逆向多属性拍卖投标策略及收益性分析①

曾宪科，冯玉强
(哈尔滨工业大学管理学院，哈尔滨 150001)

摘要: 逆向多属性拍卖正日渐成为主要的电子采购机制，其中投标策略以及拍卖收益性是拍卖参与人重点关心的问题，首先针对两种典型的逆向多属性拍卖机制——逆向多属性英式拍卖和逆向多属性第一得分密封拍卖，分别给出了投标人的投标策略和买卖双方的期望收益，该结论可以为拍卖参与人提供决策支持. 然后证明了拍卖人在这两种典型的逆向多属性拍卖机制和另外两种多属性拍卖机制——多属性第二得分密封拍卖和多属性荷式拍卖中，拍卖期望收益是相等的这一定理，该结论是对期望收益相等定理在多属性拍卖机制中的进一步扩展.

关键词: 逆向多属性拍卖; 投标策略; 拍卖期望收益
中图分类号: F062. 9 **文献标识码**: A **文章编号**: 1007 - 9807(2015) 09 - 0024 - 10

0 引 言

拍卖是种投标机制，即根据一系列拍卖规则决定谁是赢家及赢家支付的价格[1]，拍卖在人们的日常生活中已经得到越来越多的应用[2-3]，而采购拍卖也广泛运用于政府采购、企业采购以及其他资源配置等方面[4-5]，因为拍卖是最有效的商品、服务或资源的交易方式[6]. 多属性拍卖是拍卖人与投标人除了在价格之外还在其它属性上进行多重谈判的拍卖模式[7-8]. 多属性拍卖一般以电子采购的方式实施[9]，即在线逆向多属性拍卖. 在逆向多属性拍卖中拍卖人是买家，投标人是卖家. 当前，逆向多属性拍卖不仅在商品采购中得到应用，乃至新产品开发外包中也得到广泛应用[10]. 由于逆向多属性拍卖重视买卖双方的兴趣偏好差异，极大地拓展了供应商的投标空间，使供应商在投标时更能充分发挥和利用其自身的竞争优势，在提供满足采购方需要商品的同时，保证自身一定的利润空间，从而达到买卖双方“共赢”的目的. 解决了单一价格逆向拍卖所固有的重大缺陷: 买卖双方之间是零和博弈及对采购物品的标准化程度要求过高[11]. 因而逆向多属性拍卖日渐成为取代当前单一价格逆向拍卖机制的主流电子采购模式. Chen-Ritzo 等[12]，Bichler[7] 和 Strecker 和 Seifert[13] 等采取实验研究的方式发现，对于采购者来说多属性采购拍卖优于单属性采购拍卖.

Che[14] 最早提出了多属性拍卖模型，但是 Che 的模型是建立在二维拍卖基础之上的. Branco[15] 建立了各个投标人的成本是相互关联的模型，但是这种关联模型增加了竞拍双方的策略分析复杂性和计算难度. David 等[16-18] 将模型由二维扩展到 $1 + m$ 维. 但 David 模型中的参数表示方法过于绝对化，不适合现实经济活动的诸多情况. 孙亚辉和冯玉强[19] 对 David 模型进行了改进，并给出了基于此模型的多属性密封拍卖投标策略，但没有对多属性英式拍卖的投标策略及两种拍卖方式的收益性进行对比研究. 然而关于拍卖的投标策略、拍卖收益以及不同机制下的拍卖人期望收益是否相等的研究是拍卖研究的重要内容，也是现实经济活动的重要需求. 在单属性拍卖

① 收稿日期: 2012 - 12 - 14; 修订日期: 2014 - 03 - 27.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70572023) .
作者简介: 曾宪科(1978—) ，男，黑龙江哈尔滨人，博士生. Email: xiankezeng@ 163. com

中著名的理论成果是由 Vickrey[20]，Myerson[21] 及 Riley 和 Samuelson[22] 提出及证明的期望收益相等原理，在多属性拍卖中 Che，David 和王宏等[23] 也都基于他们建立的多属性拍卖模型对拍卖人在不同拍卖机制下的期望收益给予了证明，但 Che 模型仅仅是二维模型，该模型与仅就价格进行竞拍的单属性拍卖相比有质的进步，但还不能称为真正的 $1+m$ 维多属性拍卖模型. David 模型是真正的多属性拍卖模型，但其模型表达式缺少相应的参数设计，不适合现实经济活动的诸多情况，适用性比较低. 王宏等提出的模型过于粗略，没有十分具体的表达式，因此只能基于该模型进行一些多属性拍卖定性的分析，而不能给出买卖双方的具体招投标策略.

本文则是在孙亚辉和冯玉强[19] 建立的改进模型基础之上，进一步分析在逆向多属性英式拍卖和多属性第一得分密封拍卖这两种最具代表性的拍卖机制下的投标策略和拍卖双方期望收益，以及与另外两种多属性拍卖机制——多属性第二得分密封拍卖和多属性荷式拍卖，分析他们的拍卖方期望收益是否相等等问题.

1　逆向多属性拍卖模型描述

1.1　投标人成本函数

投标人的成本函数表示当投标人的成本参数是 θ，在竞拍过程中提供具有质量属性值为 q_1，$\cdots$，q_i，$\cdots$，q_m 的商品时，投标人的生产成本为

$$C_s = \theta\sum_{i=1}^{m} a_i q_i^{k_i} \tag{1}$$

式中，C_s 为投标人的成本；θ 为投标人成本参数，假设其在 $[\underline{\theta},\bar{\theta}]$ $(0<\underline{\theta}<\bar{\theta}<\infty)$ 上独立且服从同一均匀概率分布函数 $F(\theta)$，即卖方之间是对称的；a_i 为投标人赋予质量属性 q_i 的成本系数，且 $a_i>0$；q_i 为投标人提供商品的第 i 个质量属性的值；k_i 为投标人赋予质量属性 q_i 的幂次，表示质量属性一般是边际成本递增的这一特性，$k_i>1$，以保证投标人对属性 q_i 的边际成本是递增的.

1.2　投标人收益函数

投标人的收益函数表示当投标人以价格 p 竞拍成功时获得的收益，为

$$U_s = p - C_s = p - \theta\sum_{i=1}^{m} a_i q_i^{k_i} \tag{2}$$

式中，U_s 为投标人竞拍成功时获得的收益；p 为投标人提供商品的价格属性值.

