

# 关联供应链网络级联失效机理及鲁棒性研究<sup>①</sup>

唐亮<sup>1,2</sup>, 何杰<sup>1</sup>, 靖可<sup>3</sup>

(1. 东南大学交通学院, 南京 210096; 2. 沈阳航空航天大学机电工程学院, 沈阳 110036;  
3. 沈阳航空航天大学经济与管理学院, 沈阳 110036)

**摘要:** 为了分析复杂关联供应链网络在遭遇干扰事件时的鲁棒性, 研究关联网络层内和层间级联失效机理. 通过随机规则生成供应链无向信息层网络和有向物理层网络, 描述并分析由 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\sigma$ 等参数表征的节点负荷、容量等网络结构特性. 针对存在边流量约束的情况, 提出相应的失效负荷分流策略; 通过构建极大簇函数, 判断关联供应链网络中经分流策略后仍具运作功能的有效节点, 并依据供应链信息层网络和物理层网络间一对一匹配的关联关系, 构建时变失效迭代状态方程, 从而有效描述关联网络间的动态失效传递. 最后, 在不同参数控制下, 对初始单个节点故障和多个节点故障两种情况下的关联供应链网络综合鲁棒性进行数值仿真分析. 按节点度从大到小、从小到大、随机3种方式去除多个节点, 结果表明在 $\beta = 0.5, 1, 1.5, 2.4$ 种参数下, 按度从小到大方式去除多节点, 其引发的关联网络级联失效规模较之其它两种方式大; 同时发现关联供应链网络在多节点去除情况下, 其级联失效较之单层网络具有明显的一级相变特性, 即少量的节点移除就会导致整个关联供应链网络崩溃.

**关键词:** 关联供应链网络; 级联失效; 鲁棒性; 节点移除

**中图分类号:** F224    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1007-9807(2016)11-0033-12

## 0 引言

近年来, 国内外突发事件频繁发生, 由自然灾害、事故灾难、公共卫生与社会安全等造成的破坏在数量和规模上不断地挑战社会承受能力, 而涉及供应链网络崩溃的事件也与日俱增. 究其原因, 除构成供应链网络的个体企业内部存在诸多不确定因素外, 不同企业对象间易发的干扰事件及其所带来的影响亦是重要原因. 同时, 随着信息化技术和网络化技术的不断发展, 供应链网络已经发展为协同网络, 呈现出信息层网络和物理层网络立体交互的特性, 也导致了这种网络在发生故障时更具脆性而产生全局崩溃. 鉴于供应链网络结构的复杂性, 需要采用具有层状网络结构

的关联网络, 才能清晰地描述整个供应链系统的性质和功能.

事实上, 供应链网络是涵盖了以众多供应商、制造商、分销商、零售商和客户为物流节点和信息节点的有向物理层网络和无向信息层网络, 是典型的多层复杂网络. 其网络上存在着负荷的流动和分配问题, 一旦供应链网络中某个节点因受到干扰失效后将导致网络中负荷的重新分配. 通常, 人们只注意到同层网络中相继故障现象, 而现实的供应链网络中, 还存在异层网络间的级联失效现象. 这种现象小则降低供应链系统的运行和效率, 大则沿整个供应链网络扩散, 甚至引发供应链系统的全局崩溃. 由此, 需要对关联供应链

<sup>①</sup> 收稿日期: 2013-06-23; 修订日期: 2014-09-10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71201106; 71301108); 中国博士后特别基金资助项目(2014T70462); 中国博士后面上资助项目(2013M530228).

作者简介: 唐亮(1980), 男, 江苏宜兴人, 博士, 副教授. Email: erictangliang@163.com

网络中的相继故障演化机理进行探索和研究。

目前,复杂网络的级联失效以及相继故障基本理论研究主要基于单层网络进行<sup>[1-6]</sup>,近年来在级联失效模型<sup>[7-9]</sup>、带恢复机制的级联动力学<sup>[10]</sup>以及级联失效的可控性<sup>[11]</sup>等方面获取了有益成果。段东立等<sup>[7]</sup>提出了一种可调负荷重分配范围与负荷重分配异质性的复杂网络级联失效模型,并分析了该模型在无标度网络上的级联失效条件。王建伟等<sup>[8]</sup>基于节点的局域特征,对连锁故障发生和传播的动力学过程进行分析,提出了带有可调参数的相继故障模型。马源源等<sup>[9]</sup>考虑了股市中危机在网络中的传播行为,并构建了股市中危机传播的SIR模型,并对网络出现随机故障和遇到蓄意攻击时危机在网络中的传播过程进行仿真分析。李钊等<sup>[10]</sup>提出了带有应急恢复机制的网络级联故障模型,研究模型在4种拓扑结构的网络中的级联动力学行为,并给出了应急恢复机制和网络效率的定义。肖延东等<sup>[11]</sup>提出了基于节点负荷失效的网络可控性模型,通过对网络采用介数和Weibull失效模型,在随机和目标失效机制下进行仿真。

然而,单层网络难以有效描述真实的社会网络系统,特别是像供应链网络这种具有多属性、多功能交互的网络。鉴于这种需求,近年来国内外学者提出了关联网络和超网络的概念。从关联网络角度对多层复杂网络进行研究的主要成果包括:以Buldyrev为核心的研究团队<sup>[12-13]</sup>采用渗流理论的方法对由某层网络故障节点引发的双层甚至多层网络间的级联失效问题进行研究<sup>[14]</sup>,研究发现这种带有关联关系的网络比独立同性质网络更具脆弱性。邓宏钟等<sup>[15]</sup>研究了双层小世界网络中的级联失效行为,提出了带有过载函数的复杂负荷网络级联失效模型。另外,有学者对关联基础设施网络进行了相应研究,其中Gong等<sup>[16]</sup>针对弹性供应链构建了关联网络模型,考虑了供应链网络层、电力网络层、通信网络层、交通网络层的耦合,并结合可能发生中断的情况,构建以各层网络最小成本为目标函数的混合整数规划模型。Shen<sup>[17]</sup>针对连接边随机失效情况下的单层基础设施网络和多层关联基础设施网络进行研究,分别构建了随机混合整数规划模型,实现最小化基础设施的设计成本和恢复运作成本,并采用

