

不同时变 Copula-EVT-ES 模型精度比较研究^①

于文华^{1,2}, 魏宇², 康明惠²

(1. 成都理工大学商学院, 成都 610059; 2. 西南交通大学经济管理学院, 成都 610031)

摘要: 结合 EVT 极值理论, 构建了 4 类时变 Copula 模型, 拟合了股指间的动态极值相依系数, 并对各类资产组合进行了预期损失 ES 风险测度. 通过 Backtesting 方法, 对比研究了不同时变 Copula-EVT-ES 模型的风险测度精度. 实证结果表明, 在市场极端波动状况下, 结合 EVT 极值理论的时变 Copula-ES 模型能够对资产组合尾部极值风险进行有效测度, 并且对于空头头寸的风险测度效果优于其在多头头寸的表现. 善于刻画变量间厚尾极值相依关系的时变 t Copula-EVT-ES 能够取得较好的组合风险测度效果, 而对于二元资产组合, 在高风险水平上, 时变 SJC Copula-EVT-ES 模型也值得重点关注.

关键词: 时变 Copula; 极值理论; 预期损失; Backtesting; 测度精度

中图分类号: F830; F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2015)05-0032-14

0 引言

金融风险管理的核心与基础在于金融风险的定量分析和评估. 由于在金融实务中, 投资者往往对资产组合进行投资而非单一资产, 所以对于资产组合的风险度量更具现实意义. 同单一资产的风险评估相比, 投资组合的风险评价更为复杂, 这是因为在组合风险的计量过程中不仅需要细致考察单一资产收益的波动状况, 还必须考虑到组合中各个资产间的相依关系. 然而在市场极端波动的状况下, 金融资产间的相依特征往往错综复杂, 所以如何正确地选择和运用风险度量工具, 就成为组合风险计量中非常重要的环节. 在真实的金融市场运行环境中, 尤其是在金融危机频发的背景下, 金融市场间的相关模式通常呈现出非线性、非对称性、尾部极值相关性以及时变特征^[1-2]. 这是普通的线性相关指标所无法准确刻

画的^[3-4]. Copula 方法的应用使得金融资产间的相依性研究进入了新的阶段^[5-7]. 研究表明, Copula 函数具有良好的数学性质, 时变 Copula 函数能够较好地描述市场间的动态相依关系^[8-9]. 王沁等^[10]的研究发现, 相对于以线性相关系数为基点的时变 Copula 模型, 以 Kendall 的 tau 出发构建的时变 Copula 模型更善于捕捉非线性的、非正态的时变相依机制. 因此在刻画非线性、非对称性的相依关系方面, Copula 模型具有特别的理论优势及实际意义. 现有文献中, 大多基于 GARCH 族模型运用 Copula 理论进行分析, 但 GARCH 族模型并非直接对分布的尾部进行建模^[11], 而金融风险管理的重点是投资组合损益分布的尾部, 即市场极端情况下的损益. 曾健和陈俊芳^[12]的研究发现, 在市场趋于下降时, 如果忽略了金融资产间的尾部相关性, 将会高估通过分散化投资以降低资产组合风险的作用, 因此尾部极

① 收稿日期: 2012-09-23; 修订日期: 2014-04-14.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71071131; 71371157); 教育部人文社科基金资助项目(14YJC790073); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20120184110020); 四川省青年科技基金资助项目(15QNJJ0032); 四川省软科学研究计划资助项目(2013ZR0068); 四川省教育厅人文社科重点资助项目(14SA0039); 成都理工大学中青年骨干教师培养计划资助项目(JXGG201420); 成都理工大学金融与投资科研创新团队资助项目(KYTD201303).

作者简介: 于文华(1976—), 女, 辽宁大连人, 博士, 副教授. ywh@cdut.edu.cn

值风险相依关系对于资产组合的风险评估更具现实意义. EVT 极值理论 (extreme value theory, EVT) 能够较好地拟合收益序列的尾部分布,是度量市场风险极端情形下的有效方法^[13-15]. 极值理论在金融市场风险分析中有着广泛的应用^[16],结合了 EVT 极值理论的 Copula-EVT 模型善于刻画变量间的尾部极值相依关系,基于 Copula 和 EVT 极值理论的 VaR 度量方法比历史模拟法更为有效^[17]. 特别是在尾部分析方面,相对于传统的风险评价方法, Copula-EVT 模型具有明显优势^[18-19]. 但需要指出的是,现有研究中大多是基于 Copula 函数构建 VaR 模型^[13,17,20-21]. 然而 VaR 模型并非永远满足次可加性且未能将极端损失纳入考虑的缺陷使其备受争议,次可加性表示投资组合应具有分散风险的特点,即任何投资组合的总风险应小于或等于该组合中单个资产风险之和. 此外,在现实的金融市场中,处于分布尾部的极端损失往往是投资者所格外关注的. 显而易见,忽略 VaR 模型的这些缺陷,投资组合优化选择将存有隐患.

Artzner 等^[22] 提出将“一致性风险测度 (coherent risk measurement)”作为风险测度工具所应具备的通用标准. 一致性风险测度理论为评价和选择资产组合风险度量模型提供了理论依据,具有重要的实践意义. 进而, Artzner 等提出了能够满足“一致性风险测度”的预期损失 ES (expected shortfall, ES) 模型. ES 模型充分考虑了超过 VaR 值的尾部极端分布状况,与现实金融风险的经济意义和测度意义更为贴合,也更加符合金融实际操作的要求,能够在一定程度上弥补 VaR 风险价值模型的缺陷^[23]. 目前已有学者在 Copula 方法的基础上,构建了 ES 预期损失模型,并进行了有益的探索与研究^[24-25]. 应益荣等^[19] 研究发现,对于资产组合的风险评估, Copula-EVT-ES 方法在尾部分析方面优于传统的风险评估方法.

综合来看,尽管相当多的文献指出,基于 Copula 技术的风险测度模型优于传统的风险评价方法,能够更为有效地测量风险^[26-28]. 但对比分析由不同 Copula 函数构造的风险模型测度精度的文献却并不多见. 高江^[29] 将 student t Copula、Clayton Copula 作为构建模块的藤 Copula 模型用于多资产投资组合 VaR 预测. 罗付岩和邓光

明^[9] 将时变 Copula 函数的测度效果与常相关 Copula 函数进行了对比. 苏静和杜子平^[30] 对比分析了 4 类静态 Copula 函数在刻画资产组合分布尾部特征方面的特点,并对商业银行组合信用风险进行了度量. 战雪丽和张世英^[31] 的研究表明,在刻画组合风险 VaR 值方面, Copula-SV 模型比 Copula-GARCH 模型更具优越性. 杨湘豫和周再立^[32] 的实证研究发现,对于不同的 Copula 函数,通过 Monte-Carlo 模拟得到的投资组合风险价值 VaR 有所差异. 事实上,各类 Copula 函数具有不同的特点: Gaussian Copula 和 t Copula 具有对称性,都可以较好的捕捉到分布中随机变量间相关性的变化,但是在分布尾部具有明显的差别, t Copula 较 Gaussian Copula 厚很多,更适合刻画具有一定厚尾特征的变量相关性; Clayton Copula 具有非对称性,可用于描述在下尾处具有较强相关结构的现象; Symmetrized Joe-Clayton Copula 函数 (简称 SJC-Copula) 对上尾和下尾相关都很敏感,不仅能描述对称的尾部相关模式,也能刻画非对称的尾部相关状态. 因此,比较研究各类 Copula 模型的预测准确度,对于风险评价模型的选择及资产组合的选择至关重要.

