很好地刻画系统的多重分形特性; Los 与 Yalamova^[22] 运用 WTMM 对 1987 年股市崩盘时期世界上多个重要股指进行了多重分形研究.

不同于以上的研究成果, 本文将探测金融危机发生的时点与分析危机前后市场多重分形特性的演化相结合, 首先通过调整小波分析的尺度范围并选取适当的小波函数, 准确定位出金融危机发生的时点, 然后在此基础上采用新的分形参数来分析市场在危机前后多重分形特性的变化, 借助市场突变前后不同投资期限投资者的同一化趋势及市场波动特性之间的联系, 试图寻找和挖掘市场发生崩溃的起因. 该研究对验证分形市场假说具有重要意义, 同时为金融风险的评估与测量提供新的思路.

1 研究方法的理论基础

小波变换模极大值法是应用连续小波变换探知信号奇异点与计算分形维数的一种方法, 当

信号具有多重分形特性时这一方法非常有效. 小波变换模极大值法将信号的时间与尺度领域分割变换到分形维数领域, 这样不但可以考察信号多尺度维数的特征还可以挖掘出产生这一特征的原因, 因此这一方法有时也被称作“数学的显微镜”.

考虑一组信号 $f(t)$ 可以用以下方程表示

$$f(t) = p_0 + p_1(t-t_i) + p_2(t-t_i)^2 + \dots + p_h(t-t_i)^{h_i} \quad (1)$$

上式中 t 趋近于 t_i , h_i 是一个非整数用来刻画局部奇异性. 式 (1) 同样可以表示为

$$|f(t) - P_n(t-t_i)| = O(|t-t_i|^{h_i}) \quad (2)$$

其中 n 是小于 h_i 的最大整数, P_n 为 n 次多项式, h_i 称作 Hölder 指数.

信号 $f(t)$ 的连续小波变换可以表示如下

$$C_\psi[f](b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3)$$

式中 $\psi(t)$ 被称作母小波, 它是时频域的连续函数, 母小波 $\psi(t)$ 通过平移因子 $b (b \in R)$ 与尺度因子 $a (a \in R^+)$ 的变换与 $f(t)$ 进行卷积操作可以将 $f(t)$ 分解到不同的尺度中去; 接着小波变换模极大值法就可将信号在尺度上与时间上进行某种分割来模仿“盒维数”的计算思想进行多重分形分析.

根据所研究信号的特征可以选择不同的母小波 $\psi(t)$. 通常来讲, 只要求 $\psi(t)$ 的均值为 0 即可, 但为了考察信号的奇异性, 还要求 $\psi(t)$ 具有正交性, 即

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^m \psi(t) dt = 0, \forall m, 0 \leq m < N \quad (4)$$

式中 N 称为小波的消失矩. 满足以上条件且较常用的小波可以是高斯函数的 N 阶导

$$\psi^{(N)}(t) = d^N(e^{-x^2/2})/dx^N \quad (5)$$

在小波系数的计算过程中, 由于小波具有消失矩, 因而可以消除信号中较低次数的部分, 将 h_i 侦测出来. 在此, 本文定义豪斯多夫维数 $D(h)$ 如下

$$D(h) = \dim_H\{t | h(t) = h\} \quad (6)$$

由于 $\psi(t)$ 具有消失矩 N , 信号 $f(t)$ 的局部小波变换系数满足

$$C_\psi[f](t_i, a) = O(a^{h_i}) \quad (7)$$

2 信号奇异性的小波分析

定义 1 设信号 $f(t)$ 的长度为 L_f , $C_\psi[f](t, a)$ 是信号 $f(t)$ 连续小波变换在尺度 a 上的小波系数. 若在时间点 t_0 附近有 $|C_\psi[f](t_0, a)| \geq |C_\psi[f](t, a)|$, 且严格不等式至少对于 t_0 的某一侧成立, 则 t_0 是尺度 a 上的一个模极大值点.

在本研究中, 尺度以 2 的幂指数递增, 最大尺度为 a_{\max} . 一般来说, 尺度越大, 模极大值点越少, 尺度越小, 模极大值点越多. 在连续小波变换的系数矩阵中, 将非模极大值点的小波系数置零, 得到由小波模极大值点所组成的矩阵 $C_{\psi M}$.

定义 2 若 $C_{\psi M}(t, a) \in l$ 有: 当 $a \leq a_{\max}$ 时, 对 $\forall a \leq a_{\max}, \exists (t, a) \in l$, 则称 l 为时点 t 的一条模极大值线, 将 $L(a_{\max})$ 记为所有模极大值线族.

与基于即兴算法的模极大值线搜寻法^[23]不同, 为便于多重分形分析, 本研究提出与尺度变化相适应的二分递归搜寻法, 即由低层的两个模极大值点选出一个临近高层的模极大值点作为其中一个低层模极大值点的延长点. 具体步骤如下:

设最小尺度 a_1 上临近的六个模极大值点的时点为 $(t_{k-2}, a_1), (t_{k-1}, a_1), (t_k, a_1), (t_{k+1}, a_1), (t_{k+2}, a_1), (t_{k+3}, a_1)$, 而时点 (t_j, a_2) 为前两个模极大值点 $(t_{k-2}, a_1), (t_{k-1}, a_1)$ 在尺度 a_2 上选出的模极大值线延长点. 若 $|C_{\psi M}(t_k, a_1)| > |C_{\psi M}(t_{k+1}, a_1)|$, 则延长时点 (t_k, a_1) 所在的模极大值线, 而停止延长时点 (t_{k+1}, a_1) 所在的模极大值线. 在尺度 a_2 上的时点开区间 $(t_{j+1} < t < t_{k+2})$ 寻找与 $C_{\psi M}(t_k, a_1)$ 符号相同且距离最近的时点 (t_{j+1}, a_2) 作为时点 (t_k, a_1) 在尺度 a_2 上模极大值线的延长点, 如果存在两个距离相等的点, 则选择模值大的作为延长点; 若 $|C_{\psi M}(t_k, a_1)| < |C_{\psi M}(t_{k+1}, a_1)|$, 则延长时点 (t_{k+1}, a_1) 所在的模极大值线, 停止延长时点 (t_k, a_1) 所在的模极大值线. 在尺度 a_2 上的时点开区间 $(t_{j+1} < t <$

t_{k+2}) 寻找与 $C_{\psi M}(t_{k+1}, a_1)$ 符号相同且距离最近的时点 (t_{j+1}, a_2) 作为时点 (t_{k+1}, a_1) 在尺度 a_2 上模极大值线的延长点, 如果存在两个距离相等点, 则选择模值大的作为延长点. 如此循环下去, 直至选到最大尺度 a_{\max} . 在矩阵 $C_{\psi M}$ 中将没有被模极大值线通过的模极大值置为 0, 从而生成有关模极大值线的矩阵 $C_{\psi ML}$. 这样不但可以保证每个被选中的模极大值点只在一条模极大值线上, 同时使得各尺度在模极大值线上的点数与尺度近似成反比.