1.3　拍卖人收益函数

拍卖人的收益函数表示拍卖人以价格 p 购买具有质量属性 q_1，$\cdots$，q_i，$\cdots$，q_m 的商品给自己带来的收益，为

$$U_b = \sum_{i=1}^{m} W_i q_i^{t_i} - p \tag{3}$$

式中，U_b 为拍卖人获得的收益；W_i 为拍卖人赋予质量属性 q_i 的权重，且 $W_i>0$，表示拍卖人对质量属性真实的不同的偏好程度，此值只有拍卖人自己知道；t_i 为投标人赋予质量属性 q_i 的幂次，$0<t_i<1$，用其反映拍卖人对属性 q_i 的边际收益是递减的这一规律及递减的程度.

1.4　拍卖人评分函数

多属性拍卖与传统的单属性拍卖相比，其特殊性主要体现在赢者确定方面，因为投标人的投标是由价格和 n 个质量属性组成的多维向量，因此需要依据买家的偏好制定一个评分函数，对投标人的投标进行综合衡量评价. 为了达到拍卖人收益的最大化，评分函数与拍卖人的收益函数不同，但评分函数与拍卖人的收益函数的结构相同，因为这样比较直观，为

$$S_b = \sum_{i=1}^{m} w_i q_i^{s_i} - p \tag{4}$$

式中，S_b 为投标人投标获得的分数；w_i 为拍卖人赋予质量属性 q_i 的权重，且 $w_i>0$，表示拍卖人公布的对质量属性不同的偏好程度；s_i 为投标人赋予质量属性 q_i 的幂次，$0<s_i<1$，表示卖方对属性 q_i 的边际得分一般是递减的这一规律及递减的程度.

2　逆向多属性英式拍卖机制投标策略及收益分析

2.1　逆向多属性英式拍卖机制描述

在逆向多属性英式拍卖中，首先由拍卖人公布拍卖的规则，包括拍卖标的的各个属性要求、拍卖的结束规则、投标最小加分幅度 D 等. 然后每个投标人按照一定的顺序依次进行投标. 最后，在规

定的拍卖结束时间内没有投标人再投比当前投标更高得分的投标，则当前的投标人投标得分即为所有投标得分中的最高得分，那么将确定获得最高得分的投标人为赢家.

2.2 投标人投标策略

在逆向多属性英式拍卖中，投标人投标策略是指根据拍卖人公布的评分函数以及自身的收益函数，在每一轮次投标中，如何确定最优的质量属性投标值和价格属性投标值，最终实现自身收益最大化的目的.

2.2.1 质量属性的最优投标策略

根据文献[19]的证明可知最优质量属性值 $q_i^*(\theta)$ 为

$$q_i^*(\theta) = \left(\frac{\omega_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{1}{k_i - s_i}} \tag{5}$$

定理 1 在给定本论文的多属性拍卖模型，使得投标人收益最大化的质量属性值的选择独立于价格属性、卖方对其竞争对手成本的估计及拍卖机制的类型.

证明 由于式(5)不包含价格属性值和其他竞争对手的成本参数值，即 $q_i^*(\theta)$ 独立于价格属性和投标人对其他竞争对手的成本的估计，影响投标人确定最优属性配置的因素只有自身的成本参数和拍卖人公布的评分函数. 另外，由于式(5)的证明并没有基于多属性英式拍卖这种机制，也没有基于其它任何机制，所以 $q_i^*(\theta)$ 也独立于拍卖机制的类型，所以此定理适用于本文后面讨论的多属性第一得分密封拍卖机制.

2.2.2 价格属性的最优投标策略

在逆向多属性英式拍卖中，由于每一轮的质量属性值由式(5)确定且不变，因此投标人在每一轮投标中需要重新考虑的问题是如何确定价格属性的最优投标值.

定理 2 给定投标人的成本参数 θ，当前投标最高得分为 S，最小加分幅度为 D，则投标人最优价格投标策略 $p^*(\theta)$ 为

$$p^*(\theta) = \sum_{i=1}^{m} (w_i)^{\frac{k_i}{k_i - s_i}} \left(\frac{s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{s_i}{k_i - s_i}} - S - D \tag{6}$$

证明 由于当前投标的最高得分为 S，最小加分幅度为 D，因此投标人若想投标，则其投标的得分必须至少等于 $S + D$，即 $S(p^*, q_1^*, \cdots, q_m^*) = S + D$，将

$$S_b = \sum_{i=1}^{m} w_i q_i^{s_i} - p \text{ 和 } q_i^*(\theta) = \left(\frac{\omega_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{1}{k_i - s_i}}$$

代入上式得

$$S_b = \sum_{i=1}^{m} w_i \left[\left(\frac{w_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{1}{k_i - s_i}}\right]^{s_i} - p = S + D$$

从而解得式(6).

2.2.3 投标人最优投标的最高得分

投标人在每一轮投标前还需要决定，在其他投标人的投标得分为当前最高得分的情况下，自己是否继续投标. 投标人是否继续投标取决于自己当前最优投标的最高得分 S 与最小加分幅度 D 之和是否大于自己潜在的最优投标最高得分 $MaxSocre(\theta)$，如果当前最优投标的最高得分 S 与最小加分幅度 D 之和小于等于自己潜在的最优投标最高得分 $MaxSocre(\theta)$，说明按照最优策略继续投标收益为非负，就继续按照式(5)和式(6)的策略进行投标，否则就退出. 因此每位投标人在投标前需要算出自己潜在的最优投标最高得分 $MaxSocre(\theta)$.