割平面算法和启发式算法进行求解。

另一类针对多层复杂网络的研究为超网络研究,其提出初衷与关联网络类似,同样是研究具有多层和多属性特征的复杂网络。最早提出超网络概念的是Nagurney,主要采用优化理论、博弈论、变分不等式等数学方法对供应链与交通超网络等问题进行研究<sup>[18-21]</sup>。国内王众托院士<sup>[22]</sup>的研究团队较早对超网络问题开展研究,其中席运江等<sup>[23-24]</sup>深入研究了知识超网络问题。另外,董琼和马军<sup>[25]</sup>研究了供应链超网络的均衡问题。

从单层复杂网络角度对供应链开展的研究相对较多,包括对单层复杂供应链网络结构基本性能研究<sup>[26-28]</sup>,对单层复杂供应链网络鲁棒性分析<sup>[29-31]</sup>,而多层供应链网络方面的研究尚不多见。对复杂网络在供应链中的研究成果进行归纳,发现现有研究在供应链网络的鲁棒性方面,主要关注于静态鲁棒性研究,较少有针对供应链网络动态鲁棒性的分析。鉴于此,本文通过对关联供应链无向信息层和有向物理层网络的结构分析,明确其网络特性,并在层间节点一对一匹配关系下,对同层和异层网络级联失效传递机理进行研究,试图揭示这种关联网络遭遇干扰或攻击时其鲁棒性能表现,从而为进一步的网络结构优化和鲁棒控制提供科学依据。

## 1 复杂关联供应链网络构建

### 1.1 物理层网络和信息层网络

复杂关联供应链网络由物理层网络 $G^P$ 和信息层网络 $G^I$ 构成,其网络节点数都为 $N$ 。网络 $G^P$ 中的节点按度分布 $P_P(k)$ 建立有向随机连接,其中 $P_P(k_{in})$ 定义为有向物理层网络的入度分布, $P_P(k_{out})$ 为有向物理层网络的出度分布。显然,

$$\langle k \rangle_{in} = \langle k \rangle_{out} = \frac{1}{N} \sum_{i,j=1}^N a_{ij} = 0.5 \langle k \rangle$$

其中 $\langle k \rangle$ 为与有向网络等价的无向网络的平均度, $a_{ij}$ 为邻接矩阵中元素。网络 $G^I$ 中的节点之间按度分布 $P_I(k)$ 建立无向随机连接。

#### 1.1.1 供应链物理层网络

供应链物理层网络由供应商、制造商、分销商、客户等成员企业构成,可以将企业描述为节

点,企业间存在的物流连接关系描述为边,表示为

$$G^P = (V^P, E^P, C^P, W^P) \tag{1}$$

其中  $V^P = \{v_1^P, v_2^P, \dots, v_n^P\}$  表示成员企业节点集合;  $E^P = \{(v_i^P, v_j^P) \mid e_{ij}^P = 1 \text{ 或 } 0\}$  表示边集合,其中  $e_{ij}^P = 1$  表示节点  $v_i^P$  与  $v_j^P$  存在连接关系,  $e_{ij}^P = 0$  表示节点  $v_i^P$  与  $v_j^P$  间不存在连接;  $C^P = \{c_1^P, c_2^P, \dots, c_n^P\}$  表示节点约束集合,代表最大资源容量;  $W^P = \{w_{ij}^P \mid e_{ij}^P = 1, i, j = 1, 2, \dots, n\}$  表示存在连接关系的边权重集合,其元素表示连接边流量限制。

将网络模型中节点  $i$  初始度定义为  $K_i$ ,  $K_i = K_{i(in)} + K_{i(out)}$ ,  $K_{i(in)}$  为节点入度,  $K_{i(out)}$  为节点出度; 节点初始稳定负荷  $L_i^P$  定义为节点出度的函数

$$L_i^P = \alpha K_{i(out)}^\beta \tag{2}$$

其中  $\alpha$  和  $\beta$  为可调参数,且  $\alpha, \beta > 0$ . 通常,供应链物理层网络中,网络节点的负荷与其出度具有正相关性.事实上,用网络结构这种量纲 1 化的结构负载表示初始负荷(风险)是合理有效的.由于初始负荷类似库存的概念,当节点发生故障不能运作时,其失效负荷必须也只能向出度边流动.因此,供应链物理层网络节点初始负荷必然与其出度存在函数关系.

供应链物理层网络中,节点  $i$  的容量  $C_i$  与节点能力相关,容量越大代表节点成本越高,因此容量通常与初始稳定负荷  $L_i$  存在线性关系,由此网络节点容量可以表示为

$$C_i^P = (1 + \sigma) L_i^P \tag{3}$$

式中  $\sigma \geq 0$ . 当节点负荷  $L_i(t)$  超过其容量  $C_i$  时,将发生节点失效;而当节点负荷  $L_i(0) \leq L_i(t) < C_i$  时,节点属于失效与非失效中间状态.