3 小波变换模极大值法

多重分形分析主要是借助多重分形谱的参数来进行研究, 一般来讲多重分形谱的图像类似于开口向下的抛物线, 其顶点坐标是 $(\alpha_0, f(\alpha_0))$ 纵坐标 $f(\alpha_0)$ 等于被研究信号的欧几里德维数或是经典维数. 本研究发现矩阵 $C_{\psi ML}$ 中各尺度上奇异点的个数与分析尺度的比例关系会影响多重分形谱的形状及其计算的准确度, 因此需要将矩阵 $C_{\psi ML}$ 中的一部分模极大值线去掉得到矩阵 $C'_{\psi ML}$, 使得 $C'_{\psi ML}$ 中所剩模极大值线在各尺度上的奇异点个数与尺度严格成反比, 这样就可以得到较规则的多重分形谱图像并且可以提高多重分形计算的准确度.

由二分递归搜寻法可知, 在矩阵 $C_{\psi ML}$ 临近的两个尺度间, 大尺度上奇异点个数小于或等于小尺度上奇异点个数的一半, 因此应由矩阵 $C_{\psi ML}$ 中最大尺度上奇异点个数推出其下所有尺度间具有严格比例关系的理论奇异点个数. 因为矩阵 $C_{\psi ML}$ 中各尺度上的奇异点个数大于或等于理论奇异点个数, 所以需剔除的模极大值线条数应等于实际奇异点个数与理论个数之差. 长度越长的模极大值线往往蕴含越重要的信息, 为了尽量保留长度较长的模极大值线, 应该从大尺度开始操作. 当被操作尺度上的奇异点数大于其理论数, 通过比较该尺度上各奇异点模值的大小, 剔除模值较小奇异点所在的那条模极大值线, 所剔除的模极大值线条数等于实际奇异点个数与理论个数之差, 同时其下各尺度上的奇异点数都相应减去剔除的模极大值线条数, 如此循环下去, 直到最小尺

度上的奇异点个数等于其理论数. 这样就可以使 $C'_{\psi ML}$ 中各尺度上的奇异点个数与各尺度严格成反比, 而此时奇异点的分布就与“盒维数”的计算思想类似.

小波变换模极大值法的具体分析过程如下:

1) 选择合适的分析尺度与小波函数, 将所研究的信号 $f(t)$ 进行连续小波变换, 得出小波系数矩阵 C_{ψ} ;

2) 由小波系数矩阵 C_{ψ} 生成模极大值系数矩阵 $C_{\psi M}$;

3) 基于模极大值系数矩阵 $C_{\psi M}$ 建立模极大值线族 $L(a_{\max})$ 并生成矩阵 $C_{\psi ML}$, 根据不同的研究目的, 将不同尺度上模极大值线族 $L(a_{\max})$ 的奇异点选为系统发生突变的时点;

4) 将矩阵 $C_{\psi ML}$ 转化为 $C'_{\psi ML}$, 然后按下式计算配分函数 $Z(a, q)$

$$Z(a, q) = \sum_{l \in L(a_{\max})} \left[\sup_{(t, \rho) \in l} |C'_{\psi ML}(t, \rho)| \right]^q \tag{8}$$

其中 $q \in R$. 为了避免当 $q < 0$ 时, 上式的求和发散, 需要对矩阵 $C'_{\psi ML}$ 进行约束性处理. 将每条模极大值线上的系数更新, 使得任意一条模极大值线在各尺度上的系数取线上不大于该尺度的所有系数的上确界.

5) 当尺度 $a \rightarrow 0$ 时, 可以根据 $Z(a, q)$ 来定义指数 $\tau(q)$

$$Z(a, q) \sim a^{\tau(q)} \tag{9}$$

6) 应用勒让德变换可得多重分形参数

$$\alpha = d\tau(q) / dq \tag{10}$$

$$\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} \tag{11}$$

其中奇异指数 α 表示系统中一个子集合的局部奇异程度. 由于 τ 是关于 q 的凹函数, 当 q 较大时, α 较小; 当 q 较小时, α 较大, 因此较小的 α 刻画系统大波动点集的奇异程度, 较大的 α 刻画系统小波动点集的奇异程度. 系统奇异指数的宽度即多重分形谱的宽度 $\Delta\alpha$ 表示系统奇异程度之间的差别, 它可以刻画系统多重分形性的强弱程度, 若 $\Delta\alpha$ 越大说明系统多重分形性越显著, $\Delta\alpha$ 越小说明系统多重分形性较弱.

$$f(\alpha) = \min_q [\alpha q - \tau(q)] \tag{12}$$

$f(\alpha)$ 用来测量奇异指数为 α 的点集的分形维数. 由于 $\max [f(\alpha)] = 1$ 将此时的 α 记为 α_0 , 具有特征指数 α_0 的点集称作系统的最可几. 这里分别令大、小波动点集的平均分形维数为 f_l 与 f_r , 所有波动点集的平均分形维数为 f_a , 大小波动点集的平均分形维数之差为 Δf . Δf 可以近似刻画系统大波动与小波动的频率比, Δf 越大则系统的大波动越频繁. 具体定义如下

$$f_l = (\alpha_0 - \alpha_{\min})^{-1} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_0} f(\alpha) d\alpha \quad (13)$$

$$f_r = (\alpha_{\max} - \alpha_0)^{-1} \int_{\alpha_0}^{\alpha_{\max}} f(\alpha) d\alpha \quad (14)$$

$$f_a = (\Delta\alpha)^{-1} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} f(\alpha) d\alpha \quad (15)$$

$$\Delta f = f_l - f_r \quad (16)$$

4 实证分析

本研究针对不同的研究目的选取不同的数据样本. 为了验证小波模极大值法探测金融危机时点的有效性, 同时选取日美两国同期股票市场指数——道琼斯工业指数 (DJL GI) 与东京证交所指数 (TPX Index), 各 8 193 个日收盘数据作为侦测样本数据. 其中: 美国道琼斯工业指数的跨度为 1979 年 1 月 9 日至 2011 年 6 月 15 日, 日本东京证交所指数的跨度为 1978 年 3 月 20 日至 2011 年 6 月 15 日. 为了研究金融危机发生前后市场的多重分形特性并以此来验证分形市场假说关于危机时市场多重分形特性的变化, 选取与文献 [17] 大致相同的历史时期, 即著名的 1987 年“黑色星期一”股灾前后美国道琼斯工业股指的日收盘指数, 危机前的跨度为 1986 年 6 月 3 日至 1987 年 10 月 16 日, 危机后的跨度为 1987 年 10 月 16 日至 1988 年 3 月 3 日, 各 349 个日收盘数据. 以上所有数据来源于 Bloomberg database.