定理 3 给定投标人的成本参数 θ，则投标人潜在的最优投标最高得分为

$$MaxSocre(\theta) = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\theta^{\frac{s_i}{k_i - s_i}}} \frac{1}{a_i^{\frac{s_i}{k_i - s_i}}} w_i^{\frac{k_i}{k_i - s_i}} \left[\left(\frac{s_i}{k_i}\right)^{\frac{s_i}{k_i - s_i}} - \left(\frac{s_i}{k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i - s_i}}\right] \tag{7}$$

证明 投标人潜在的投标得分最高的投标为投标人按照式(5)确定其最优质量属性值，而其价格属性值为恰令其投标收益为零时的值，即有

$$U_s(p^*(\theta), q_1^*(\theta), \cdots, q_m^*(\theta)) = p - \theta \sum_{i=1}^{m} a_i \left(\frac{w_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i - s_i}} = 0$$

由此式解得

$$p_{\text{ZeroUtility}} = \theta \sum_{i=1}^{m} a_i \left(\frac{w_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i - s_i}}$$

再将 $p_{\text{ZeroUtility}}$ 和 $q_i^*(\theta) = \left(\frac{\omega_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{1}{k_i - s_i}}$ 代入 $S_b = \sum_{i=1}^{m} w_i q_i^{s_i} - p$，即得式(7).

2.2.4　获胜投标人最终投标价格属性值

不失一般性,假设投标人 S_i 是拥有最低成本参数 θ_i 的卖家,投标人 S_j 是拥有第二低成本参数 θ_j 的卖家,根据多属性英式拍卖的规则,投标人 S_j 是投标人 S_i 最强劲的竞争对手,投标人 S_i 实质上是与投标人 S_j 竞争,当投标人 S_j 的投标恰好令其自身收益为零时,即 $p(\theta_j)_{\text{ZeroUtility}} = \theta_j \sum_{i=1}^{m} a_i \times \left(\frac{w_i s_i}{\theta_j a_i k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i - s_i}}$ 时,投标人 S_j 不会再继续投标,此时投标人 S_i 只需将自己的投标得分等于投标人 S_j 的投标得分与最小加分幅度 D 之和即可赢得投标,即有

$$S\left(p(\theta_i), q_1^*(\theta_i), \cdots, q_m^*(\theta_i)\right) = S\left(p(\theta_j), q_1^*(\theta_j), \cdots, q_m^*(\theta_j)\right) + D$$

将 $p(\theta_j)_{\text{ZeroUtility}}$ 和 $q_i^*(\theta) = \left(\frac{\omega_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{1}{k_i - s_i}}$ 代入上式得

$$p(\theta_i)_{\text{winner}} = \sum_{t=1}^{m} w_t \left(\frac{w_t s_t}{\theta_i a_t k_t}\right)^{\frac{s_t}{k_t - s_t}} - \sum_{t=1}^{m} w_t \left(\frac{w_t s_t}{\theta_j a_t k_t}\right)^{\frac{s_t}{k_t - s_t}} + \theta_j \sum_{t=1}^{m} a_t \left(\frac{w_t s_t}{\theta_j a_t k_t}\right)^{\frac{k_t}{k_t - s_t}} - D$$

合并同类项得

$$p(\theta_i)_{\text{winner}} = \sum_{t=1}^{m} \frac{1}{a_t^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} w_t^{\frac{k_t}{k_t - s_t}} \times \left[\left(\frac{1}{\theta_i^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} - \frac{1}{\theta_j^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}}\right)\left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{s_t}{k_t - s_t}} + \frac{1}{\theta_j^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}}\left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{k_t}{k_t - s_t}}\right] - D \tag{8}$$

综上所述,拥有最低成本参数 θ_i 的投标人 S_i 在多属性拍卖中获胜,其最终的支付价格如式 (8) 所示. 而且显然,$p(\theta_i)_{\text{winner}}$ 的大小一方面取决于投标人 S_i 的成本参数 θ_i 的大小,另一方面取决于其主要竞争对手 S_j 的成本参数 θ_j 的大小,而且是 θ_i 的减函数,是 θ_j 的增函数,这是因为当 θ_i 变小时,意味着投标人 S_i 的生产效率提高,能提供具有更高质量属性的投标,当然他可以获得更高的价格. 当 θ_j 变大时,意味着投标人 S_i 的主要竞争对手 S_j 的生产效率降低,竞争对手 S_j 竞争能力变弱,当然投标人 S_i 可以用较高的价格就能获胜而出卖商品.

2.3　拍卖人的期望收益

定理 4　在给定投标人的成本参数为 θ,并假设投标人 S_i 是拥有最低成本参数 θ_i 的卖家,投标人 S_j 是拥有第二低成本参数 θ_j 的卖家,最小加分幅度为 D,则拍卖人在多属性拍卖中的期望收益 EP_{be} 为

$$EP_{\text{be}} = \frac{n(n-1)}{(\bar{\theta}-\underline{\theta})^n} \sum_{t=1}^{m} \Bigg[W_t \left(\frac{w_t s_t}{a_t k_t}\right)^{\frac{t_t}{k_t - s_t}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \frac{1}{\theta_i^{\frac{t_t}{k_t - s_t}}} \int_{\theta_i}^{\bar{\theta}} (\bar{\theta}-\theta_j)^{n-2} \mathrm{d}\theta_j \mathrm{d}\theta_i - \frac{1}{a_t^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} w_t^{\frac{k_t}{k_t - s_t}} \left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{s_t}{k_t - s_t}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \frac{1}{\theta_i^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} \int_{\theta_i}^{\bar{\theta}} (\bar{\theta}-\theta_j)^{n-2} \mathrm{d}\theta_j \mathrm{d}\theta_i + \frac{1}{a_t^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} w_t^{\frac{k_t}{k_t - s_t}} \left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{s_t}{k_t - s_t}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \int_{\theta_i}^{\bar{\theta}} \frac{(\bar{\theta}-\theta_j)^{n-2}}{\theta_j^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} \mathrm{d}\theta_j \mathrm{d}\theta_i - \frac{1}{a_t^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} w_t^{\frac{k_t}{k_t - s_t}} \left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{k_t}{k_t - s_t}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \int_{\theta_i}^{\bar{\theta}} \frac{(\bar{\theta}-\theta_j)^{n-2}}{\theta_j^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} \mathrm{d}\theta_j \mathrm{d}\theta_i \Bigg] + D \tag{9}$$

证明　投标人 S_i 是拥有最低成本参数 θ_i 的卖家,且投标人 S_j 是拥有第二低成本参数 θ_j 的卖家,此情况有 $n(n-1)$ 种可能. 其他 $(n-2)$ 个投标人的成本参数都比 θ_j 大的概率为 $(1-F(\theta_j))^{n-2}$,U_{winner} 表示拥有最低成本参数 θ_i 的投标人获胜时,拍卖人获得的收益,那么拍卖人的期望收益为

$$EP_{\text{be}} = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \int_{\theta_i}^{\bar{\theta}} U_{\text{winner}} (1-F(\theta_j))^{n-2} f(\theta_j) f(\theta_i) \times n(n-1) \mathrm{d}\theta_j \mathrm{d}\theta_i$$