鉴于此,本文以美国 S&P500 指数、日本日经 225 指数、中国上证综指和香港恒生指数 4 个股市指数为研究对象,将 4 个股指收益分别构造二元资产组合及四元资产组合;对于各资产组合,首先运用 AR(1)-GARCH(1,1) 模型过滤得到各股指收益的标准残差序列,并结合 EVT 极值理论构建边缘分布;分别运用 4 类时变 Copula 函数 (Gaussian Copula、Clayton Copula、 t Copula 和 SJC-Copula 函数) 拟合股指间的尾部极值动态相依系数;在此基础上,计算各个资产组合的 ES 预期损失测度值,并通过返回测试方法 (backtesting),对比研究各类时变 Copula-EVT 模型的 ES 风险测度效果. 由此可见,本文与其他的相关研究具有明显差异. 1) 结合 EVT 极值理论,构建了时变 Copula-EVT 模型,并分析了股指间尾部极值相依关系的定量时变特征. 2) 分别构建了 4 类时变 Copula 模型,进行了 ES 预期损失测度,并综合对比研究了不同时变 Copula-EVT-ES 风险模型的测度精度. 3) 构造了二元资产组合和四元资产组合,并分别在不同的风险水平上,比较了风险模型对

于各类组合多头头寸和空头头寸的风险测度效果.

1 时变 Copula-EVT 模型

1.1 时变 Copula 函数

时变 Copula 模型不仅能够刻画金融资产间非线性、非对称性的相依结构,也善于描述金融市场间瞬息万变的动态相依关系,因此能够较好的跟踪变量间的波动特征^[8].由于静态 Copula 模型假定变量间具有不变的相关性,因而对组合风

$$c(u, v; \rho) = \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{\Phi^{-1}(u)^2 + \Phi^{-1}(v)^2 - 2\rho\Phi^{-1}(u)\Phi^{-1}(v)}{2(1-\rho^2)}\right) \times \exp\left(-\frac{\Phi^{-1}(u)^2\Phi^{-1}(v)^2}{2}\right) \tag{1}$$

式中, $\Phi^{-1}(\cdot)$ 是一元标准正态分布函数 $\Phi(\cdot)$ 的逆函数; $\rho \in (-1, 1)$ 为相关系数.

2) 二元 t Copula 函数的条件概率密度函数为

$$c(u, v; \rho, d) = \rho^{-\frac{1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{d+2}{2}\right)\Gamma\left(\frac{d}{2}\right) \left[1 + \frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2 - 2\rho\zeta_1\zeta_2}{d(1-\rho^2)}\right]^{-\frac{d+2}{2}}}{\left[\Gamma\left(\frac{d+1}{2}\right)\right]^2 \prod_{i=1}^2 \left(1 + \frac{\zeta_i^2}{d}\right)^{-\frac{d+1}{2}}} \tag{2}$$

式中, $\rho \in (-1, 1)$ 为相关系数; d 是条件自由度, 为简化模型, 本文对于条件自由度 d 不考虑时变性; $\zeta_1 = T_d^{-1}(u)$, $\zeta_2 = T_d^{-1}(v)$, $T_d^{-1}(\cdot)$ 表示学生 t 分布函数 $T_d(\cdot)$ 的逆函数. 时变 Gaussian Copula、 t Copula 相依参数的动态演化方程均采用动态条件相关(DCC)方法^[35].

$$Q_t = (1 - \alpha_c - \beta_c) \bar{Q} + \alpha_c(e_{t-1}e'_{t-1}) + \beta_c Q_{t-1} \tag{3}$$

式中, e_t 为转化后的标准化残差序列(transformed standardized residuals), 它与所选用的 Copula 函数的类型有关, 对于时变 Gaussian Copula $e_t = (\Phi^{-1}(u_t), \Phi^{-1}(v_t))$; 而对于时变 t Copula e_t 则定义为 $e_t = (T_d^{-1}(u_t), T_d^{-1}(v_t))$.

3) Clayton Copula 函数的密度函数为

$$c_{\text{Clayton}}(u, v; \theta) = (1 + \theta)(uv)^{-\theta-1} \times (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-2-1/\theta} \tag{4}$$

式中, $\theta \in (0, \infty)$, 当 $\theta \rightarrow 0$ 时, 随机变量 u 和 v 将趋向于独立; 而当 $\theta \rightarrow \infty$ 时, 随机变量 u 和 v 则趋向于完全相关. 时变 Clayton Copula 相关参数的演化方程为

$$\tau_t = \Lambda(\omega + \beta_c \tau_{t-1} + \alpha_c |u_{t-1} - v_{t-1}|)$$

险的估计可能会产生偏差^[33], 因此, 为对比分析不同的时变 Copula-EVT-ES 模型的风险测度精度, 本文将运用 Gaussian Copula、 t Copula、Clayton Copula 和 SJC-Copula 4 种类型的时变 Copula 函数进行建模. 时变 Copula 模型通过其相关参数服从随时间演化的方程描述变量间的动态相依关系^[34], 以下就是这 4 类时变 Copula 函数的密度函数及其相关参数的动态演进方程.

1) 二元 Gaussian Copula 函数的概率密度函数为

式中, $\Lambda(\cdot)$ 定义为 $\Lambda(x) = (1 + e^x)^{-1}$, 以确保 τ_t 处于 $(0, 1)$ 的区间内.

4) Symmetric Joe Clayton (SJC) Copula 函数的密度函数为 (Patton A J)

$$c_{\text{SJC}}(u, v | \tau^U, \tau^L) = \frac{1}{2}(C_{\text{JC}}(u, v | \tau^U, \tau^L)) - \frac{1}{2}(C_{\text{JC}}(1-u, 1-v | \tau^U, \tau^L) + u + v - 1) \tag{5}$$

式中, C_{JC} 是 Joe-Clayton Copula; τ^U, τ^L 分别表示上尾和下尾部相关系数

$$\tau_t^U = \Lambda\left(\omega_U + \beta_U \tau_{t-1}^U + \frac{\alpha_U}{10} \sum_{j=1}^{10} |u_{t-j} - v_{t-j}|\right) \tag{6}$$

$$\tau_t^L = \Lambda\left(\omega_L + \beta_L \tau_{t-1}^L + \frac{\alpha_L}{10} \sum_{j=1}^{10} |u_{t-j} - v_{t-j}|\right) \tag{7}$$

函数 $\Lambda(\cdot)$ 定义为 $\Lambda(x) = (1 + e^x)^{-1}$, 以确保 τ_t 处于 $(0, 1)$ 的区间内.

1.2 时变 Copula-EVT 模型的构建过程及检验方法

时变 Copula 理论表明 k 个随机变量间的联合分布可以被分解为一个时变 Copula 函数及其

边缘分布,而这个时变 Copula 函数则可以描绘随机变量之间的动态相依特征. 因此 Copula 函数实际上是一类较为特殊的函数,其作用机理在于能够将联合分布函数与边缘分布函数连接在一起,从这个意义上看,有时它被称作连接函数^[3]. 由此可见,构建时变 Copula 模型主要包括两个环节,即首先建立边缘分布,而后构建相应的时变 Copula 模型. 由于 EVT 极值理论能够有效描述金融市场的极端波动和风险状况,而这也正是风险管理者所重点关注的问题,因此考虑结合 EVT 极值理论构建边缘分布模型.

1.2.1 通过 AR-GARCH 模型过滤得到标准残差序列

很多研究表明^[15],金融资产的条件和非条件收益率都不服从正态分布,而是呈现出明显的“尖峰(leptokurtic)、有偏(skewed)、胖尾(fat tailed)”状态,收益波动存在聚集性(volatility clustering)等特点^[36],AR-GARCH 模型能够在一定程度上捕捉上述特征,因此将构建 AR(1)-GARCH(1,1) 模型并过滤得到各股指收益的标准残差序列.