在分析之前, 首先要将日收盘指数序列转为对数化的日收益序列. 设 $\{p_t | t = 1, 2, \dots, N\}$ 为原始指数序列, 则该指数的对数收益率序列为: $\{r_t\} = \{r_t | r_t = \ln(p_{t+1}) - \ln(p_t) \quad t = 1, 2, \dots, N - 1\}$.

4.1 市场危机时点的探测

连续小波变换的分析尺度对于奇异点的探测至关重要, 初始尺度选择过大可能会遗漏一些重要的突变时点, 尺度过小则可能会受到小波系数计算误差的干扰. 此外所选小波函数消失矩也关系到侦测的准确性, 若消失矩太小, 奇异点则较多, 侦测易受到干扰; 若消失矩太大, 可能会遗漏一些具有重要意义奇异点.

该部分研究的最大尺度 a_{\max} 选择为 2^{12} , 故分析尺度可选择的范围为 $\{a_j | a_j = 2^j, 1 \leq j \leq 12\}$. 这里小波函数选择 $\Psi^{(4)}$. 由公式 (7) 可知: C_{Ψ_M} 中的小波系数值与尺度之间具有相关性, 通过考察东京证交所指数与道琼斯工业指数的 C_{Ψ_M} 中每个尺度上模极大值的绝对值均值与所在尺度 a_j 的双对数关系图 (见图 1), 可以发现: 在区间 $\{a_j | a_j = 2^j, 3 \leq j \leq 12\}$ 上, 两个指数小波模极大值的绝对值均值与所在尺度的双对数之间具有较好的正相关性, 而在区间 $\{a_j | a_j = 2^j, 1 \leq j \leq 2\}$ 上则呈现出负相关性, 说明在区间 $\{a_j | a_j = 2^j, 1 \leq j \leq 2\}$ 上小波系数可能受到了计算误差的干扰. 研究发现: 当尺度选择 $\{a_j | a_j = 2^j, 1 \leq j \leq 12\}$ 时, 可以对道琼斯工业指数的突变点进行较准确的定位, 而对东京证交所指数突变点的探测会出现一些偏差; 当尺度选择 $\{a_j | a_j = 2^j, 3 \leq j \leq 12\}$ 时, 可以对东京证交所指数的突变点进行较准确的定位.

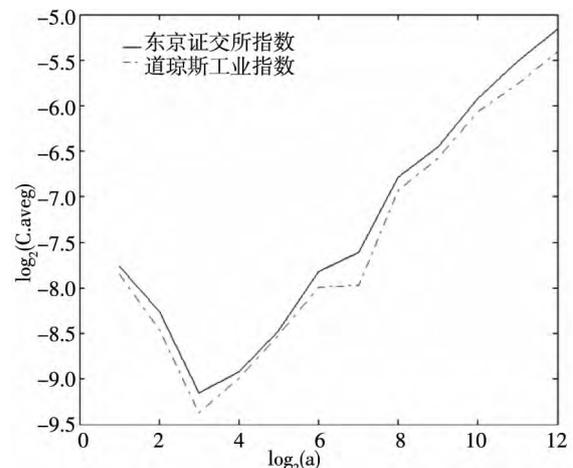


图 1 C. avg 与 a 的双对数图

Fig. 1 The bilogarithmic graph of C. avg and a

图 2 与图 3 分别是用来探测道琼斯工业指数与东京证交所指数发生重要突变的模极大值线图. 从图中可以看出: 由于模极大值线在低尺度上的奇异点较多, 所以无法区分具有重要意义系统突变点; 而模极大值线在高尺度上的奇异点较少, 也无法囊括所有具有重要意义突变点. 因此, 需要根据具体的研究目的选取合适尺度上的奇异点作为系统发生重要突变的时点.

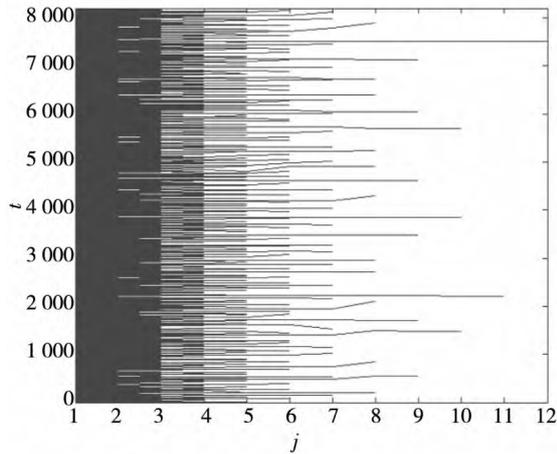


图 2 道琼斯工业指数的模极大值线图
Fig. 2 The maxima lines of DJI. GI

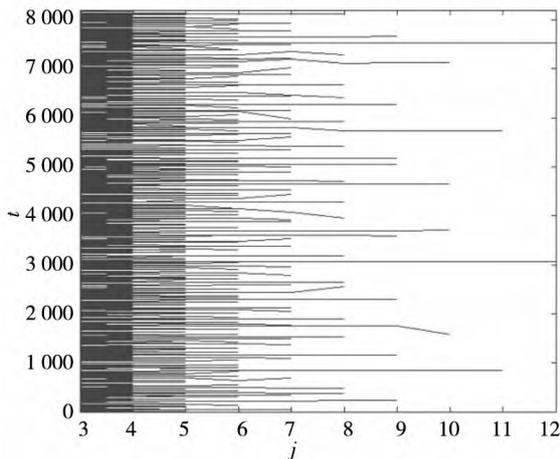


图 3 东京证交所指数的模极大值线图
Fig. 3 The maxima lines of TPX

表 2 是关于模极大值线在各尺度上奇异点个数的分布值, 可以看出基于二分递归搜寻法, 相邻两个尺度间大尺度上奇异点个数小于或等于小尺度上奇异点个数的一半.