将 $q_i^*(\theta)$、$F(\theta)$ 和 $f(\theta)$ 表达式带入到上式,有

$$EP_{\text{be}} = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \int_{\theta_i}^{\bar{\theta}} \Bigg[\sum_{t=1}^{m} W_t \left(\frac{w_t s_t}{\theta_i a_t k_t}\right)^{\frac{t_t}{k_t - s_t}} - \sum_{t=1}^{m} \frac{1}{a_t^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} w_t^{\frac{k_t}{k_t - s_t}} \left(\frac{1}{\theta_i^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} - \frac{1}{\theta_j^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}}\right)\left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{s_t}{k_t - s_t}} + \sum_{t=1}^{m} \frac{1}{a_t^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} w_t^{\frac{k_t}{k_t - s_t}} \frac{1}{\theta_j^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}} \left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{k_t}{k_t - s_t}} + D \Bigg] \left(\frac{\bar{\theta}-\theta_j}{\bar{\theta}-\underline{\theta}}\right)^{n-2} \frac{1}{\bar{\theta}-\underline{\theta}} \frac{1}{\bar{\theta}-\underline{\theta}} n(n-1) \mathrm{d}\theta_j \mathrm{d}\theta_i$$

整理后得

$$EP_{\mathrm{be}} = \frac{n(n-1)}{(\bar{\theta}-\underline{\theta})^{n}}\Bigg[\sum_{t=1}^{m} W_t\left(\frac{w_t s_t}{a_t k_t}\right)^{\frac{t_t}{k_t - s_t}}\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{1}{\theta_i^{\frac{t_t}{k_t - s_t}}}\int_{\theta_i}^{\bar{\theta}}(\bar{\theta}-\theta_j)^{n-2}\mathrm{d}\theta_j\mathrm{d}\theta_i - \sum_{t=1}^{m}\frac{1}{a_t^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}}w_t^{\frac{k_t}{k_t - s_t}}\left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{1}{\theta_i^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}}\times$$

$$\int_{\theta_i}^{\bar{\theta}}(\bar{\theta}-\theta_j)^{n-2}\mathrm{d}\theta_j\mathrm{d}\theta_i + \sum_{t=1}^{m}\frac{1}{a_t^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}}w_t^{\frac{k_t}{k_t - s_t}}\left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_{\theta_i}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-\theta_j)^{n-2}}{\theta_j^{\frac{k_t - s_t}{k_t - s_t}}}\mathrm{d}\theta_j\mathrm{d}\theta_i - \sum_{t=1}^{m}\frac{1}{a_t^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}}w_t^{\frac{k_t}{k_t - s_t}}\left(\frac{s_t}{k_t}\right)^{\frac{k_t}{k_t - s_t}}\times$$

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_{\theta_i}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-\theta_j)^{n-2}}{\theta_j^{\frac{s_t}{k_t - s_t}}}\mathrm{d}\theta_j\mathrm{d}\theta_i\Bigg] + D\frac{n(n-1)}{(\bar{\theta}-\underline{\theta})^{n}}\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_{\theta_i}^{\bar{\theta}}(\bar{\theta}-\theta_j)^{n-2}\mathrm{d}\theta_j\mathrm{d}\theta_i$$

再整理得式(9).

3 逆向多属性第一得分密封拍卖机制投标策略及收益分析

3.1 逆向多属性第一得分密封拍卖机制描述

在逆向多属性第一得分密封拍卖中，首先由拍卖人公布拍卖标的物的各个属性要求，然后每个投标人根据自己的成本函数、收益函数和买家的评分函数，提交密封的投标，包括价格和各个质量属性的详细配置. 最后，买家根据其公布的评分函数，算出各个投标人的得分，将最高得分的卖家确定为赢家.

3.2 投标人投标策略

在逆向多属性第一得分密封拍卖中，投标人投标策略是指如何确定最优的质量属性投标值和价格属性投标值，从而令其期望收益最大化.

3.2.1 质量属性的最优投标策略

由定理 1 可知，投标人在逆向多属性第一得分密封拍卖中的最优质量属性投标策略仍为式(5)确定的最优值 $q_i^*(\theta) = \left(\frac{\omega_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{1}{k_i - s_i}}$.

3.2.2 价格属性的最优投标策略

定理5 给定投标人的成本参数 θ，则投标人的最优价格投标策略 $p^*(\theta)$ 为

$$p^*(\theta) = \sum_{i=1}^{m} a_i\left(\frac{w_i s_i}{a_i k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i - s_i}}\times \left(\frac{1}{\theta^{\frac{s_i}{k_i - s_i}}} + \frac{1}{(\bar{\theta}-\theta)^{n-1}}\int_{\theta}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-t)^{n-1}}{t^{\frac{k_i}{k_i - s_i}}}dt\right) \tag{10}$$

证明 依据 Che[14] 的证明方法，对多属性拍卖的投标用评分函数打分之后，投标人的投标得分 S 可以看作在经典单属性拍卖中买家的出价 b，即可记

$$b = s = \gamma(q_1^*, \cdots, q_m^*) - p$$

再记

$$\begin{aligned} v(\theta) &= \max\{\gamma(q) - c(q, \theta)\} \\ &= \gamma(q_1^*, \cdots, q_m^*) - c(q_1^*, \cdots, q_m^*, \theta) \end{aligned}$$

$v(\theta)$ 表示的是该投标给买卖双方创造的最高总估价，可以理解为在单属性拍卖中买家对拍卖标的物的估价. 由于 θ 的分布函数为 $F(\theta)$，可知 v 的分布函数为 $H(v) = 1 - F(\theta)$.