1.2.2 结合 EVT 极值理论构建边缘分布模型

1) EVT 极值理论 结合 EVT 极值理论构建得到边缘分布,即采用分段方法求得标准残差序列的累积分布函数(cumulative distribution function, CDF). 具体做法是:对处于上下尾部阈值之间的标准残差采用高斯核密度估计(Gaussian kernel estimate)的方法构造经验累积分布函数;对于落入上下尾部的标准化残差,则运用一元极值理论中的提高门槛模型(peaks-over-threshold, POT) 建立累积分布函数. 这种构造方法既能够充分运用样本数据,又可以通过 EVT 方法细致描绘样本分布的非对称尾部特征. POT 模型关注随机变量 z 超过某个阈值 u 的分布 F_u ,其中 F 为 z 的分布函数,通常将 F_u 称作条件极端损失分布函数,可表示为

$$F_u(y) = p(z - u \leq y | z > u) \quad (8)$$

$$0 \leq y \leq z_F - u$$

式中, u 为阈值; $y = z - u$ 为极端统计量; $z_F \leq \infty$ 是分布的右端点. 这样 $F_u(y)$ 可表示为

$$F_u(y) = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(z) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (9)$$

Pickands^[37]、Balkema 等^[38] 的研究表明,随着门槛 u 逐渐提高, $F_u(y)$ 收敛于广义帕累托分布(generalized Pareto distribution, GPD), 即 $F_u(y) \approx G_{\xi, \beta}(y)$ $\mu \rightarrow \infty$ $G_{\xi, \beta}$ 的表达式为

$$G_{\xi, \beta}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\beta}\right)^{1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-y/\beta} & \xi = 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中, ξ 为尾部形状参数(tail parameter), 当 $\xi \geq 0$ $z \geq u$; 当 $\xi < 0$ $\mu \leq z \leq u - \beta/\xi$; β 是标度参数(scale parameter) $\beta > 0$. 对于任意的 $z > u$, 令 $y = z - u$, 由式(9) 和式(10) 可得

$$F(z) = (1 - F(u)) G_{\xi, \beta}(z - u) + F(u) \quad (11)$$

通过历史模拟法估计 $F(u) = \frac{n - N_u}{n}$ n 为样本容量, N_u 为超过阈值的观测量. 将 $F(u)$ 代入式(11) 则可得到相应的尾估计

$$\hat{F}(z) = \begin{cases} 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 - \frac{\xi}{\beta}(z - u)\right)^{1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1 - \frac{N_u}{n} (e^{-(z-u)/\beta}) & \xi = 0 \end{cases} \quad (12)$$

2) 边缘分布模型的检验 构建 Copula 模型时,要求其边缘分布服从独立同分布(independent and identically distributed, i. i. d.) 的(0,1) 均匀分布. 在本文中,将采用 BDS 检验方法判断序列是否为独立同分布,运用 Kolmogorov-Smirnov 检验(简称 K-S 检验)以检验序列是否服从(0,1) 均匀分布.

Kolmogorov-Smirnov 检验是 Kolmogorov 建立的分拟合优度检验方法^[39]. 设总体分布函数 $F(x)$ 连续,经验分布函数为 $F_n(x)$, 则统计量 $\sqrt{n}D_n$ 的极限分布函数为

$$K(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sum_{j=-\infty}^{\infty} (-1)^j e^{-2j^2 x^2}, & x > 0 \end{cases} \quad (13)$$

这里称 $K(x)$ 为 Kolmogorov 分布函数. 假设 $X_1, \dots, X_n \xrightarrow{iid} F(x)$, 那么希望检验的问题为:原假设 $H_0: X$ 具有分布函数 $F(x) = F_0(x)$, 备择假设 $H_1: X$ 的分布函数不为 $F_0(x)$, 即 $F(x) \neq F_0(x)$. 其中 $F_0(x)$ 代表完全已知的不含任何未知参数的

分布函数. 对于上述大小为 n 的样本, 用 $X_{(1)}, \dots, X_{(n)}$ 表示其顺序统计量, 那么其经验分布函数 $F_n(x)$ 可表示为

$$F_n(x) \equiv \begin{cases} 0, & x < X_{(1)} \\ \frac{k}{n}, & X_{(k)} \leq x < X_{(k+1)} \\ 1, & x \geq X_{(n)} \end{cases} \quad (14)$$

Glivenko 证明

$$P(\limsup_{n \rightarrow \infty} \sup_x |F_n(x) - F(x)| = 0) = 1$$

对于上面的假设问题, 可以用统计量 $D_n = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|$ 进行检验. 当 H_0 成立时, 统计量 D_n 的值将会很小; 而当 H_1 成立时, D_n 的值则倾向于取大值. D_n 统计量由 Kolmogorov 于 1933 年引进, 通常称之为 Kolmogorov 统计量或者 Kolmogorov-Smirnov 统计量. 关于 D_n 的零分布, 由于 $F_0(x)$ 和 $F_n(x)$ 均是单调非降函数, 且 $F_n(x)$ 是阶梯函数, 于是 D_n 只能在 n 个样本点处达到, 即

$$D_n = \max \left\{ \left| F_0 \left(X_{(i)} - \frac{i-1}{n} \right) \right|, \left| F_0 \left(X_{(i)} - \frac{i}{n} \right) \right|, i = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (15)$$

当 H_0 为真时, $F_0(X_{(i)})$ 为来自 $U(0, 1)$ 的第 i 个顺序样本, 当 n 较大时, Kolmogorov 证明了如下的结论, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 在零假设 H_0 成立的条件下, 有 $P\{\sqrt{n}D_n \leq x\} \approx K(x)$.

1.2.3 构建时变 Copula-EVT 模型

结合 EVT 极值理论建立边缘分布并通过检验之后, 则可以在此基础上构建相应的 Copula 模型. Copula 函数的参数估计可采用 Newey 和 McFadden^[40] 与 White^[41] 提出的两步最大估计. 估计得到 Copula 函数的参数后, 可采用赤池信息准则诊断 (Akaike's information criterion, 简称 AIC) 的方法确定 Copula 函数的拟合效果. AIC 的表达式为

$$AIC = -2LLF(\hat{\theta}_c) + 2q \quad (16)$$

式中, LLF 为极大对数似然函数值; q 为参数个数. AIC 值越小, 说明其对应的 Copula 模型对样本数据的拟合程度越高.

2 时变 Copula-EVT-ES 模型的风险测度

2.1 预期损失 ES 风险测度

Artzner 等^[22] 将预期损失 ES 定义为

$$ES_t^{(q)} = -E_{t-1}(r_t | r_t < -VaR_t^{(q)}) \quad (17)$$

式中 $VaR_t^{(q)}$ 为 t 时刻 q 分位数水平上的 VaR 风险价值. 由式 (17) 可见, ES 模型以 VaR 风险价值模型作为计算基础, 二者具有密切的联系, 但 ES 预期损失测度模型能够满足次可加性, 因此这一风险模型是真正的“一致性风险测度”模型^[23].

2.2 时变 Copula-EVT-ES 的蒙特卡罗模拟实现过程

基于时变 Copula-EVT 模型计算资产组合的 ES 预期损失测度值主要包括以下两个方面, 即首先通过蒙特卡罗模拟计算得到资产组合 VaR 风险价值, 然后在此基础上, 计算资产组合的预期损失 ES 风险测度值. 对于由 N 项资产构成的资产组合 r_{kt} 为资产 k 在 t 时刻的对数收益率, w_k 为资产 k 所占的比重, $k = 1, 2, \dots, N$ (本文将分别构建二元资产组合和四元资产组合, 各个资产组合中的资产比例 w_k 均设定为等权重). 由时变 Copula-EVT 模型出发, 进行 ES 风险测度的具体实现过程由 2.2.1 和 2.2.2 说明.

2.2.1 资产组合风险价值 VaR 的蒙特卡罗模拟

1) 拟合得到 N 元 Copula 函数 $C(F_1(z_{1t}), F_2(z_{2t}), \dots, F_N(z_{Nt}))$, 使得 $(\hat{z}_{1t}, \hat{z}_{2t}, \dots, \hat{z}_{Nt})$ i. i. d. $\sim C(F_1(z_{1t}), F_2(z_{2t}), \dots, F_N(z_{Nt}))$. 其中 $\{\hat{z}_{kt}, t = 1, 2, \dots, T\}$ 为标准残差序列, $F_k(z_{kt})$ 为累积分布函数.