为了准确探测金融危机发生的时点, 需选择适当的分析尺度, 这里选取道琼斯工业股指在 2^{10} 尺度上的奇异点作为突变点, 东京证交所指数在

2^{11} 尺度上的奇异点作为突变点, 具体侦测结果见表 3.

表 2 两股指的模极大值线在各尺度上奇异点的个数
Table 2 The outlier numbers of maxima lines on each scale for DJI, GI and TPX

j	1	2	3	4	5	6
DJI	3 130	1 490	726	360	180	90
TPX			1 087	535	263	131
j	7	8	9	10	11	12
DJI	45	22	11	5	2	1
TPX	64	32	16	8	4	2

表 3 道指与东交指数的突变时点及相应日期
Table 3 The temporal locus and corresponding dates of DJI, GI and TPX

指数	尺度	突变时点	对应日期
道琼斯工业指数	2^{10}	1 409	1984 年 8 月 3 日
		2 219	1987 年 10 月 19 日
		3 850	1994 年 3 月 30 日
		5 736	2001 年 9 月 17 日
		7 513	2008 年 10 月 3 日
东交所指数	2^{11}	(830)	(1981 年 7 月 22 日)
		848	1981 年 8 月 17 日
		3 061	1990 年 8 月 3 日
		5 801	2001 年 9 月 12 日
		7 537	2008 年 10 月 6 日

在道琼斯工业指数的 5 个突变时点中, 4 个时点与金融市场的急剧波动或外生突发事件有关, 其中 3 个又与近 30 年来最著名的几次金融危机密切相关. 1987 年 10 月 19 日是历史上著名的“黑色星期一”, 全球股市在道琼斯工业指数带头暴跌下全面下泻, 引发金融市场恐慌, 从而引发上世纪八十年代末的经济衰退; 1994 年 3 月 30 日前后的 10 个交易日内, 道琼斯工业指数较一月最高点大跌 9.7%, 同年美国连续 6 次提高了联邦基金利率; 2001 年 9 月 17 日是“9.11”事件发生之后美国股市第一个交易日, 该事件激起了金融市场的激烈动荡, 导致投资者信心下降, 从而造成世界股市暴跌, 当日道琼斯工业指数较 2001 年 9 月 10 日下跌 7.13%, 随后几天内, 伦敦、巴黎、法兰克福、东京、新加坡、香港等主要股市的跌幅均超过 10%; 2008 年 10 月 3 日, 美国政府为应对急剧恶化的金融危机, 国会通过紧急经济稳定法案, 随后一周

(2008 年 10 月 6 日至 2008 年 10 月 10 日) 美国股市经历 75 年来最糟糕的一周. 1984 年 8 月 3 日则与以上 4 个突变时点不同, 它是一个市场复苏的突变点. 8 月 2 日与 3 日连续两天市场的成交量记录不断被打破, 这周的市场收益史无前例.

同样在东京证交所指数的 4 个突变时点中, 后面 3 个时点都有与之明显对应的金融危机或外生突发事件. 1990 年 8 月 2 日伊拉克入侵科威特后, 世界四大股票市场价格大幅跌落, 日经指数在 1990 年 8 月 3 日更是下跌 23.0%; 2001 年 9 月 12 日东京股票市场受前晚“9.11”事件的影响, 东京证交所指数随即下跌 6.4%; 2008 年 10 月 6 日, 受上周末美国国会通过紧急经济稳定法案的影响, 东京证交所指数随即下跌 4.7%. 在侦测突变点时可能会受到底层小波系数的干扰, 但是通过排查模极大值线上所有突变点的时点坐标, 可将真正的突变时点侦测出来. 进一步研究 4 个突变时点所在模极大值线上所有突变点的时点坐标发现: 与后 3 个突变点相比, 第 1 个突变时点在尺度 $\{a_j | a_j = 2^j, 5 \leq j \leq 12\}$ 上与模极大值线上的其余突变点的时点坐标差异较大, 其所在模极大值线上的突变点时点坐标大多分布在 848 附近而不是在 830 附近. 结合当时历史事件可以推测日本股市受上周末 1981 年 8 月 14 日里根总统签署了二战后历史上最大减税法案的影响, 开始了一轮调整, 说明该事件对日本股市的影响反而较美国股市更深远. 因此, 第 1 个突变点应为 848, 对应日期为 1981 年 8 月 17 日.

从以上侦测结果可以看出: 通过选择适当的小波函数与分析尺度的范围, 小波模极大值法可以较为准确地定位出各自金融市场发生重大突变的时点. 在同一时期, 日美股票市场指数被探测出了两个共同的市场突变点, 而这两个突变时点都是对全球经济造成重要影响的世界性事件或危机; 但由于两国政府及其市场之间的差异性, 以及两国在同一时期所采取的不同经济政策或是对同一外生突发事件具有不同程度的市场反应, 使得两国都具有独特的突变时点. 因此, 通过研究对比不同国家市场的突变点, 不仅可以探测出具有世界性的市场突变点, 还可以找出不同国家资本市场间的差异.

4.2 “黑色星期一”前后市场的多重分形分析

有效市场假说无法解释市场发生崩溃的原因, 而分形市场假说基于市场多重分形特性的变化, 通过市场流动性来挖掘市场发生崩溃的原因. 在分形市场假说理论看来, 市场的流动性与市场的稳定性密切相关. 由分形市场假说理论可知: 市场投资起点的多样化保证了市场的稳定, 由于市场中投资者各自投资期限的属性不同, 因而相同的市场信息在不同的投资者看来所包含的意义截然不同, 所采取的投资策略具有显著差异, 买、卖双方可以在短时间内完成交易. 此时市场因为具有充足的流动性而十分有效, 市场价格的变化比较平缓; 但是当市场遭遇金融危机或外生突发事件时, 市场就会失去分形结构且具有唯一的投资起点, 各投资者投资期限的属性都趋于短期化, 或者是市场中只有短线投资者在操作, 此时市场出现超卖, 买、卖双方不能进行有效的交易, 最终价格的剧烈波动导致市场崩溃. 此外, 市场的有效性还可以通过市场多重分形特性的强弱程度来衡量^[24], 大量具有不同投资期限的投资者会使市场保持充足的流动性, 而充足流动性可以保障市场高效而稳定地运行. 因此, 研究市场在危机前后多重分形特性的变化, 可以验证分形市场假说论述市场发生崩溃的正确性与合理性.