### 1.1.2 供应链信息层网络

供应链信息层网络为无向网络,这里假设供应链上每个企业都有 1 个信息网络节点,因此信息网络节点总数与物理层网络相同.需要指出的是,信息层网络节点间的信息传递是在网络带宽约束下进行的.供应链信息层网络可以表示为

$$G^L = (V^L, E^L, C^L, W^L) \tag{4}$$

其中  $V^L = \{v_1^L, v_2^L, \dots, v_n^L\}$  表示供应链信息节点集合;  $E^L = \{(v_i^L, v_j^L) \mid e_{ij}^L = 1 \text{ 或 } 0\}$  表示信息节点间的边集合,  $e_{ij}^L = 1$  表示信息节点  $v_i^L$  与  $v_j^L$  存在信息传递,  $e_{ij}^L = 0$  表示节点  $v_i^L$  与  $v_j^L$  之间无信息传递关系;  $C^L = \{c_1^L, c_2^L, \dots, c_n^L\}$  表示信息节点资源约束,

代表节点最大信息容量;  $W^L = \{w_{ij}^L \mid e_{ij}^L = 1, i, j = 1, 2, \dots, n\}$  表示存在信息传递关系的边权重集合,表示连接边信息链路带宽限制.

由于信息层网络的无向性,定义供应链信息层网络节点  $i$  的初始度为  $K_i$ ,于是信息节点  $i$  负荷  $L_i^L$  定义为节点度的函数

$$L_i^L = \alpha K_i^\beta \tag{5}$$

一旦信息节点发生故障,失效负荷(拥塞数据)将在信息链路的带宽约束下沿无向连接边传递至邻居节点.在确定信息节点的负载容量时一般按需定容<sup>[7]</sup>,相应的信息节点  $i$  容量  $C_i^L$  与其初始负荷成正比,定义为节点负荷的线性函数

$$C_i^L = (1 + \sigma) L_i^L \tag{6}$$

### 1.2 网络层间关联匹配关系

由于关联供应链网络由物理层网络和信息层网络构成,在对各层网络进行结构描述的基础上,还需要进一步刻画网络间节点的对应关系.一般地,关联网络的鲁棒性与不同层网络的结构相似性相关,即相似度大的关联网络其鲁棒性较大,而相似度小的关联网络在节点发生故障或攻击失效时更易引发大的级联失效,从而使鲁棒性减小<sup>[32-33]</sup>.然而,如果为了优化网络的鲁棒性,进行网络结构调整所花费成本往往较大,因此现实中通常通过调整网络节点间的匹配关系实现上述目标.网络间的节点关联关系包括“一一对应”、“一对多”、“多对多”.本文假定每个物理层网络节点对应 1 个信息层节点,即“一一对应”关系.如图 1 所示,在关联供应链的上下层,网络的节点之间存在着“一对一”依存关系.

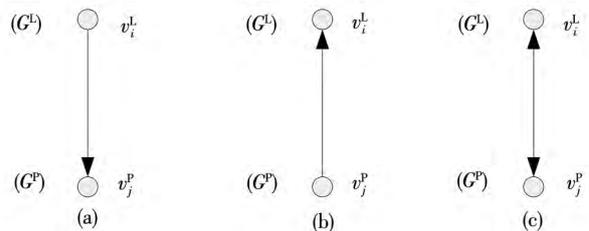


图 1 关联网络节点间一一对应关系

Fig. 1 Correspondence relationships between nodes in interdependent networks

通常,信息层网络负责接收用户需求数据、统筹生产、运输等数据,一旦信息层某些节点损坏,物理层部分对应节点可能因为缺乏数据支撑而无法有效运作,从而失效;类似的,一旦物理层某些

节点企业发生故障,信息层部分对应节点可能因为缺乏实际企业数据支撑而失效.从图1可以看出L层网络映射着P层网络中的1个(且仅有1个)节点,并且P层网络也仅映射着L层网络中的1个节点, $G^L$ 图中节点为  $V^L=\{v_1^L, v_2^L, \dots, v_n^L\}$ ,  $G^P$ 图中节点为  $V^P=\{v_1^P, v_2^P, \dots, v_n^P\}$ ,用标记  $\Phi(v_i^L) = v_j^P$ 表示  $G^L$ 中节点  $v_i$ 映射着  $G^P$ 中的节点  $v_j$ ,此映射的逆映射为  $\Phi^{-1}$ ,即把  $G^P$ 中的节点  $v_j$ 映射到  $G^L$ 中的节点  $v_i$ , $\Phi^{-1}(v_j^P) = v_i^L$ ;由于映射为一对一映射,因此当且仅当  $\Phi^{-1}(v_j^P) = v_i^L$ 时, $\Phi(v_i^L) = v_j^P$ .图1中,箭头方向表示节点间的依赖关系,a)表示物理层网络节点  $v_j^P$ 依赖于信息层网络节点  $v_i^L$ ,即节点  $v_i^L$ 失效将通过层间传递使节点  $v_j^P$ 失效;b)表示信息层网络节点  $v_i^L$ 依赖于物理层网络节点  $v_j^P$ ,因此,一旦节点  $v_j^P$ 失效则引发节点  $v_i^L$ 失效;c)表示信息层节点  $v_i^L$ 与物理层网络节点  $v_j^P$ 相互依赖,一旦节点  $v_j^P$ 或  $v_i^L$ 中任意一个失效,将导致另一个对应节点随之失效.