2) 计算组合资产收益的方差. 对于每个时点 t , 运用蒙特卡罗模拟, 对 N 项资产分别模拟 m 次, 持有期 Δt 内的日收益率序列: 考虑未来的 Δt 个交易日, 用第一步中估计得到的 Copula 函数模拟 N 元 Copula 随机向量 $\Delta t \times m$ 次, 得到 $(U_{1i}^{(j)}, U_{2i}^{(j)}, \dots, U_{Ni}^{(j)})$, 且有 $(U_{1i}^{(j)}, U_{2i}^{(j)}, \dots, U_{Ni}^{(j)})$ 均服从 $U[0, 1]$, $i = 1, 2, \dots, \Delta t; j = 1, 2, \dots, m$ 表示做 m 次蒙特卡

洛模拟(本文取 $\Delta t = 1$, 进行 5 000 次模拟). 求得对应于 $(U_{1i}^{(j)}, U_{2i}^{(j)}, \dots, U_{Ni}^{(j)})$ 的分位数 $z_{1i}^{(j)}, z_{2i}^{(j)}, \dots, z_{Ni}^{(j)}$ 使得

$$\begin{aligned} z_{1i}^{(j)} &= F^{-1}(U_{1i}^{(j)}) \\ &= F^{-1}(U_{2i}^{(j)}), \dots, z_{Ni}^{(j)} \\ &= F^{-1}(U_{Ni}^{(j)}) \end{aligned}$$

分别以 $z_{ki}^{(j)}$ 作为第 k 项资产收益率序列模型中新增量序列的值, 模拟得到该项资产持有期 Δt 内的日收益率序列 $r_{k,T+1}^{(j)}, r_{k,T+2}^{(j)}, \dots, r_{k,T+\Delta t}^{(j)}$, 同时获得其方差 h_k , 并通过下式计算得到组合资产收益的方差 σ_i^2

$$\sigma_i^2 = \sum_{k=1}^N w_k^2 h_k + 2 \sum_{s \neq l} w_s w_l \rho_{s,l} (h_s h_l)^{1/2} \quad (18)$$

式中, $\rho_{s,l}$ 代表资产 s 与资产 l 间的动态相依系数, 由时变 Copula-EVT 模型拟合得到.

3) 利用下式计算得到 t 时刻 q 分位数水平下资产组合的 VaR 值.

$$VaR_t^{(q)} = \mu_t + z_q \sigma_t \quad (19)$$

式中, μ_t, σ_t 分别为所考察的组合资产收益的条件均值和波动率(条件标准差); z_q 为组合收益分布的 q 分位数.

2.2.2 资产组合预期损失 ES 测度值的实现

计算得到各个分位数水平下的 VaR 值以后, 则可以分别计算得到各类模型假定下的 ES 预期损失测度值. 以多头头寸为例, 在 q 分位数水平上, ES 预期损失测度模型的具体估计过程为^[42]: 将区间 $(0, q)$ 作 M 等分, 得到 M 个分位数 $(q/M, 2q/M, \dots, q)$; 利用 VaR 的计算公式(19), 求得 M 个分位数水平上的 VaR 序列, 即 $VaR_t^{(q/M)}, VaR_t^{(2q/M)}, \dots, VaR_t^{(q)}$. 对这 M 个 VaR 值取均值, 即可得到 q 分位数上的 ES 模型的风险测度值 ES_t^q , ES_t^q 可以表示为

$$ES_t^{(q)} = \frac{\sum_{i=q/M}^q VaR_t^i}{M} \quad (20)$$

而对于空头头寸, 如前所述, 需要考察收益分布的右尾状况, 因此只需将区间 $(0, q)$ 替换为 $(1 - q, 1)$ 即可实现. 由 $ES_t^{(q)}$ 的计算过程可见, 在描述金融资产极端损失方面, 预期损失 ES 模型的理论优势与实际应用价值更为突出.

3 实证研究

3.1 构建时变 Copula-EVT 模型

3.1.1 获取各股指收益的标准残差序列

本文的数据采集于 Yahoo 财经网站, 时间区间为 2007 04 04 ~ 2012 06 08. 考虑到股市间的时差问题, 将中国上证综指、香港恒生指数、日本日经 225 指数对美国 S&P500 指数采取滞后 1 天的处理. 计量分析软件主要采用 Rats7.0 和 Matlab7.0. 研究中所采用的股价指数为每日收盘价, 记为 $P_t, t = 1, 2, 3, \dots, N$, 并定义各股指每日对数收益率 r_t 如下式所示

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (21)$$

对于各股指收益率 $\{r_t\}$, 剔除掉交易时间不同的样本点, 每种指数收益率共有 1 110 个样本点. 在金融计量研究中, 通常假定金融资产的日收益率 r_t 满足 $r_t = \mu_t + \varepsilon_t$. 由于绝大多数研究表明股市指数的日收益率序列具有自相关性、偏斜、尖峰厚尾、波动聚集等特点, 因此针对 t 天的历史数据 (r_1, \dots, r_t) , 首先运用 AR(1) 模型捕获其自相关性

$$r_t = c_0 + c_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (22)$$

式中, h_t 是条件方差(conditional variance); z_t 为新增量(innovation), 令其服从自由度为 v 的学生 t 分布. 对于股指收益率所表现出来的波动聚集性、尖峰厚尾性, 本文将采用 GARCH(1, 1) 模型进行刻画. GARCH 模型作为 ARCH 模型的一种推广, 在金融研究中广泛应用, 常常用于描述金融时间序列的随机波动率. GARCH(1, 1) 模型可表述为

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 h_{t-1} \quad (23)$$

由式(23)可见, 当 $\beta_1 \neq 1$ 时, 随机变量前一时刻与下一时刻的波动存在一定的关系, 具体来讲, 当 $\beta_1 > 0$ 时, 表明 t 时刻的波动与 $t - 1$ 时刻(前一时刻)的波动呈现正向关系, 即大的波动和大的波动联系在一起, 小的波动与小的波动联系在一起, 这就是所谓的波动集聚性现象. 通过极大似然估计方法(maximum likelihood estimation, MLE) 能够估计得到上述模型中的参数, 其估计结果罗列在表 1 中.

表1 AR(1)-GARCH(1,1)模型的参数估计结果

Table 1 Parameter estimation results of model AR(1)-GARCH(1,1)

股指	c_0	c_1	β_0	β_1	β_2	v
上证综指	2.00×10^{-4}	-0.026	6.40×10^{-7}	0.03	0.968	5.191
香港恒指	5.00×10^{-4}	-0.026	5.45×10^{-6}	0.097	0.893	7.071
日经225	2.00×10^{-4}	-0.067	8.08×10^{-6}	0.11	0.867	8.013
S&P500	1.20×10^{-3}	-0.078	3.15×10^{-6}	0.122	0.877	5.069

由表1可见,股指收益序列存在一定的持续性和波动聚集性的特点。 $\beta_1 + \beta_2 < 1$,说明GARCH过程较平稳。将各股指收益序列经AR(1)-GARCH(1,1)模型拟合后,则可以得到

$$(z_{i,t-n+1}, \dots, z_{i,t-1}, z_{i,t}) = \left(\frac{r_{i,t-n+1} - \hat{\mu}_{i,t-n+1}}{\sqrt{\hat{h}_{i,t-n+1}}}, \dots, \frac{r_{i,t-1} - \hat{\mu}_{i,t-1}}{\sqrt{\hat{h}_{i,t-1}}}, \frac{r_{i,t} - \hat{\mu}_{i,t}}{\sqrt{\hat{h}_{i,t}}} \right) \quad (24)$$

EVT极值理论的适用前提是时间序列满足或近似满足独立同分布 i. i. d., BDS 检验方法可用于测试序列的独立同分布特征,对各标准残差序列 z_i 进行 BDS 检验的结果如表2所示。

由表2可见,对于各股指收益的标准残差序

列,在1%的显著性水平下,Ljune-Box $Q(20)$ 统计值表明各序列均不拒绝无自相关性; BDS 检验显示各序列均服从独立同分布 i. i. d.,可以运用 POT 模型对各标准残差序列的尾部进行建模。