1987 年的“黑色星期一”是历史上最著名的世界性股灾. 这次危机在学术上具有重要的研究价值. 金融危机造成的短期市场崩溃与资本市场的“熊市”不同, 因此考察金融危机对资本市场的影响应该聚焦在危机发生前后一段较短的时间内. 以下研究对道琼斯工业指数在 1987 年 10 月 16 日前后各 349 个交易日时间段的市场多重分形特性进行了分析和比较, 试图寻找出市场流动性与市场多重分形特性之间的联系, 并探求一些引发市场崩溃的原因. 图 4 是这一时期道琼斯工业指数的分时走势图.

这里小波函数仍选择 $\Psi^{(4)}$, 300 个交易日 (约为 15 个月) 为分析窗口, 3 个交易日为滑动窗口, 最大尺度 a_{\max} 为 2^8 . 为避免低层小波系数的误差给多重分形的计算带来干扰, 选取模极大值线在尺度 $\{a_j | a_j = 2^j, 3 \leq j \leq 8\}$ 间的奇异点来构

造配分函数; 由于 WTMM 构建配分函数的小波系数都较小, 所以 q 值太大可能会给计算带来误差, 以下分析将 q 的取值范围定为 $[-4 : 0.1 : 4]$.

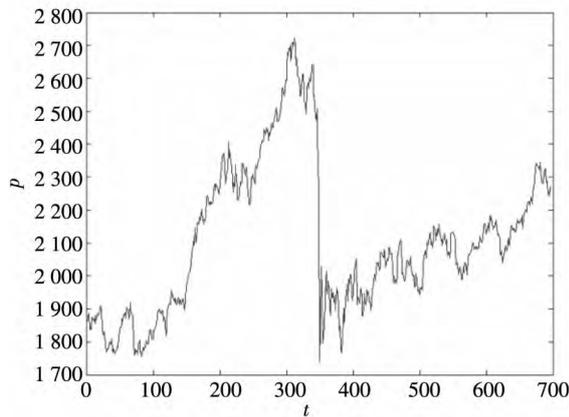


图 4 道琼斯工业指数在危机前后的走势图

Fig. 4 Index time chart of DJI. GI before and after crash

考察金融危机对市场的影响一般都是研究其巨幅波动对市场所造成的冲击, 由 f_i 的定义可知 f_i 刻画了市场所有大波动的平均分形维数, 维数越大, 则波动越频繁. 对于金融危机发生时点的市场波动来讲, 它是短时间内的巨幅波动, 因此它的幅度最大、频率最低, 受巨幅波动的影响 f_i 会发生骤降. 这里将危机前后的 697 个日收益数据作为整体, 共计算 133 个 $[(697 - 300) / 3 + 1]$ 时间段的 f_i 以研究其变化趋势, 用 N 表示第 N 个分析窗口 $R_N = \{ r_t, 1 + (N - 1) \times 3 \leq t \leq 300 + (N - 1) \times 3 \}$, 计算结果见图 5. 在图中可以发现两个较明显的跳跃点 ($N = 18$ 与 $N = 118$), 其中第 18 个时间段是第一个将危机时点纳入分析的时间段, 第 117 个时间段是最后一个将危机时点纳入分析的时间段, 危机时点存在于 $18 \leq N \leq 117$ 共 100 个时间段. 在这 100 个时间段中, 由于受到“黑色星期一”短时剧烈波动的影响, 这些时间段的 f_i 整体发生骤降; 然而两头部分由于不包含危机时点相应的 f_i 都较大, 图 5 中 f_i 的演化趋势便呈现出一个“凹”字形区间. 因此, 不同于应用模极大值线来定位危机发生的时点, 还可尝试通过寻找 f_i 演化趋势图中的下凹部分来侦测, 其下凹区间的长度正好等于分析窗口的宽度. 虽然图 5 可以很好地刻画出市场大波动的演化趋势, 但是图中 $18 \leq N \leq 117$ 的区间正是危机发生前后的时间段, 它们都受到“黑色星期一”巨幅波动的显著影

响, 因此无法准确区分危机前后市场的多重分形性.

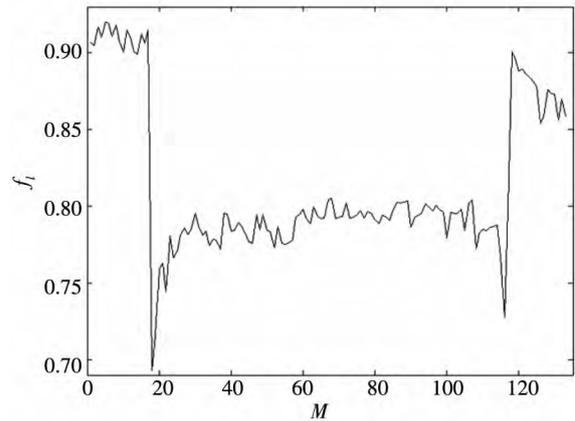


图 5 道琼斯工业指数大波动的平均分形维数演化图

Fig. 5 Average fractal dimension evolution of DJI. GI's large fluctuations

不同于 Los、Yalamova 在研究中对样本数据的划分方式与多重分形参数的选取, 为了更清楚地研究危机前后多重分形特性之间的差异, 这里将 697 个日收盘数据以 1987 年 10 月 16 日为分界点, 划分为危机前后各含 348 个日收益数据的两个样本, 通过计算危机前后各 17 个 $[(348 - 300) / 3 + 1]$ 分析窗口的多重分形特性参数 $\Delta\alpha$ 、 f_a 、 Δf 来研究危机发生前后市场分形结构及市场波动特性的变化. 记危机前第 MB 个分析窗口 $R_{MB} = \{ r_t, 1 + (MB - 1) \times 3 \leq t \leq 300 + (MB - 1) \times 3 \}$; 危机后第 MA 个分析窗口 $R_{MA} = \{ r_t, 1 + (MA - 1) \times 3 \leq t \leq 300 + (MA - 1) \times 3 \}$; 用 M 表示危机前后所有的分析窗口, 前 17 个 M 等于 MB , 后 17 个 M 等于 MA . 根据公式 (8) 到 (16) 计算, 可以得出多重分形特性参数 $\Delta\alpha$ 、 f_a 、 Δf 的演化趋势图. 与图 5 不同, 在图 6 至图 8 均可发现在危机发生的交界处 $M = 17$ 附近存在一个明显的突变, 说明在危机前后市场多重分形性的确发生了重大变化.