## 2 复杂关联供应链网络级联失效模型

### 2.1 网络生成函数描述

如前文所述,复杂关联供应链网络的L层网络和P层网络的节点概率分布为  $P_L(k)$ 和  $P_P(jk)$ 分别表示L层网络中具有度  $k$ 的节点概率和P层网络中入度为  $j$ 和出度为  $k$ 的节点概率;同时供应链网络经失效负荷传递后,需要对网络中的极大簇(即具有运作功能的网络最大连通团簇)进行判断,并依此衡量网络中仍有效的网络节点.因此本文利用统计物理中生成函数的概念<sup>[34]</sup>,对级联失效模型中经失效传递后节点不属于极大簇的概率进行描述和分析,其生成函数构建如下

$$G_L(x) = \sum_{k=0}^{\infty} P_L(k) x^k \quad (7)$$

$$G_P(x, y) = \sum_{jk} P_P(jk) x^j y^k \quad (8)$$

式(7)和式(8)中  $x, y$ 为一任意变量( $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ ) 在本文中定义为随机选择的节点直接连接不到网络中极大簇的概率(用  $f$ 表示).其

中,有向层网络生成函数式(8)又可以分解为入度生成函数  $G_{p1}(x)$ 和出度生成函数  $G_{p2}(y)$ 表示如式(9)和式(10)

$$G_{p1}(x) = G_p(x, 1) = \sum_{jk} P_P(jk) x^j \quad (9)$$

$$G_{p2}(y) = G_p(1, y) = \sum_{jk} P_P(jk) y^k \quad (10)$$

为构造出L层网络平均度,以及经过一次边连接后剩余度分布<sup>[35]</sup>和无法连接到极大团簇的概率,需要构造无向层新的度分布函数如下

$$H_L(x) = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} k P_L(k) x^{k-1}}{\langle k \rangle_L} \quad (11)$$

以图2网络为例,无向网络中任意节点  $v_i$ 连接到1个具有度  $k$ 的节点  $v_j$ 的概率为  $\frac{k P_L(k)}{\langle k \rangle_L}$ ( $\langle k \rangle_L$ 为信息层网络平均度),即节点  $v_j$ 具有除与节点  $v_i$ 连接边外的  $k-1$ 条连接边,由此可知,节点  $v_j$ 在经过与节点  $v_i$  1次连接后其连接不到极大簇的概率为  $f_{v_j}^{k-1}$ .

与式(7)相比,显然式(11)中的  $x$ (即  $f_L$ )经过  $k-1$ 次乘方后表示1次连接后不属于极大簇的概率.由此,  $H_L(f_L)$ 与  $f_L$ 具有相同的含义,并满足递归方程  $H_L(f_L) = f_L$ .由于具有度  $k$ 的节点直接连接不属于极大簇的概率为  $f_L^k$ ,因此随机选择的节点属于极大簇的概率定义为  $C_L$ ,其值为  $1 - G_L(f_L)$ .

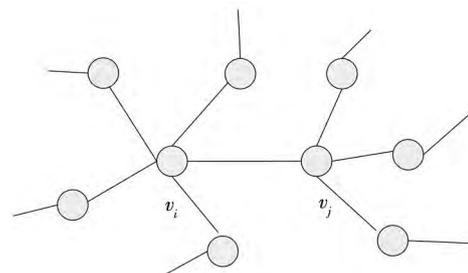


图2 无向网络极大簇1次连接结构描述  
Fig. 2 Description of one connection from node  $v_i$  to node  $v_j$  of undirected network

类似的,对于有向层网络P,为描述经过1次边连接后无法连接到入度极大团簇和出度极大团簇<sup>[34]</sup>的概率,需要将式(9)、式(10)变形处理后,并构造如式(12)和式(13)的函数

$$H_{p1}(x) = \frac{\sum_{jk} k P_P(jk) x^j}{\sum_{jk} j P_P(jk)} = \frac{\sum_{jk} k P_P(jk) x^j}{\langle k \rangle_{P(im)}} \quad (12)$$

$$H_{P1}(y) = \frac{\sum_{jk} jP_P(jk) y^k}{\sum_{jk} kP_P(jk)} = \frac{\sum_{jk} jP_P(jk) y^k}{\langle k \rangle_{P(out)}} \quad (13)$$

一旦供应链 L 层网络中  $1-p$  比例的网络节点遭受攻击或发生故障后被移除, 则生成函数中的  $x$  将变为  $px + 1 - p$ <sup>[36]</sup>. 由此, 随机选择的非移除点属于极大簇的概率  $C_L$  变为  $C_L = 1 - G_L(pf_L + 1 - p)$ , 其中  $f_L = H_L(pf_L + 1 - p)$ . 如果供应链 P 层网络中  $1-p$  比例的网络节点失效, 此时属于入度极大簇概率为  $1 - G_{p1}(pf_{p1} + 1 - p)$ , 其中  $f_{p1} = H_{p1}(pf_{p1} + 1 - p)$ ; 属于出度极大簇概率为  $1 - G_{p2}(pf_{p2} + 1 - p)$ , 其中  $f_{p2} = H_{p2}(pf_{p2} + 1 - p)$ . 则 P 层网络中剩余属于  $C_p$  的节点集合由上述两部分的合集共同决定. 最终 L 层网络或 P 层网络的剩余属于极大簇的节点集合可以表述为  $U_{L,P(\infty)} = pC_{L,P}$ .

需要注意, 如果失效负荷在供应链信息层或者物理层单层网络进行传递时, 一旦有效节点  $p$  减少至某域值  $p_c$  时,  $U_{L,P(\infty)} = 0$ , 在  $p$  减少的过程中,  $U_{L,P(\infty)}$  是连续逐渐变小的, 此时网络故障传递为二级相变; 而当故障在关联网络层间传递时, 随着  $p$  减少至  $p'_c$ ,  $U_{L,P(\infty)}$  突然变为 0, 因而具有一级相变特性(如图 3 所示).