表2 各标准残差序列的检验结果

Table 2 Results of statistic tests for different standardized residuals

统计量	上证综指	香港恒指	日经225	S&P500
L-BQ(20)	7.705(0.173)	5.411(0.368)	6.586(0.253)	2.797(0.731)
BDS	-0.337(0.736)	-1.134(0.257)	-1.077(0.281)	-1.604(0.109)

注: L-BQ 为 Ljune-BoxQ 检验统计量,括号内的数字表示 p 值。

3.1.2 EVT 极值模型的参数估计及边缘分布的检验

在运用广义帕累托分布极值理论时,门限值 u 必须相当的高以保证方差低,但如果 u 过高,那么超过 u 的样本数就会很少,进而影响 GPD 的估计效果;若门限值 u 太低,落入尾部的数据多,将导致 EVT 极值理论的条件不成立。

DuMouchel^[43] 认为选择 10% 左右的数据作为极值与 GPD 的拟合效果较好。因此本文选择 10% 的最大标准残差作为尾部极值进行建模。运用极大似然估计的方法可以对 GPD 中的参数 ξ, β 进行估计,其结果展示于表3中。表4则给出了边缘分布模型的 K-S 检验及 BDS 检验的结果。

表3 尾部阈值及 GPD 参数估计结果

Table 3 Tail threshold and GPD parameter estimation results

标准化 残差序列	下尾阈值及参数估计值			上尾阈值及参数估计值		
	u_L	ξ_L	β_L	u_U	ξ_U	β_U
上证综指	-1.275	0.059	0.668	1.129	0.051	0.498
香港恒指	-1.295	0.107	0.564	1.196	0.014	0.471
日经225	-1.358	0.181	0.514	1.193	-0.086	0.409
S&P500	-1.347	-0.065	0.783	1.087	-0.176	0.506

表4 边缘分布模型的 K-S 检验和 BDS 检验结果

Table 4 Results of K-S and BDS tests on marginal distribution model

检验	上证综指	香港恒指	日经225	S&P500
K-S	0.020(0.775)	0.018(0.874)	0.016(0.948)	0.018(0.843)
BDS	0.413(0.680)	-1.564(0.118)	-0.180(0.857)	-0.081(0.935)

注: 括号内的值为检验的 p 值。

由表 4 中 K-S 检验和 BDS 检验的结果综合来看, 在 1% 的显著性水平下, 经变换后的各序列无法拒绝 i. i. d. 的 (0, 1) 均匀分布, 这表明结合 EVT 极值理论构建的边缘分布模型是合适的, 在此基础上可以进一步构建相应的时变 Copula 模型。

3.1.3 股市间尾部极值动态相依关系的测度结果

运用 1.2 中介绍的方法, 在由 AR-GARCH-EVT 模型建立的边缘分布的基础上, 分别构建了 4 类时变 Copula 模型, 并对各类 Copula 模型的拟合优度进行了比较, 结果如表 5 所示。

表 5 4 类时变 Copula-EVT 模型的 AIC 值比较

Table 5 Comparison on AIC value of four time-varying Copula-EVT models

相关股指	Gaussian Copula -EVT	Clayton Copula -EVT	t Copula -EVT	SJC Copula -EVT
上证综指 ~ 香港恒指	-387.221	-324.085	-387.674	-367.075
上证综指 ~ 日经 225	-120.287	-122.988	-126.727	-122.692
上证综指 ~ S&P500	-53.607	-47.295	99.723	-44.601
香港恒指 ~ 日经 225	-645.641	-576.209	-665.787	-646.128
香港恒指 ~ S&P500	-242.639	-219.804	-240.967	-226.242
日经 225 ~ S&P500	-365.488	-317.198	-368.895	-343.778

通过比较表 5 中 AIC 的值, 可以发现, 对于大部分资产组合, 时变 t Copula-EVT 模型的拟合效果最好, 因此将时变 t Copula-EVT 模型拟合的动态极值相关系数的均值罗列在表 6 中。此外, 考虑到时变 SJC-Copula 函数能够分别考察变量间的上尾相关和下尾相关状况, 所以表 6 中也给出了由时变 SJC-Copula-EVT 模型所得的上、下尾部动态极值相关系数的均值。图 1 则展示了由时变 SJC Copula -EVT 模型所拟合的股指间上、下尾部的动态极值相依特征。

处的整体金融环境和经济环境密切相关, 当金融市场处于衰落时期, 金融资产间所呈现出的相关模式与相关程度往往会比其在繁荣时期的表现更为复杂, 非对称性、非线性的相依特征是其常见的表现。此外, 由图 1 可以发现, 股市间尾部极值相依的时变特征也非常明显。

由表 6 及图 1 可见, 次贷危机爆发后, 国际股票市场普遍的特点是下尾相关强于上尾相关, 也就是说, 一个股市股指的大幅下跌将迅速传导至其他股市, 并引起其他股市指数大幅下挫, 而某个股指的大幅上升却不易带动其他股指的攀升。这也进一步说明, 金融资产间的相关模式与市场所

3.2 资产组合动态极值 ES 测度模型的返回测试结果

通过各类时变 Copula-EVT 模型拟合得到股指间尾部极值动态相依系数之后, 通过 2.1 及 2.2 中所介绍的方法和步骤, 分别计算了各类模型假定下的 ES 预期损失测度值。为分析比较各类模型的 ES 风险测度效果, 需要对其进行返回测试 (backtesting) 检验。

$$\text{令 } y_t = \frac{x_t - ES_t^{(q)}}{\sigma_t} \quad (25)$$

表 6 股指间动态极值相依的强度

Table 6 Dynamic extreme dependence between different stock indices

模型	尾部	上证综指 ~ 香港恒指	上证综指 ~ 日经 225	上证综指 ~ S&P500	香港恒指 ~ 日经 225	香港恒指 ~ S&P500	日经 225 ~ S&P500
时变 SJC-Copula-EVT	上尾	0.264	0.065	0.032	0.363	0.107	0.242
	下尾	0.401	0.236	0.105	0.550	0.359	0.400
时变 t Copula-EVT	—	0.543	0.321	0.223	0.659	0.440	0.522