多重分形谱的宽度 $\Delta\alpha$ 可以用来刻画系统多重分形性的强弱程度, 可借助 $\Delta\alpha$ 来刻画资本市场的有效程度. 若 $\Delta\alpha$ 增大, 则市场波动之间的奇异程度增大, 市场的多重分形特性增强, 市场的有效性减弱; 若 $\Delta\alpha$ 减小, 则市场波动之间的奇异程度减小, 市场的多重分形特性减弱, 市场的有效性增强. 金融危机发生时所伴随的市场巨幅波动会

使市场波动之间的奇异程度增大,市场的多重分形特性增强,从而导致市场的有效性降低.从图6中可以看出,危机发生之后($M \geq 18$)的 $\Delta\alpha$ 较危机发生之前($M \leq 17$)的 $\Delta\alpha$ 有一个明显的阶跃,危机发生之后的 $\Delta\alpha$ 底部基本上与危机发生之前的 $\Delta\alpha$ 顶部在同一水平上. $MB = 17$ 的 $\Delta\alpha$ 仅为 $MA = 1$ 的 $\Delta\alpha$ 的41%,这说明“黑色星期一”当日市场的巨幅波动使得市场波动之间的奇异程度显著增大,市场的多重分形特性发生了重大变化.这与Los、Yalamova的研究结果是一致的,即危机发生后市场的多重分形谱宽度 $\Delta\alpha$ 会增大.

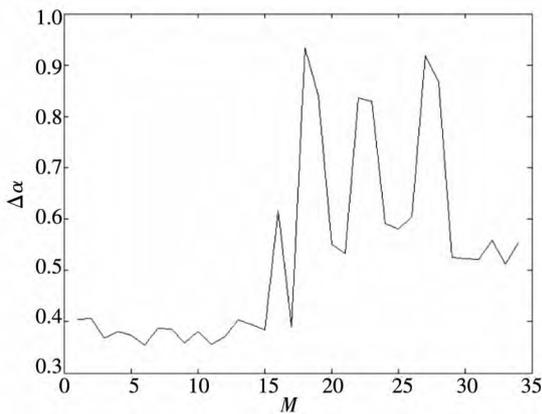


图6 道琼斯工业指数的多重分形特性演化图
Fig.6 Multifractional property evolution of DJI. GI

由于 $f(\alpha) \sim \alpha$ 多重分形谱的图像类似于开口向下的抛物线,其顶点的坐标是 $(\alpha_0, 1)$.一般来讲,只要 $\Delta\alpha$ 越小,那么 $f(\alpha_{\min}) \sim f(\alpha_{\max})$ 就越趋近于1.由公式(15)可知,当 $\Delta\alpha$ 减小时 f_a 增大;当 $\Delta\alpha$ 增大时 f_a 减小.因此 f_a 也可以从宏观上对市场整体波动的多重分形特性进行刻画.从图7中可以看出,在危机发生时 f_a 从0.9089($M = 17$)突降至0.7680($M = 18$),且危机发生以后的 f_a 一直徘徊在0.76与0.89之间,这说明了危机发生之后频率相对较低的巨幅波动拉低了市场整体波动的频率,从而使市场波动的平均分形维数下降.

图8中的 Δf 较准确地刻画出道琼斯工业指数在危机前后波动的分布特征,可以发现危机发生之后在高位点的 Δf 比危机前更多,这说明市场在危机发生之后大波动较为频繁;但随着时间的推移,“黑色星期一”当日巨幅波动的影响逐渐减弱,也使危机发生后的 Δf 具有逐渐降

低的趋势.

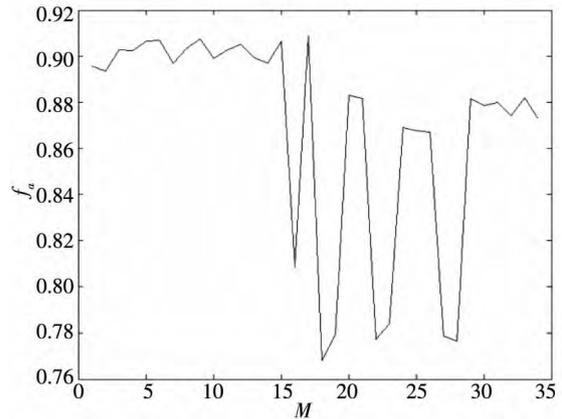


图7 道琼斯工业指数平均分形维数的构成演化图
Fig.7 Average fractal dimension evolution of DJI. GI

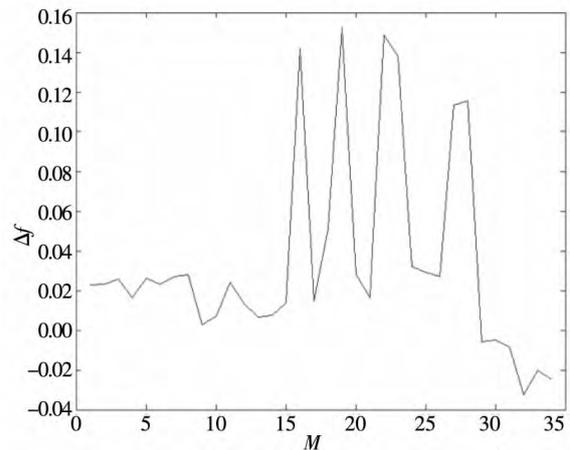


图8 道琼斯工业指数波动频率比的演化图
Fig.8 Fluctuation ratio evolution of DJI. GI

基于以上对 $\Delta\alpha$ 、 f_a 与 Δf 的分析不难发现:市场发生危机时,由于投资者群体逐渐同一化,使得市场的巨幅波动更易发生,而市场的巨幅波动增大了市场波动间的奇异程度,增强了市场的多重分形性,从而降低了市场的有效性.可以理解为:投资者群体的同一化造成流动性短缺,流动性短缺使市场有效性降低,当流动性几近枯竭时,市场就会因其效率的骤降而发生崩溃.总之,市场的分形特性与市场的稳定性密切相关.

下面详细介绍了应用WTMM计算道琼斯工业指数在危机发生前后各300个日收益数据的多重分形谱 S_B 与 S_A 时的分析过程.