此时可以将上述的多属性拍卖求解价格属性值 p 的问题转化为单属性拍卖求解出价 b 的问题来处理，根据 Riley 和 Samuelson[22] 的研究结论可知单属性首价密封拍卖最优出价策略为

$$b = v - \frac{\int_{b_0}^{v}(H(x))^{n-1}\mathrm{d}x}{(H(v))^{n-1}}$$

将上述的 b、$v(\theta)$ 和 $H(v)$ 的表达式带入上式，可解出在多属性首价密封拍卖中的最优投标价格为

$$p^*(\theta) = C_{\mathrm{s}}(q_1^*(t), \cdots, q_m^*(t), \theta) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}}\left[C_{\mathrm{s}}'(q_1^*(t), \cdots, q_m^*(t), \theta)\left(\frac{1-F(t)}{1-F(\theta)}\right)^{n-1}\right]\mathrm{d}t$$

再把 $F(\theta) = \frac{\theta - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}}$ 和 $q_i^*(\theta) = \left(\frac{\omega_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{1}{k_i - s_i}}$ 代入上式，即得式(10).

3.3 投标人的期望收益

根据前面的分析，已经知道投标人的最优投标组合是$(p^*, q_1^*, \cdots, q_m^*)$，根据此组合可以计算出投标人的期望收益 EP_{sf} 为

$$EP_{\mathrm{sf}}(\theta) = U_{\mathrm{s}}(p^*(\theta), q_1^*(\theta), \cdots, q_m^*(\theta)) \times (1 - F(\theta))^{n-1} \tag{11}$$

其中 $U_s(p^*, q_1^*, \cdots, q_m^*) = p^* - C_s(q_1^*, \cdots, q_m^*)$ 为投标人竞拍成功获得的收益,如投标人获得竞拍成功,那么他的成本参数 θ 一定比其他 $(n-1)$ 个投标人的成本参数 θ 小,因此 $(1-F(\theta))^{n-1}$ 为投标人竞拍成功的概率.

再将

$$p^*(\theta) = \sum_{i=1}^{m} a_i \left(\frac{w_i s_i}{a_i k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i-s_i}} \times \left(\frac{1}{\theta^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}} + \frac{1}{(\bar{\theta}-\theta)^{n-1}} \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \frac{(\bar{\theta}-t)^{n-1}}{t^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}} \mathrm{d}t\right),$$

$$q_i^*(\theta) = \left(\frac{\omega_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{1}{(k_i-s_i)}},$$

$$F(\theta) = \frac{\theta - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}}$$

代入式(11)得到 EP_{sf} 的表达式为

$$EP_{\mathrm{sf}}(\theta) = \sum_{i=1}^{m} a_i \left(\frac{w_i s_i}{a_i k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i-s_i}} \times \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \frac{1}{t^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}} \left(\frac{(\bar{\theta}-t)}{(\bar{\theta}-\underline{\theta})}\right)^{n-1} \mathrm{d}t \qquad (12)$$

3.4 拍卖人的期望收益

拍卖人根据投标人的最优投标组合 $(p^*, q_1^*, \cdots, q_m^*)$ 可以计算出自身的期望收益 EP_{bf} 为

$$EP_{\mathrm{bf}} = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} U_b(p^*(t), q_1^*(t), \cdots, q_m^*(t)) \times (1-F(t))^{n-1} n f(t)\,\mathrm{d}t \qquad (13)$$

拍卖人的期望收益 EP_{bf} 实际上等于拍卖人在 n 个投标人中得分最高的可能投标中获得的收益. 这个收益可通过计算拍卖人从每个可能投标中获得的期望收益之和来计算,式(13)就是采取这样方法计算得到的.

假设成本参数 $\theta = t$ 的投标人赢得了拍卖,其投标为 $(p^*, q_1^*, \cdots, q_m^*)$. 那么拍卖人从这个投标获得的收益为

$$U_b(p^*, q_1^*, \cdots \in, q_m^*) = \sum_{i=1}^{m} W_i(q_i^*)^{t_i} - p^*$$

这个成本参数为 $\theta = t$ 的投标人如果获得竞拍成功,那么他的成本参数 θ 一定比其他 $(n-1)$ 个投标人的成本参数 θ 小,其概率为 $(1-F(t))^{n-1}$. 投标人有 n 个,因此投标 $(p^*, q_1^*, \cdots, q_m^*)$ 赢得竞拍的概率为 $n(1-F(t))^{n-1}$,又由于 t 可以是 $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ 所有可能的值,所以对收益和概率的乘积这个函数进行积分求其期望,得到式(13),其中 $f(t)$ 为成本参数 θ 的概率密度.

再将

$$p^*(\theta) = \sum_{i=1}^{m} a_i \left(\frac{w_i s_i}{a_i k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i-s_i}} \times \left(\frac{1}{\theta^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}} + \frac{1}{(\bar{\theta}-\theta)^{n-1}} \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \frac{(\bar{\theta}-t)^{n-1}}{t^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}} \mathrm{d}t\right),$$

$$q_i^*(\theta) = \left(\frac{\omega_i s_i}{\theta a_i k_i}\right)^{\frac{1}{(k_i-s_i)}},$$

$$F(\theta) = \frac{\theta - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}},$$

$$f(\theta) = \frac{1}{\bar{\theta} - \underline{\theta}}$$

代入式(13)得 EP_{bf} 的表达式为

$$EP_{\mathrm{bf}} = \frac{n}{(\bar{\theta}-\underline{\theta})^n} \sum_{i=1}^{m} \left[W_i \left(\frac{w_i s_i}{a_i k_i}\right)^{\frac{t_i}{k_i-s_i}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \frac{(\bar{\theta}-t)^{n-1}}{t^{\frac{t_i}{k_i-s_i}}} \mathrm{d}t - \frac{1}{a_i^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}} \left(\frac{w_i s_i}{k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i-s_i}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \frac{(\bar{\theta}-t)^{n-1}}{t^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}} \mathrm{d}t - \frac{1}{a_i^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}} \left(\frac{w_i s_i}{k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i-s_i}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \int_{t}^{\bar{\theta}} \frac{(\bar{\theta}-z)^{n-1}}{z^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}} \mathrm{d}z\mathrm{d}t \right] \qquad (14)$$

4　4 种逆向多属性拍卖机制期望收益相等定理

前面已经讨论了逆向多属性英式拍卖、逆向多属性第一得分密封拍卖,下面定性分析逆向多属性第二得分密封拍卖和逆向多属性荷式拍卖与前两种多属性拍卖的关系.