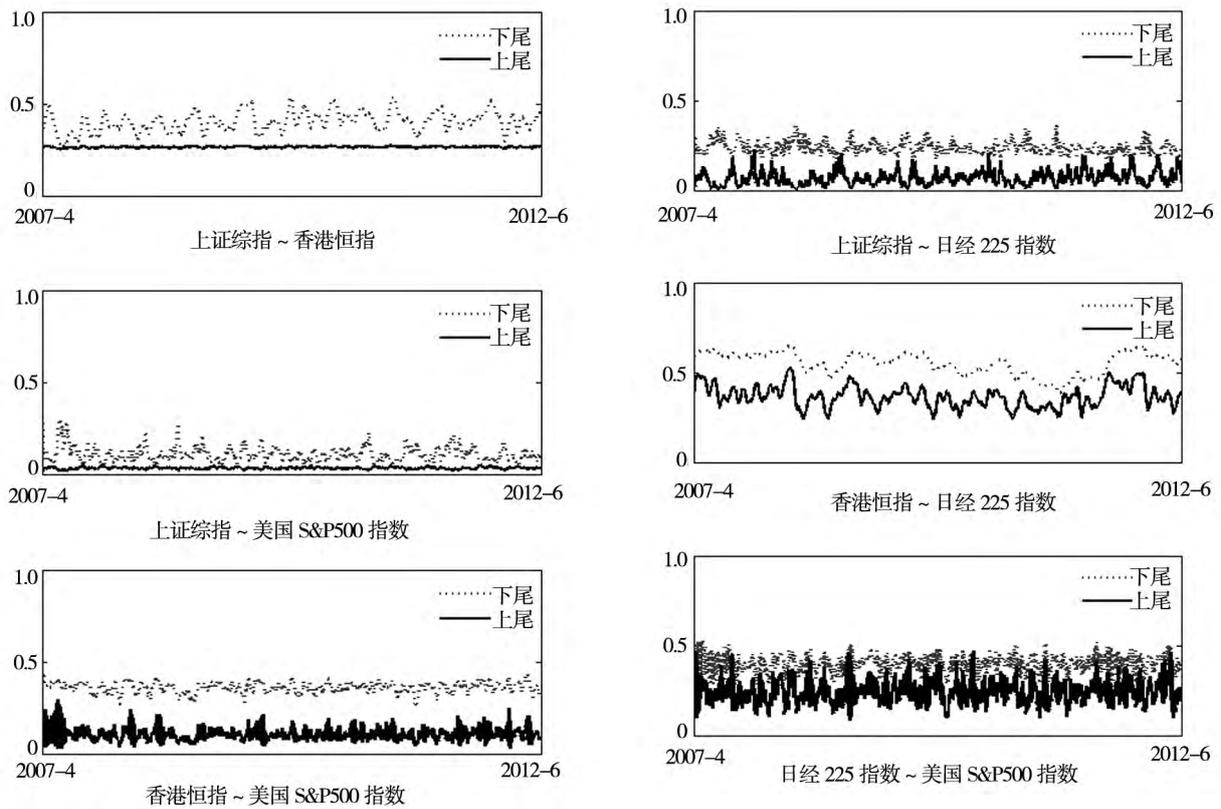


图 1 时变 SJC-Copula-GARCH-EVT 模型拟合的股指间尾部动态极值相依状况

Fig. 1 Fitted dynamic extreme tail dependence between different stock indices based on SJC-Copula-GARCH-EVT model

式中, x_t 代表超过 ES 测度值的资产组合收益率 R_t ; y_t 代表超出残差 (exceedance residuals). McNeil 和 Frey^[42] 指出, 假定 ES 风险测度模型正确的话, 那么超出残差序列 y_t 不仅应具有与独立同分布样本相类似的动力学行为, 而且超出残差 y_t 还应具有零均值, 即 $\mu_y = 0$. 他们进一步提出, 基于超出残差 y_t , 可采用自举法 (bootstrap) 对 ES 风险模型进行 backtesting, 其具体方法可参阅文献 [42].

在 backtesting 检验中, 采用返回测试的显著性 p 值作为评判模型测度准确度的标准, 即某一风险模型对应的 p 值越大, 则说明该模型的预测精度越高^[23,42]. 为增强对比研究各类模型的风险测度效果, 将对资产组合收益分布的左尾和右尾, 分别在不同的分位数水平上进行考察: 对于多头头寸, 分别将 10%、1% 作为 q 分位数水平 (1% 的分位数水平代表高风险水平, 而 10% 的分位数水平则代表低风险水平); 对于空头头寸, 则分别取 90%、99% 两个水平作为 q 分位数 (99% 的分位数水平代表高风险水平, 而 90% 的分位数水平则

代表低风险水平). 表 7 和表 8 中, 分别展示了二元和多元组合多头头寸及空头头寸 ES 测度的 backtesting 结果.

结合表 7 和表 8, 综观不同分位数水平上各类 ES 模型返回测试的 p 值可见, 各类风险模型的测度准确度具有明显差异, 通过对比模型考察分析, 得到以下结论:

1) 总体来看, 在表 7 和表 8 中进行的 backtesting 检验中, 如果采用常用的 5% 的显著性水平, 那么除时变 Clayton Copula-EVT-ES 模型在极少数情况下未能通过 backtesting 检验以外 (而事实上, 如果以 1% 作为显著性水平, 时变 Clayton Copula-EVT-ES 模型也仅在一种状况下没有通过检验), 其他风险模型均通过了检验.

2) 对于二元资产组合和多元资产组合, 在低风险水平及高风险水平上分别进行考察可见, 时变 Copula-EVT-ES 风险模型对于空头头寸的测度效果优于多头头寸. 具体表现为, 在低风险水平及高风险水平上, 对返回测试得到的 p 值分别进行比较, 在 39 次对比中, 各类模型对空头头寸

ES 测度的 p 值小于多头头寸的情形仅出现 3 次。多头头寸的预测效果落后于其在空头头寸中的表现。这显然意味着,在大多数情况下,风险模型对于

表 7 二元资产组合的各类时变 Copula-EVT-ES 模型的 Backtesting 结果
Table 7 Backtesting results on time-varying Copula-EVT-ES models of dual portfolios

二元资产组合	时变 Copula-ES 模型	多头头寸		空头头寸	
		10%	1%	90%	99%
上证综指 ~ 香港恒指	Gaussian Copula-ES	0.424	0.156	0.909	0.664
	Clayton Copula-ES	0.010	0.187	—	—
	t Copula-ES	0.451	0.201	0.923	0.612
	SJC-Copula-ES	0.041	0.213	0.404	0.791
上证综指 ~ 日经 225	Gaussian Copula-ES	0.087	0.195	0.940	0.856
	Clayton Copula-ES	0.011	0.098	—	—
	t Copula-ES	0.121	0.204	0.952	0.966
	SJC-Copula-ES	0.035	0.174	0.594	0.272
上证综指 ~ S&P500	Gaussian Copula-ES	0.135	0.256	0.872	0.654
	Clayton Copula-ES	0.021	0.178	—	—
	t Copula-ES	0.183	0.194	0.832	0.881
	SJC-Copula-ES	0.029	0.302	0.822	0.680
香港恒指 ~ 日经 225	Gaussian Copula-ES	0.950	0.746	1.000	—
	Clayton Copula-ES	0.310	0.303	—	—
	t Copula-ES	0.947	0.579	1.000	—
	SJC-Copula-ES	0.653	0.456	1.000	0.985
香港恒指 ~ S&P500	Gaussian Copula-ES	0.984	0.846	1.000	0.767
	Clayton Copula-ES	0.754	0.645	—	—
	t Copula-ES	0.985	0.838	1.000	0.781
	SJC-Copula-ES	0.941	0.597	1.000	0.864
日经 225 ~ S&P500	Gaussian Copula-ES	1.000	0.750	1.000	0.000
	Clayton Copula-ES	0.796	0.768	—	—
	t Copula-ES	0.998	0.746	1.000	—
	SJC-Copula-ES	0.975	0.936	1.000	1.000

表 8 多元资产组合的各类时变 Copula-EVT-ES 模型的 Backtesting 结果
Table 8 Backtesting results on time-varying Copula-EVT-ES models of multi-asset portfolios

时变 ES 模型	多头头寸		空头头寸	
	10%	1%	90%	99%
Gaussian Copula-EVT-ES	0.544	0.252	1.000	0.748
Clayton Copula-EVT-ES	0.008	0.068	—	—
t Copula-EVT-ES	0.555	0.394	1.000	0.759
SJC-Copula-EVT-ES	0.128	0.075	0.896	0.564

3) 不同的时变 Copula 函数对 ES 模型的风险测度准确度具有显著影响。具体来看,时变 t Copula-EVT-ES 模型对于多元资产组合能够取得最好的风险预测效果;对于二元资产组合,在较低的风险水平上,时变 t Copula-EVT-ES 风险模型依然能够取得较高的测度精度,但在高风险水平上,时变 SJC Copula-EVT-ES 模型的风险测度效果却相对较好。这一实证结论具有 3 个方面的意义。

第 1 在危机环境中,金融资产间的联合分布常常表现出明显的“胖尾”状态,善于刻画厚尾分布特征的 t Copula-EVT-ES 模型因而表现出良好的风险测度效果,且较之同样是用以描述对称分布的 Gaussian Copula-EVT-ES 模型更胜一筹。

第 2 由于 SJC Copula 函数善于描述变量间非对称的相依关系,因此以上研究结论也许表明,对于二元资产组合,尤其是在分布的极端尾部部

分,资产间联合分布的非对称状态较之多元分布更为明显,因而在高风险水平上,SJC Copula-EVT-ES模型对于二元组合能够取得更高的风险测度精度。

第3,当资产组合由二元扩展为多元组合时,与二元组合类似,多元资产联合分布的尾部也具有胖尾特征。然而在分布的极端尾部部分,与二元组合相比,多元组合联合分布的“有偏”状态在一定程度上得到改善,渐呈“对称”的分布特征,因此善于刻画对称性及胖尾特征的 t Copula-EVT-ES模型表现优异,但在高风险水平上能够较好测度二元组合风险的SJC Copula-EVT-ES模型,对于多元组合却并不能够取得很好的预测效果。因此,这也进一步表明,当增加组合内的资产品种,由二元组合向多元组合转化时,不能将风险模型作直接推广——这一点显然值得特别注意。