图9左右两边分别是危机前后尺度 a 与配分函数 $Z(a, q)$ 之间的双对数关系图, q 值从上到下逐渐增加.从图中可以看出危机前后的 $\log_2 Z(a,$

q) 与 $\log_2 a$ 之间基本上都具有较好的线性关系, 但是若 q 值太大或观测数据太少, 可能会破坏 $\tau(q)$ 严格递增的趋势. 图 10 左、右两边分别是危机前后 $\tau(q) \sim q$ 的关系图与多重分形谱 S_B 与 S_A . 从图中可以看出: $\tau(q) \sim q$ 在区间内都是严格递增的, 但危机发生之后 $\tau(q)$ 的斜率变化幅度较危机发生之前大, 从而造成 S_A 的 $\Delta\alpha$ 明显大于 S_B 的 $\Delta\alpha$, 这说明危机发生后市场有效性显著低于危机发生前的市场有效性. 在 q 值较大的区域内, 危机发生后 $\tau(q)$ 的斜率较危机发生前小很多, 由公式 (10) 可知危机发生后的 α_{\min} 就会小于比危机发生前的 α_{\min} , 这意味着市场大波动的幅度在增大, 从而使得 S_A 的左端顶点的横坐标较 S_B 小.

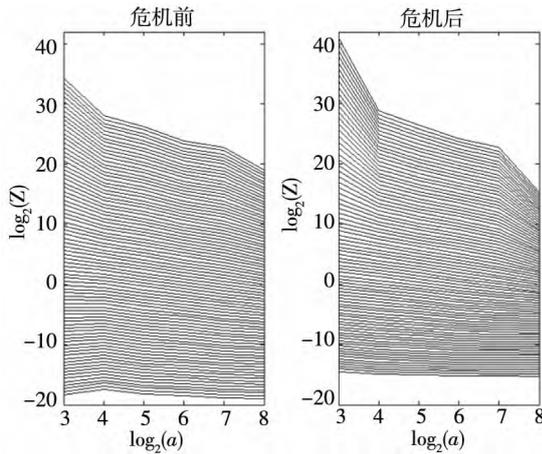


图 9 Z 与 a 的双对数图

Fig. 9 The bilogarithmic graph of Z and a

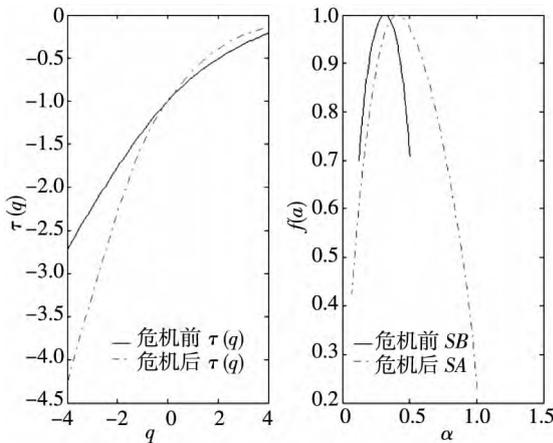


图 10 道琼斯工业指数危机前后的 $\tau(q) \sim q$ 与多重分形谱

Fig. 10 $\tau(q) \sim q$ and multifractal spectrums of DJI, GI before and after crash

鉴于 MF-DFA 与 WL 都具有较好的稳定性, 为了验证 WTMM 的可靠性, 下面分别应用 MF-DFA3 与

WL (db3) 计算危机发生前后各 300 个日收益数据的多重分形参数, 并与 WTMM 的分析结果进行比较, 详见下表:

表 4 三种方法得到的 α_{\min} 与 $\Delta\alpha$

Table 4 α_{\min} and $\Delta\alpha$ obtained by the three methods

参数	WTMM		WL (db3)		MF-DFA3	
	前	后	前	后	前	后
α_{\min}	0.121 2	0.070 0	0.295 8	0.134 5	0.442 8	0.037 8
$\Delta\alpha$	0.381 3	0.933 5	0.410 7	0.860 2	0.496 9	0.760 2
Ratio	2.45		2.09		1.53	

从表 4 可以看出: 三种方法的 α_{\min} 在危机发生之后都有所减小, 说明受危机的影响市场大波动的幅度在增加; 其次, 所有方法的 $\Delta\alpha$ 在危机发生之后都增大很多. 表中 Ratio 是危机发生之后与危机发生之前 $\Delta\alpha$ 的比值, 可以看出: WTMM 增大了 145%, WL 增大了 109%, MF-DFA3 增大了 53%, 这说明危机发生后市场的多重分形性增强, 市场的有效性降低. 因此, WTMM 可以较准确地刻画危机前后市场的多重分形特性.

5 结束语

基于以上研究结果可以发现: 合适的小波函数与尺度范围可以较精准地定位出金融危机与外生突发事件的发生时点; 此外, 通过比较分析危机发生前后市场多重分形特性之间的差异, 验证了分形市场假说在解释市场崩溃时的合理性与有效性. 可以认为: 投资期限多样化的投资者群体是产生市场多重分形特性的起因, 而市场多重分形特性决定了市场有效性, 当市场有效性因市场多重分形特性的改变而发生降低时, 市场稳定性就会因流动性的逐渐匮乏而不断降低, 当流动性被冻结时市场就会发生崩溃. 因此, 投资期限多样化的投资者群体对市场的稳定至关重要.

从方法上看, WTMM 具备一些其它方法所没有的优势, 这主要体现在它是基于市场所有突变点的信息来计算多重分形特性, 不仅可以刻画市场波动的动力学特征, 还可以对造成市场重大突变的时点进行探测. 此外, 危机时点不仅可以通过模极大值线来定位, 还可以借助 f_i 的演化趋势图

来定位. 从情报学的角度来看, 在无法掌握足够市场信息的条件下, 该方法有助于挖掘出不同时间尺度下市场价格波动背后所蕴含的重要信息; 更为重要的是, 与对大盘指数的事后研究不同, 该方法可以对个股信息披露的监管工作提供技术支持. 从金融风险管理的角度来看, 该方法不仅可以对风险发生的时点进行探测, 还可以借助风险发生前后市场多重分形特性的差异对金融风险的严

重程度进行评估与测量. 但是, 不可否认, 由于WTMM 在分析中需要对小波系数进行多次操作, 使其对该系数较为敏感, 分析结果容易受到计算误差的干扰而产生波动. 如何提高该方法的鲁棒性或采用其它一些小波分析方法则是进一步的研究方向; 同时, 如何将其与传统的金融风险管理技术更好地结合起来也是一个具有理论价值与实践意义的前沿课题.