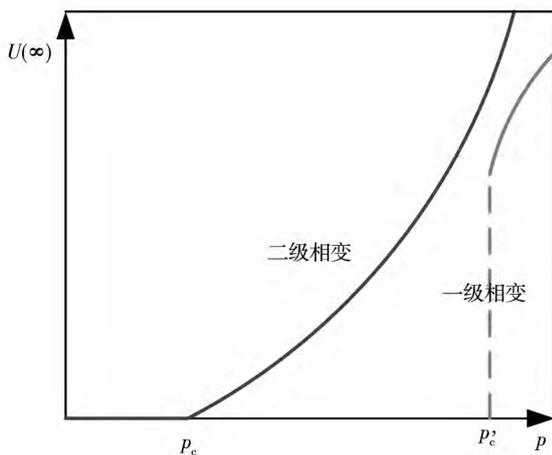


图 3 单层网络二级相变和关联网络一级相变示意图

Fig. 3 Second-order phase transition in isolated network and first-order phase transition in interdependent networks

### 2.2 关联网络级联失效传播模型

为了分析关联供应链网络级联失效过程, 在上述对极大簇函数描述的基础上, 需要进一步对故障情况下失效负荷在单层网络和层间网络的传递模式构建模型. 假设供应链物理层网络 P 有  $q_p$  比例的网络节点依赖于信息层网络 L, 而信息层

网络 L 有  $q_l$  比例的网络节点依赖于物理层网络 P, 分别用  $R_{v_i^L v_j^P}$ 、 $R_{v_j^P v_i^L}$  表示节点  $v_i^L$  与  $v_j^P$  间的依赖关系, 如式(14)、式(15)所示

$$R_{v_i^L v_j^P} = \begin{cases} 0 & \text{信息层节点 } i \text{ 与物理层节点 } j \text{ 之间} \\ & \text{无连接关系} \\ 1 & \text{信息层节点 } i \text{ 依赖于物理层节点 } j \end{cases}, \quad v_i^L \in V^L, v_j^P \in V^P \quad (14)$$

$$R_{v_j^P v_i^L} = \begin{cases} 0 & \text{信息层节点 } i \text{ 与物理层节点 } j \text{ 之间} \\ & \text{无连接关系} \\ 1 & \text{物理层节点 } j \text{ 依赖于信息层节点 } i \end{cases}, \quad v_i^L \in V^L, v_j^P \in V^P \quad (15)$$

由式(14)、式(15)可得  $q_l = \frac{\sum_j R_{v_i^L v_j^P}}{n} q_p =$

$$\frac{\sum_j R_{v_j^P v_i^L}}{n}$$

#### 2.2.1 关联供应链网络级联失效过程描述

任意设定 L 层网络或 P 层网络初始有  $1-p$  节点被移除, 则级联失效的过程如下:

**阶段 1** 该阶段为初始阶段, 当供应链层信息层网络 L 或物理层网络 P 网络中单个节点或  $1-p$  比例节点失效, 其失效负荷将按分流策略首先在同层网络中进行传递, 网络将分为若干团簇, 此时需确认同层网络中剩余未失效节点.

当单个节点  $i$  失效时, 如在 P 层网络单层传递时, 失效负荷的分流按概率  $P_s^P = \frac{\alpha K_{s(out)}^\beta}{\sum_{s \in N_i} \alpha K_{s(out)}^\beta}$  进

行传递,  $N_i$  为节点  $i$  的邻居节点  $s$  集合; 如在 L 层网络单层传递时, 失效负荷按概率  $P_s^L = \frac{\alpha K_s^\beta}{\sum_{s \in N_i} \alpha K_s^\beta}$

传递. 邻居节点  $s$  上接收到的额外负荷为  $\Delta S = L_i P_s^{L,P}$ . 如果  $L_s + \Delta S \leq C_s$ , 则节点  $s$  不失效, 否则节点  $s$  将失效, 导致新一轮的负荷分配. 需要对这种负荷分配分 3 种情况进行分析: 1) 所有  $\Delta S \leq w_{is}$ . 此时  $s$  节点负荷可以表示为  $L'_s = L_s + \Delta S$ , 从中推得当  $\frac{K_{i(out)}^\beta}{\sum_{s \in N_i} K_{s(out)}^\beta} \leq \sigma$  或  $\frac{K_i^\beta}{\sum_{s \in N_i} K_s^\beta} \leq \sigma$  时, 节点  $s$

不失效, 否则节点  $s$  将失效并进一步传播; 2) 所有  $\Delta S > w_{is}$ . 此时  $\Delta S - w_{is}$  部分被边流量限制自动遗弃, 此时的  $s$  节点负荷为  $L'_s = L_s + w_{is}$ , 如果  $L'_s \leq$

$C_s$ , 则节点  $s$  不失效; 3) 部分  $\Delta S \leq w_{is}$ , 而部分  $\Delta S > w_{is}$ . 对于  $\Delta S_{未} \leq w_{is未}$  的边, 判断  $L_{s未} + \Delta S_{未}$  是否小于  $C_s$ , 如果否, 则  $L_s + \Delta S$  将进一步失效分流; 如果是, 则  $s$  节点参与超过边约束的失效负荷的二次分流. 此时, 需要对于超出边约束的失效负荷进行进一步的分析, 对于超出边负荷限制的  $\Delta S$  即  $\Delta S_{超} - w_{is超}$  将进一步把这部分超负荷分流到满足  $\Delta S_{未} \leq w_{is未}$  且  $L_{s未} + \Delta S_{未} < C_s$  的  $e_{is未}$  边上, 此时  $P_{s未} = \frac{C_s - (L_{s未} + L_i P_{s未})}{\sum_{L_{s未} + \Delta S_{未} \leq C_s} [C_s - (L_{s未} + L_i P_{s未})]}$ , 于是失

效负荷  $\Delta S_{超} - w_{is超}$  将以概率  $P_{s未}$  传递至  $s_{未}$  节点. 当多个网络节点同时失效时, 多个失效节点的负荷将按单节点失效情况下的分流策略同时传递至其所有的邻居节点.

阶段2 利用  $U_{L,P}$  函数判断同层网络经分流策略后剩余未失效节点属于极大簇的节点集合, 并标记不属于极大簇节点集合的未失效节点, 认定其亦不能有效运作而失效, 同时断开失效节点的所有连边.