4 结束语

本文结合善于刻画尾部分布特征的EVT极值方法,构建了4类时变Copula-EVT模型,在此基础上,进一步建立了预期损失ES风险测度模型,并对不同的时变Copula-EVT-ES风险模型的测度精度进行了比较研究,得到了如下重要结论:1) 本文所构建的各类时变Copula-EVT-ES风险模型大都通过了backtesting检验,因此在市场极端波动状况下,结合EVT极值理论的时变Copula-EVT-ES模型能够对资产组合尾部极值风

险进行有效测度;2) 对于二元及多元资产组合,时变Copula-EVT-ES风险模型对于空头头寸的测度效果优于其在多头头寸中的表现;3) 选择不同的时变Copula-EVT模型,对于ES风险模型的测度精度具有显著影响。总体而言,时变 t Copula-EVT-ES模型能够取得相对较好的风险测度效果;而对于二元组合,在高风险水平上,时变SJC Copula-EVT-ES模型也值得重点关注;时变Clayton Copula-EVT-ES模型的风险测度表现落后于其他模型。

需要特别注意的是,在千变万化的金融市场波动状态下(如金融危机传染的不同时期),组合资产的联合分布状况极有可能发生改变,风险模型的测度精度也将必然受到影响;另一方面,即便是在相同的市场条件下,同一标的资产的多头头寸和空头头寸的风险也有所不同;更进一步,由本文的实证结果可见,由于二元组合和多元组合具有不同的联合分布特征,因此,在组合资产风险度量模型的选择方面,不应拘泥于某一固定的模型或方法,更不能对风险模型进行简单地推广应用,而需要对于资产组合的收益分布特征及波动状况作定量分析与检验,对各类风险模型进行多方面的综合对比与考察研究,选择最优的风险模型进行风险评估和科学管理。综上所述,对于投资组合的风险管控,应紧密结合金融实际,根据投资组合的具体特征,择优选用风险模型对资产组合进行风险测度,灵活地实行差异化风险管理,并制定有针对性的市场监管措施。

参考文献:

- [1] Frees E W, Valdez E A. Understanding relationships using copulas [J]. North American Actuarial Journal, 1998, 2(1): 1-25.
- [2] Patton A J. On the out-of-sample importance of skewness and asymmetric dependence for asset allocation [J]. Journal of Financial Econometrics, 2004, 2(1): 130-168.
- [3] 张尧庭. 连接函数(Copula)技术与金融风险分析[J]. 统计研究, 2002, (4): 48-51.
Zhang Yaoting. Copula technology and financial risk analysis [J]. Statistical Research, 2002, (4): 48-51. (in Chinese)
- [4] Embrechts P, McNeil A J, Straumann D. Correlation: Pitfalls and alternatives [J]. Risk, 1999, 12(5): 69-71.
- [5] 包卫军, 徐成贤. 基于SV-Copula模型的相关性分析[J]. 统计研究, 2008, 25(10): 400-403.
Bao Weijun, Xu Chengxian. Analysis of correlation based on the SV-Copula model [J]. Statistical Research, 2008, 25(10): 400-403. (in Chinese)
- [6] 王久胜, 包卫军, 胡杰. 基于多维Gumbel Copula函数的投资组合VaR分析[J]. 数理统计与管理, 2010, 29(1):

137 - 143.

Wang Jiusheng , Bao Weijun , Hu Jie. Portfolio VaR analyses based on the multi-dimensional Gumbel Copula function [J]. Journal of Applied Statistics and Management , 2010 , 29(1) : 137 - 143. (in Chinese)

- [7]赵喜仓,刘寅飞,叶五一. 基于半参数多元 Copula-GARCH 模型的开放式基金投资组合风险分析[J]. 数理统计与管理, 2011, 30(2) : 352 - 362.

Zhao Xicang , Liu Yinfei , Ye Wuyi. Risk analysis of portfolio investment in open-end fund based on multivariate Copula-GARCH and semi-parameter estimation [J]. Journal of Applied Statistics and Management , 2011 , 30(2) : 352 - 362. (in Chinese)

- [8]Patton A J. Modelling Time-Varying Exchange Rate Dependence Using the Conditional Copula [D]. San Diego: University of California , 2002.

- [9]罗付岩,邓光明. 基于时变 Copula 的 VaR 估计[J]. 系统工程, 2007, (8) : 28 - 33.

Luo Fuyan , Deng Guangming. The VaR estimating on time-varying Copula [J]. Systems Engineering , 2007 , (8) : 28 - 33. (in Chinese)

- [10]王沁,王璐,程世娟. 基于时变 Copula 模型的沪深股市相依分析[J]. 统计与决策, 2010, (19) : 139 - 141.

Wang Qin , Wang Lu , Cheng Shijuan. The analysis on the interdependency of Shanghai and Shenzhen stock markets based on time-varying copula model [J]. Statistics and Decision , 2010 , (19) : 139 - 141. (in Chinese)

- [11]Jondeau E , Rockinger M. Conditional dependency of financial series: The Copula-GARCH model [J]. Journal of International Money and Finance , 2006 , 25(5) : 827 - 853.

- [12]曾健,陈俊芳. Copula 函数在风险管理中的应用研究——以上证 A 股与 B 股的相关结构分析为例[J]. 当代财经, 2005, (2) : 34 - 38.

Zeng Jian , Chen Junfang. A study on the application of Copula function in risk management: Take the dependency structure of A shares and B shares of Shanghai stock exchange as the example [J]. Contemporary Finance and Economics , 2005 , (2) : 34 - 38. (in Chinese)

- [13]刘志东. 基于 Copula-GARCH-EVT 的资产组合选择模型及其混合遗传算法[J]. 系统工程理论方法应用, 2006, 15(2) : 149 - 157.

Liu Zhidong. A portfolio selection model on Copula-GARCH-EVT based and its hybrid genetic algorithm [J]. Systems Engineering-Theory Methodology Application , 2006 , 15(2) : 149 - 157. (in Chinese)

- [14]Soltane H B , Karaa A , Bellalah M. Conditional VaR using GARCH-EVT approach: Forecasting volatility in Tunisian financial market [J]. Journal of Computations & Modeling , 2012 , 2(2) : 95 - 115.

- [15]魏宇. 股票市场的极值风险测度及后验分析研究[J]. 管理科学学报, 2008, 11(1) : 78 - 88.

Wei Yu. Research on extreme value risk measurement and posterior estimate in stock market [J]. Journal of Management Sciences in China , 2008 , 11(1) : 78 - 88. (in Chinese)

- [16]李悦雷,张维,熊熊,等. 基于极值相关分析方法的股指期货操纵防范研究[J]. 管理科学学报, 2010, 13(11) : 105 - 111.

Li Yuelei , Zhang Wei , Xiong Xiong , et al. Investigation on prevention of manipulation in the stock index future markets based on method of extreme correlation [J]. Journal of Management Sciences in China , 2010 , 13(11) : 105 - 111. (in Chinese)

- [17]冯烽. 基于 Copula 和极值理论的在险价值度量[J]. 数学的实践与认识, 2011, (8) : 97 - 107.

Feng Feng. VaR measure based on Copula and extreme value theory [J]. Mathematics in Practice and Theory , 2011 , (8) : 97 - 107. (in Chinese)

- [18]刘晓星,邱桂华. 基于 Copula-EVT 模型的我国股票市场流动性调整的 VaR 和 ES 研究[J]. 数理统计与管理, 2010, 29(1) : 150 - 161.

Liu Xiaoxing , Qiu Guihua. Research of liquidity adjusted VaR and ES in China stock market based on Copula-EVT model [J]. Journal of Applied Statistics and Management , 2010 , 29(1) : 150 - 161. (in Chinese)

- [19]应益荣,詹炜. 资产组合 ES 风险测度的 Copula-EVT 算法[J]. 系统管理学报, 2007, 16(6) : 602 - 605.