参考文献:

- [1] Edgar E, Peters. Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics[M]. New York: Wiley, 1994.
- [2] 林夏水, 等. 分形的哲学漫步[M]. 北京: 首都师范大学出版社, 1999.
Lin Xiashui, et al. Fenxing de Zhexue Manbu[M]. Beijing: Capital Normal University Press, 1999. (in Chinese)
- [3] Mallat Stephane, Hwang Wenliang. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1992, 38(2): 617-643.
- [4] Muzy J F, Bacry E, Arneodo A. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: Application to turbulence data[J]. Phys. Rev. Lett, 1991, 67: 3515-3518.
- [5] Muzy J F, Bacry E, Arneodo A. The multifractal formalism revisited with wavelets[J]. Int. J. Bifurc. Chaos, 1993, 4(2): 245-302.
- [6] Lashermes B, Jaffard S, Abry P. Wavelet leader based multifractal analysis[C]. ICASSP, 2005, IV: 161-164.
- [7] 孙霞, 吴自勤, 黄均. 分形原理及应用[M]. 北京: 中国科技大学出版社, 2003.
Sun Xia, Wu Zhiqin, Huang Jun. Principle and Application of Fractal[M]. Beijing: University of Science and Technology of China Press, 2003. (in Chinese)
- [8] Kantelhardt J W, Zschiegner S A, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series[J]. Physica A, 2002, 316(1-4): 87-114.
- [9] Serrano E, Figliola A. Wavelet Leadeas: A new method to estimate the multifractal singularity spectra[J]. Physica A, 2009, 388: 2793-2805.
- [10] 熊正丰. 金融时间序列分形维估计的小波方法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 12: 48-53, 122.
Xiong Zhengfeng. Estimating the fractal dimension of financial time series by wavelet[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2002, 12: 48-53, 122. (in Chinese)
- [11] 卢方元. 中国股市收益率的多重分形分析[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 6: 50-54, 143.
Lu Fangyuan. The multifractal analysis on stock market returns of China[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2004, 6: 50-54, 143. (in Chinese)
- [12] 魏宇, 黄登仕. 基于多尺度分形理论的金融风险测度指标研究[J]. 管理科学学报, 2005, 8(4): 50-59.
Wei Yu, Huang Dengshi. Study on financial risk measure based on multifractal theory[J]. Journal of Management Sciences in China, 2005, 8(4): 50-59. (in Chinese)
- [13] 周炜星. 上证指数高频数据的多重分形错觉[J]. 管理科学学报, 2010, 13(3): 81-86.
Zhou Weixing. Illusionary multifractality in high-frequency data of Shanghai stock exchange composite index[J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(3): 81-86. (in Chinese)
- [14] Jiang Z Q, Chen W, Zhou W X. Detrended fluctuation analysis of intertrade durations[J]. Physica A, 2009, 388: 433-440.
- [15] Jiang Z Q, Zhou W X. Multifractal analysis of Chinese stocks based on partition function approach[J]. Physica A, 2008, 387: 4881-4888.
- [16] 张维, 刘博, 熊熊. 日内金融高频数据的异常点检测[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 5: 44-50.

- Zhang Wei , Liu Bo , Xiong Xiong. Outlier detection in intra-day financial data case [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice* , 2009 , 5: 44 – 50. (in Chinese)
- [17] Struzik Z R. Wavelet methods in (Financial) time-series processing [J]. *Physica A* , 2001 , 296: 307 – 319.
- [18] 苑 莹 , 庄新田 , 金 秀. 我国股市不同行业板块多标度奇异性特征比较 [J]. *系统工程学报* , 2011 , 26(1) : 31 – 38.
- Yuan Ying , Zhuang Xintian , Jin Xiu. Comparison of multi-scaling singularities of different industries in stock market of China [J]. *Journal of Systems Engineering* , 2011 , 26(1) : 31 – 38. (in Chinese)
- [19] Muzy J F , Bacry E , Arneodo A. Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method [J]. *Physical Review E* , 1993 , 47(2) : 875 – 884.
- [20] Yalamova R. Empirical testing of multifractality of financial time series based on WTMM [J]. *Fractals* , 2009 , 17(3) : 323 – 332.
- [21] Osiewiczimka P , Kwapien J , Drozd S. Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures [J]. *Physical Review E* , 2006 , 74: 016103.
- [22] Los C A , Yalamova R. Multifractal spectral analysis of the 1987 stock market crash [J]. *International Research Journal of Finance and Economics* , 2006 , 4: 105 – 132.
- [23] 傅 强 , 彭选华 , 毛一波. 金融时间序列变点探测的小波模极大值线方法 [J]. *重庆大学学报(自然科学版)* , 2007 , 30(8) : 140 – 144.
- Fu Qiang , Peng Xuanhua , Mao Yibo. Outlier's detection of financial time series based on wavelet modulus maxima line method [J]. *Journal of Chongqing University (Natural Science Edition)* , 2007 , 30(8) : 140 – 144. (in Chinese)
- [24] Zunino L , et al. Multifractal structure in Latin-American market indices [J]. *Chaos , Solitons and Fractals* , 2009 , 41: 2331 – 2340.

Temporal locus detection and multifractal analysis of financial crisis based on wavelet

ZHANG Lin^{1 2 3}

1. School of International Trade & Economics , Guangdong University of Foreign Studies , Guangzhou 510006 , China;
2. School of Business and Administration , South China University of Technology , Guangzhou 510640 , China;
3. Faculty of Economics , Kyushu University , Fukuoka 812 – 8581 , Japan

Abstract: The market dynamics exhibits extremely turbulent behaviors around the financial crisis point. The correct locating of financial crisis point is the key step of distinguishing the multifractal properties of stock market both before and after financial crisis. Comparing with other methods , the wavelet transform modulus maxima (WTMM) method has its advantages in detecting the outliers and indentifying the multifractal properties in financial markets. The time points of financial crisis are identified though the maxima lines of DJI and TPX indices , which are estimated by WTMM. The multifractal analysis of DJI is further performed around the time points where the outliers are detected. From our analysis , the WTMM is found to be capable of not only on correctly locating the time point of financial crisis , but also characterizing the evolution of the multifractal features both before and after financial crisis. Our empirical results also verify the Fractal Market Hypothesis (FMH) on the causes of market crash and provide a new idea for financial risk management.

Key words: financial crisis; wavelet transform modulus maxima (WTMM); detection; multifractal; stock markets