阶段3 同层网络 P(L) 无法有效运作的网络节点通过依赖关系影响另一层网络 L(P) 对应节点, 并对由此在另一层网络 L(P) 中产生新的失效节点进行标记, 并且对这些新失效节点在 L(P) 网络中按阶段1描述分流策略进行失效传递.

阶段4 重复阶段1、阶段2、阶段3, 直到关联网络中不再产生新的失效节点为止.

为进一步说明关联供应链网络级联失效过程, 采用图4示例进行更为具体的阐述. 假设供应链无向信息层网络和物理层网络各有9个节点, 其节点间的依赖关系如图4所示, 可知  $q_p = 6/9$ ,  $q_l = 6/9$ , 初始1个节点发生故障, 因此  $1 - p = 1/9$ .

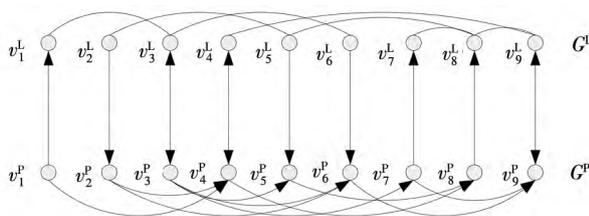


图4 关联供应链网络级联失效初始示例图

Fig. 4 Initial instance of one interdependent supply chain network

假设初始 L 层网络节点  $v_2^L$  失效( 标记为黄色) 在一定参数  $\alpha, \beta, \sigma$  控制下, 按阶段1分流策略可能导致同层节点  $v_5^L, v_8^L$  失效, 对失效节点连接边进行删除后, 图4发生变化生成图5, 此时同层 L 中节点  $v_4^L, v_7^L, v_9^L$  不再属于极大簇, 从而也发生失效( 标记为白色) 因此移除上述节点的连接边.

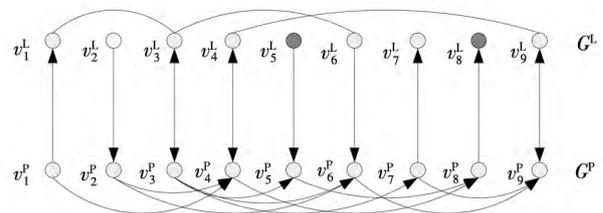


图5 关联供应链网络级联失效过程一

Fig. 5 First stage of cascading failure in interdependent supply chain networks

L 层网络失效节点  $v_2^L, v_4^L, v_5^L, v_7^L, v_8^L, v_9^L$  将通过层间依赖匹配关系传递至 P 层网络, 于是 P 层网络中  $v_2^P, v_4^P, v_5^P, v_9^P$  失效, 并假设在可调参数控制下按照有向网络分流策略分流导致节点  $v_8^P$  失效, 移除与所有上述失效节点的连接边, 见图6.

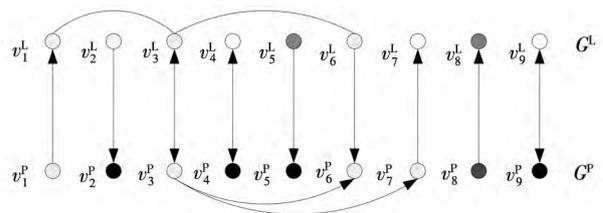


图6 关联供应链网络级联失效过程二

Fig. 6 Second stage of cascading failure in interdependent supply chain networks

从图6可知P层网络中此时只有  $v_1^P, v_3^P, v_6^P, v_7^P$  节点有效, 而由于  $v_1^P$  不属于极大簇也将失效, 同时依赖于层间关联关系, L层网络中相应的  $v_1^L$  将进一步失效. 此时, 需要注意的是, 如果可调参数  $\alpha, \beta, \sigma$  使节点  $v_1^L$  失效负荷按照无向网络分流策略传递至L层未失效节点  $v_3^L$  时,  $v_3^L$  未失效, 则级联失效过程结束, 结果如图7所示; 如果节点  $v_3^L$  失效, 则无论是否会引发同层节点  $v_6^L$  失效或者是否通过关联节点  $v_3^P$  引发  $v_6^P$  或者  $v_7^P$  失效, 关联网络中所有节点都成为孤立节点, 不属于极大簇, 此时全局网络崩溃. 因此, 需要研究可调参数设定为何值时, 关联供应链网络的级联失效程度最小.

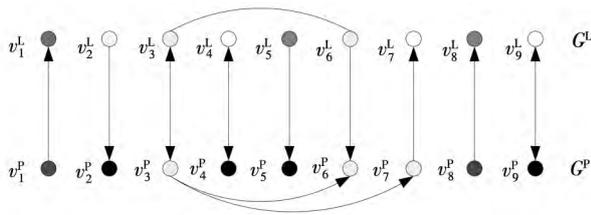


图 7 关联供应链网络级联失效过程三

Fig. 7 Third stage of cascading failure in interdependent supply chain networks

### 2.2.2 时变级联失效迭代方程构建

为了分析关联供应链网络间的动态失效传递机理,需要在上述对关联供应链网络级联失效过程描述的基础上,对级联失效的时变状态进行分析并构建状态方程.假设初始故障点发生在供应链 L 层网络,当初始故障点被移除后,在 L 层网络剩余的有效节点为  $\delta_1 = p$ ,在这些节点被移除后,其它与之相连的全部或部分节点也将从极大簇中断开,由此 L 层网络剩余具有运作功能的极大簇节点集合为  $\delta_1' = \delta_1 C_L(\delta_1)$ ;由于 P 层网络中节点  $q_p$  依赖于 L 层网络中的节点,于是 P 层网络中节点功能失效的集合为  $(1 - \delta_1') q_p$ ,相应的 P 层网络中剩余节点集合为  $\zeta_1 = 1 - (1 - \delta_1') q_p$ .此时, P 层网络中属于极大簇的节点集合为  $\zeta_1' = \zeta_1 C_P(\zeta_1)$ ,则  $1 - \zeta_1'$  为 P 层网络中所有非属于极大簇的节点集合.由此可知 L 层网络上失效节点将包括两部分:初始  $1 - p$  和由 P 层网络上失效节点引发 L 层网络上新的失效节点  $p(1 - \zeta_1')$   $q_1$ ,据此可进一步推导该阶段下 L 层网络中剩余有效的节点集合为  $\delta_2 = p [1 - (1 - \zeta_1') q_1]$ ,相应的 L 层网络中剩余节点属于极大簇的节点集合为  $\delta_2' = \delta_2 C_L(\delta_2)$ ,此过程重复迭代,可以得到以下时变迭代方程