逆向第二得分密封拍卖的拍卖规则为每个投标人提交密封的投标,获得最高得分的投标人即为赢家,但是投标人实际提供的标的物的价格和质量属性组合的得分只需等于所有投标中第二高分即可. 此竞拍结果与前面论述的多属性英式拍卖的结果是一样的,因为在多属性英式拍卖中,由

前面的分析可知最后的赢家，也就是投标得分最高者在最后一轮的投标得分也只需比所有投标中第二高分高出 1 个最小加分幅度 D 即可，而且理论上，D 是无穷小的微元，因此可以说赢家的实际投标也只需等于所有投标中第二高分，所以在此两种多属性拍卖中，最终的竞拍结果是一样的，当然拍卖人的期望收益在这两种拍卖中也相等.

逆向多属性荷式拍卖是投标得分下行的拍卖方式，拍卖的规则为首先由拍卖师公布拍卖标的的投标最高得分，然后逐步降低得分，一直到第一个投标人投标，即告拍卖成交. 在多属性荷式拍卖中，投标人在决定自己如何投标时，面临的抉择为: 投标得分越低，赢得交易的机会就越小，但一旦赢得交易，他可以获得的利润将越多; 相反，如果投标得分越高，赢得交易的机会就越大，但一旦赢得交易，他可以获得的利润将越少. 此抉择问题与投标人在第一得分密封拍卖中遇到的问题是相同的，因此在多属性荷式拍卖中投标人的投标策略与在第一得分密封拍卖中相同，当然拍卖人的期望收益在这两种拍卖中也相等.

定理 6 给定了本论文的逆向多属性拍卖模型及其前提假设，则拍卖人在逆向多属性英式拍卖、多属性第一得分密封拍卖、多属性第二得分密封拍卖和多属性荷式拍卖这 4 种机制中期望收益是相等的.

证明 由上述论述已经证明拍卖的期望收益在多属性第二得分密封拍卖和多属性英式拍卖中是相等的，在多属性荷式拍卖和第一得分密封拍卖中是相等的，现只需证明拍卖人在多属性英式拍卖和第一得分密封拍卖中的期望收益是相等的即可.

由式(9) 可知拍卖人在逆向多属性英式拍卖中拍卖人的期望收益，将式(9) 做等价变换，把表示属性次序的 t 用 i 替换，得

$$EP_{\mathrm{be}}=\frac{n(n-1)}{(\bar{\theta}-\underline{\theta})^{n}}\sum_{i=1}^{m}\left[W_i\left(\frac{w_is_i}{a_ik_i}\right)^{\frac{t_i}{k_i-s_i}}\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{1}{t^{\frac{t_i}{k_i-s_i}}}\int_t^{\bar{\theta}}(\bar{\theta}-z)^{n-2}\mathrm{d}z\mathrm{d}t-\frac{1}{a_i^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}w_i^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}\left(\frac{s_i}{k_i}\right)^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{1}{t^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\int_t^{\bar{\theta}}(\bar{\theta}-z)^{n-2}\mathrm{d}z\mathrm{d}t+\right.$$
$$\left.\frac{1}{a_i^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}w_i^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}\left(\frac{s_i}{k_i}\right)^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_t^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-2}}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z\mathrm{d}t-\frac{1}{a_i^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}w_i^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}\left(\frac{s_i}{k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_t^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-2}}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z\mathrm{d}t\right]+D$$

由式(14) 知拍卖人在逆向多属性第一得分密封拍卖中拍卖人的期望收益，又因为

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-t)^{n-1}}{t^{\frac{t_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}t=(n-1)\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{1}{t^{\frac{t_i}{k_i-s_i}}}\int_t^{\bar{\theta}}(\bar{\theta}-z)^{n-2}\mathrm{d}z\mathrm{d}t,$$

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-t)^{n-1}}{t^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}t=(n-1)\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{1}{t^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\int_t^{\bar{\theta}}(\bar{\theta}-z)^{n-2}\mathrm{d}z\mathrm{d}t$$

所以有

$$EP_{\mathrm{be}}-EP_{\mathrm{bf}}=\frac{n}{(\bar{\theta}-\underline{\theta})^{n}}\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{a_i^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}w_i^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}\left(\frac{s_i}{k_i}\right)^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}\left[(n-1)\left(\frac{k_t-s_t}{s_t}\right)\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_t^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-2}}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z\mathrm{d}t+\right.$$
$$\left.\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_t^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-1}}{z^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z\mathrm{d}t-\left(\frac{k_t-s_t}{s_t}\right)\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-t)^{n-1}}{t^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}t\right]+D$$

记

$$y(\underline{\theta})=(n-1)\left(\frac{k_t-s_t}{s_t}\right)\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_t^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-2}}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z\mathrm{d}t+\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\int_t^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-1}}{z^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z\mathrm{d}t-\left(\frac{k_t-s_t}{s_t}\right)\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-t)^{n-1}}{t^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}t$$

对 $y(\underline{\theta})$ 求 $\underline{\theta}$ 的导数得

$$(y(\underline{\theta}))'=-(n-1)\left(\frac{k_t-s_t}{s_t}\right)\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-2}}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z-\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-1}}{z^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z+\left(\frac{k_t-s_t}{s_t}\right)\frac{(\bar{\theta}-\underline{\theta})^{n-1}}{\underline{\theta}^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}$$

因为

$$-(n-1)\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-2}}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z=\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{1}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}(\bar{\theta}-z)^{n-1}=\left.\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-1}}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\right|_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}-\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}(\bar{\theta}-z)^{n-1}\mathrm{d}\left(\frac{1}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\right)$$

$$=-\frac{(\bar{\theta}-\underline{\theta})^{n-1}}{\underline{\theta}^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}+\frac{s_i}{k_i-s_i}\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-1}}{z^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z-(n-1)\left(\frac{k_t-s_t}{s_t}\right)\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-2}}{z^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z$$

$$=-\left(\frac{k_t-s_t}{s_t}\right)\frac{(\bar{\theta}-\underline{\theta})^{n-1}}{\underline{\theta}^{\frac{s_i}{k_i-s_i}}}+\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}}\frac{(\bar{\theta}-z)^{n-1}}{z^{\frac{k_i}{k_i-s_i}}}\mathrm{d}z$$

所以有$(y(\underline{\theta}))'=0$，说明$y(\underline{\theta})\equiv$常量，且当$\underline{\theta}=\bar{\theta}$时，$y(\underline{\theta})=0$. 所以有 $EP_{\mathrm{be}}-EP_{\mathrm{bf}}=D$.