Ying Yirong , Zhan Wei. Measuring portfolio ES risk measure by a Copula-EVT based approach [J]. Journal of Systems & Management , 2007 , 16(6) : 602 - 605. (in Chinese)

- [20] 杨湘豫, 夏宇. 基于 Copula 方法的开放式基金投资组合的 VaR 研究[J]. 系统工程, 2008, 26(12): 40-44.
Yang Xiangyu, Xia Yu. Empirical analysis about portfolio of China's open-end funds based on Copula method[J]. Systems Engineering, 2008, 26(12): 40-44. (in Chinese)
- [21] 周孝华, 张保帅, 董耀武. 基于 Copula-SV-GPD 模型的投资组合风险度量[J]. 管理科学学报, 2012, 15(12): 70-78.
Zhou Xiaohua, Zhang Baoshuai, Dong Yaowu. Risk measurement of financial portfolio based on Copula-SV-GPD model[J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(12): 70-78. (in Chinese)
- [22] Artzner P, Delbaen F, Eber J M, et al. Coherent measures of risk[J]. Mathematical Finance, 1999, 9(3): 203-228.
- [23] 王鹏. 基于时变高阶矩波动模型的 VaR 与 ES 度量[J]. 管理科学学报, 2013, 16(2): 33-45.
Wang Peng. Calculating VaR and ES based on volatility models with time-varying higher moments[J]. Journal of Management Sciences in China, 2013, 16(2): 33-45. (in Chinese)
- [24] 胡利琴, 李岫, 梁猛. 基于组合理论的中国商业银行风险整合和资本配置研究[J]. 金融研究, 2009, (3): 119-134.
Hu Liqin, Li Shen, Liang Meng. A study on the risk integration and capital allocation of china commercial banks based on portfolio theory[J]. Journal of Financial Research, 2009, (3): 119-134. (in Chinese)
- [25] 任仙玲, 叶明确, 张世英. 基于 Copula-APD-GARCH 模型的投资组合有效前沿分析[J]. 管理学报, 2009, 6(11): 1528-1535.
Ren Xianling, Ye Mingque, Zhang Shiyong. Analysis on portfolio effective frontier based on Copula-APD-GARCH model[J]. Chinese Journal of Management, 2009, 6(11): 1528-1535. (in Chinese)
- [26] 吴振翔, 叶五一, 缪柏其. 基于 Copula 的外汇投资组合风险分析[J]. 中国管理科学, 2004, 8(12): 1-5.
Wu Zhenxiang, Ye Wuyi, Miao Baiqi. Risk analysis of foreign exchange markets by Copula[J]. Chinese Journal of Management Science, 2004, 8(12): 1-5. (in Chinese)
- [27] 柏满迎, 孙禄杰. 三种 Copula-VaR 计算方法与传统 VaR 方法的比较[J]. 数量经济技术经济研究, 2007, (2): 154-160.
Bai Manying, Sun Lujie. The comparison between three Copula-VaR approaches and traditional VaR methods[J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2007, (2): 154-160. (in Chinese)
- [28] 张金清, 李徐. 资产组合的集成风险度量及其应用——基于最优拟合 Copula 函数的 VaR 方法[J]. 系统工程理论与实践, 2008, (6): 14-21.
Zhang Jinqing, Li Xu. Portfolio integrated risk measurement and its application-VaR method based on goodness-of-fit Copula functions[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2008, (6): 14-21. (in Chinese)
- [29] 高江. 藤 Copula 模型与多资产投资组合 VaR 预测[J]. 数理统计与管理, 2013, 32(2): 247-258.
Gao Jiang. Vine Copula model and VaR forecast for multi-asset portfolio[J]. Journal of Applied Statistics and Management, 2013, 32(2): 247-258. (in Chinese)
- [30] 苏静, 杜子平. Copula 在商业银行组合信用风险度量中的应用[J]. 金融理论与实践, 2008, (5): 6-8.
Su Jing, Du Ziping. The application of Copula in the measurement of portfolio credit risk of commercial banks[J]. Financial Theory & Practice, 2008, (5): 6-8. (in Chinese)
- [31] 战雪丽, 张世英. 基于 Copula-SV 模型的金融投资组合风险分析[J]. 系统管理学报, 2007, 16(3): 302-306.
Zhan Xueli, Zhang Shiyong. Analysis on financial investment portfolio's risk based on Copula-SV model[J]. Journal of System & Management, 2007, 16(3): 302-306. (in Chinese)
- [32] 杨湘豫, 周再立. 基于 Copula-TARCH 的开放式基金投资组合风险的实证分析[J]. 系统工程, 2011, 29(6): 65-70.
Yang Xiangyu, Zhou Zaili. Empirical analysis on portfolio risk of open-end funds based on Copula-TARCH[J]. Systems Engineering, 2011, 29(6): 65-70. (in Chinese)
- [33] Zhou M, Ma C. Risk management of QDII fund based on dynamic Copula[J]. Systems Engineering Procedia, 2012, 3: 222-228.
- [34] 韦艳华, 张世英. 金融市场的相关性分析——Copula-GARCH 模型及其应用[J]. 系统工程, 2004, 22(4): 7-12.
Wei Yanhua, Zhang Shiyong. Analyses on financial market correlation: Copula-GARCH model and applying[J]. System

- Engineering ,2004 ,22(4) : 7 - 12. (in Chinese)
- [35]Engle R. Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate GARCH models[J]. Forthcoming Journal of Business and Economics Statistics ,2002 ,20(3) : 339 - 350.
- [36]Cont R. Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues[J]. Quantitative Finance ,2001 ,1(2) : 223 - 236.
- [37]Pickands III J. Statistical inference using extreme order statistics[J]. The Annals of Statistics ,1975 ,3(1) : 119 - 131.
- [38]Balkema A A , De Haan L. Residual life time at great age[J]. Annals of Probability ,1974 ,2(5) : 792 - 804.
- [39]Kolmogorov A . Sulla determinazione empirica di unalegge di distribuzione[J]. Giorn. Ist. Ital. Attuari ,1933 ,4(1) : 83 - 91.
- [40]Newey W K ,McFadden D. Large Sample Estimation and Hypothesis Testing[M]// Engle R F ,McFadden D L. Handbook of Econometrics Vol 4 ,1994: 2111 - 2245.
- [41]White H. Estimation ,Inference and Specification Analysis[M]. NewYork: Cambridge University Press ,1994.
- [42]McNeil A ,Frey R. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: An extreme value approach[J]. Journal of Empirical Finance ,2000 ,7(3) : 271 - 300.
- [43]DuMouchel W H. Estimating the stable index α in order to measure tail thickness: A critique[J]. The Annals of Statistics ,1983 ,11(4) : 1019 - 1031.

Comparative study on measurement precision of different time-varying Copula-EVT-ES models

YU Wen-hua^{1,2} , WEI Yu² , KANG Ming-hui²

1. Commercial College , Chengdu University of Technology , Chengdu 610059 , China;
2. School of Economics and Management , Southwest Jiaotong University , Chengdu 610031 , China

Abstract: In this paper , combined with extreme value theory (EVT) , four categories of time-varying Copula models were constructed , the dynamic extreme value contingency coefficients between stock indexes were fitted and risk measurement was conducted on each portfolio. By means of backtesting analysis method , a comparative study on the precision of the risk measurement of different time-varying Copula-EVT-ES models was made. The empirical results show that in the condition of extreme market volatility , the time-varying Copula-ES model combined with EVT can effectively measure the extreme value risk at the tails of portfolios , and the risk models can get more precise measurements for short positions than long positions. The time-varying t Copula-EVT-ES model which is conducive to depicting the dependency of the fat tail extreme values of variables has a better performance in portfolio risk measurement; in high risks , time-varying SJC Copula-EVT-ES model is also worthy of special attention , especially for dual portfolios.

Key words: time-varying Copula; extreme value theory; expected shortfall; backtesting analysis; measurement precision