$$\begin{aligned}
 L_1: & \delta_1 = p \\
 P_1: & \zeta_1 = 1 - (1 - \delta_1') q_p \\
 L_2: & \delta_2 = p [1 - (1 - \zeta_1') q_1] \\
 P_2: & \zeta_2 = 1 - (1 - p\delta_2') q_p \\
 & \dots \dots
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 L_t: & \delta_t = p [1 - (1 - \zeta_{t-1}') q_1] \\
 P_t: & \zeta_t = 1 - (1 - p\delta_{t-1}') q_p \\
 & \text{当 } t \rightarrow \infty \text{ 时,可知 } \delta_{t+1} = \delta_t = \delta_{t-1}, \zeta_{t+1} = \zeta_t = \zeta_{t-1} \text{,由此,可以将表达式变为}
 \end{aligned}$$

$$L_t: \delta_t = \delta_t' [1 - (1 - \zeta_t') q_1] \tag{17}$$

$$P_t: \zeta_t = \zeta_t' [1 - (1 - \delta_t') q_p] \tag{18}$$

最终, L 层网络和 P 层网络的有效节点分别为  $U_{L,\infty} = \delta_t C_L(\delta_t)$ ,  $U_{P,\infty} = \zeta_t C_P(\zeta_t)$ .

## 3 数值仿真

在本文中,为使研究结果更具普适性,设定关联供应链网络的信息层网络节点和物理层网络节点数均为 100,其有向物理层网络和无向信息层网络按随机图规则生成,其中随机连接概率  $p$  设为 0.04,信息层网络和物理层网络平均度均为  $\langle k \rangle = 4$ ,易知物理层网络  $\langle k \rangle_{in} = \langle k \rangle_{out} = 0.5 \langle k \rangle$ ;网络间依赖关系按随机方式生成,同时单层网络内连接边的流量约束随机设定在 60 到 140;仿真分析将分别针对关联供应链网络单节点移除和多节点移除两种情况进行.

### 3.1 单节点移除网络鲁棒性

针对单节点发生故障被移除的情况,采用综合有效性指标  $CEI$  衡量全局关联供应链网络的鲁棒性,其计算公式为  $CEI = \frac{\sum_{i=1}^N (U_{L,\infty}^i + U_{P,\infty}^i)}{2N^2}$ ,即

$$CEI = \frac{\sum_{i=1}^N (U_{L,\infty}^i + U_{P,\infty}^i)}{2N^2}$$

对 L 层上所有单个节点依次发生故障下的网络综合鲁棒性以及 P 层网络上所有单个节点依次发生故障的网络综合鲁棒性进行分析.

#### 3.1.1 L 层网络发生单节点失效时网络综合鲁棒性

设定参数  $\alpha = 1$ ,  $\beta$  按 0.1, 0.2, ..., 5 变化,  $\sigma = 1, 2, 3, 4$ ,在这些参数下,分析 L 层网络发生单节点故障时关联供应链网络的综合鲁棒性,仿真结果如图 8 所示.从图 8 可知,在 L 层网络中,不同的单个节点损坏并失效的情况下,随着  $\beta$  值逐渐增大,网络综合鲁棒性  $CEI$  值逐渐减小而后又逐渐增大.说明随着  $\beta$  值增加,失效负荷增加到一定程度,其分流策略会按照阶段 1 (第 2) 和第 3) 种进行,导致更多节点产生失效;而当  $\beta$  值增加到一定程度时,虽然失效负荷仍在变大,但是节点容量的增加已比负荷增加速度大,由此失效节点数目会出现相应变小的情况.同时,当相同  $\beta$  值不同的  $\sigma$  值下,  $CEI$  值一般随  $\sigma$  值增大而增

大,其原因是在 $\alpha, \beta$ 参数不变情况下 $\sigma$ 值越大则节点容量越大,节点失效概率会相应变小.

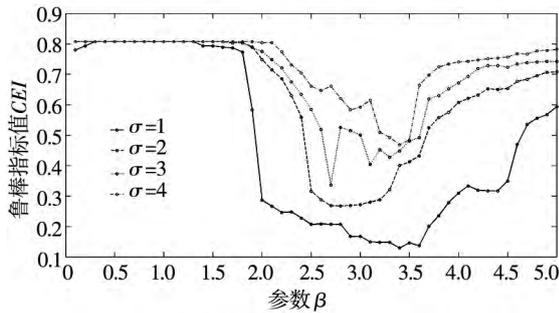


图8  $G^L$ 层网络单节点移除情况下关联网络综合鲁棒性

Fig. 8 CEI of interdependent supply chain networks at the condition of single node removal in network  $G^L$

### 3.1.2 P层网络发生单节点失效时网络综合鲁棒性

当P层网络发生单节点失效时,与L层网络中不同单个节点失效情况下的关联供应链网络综合鲁棒性进行比较,相同 $\beta$ 值下其CEI值会比较小.同时,与L层网络发生单节点故障时类似,随着 $\beta$ 值增大,其CEI值先变小后变大,且随 $\sigma$ 值从1到4递增时,CEI值则相应变大,仿真结果如图9所示.