这说明拍卖人在逆向多属性英式拍卖中的期望收益与在逆向多属性第一得分密封拍卖中的期望收益之差为 D，即为逆向多属性英式拍卖中的最小加分幅度，是个常量，而且理论上，D 是无穷小的微元，所以有 $EP_{\mathrm{be}}-EP_{\mathrm{bf}}=0$，即拍卖人在多属性英式拍卖中的期望收益与在逆向多属性第一得分密封拍卖中的期望收益相等. 定理6 说明4 种逆向多属性拍卖虽然机制不同，但是拍卖人获得的期望收益是相等的，即拍卖结果从概率上讲对于拍卖人是相同的.

5　拍卖过程示例

下面用一个简单的数值示例来说明逆向多属性英式拍卖和逆向多属性第一得分密封拍卖过程及相应的定理公式应用过程.

假设拍卖人(买方)欲购买商品 A，商品 A 除价格之外，还有两个质量属性，分别为属性 1 和属性 2.

拍卖人公布的评分函数为 $S=4q_1^{0.5}+8q_2^{0.5}-p$.

为简化计算，假设拍卖人的效用函数与评分函数一致，即 $U=4q_1^{0.5}+8q_2^{0.5}-p$.

为了简化投标过程，假设只有 2 家供应商来投标竞拍，把此两家供应商命名为投标人 1 和投标人 2，他们的投标成本函数分别为

投标人 1　$C_1=\frac{4}{6}(q_1^{1.5}+2q_2^{1.5})$，

投标人 2　$C_2=\frac{5}{6}(q_1^{1.5}+2q_2^{1.5})$

供应商成本系数 θ 分别为 4/6 和 5/6，但对采购商来讲，他并不知道 θ 的具体值，但根据相关信息推测 θ 在区间 [0,1] 上独立且服从同一均匀概率分布.

1) 逆向多属性英式拍卖投标过程

两位投标人首先根据式(5)分别计算出自己投标的质量属性最优值，再根据式(6)计算出每轮投标的价格最优值，最后根据式(7)计算出最优投标的最高得分 S^{m}，然后根据以上所得数据进行投标. 拍卖人规定拍卖过程中最小加分幅度 $D=0.1$.

竞拍过程及投标配置向量数值如表 1 所示.

表 1　逆向多属性英式拍卖投标过程

Table 1 Process of Reverse Multi-attribute English Auction

投标人	1 属性 1: 2 属性 2: 2 最优投标的最高得分 $S_1^{\mathrm{m}}=11.3$					2 属性 1: 1.6 属性 2: 1.6 最优投标的最高得分 $S_2^{\mathrm{m}}=10.1$				
投标轮次	投标属性 1	投标属性 2	投标价格	投标得分	与 S_1^{m} 关系	投标属性 1	投标属性 2	投标价格	投标得分	与 S_2^{m} 关系
1	2	2	8.0	8.8	小于	1.6	1.6	6.1	9.1	小于
2	2	2	7.8	9.2	小于	1.6	1.6	5.9	9.3	小于
3	2	2	7.6	9.4	小于	1.6	1.6	5.7	9.5	小于
4	2	2	7.4	9.6	小于	1.6	1.6	5.5	9.7	小于
5	2	2	7.2	9.8	小于	1.6	1.6	5.3	9.9	小于
6	2	2	7.0	10.0	小于	1.6	1.6	5.1	10.1	小于
7	2	2	6.8	10.2	小于	1.6	1.6	4.9	10.3	大于
竞拍结果	投标人 1 获胜					投标人 2 失败				

最后,拍卖人根据拍卖规则确认投标人 1 获胜,获胜投标人 1 的投标成本为 5.7,效用为 1.1,此时拍卖人的效用为 10.2.

2) 逆向多属性第一得分密封拍卖投标过程

两位投标人首先根据式(5) 分别计算出自己投标的质量属性最优值,再根据式(10) 计算出价格最优投标值,最后进行密封投标.

投标人 1 的投标为: 属性 1、属性 2 和价格的最优投标值 2,2 和 6.8.

投标人 2 的投标为: 属性 1、属性 2 和价格的最优投标值 1.6,1.6 和 5.5.

投标人 1 和投标人 2 的投标得分分别为 10.2 和 9.7,因此投标人 1 获胜,获胜投标人 1 的投标成本为 5.7,效用为 1.1. 此时拍卖人的效用为 10.2.

3) 两种典型拍卖的拍卖人期望收益

再根据式(9) 和式(14) 可以分别计算出在逆向多属性英式拍卖和逆向多属性第一得分密封拍卖两种机制下的拍卖人期望收益分别为 8.3 和 8.2,逆向多属性英式拍卖比逆向多属性第一得分密封拍卖多出 1 个最小加分幅度 $D = 0.1$. 因此当最小加分幅度设置的足够小的情况下,可以认为这两种买卖机制期望收益是相等的. 拍卖期望收益是拍卖人在拍卖之前,依据对投标人的成本参数估计,计算出的期望值,因此拍卖人的期望收益并不必然与某次具体拍卖投标结束后的实际结果相等. 在本例中,拍卖人的期望收益就与实际的拍卖收益不相等.

6 结束语

本文详细分析了两种典型的逆向多属性拍卖机制的投标策略、买卖双方的期望收益以及不同拍卖机制下收益的等价性. 定性分析了逆向多属性第二得分密封拍卖和逆向多属性荷式拍卖与前两种典型多属性拍卖的关系. 本文研究主要得出了以下研究成果:

1) 给出了逆向多属性英式拍卖的投标策略及买卖双方的拍卖收益,为在线电子采购提供决策支持.

2) 给出了逆向多属性第一得分密封拍卖的投标策略及买卖双方的拍卖收益,为在线电子采购提供决策支持.

3) 证明了在 4 种逆向多属性拍卖机制下拍卖期望收益相等定理. 该结论是对期望收益相等定理在多属性拍卖机制中的进一步扩展.

本文研究的结论是建立在一定的前提假设基础之上的,比如拍卖参与人类型和投标人成本参数的分布等,今后的研究重点为找出这些前提假设对拍卖结果的影响方式和程度,从而建立更加接近现实需求的拍卖模型.

参 考 文 献:

[1] Wolfstetter E. Auctions: An introduction [J]. Journal of Economic Surveys, 1989, 10(4): 367 – 420.

[2] 刘树林, 汪寿阳, 黎建强. 投标与拍卖的几个数学模型 [J]. 管理科学学报, 1998, 1(2): 11 – 16.
Liu Shulin, Wang Shouyang, Li Jianqiang. Some mathematical models on bidding and auctions [J]. Journal of Management Sciences in China, 1998, 1(2): 11 – 16. (in Chinese)

[3] 陈培友, 汪定伟. 组合拍卖竞胜标确定问题的混沌搜索算法 [J]. 管理科学学报, 2003, 6(5): 24 – 28.
Chen Peiyou, Wang Dingwei. Chaotic search algorithm for winner determination in combinatorial auctions [J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(5): 24 – 28. (in Chinese)

[4] 李 军, 刘树林. 基于 Cobb-Douglas 效用函数的多属性采购拍卖 [J]. 管理科学学报, 2012, 15(3): 54 – 60.
Li Jun, Liu Shulin. Multi-attribute procurement auctions based on Cobb-Douglas utility function [J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(3): 54 – 60. (in Chinese)

[5] 黄 河, 陈 剑. 拍卖采购合同及议价谈判机制设计 [J]. 管理科学学报, 2010, 13(3): 1 – 7.
Huang He, Chen Jian. Mechanism design on auctioning procurement contracts and bargaining [J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(3): 1 – 7. (in Chinese)

[6] Wang X, Chin K, Yin H. Design of optimal double auction mechanism with multi-objectives [J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(11): 13749 – 13756.

[7] Bichler M. An experimental analysis of multi-attribute auction [J]. Decision Support Systems, 2000, 29(3): 249 – 268.

[8] Beil D R, Wein L M. An inverse-optimization-based auction mechanism to support a multi-attribute RFQ process [J]. Man-

agement Science, 2003, 49(11): 1529 – 1545.
[9] Yang N, Liao X, Wayne W H. Decision support for preference elicitation in multi-attribute electronic procurement auctions through an agent-based intermediary [J]. Decision Support Systems, 2013, 57(1): 127 – 138.
[10] Perrone G, Roma P, Nigro L G. Designing multi-attribute auctions for engineering services procurement in new product development in the automotive context [J]. International Journal of Production Economics, 2010, 124(1): 20 – 31.
[11] Teich J E, Wallenius H, Wallenius J, et al. Emerging multiple issue e-auctions [J]. European Journal of Operational Research, 2004, 159(1): 1 – 16.
[12] Chen-Ritzo C, Harrison T P, Wasnica M K, et al. Better, faster, cheaper: An experimental analysis of a multi-attribute reverse auction mechanism with restricted information feedback [J]. Management Science, 2005, 51(12): 1753 – 1762.
[13] Strecker S, Seifert S. Electronic sourcing with multi-attribute auctions [C] // Proceedings of the 37th Hawaii International Conference on System Science, 2004: 1 – 10.
[14] Che Y K. Design competition through multidimensional auctions [J]. RAND Journal of Economics, 1993, 24(4): 668 – 680.
[15] Branco F. The design of multidimensional auctions [J]. Rand Journal of Economics, 1997, 28(1): 63 – 81.
[16] David E, Azoulay-Schwartz R, Kraus S. Protocols and strategies for automated multi-attributes auctions [C] // Proceedings of the 1st Conference on Autonomous Agents and Multi-agent Systems, Bologna, Italy, 2002: 77 – 85.
[17] David E, Azoulay-Schwartz R, Kraus S. Bidders' strategy for multi-attribute sequential English auction with a deadline [C] // Proceedings of the Second International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2003, 4: 52 – 65.
[18] David E, Azoulay-Schwartz R, Kraus S. Bidding in sealed-bid and English multi-attribute auctions [J]. Decision Support Systems, 2006, 42(2): 527 – 556.
[19] **孙亚辉, 冯玉强. 多属性密封拍卖模型及最优投标策略 [J]. 系统工程理论与实践**, 2010, 30(7): 1185 – 1189.
Sun Yahui, Feng Yuqiang. Multi-attribute sealed-bid auction model and optimal bidding strategies [J]. Systems Engineering – Theory & Practice, 2010, 30(7): 1185 – 1189. (in Chinese)
[20] Vickrey W. Counterspeculation, auctions and competitive sealed tenders [J]. Journal of Finance, 1961, 16(1): 8 – 37.
[21] Myerson R B. Optimal auction design [J]. Mathematics of Operations Research, 1981, 6(1): 58 – 73.
[22] Riley J G, Samuelson W F. Optimal auctions [J]. American Economic Review, 1981, 71: 381 – 392.
[23] **王 宏, 陈宏民, 杨剑侠. 多维信息招投标中的最优机制及其实施 [J]. 管理科学学报**, 2010, 13(8): 1 – 14.
Wang Hong, Chen Hongming, Yang Jianxia. Optimal mechanism and its implementation in multidimensional auctions [J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(8): 1 – 14. (in Chinese)

Bidding strategies and revenue analysis for reverse multi-attribute auction

ZENG Xian-ke, FENG Yu-qiang
School of Management, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China

Abstract: Reverse multi-attribute auction is increasingly becoming one main mechanism for e-procurement. Bidding strategies and auction revenue are key concerns of the auction participants. In this paper, sellers' bidding strategies and the expected revenue of the sellers and the buyers are given respectively for two typical reverse multi-attribute auction mechanisms: reverse multi-attribute English auction and reverse multi-attribute first-score sealed auction. The above results can provide decision support for auction participants. One important theorem of this paper is that auction expected revenue is equal among the above both typical reverse multi-attribute auction mechanisms, multi-attribute second-score sealed-bid auction and multi-attribute Dutch auction. This conclusion is a further expansion of the expected revenue equivalence theorem in the field of multi-attribute auction.

Key words: reverse multi-attribute auction; bidding strategy; auction expected revenue