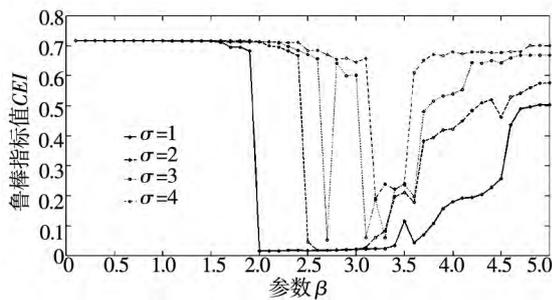


图9  $G^P$ 层网络单节点移除情况下关联网络综合鲁棒性

Fig. 9 CEI of interdependent supply chain networks at the condition of single node removal in network  $G^P$

从图9可以看出P层网络单节点先损坏,会导致CEI突然变为接近0的情况,当 $\sigma=1$ 时 $\beta$ 值等于2,此时CEI值为0.015;当 $\sigma=2$ 时 $\beta$ 值等于2.5,CEI值为0.045;当 $\sigma=3$ 时 $\beta$ 值在2.7、3.1、3.3等3个值时,CEI值分别为0.051 8、0.059 2、0.060 2,尤其 $\beta$ 值从2.7到3.6变化时,CEI值呈现出震荡现象;当 $\sigma=3$ 时 $\beta$ 值为3.2时,CEI值为0.190 4,表明随着 $\sigma$ 值逐渐增大到一定程度

时,节点容量的增大使网络综合鲁棒性变得比较强,然而也需要注意 $\sigma$ 值的增大是需要付出成本代价的.

### 3.2 多节点移除网络鲁棒性

以一定比例 $(1-p)$ 去除网络节点,并分析该情况下的网络鲁棒性,针对P层网络多节点移除情况对关联供应链综合鲁棒性进行仿真,同时观察这种关联供应链网络是否存在一级相变现象.其中,初始多节点失效比例按照节点度从大到小、从小到大、随机3种排序方式进行去除,并与单层网络下相同的节点去除比例导致的网络鲁棒性进行比较分析.针对多节点发生故障被移除的情况,关联供应链网络综合有效性指标CEI的计算

$$公式为 CEI = \frac{U_{P,\infty}^{1-p} + U_{P,\infty}^{1-p}}{2N}.$$

#### 3.2.1 节点度从大到小移除

从图10可知,当去除比例 $p_c$ 达到0.2时,关联供应链网络中所有节点都失效,CEI=0,其失效过程呈现突变现象,为一级相变,其CEI值从去除比例为0.19时的0.57突然变为0;同时,不同 $\beta$ 值下,随着其值从0.5到2逐渐增加,相同比例的节点去除关联供应链网络的CEI是逐渐变小的.分析其原因,是由于随 $\beta$ 值变大,其失效负荷也在增大,这使得同层损坏节点以及层间关联节点的数目变大,从而使关联网络损坏节点变大造成的.而图11为P单层网络按度从大到小的多节点比例去除仿真结果,其CEI明显比相同比例关联层多节点去除情况下大的多,在去除比例达到大约0.4左右时才全部失效,而关联层网络在0.2左右就全部失效.

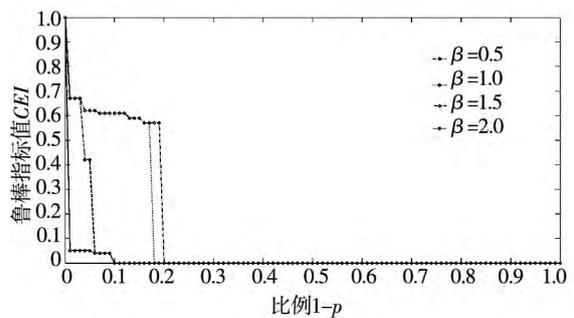


图10 按度从大到小多节点移除情况下关联网络综合鲁棒性

Fig. 10 CEI of interdependent supply chain networks according to degree descending removal

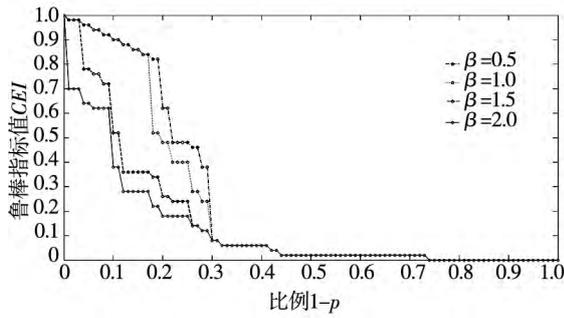


图 11 按度从大到小多节点去除情况下单层网络鲁棒性

Fig. 11 CEI of single network according to degree descending removal

### 3.2.2 节点度从小到大移除

在多个节点按照度从小到大的方式按比例失效时,其关联供应链网络鲁棒性仿真结果如图 12 所示. 不同  $\beta$  值下,例如  $\beta = 0.5$  时,当去除比例  $p_c$  达到约 0.16 时,关联供应链网络中 0.95 的节点都失效,此时比较多节点按度从大到小去除的结果可知,相同  $\beta$  值下按度从大到小去除比例达 0.2 时  $CEI$  为 0,其结果显然是相同多节点去除比例下,按度从小到大去除方式反而比按度从大到小去除的关联网络综合鲁棒性小. 分析其原因发现,网络间随机连接方式下,其 P 层网络上度小的节点更多连接了 L 层网络上度大的节点. 由此知道,网络间节点间的不同匹配方式可以对关联网络的鲁棒性产生影响,该部分研究将另文阐述. 对比单层网络下的多节点按度从小到大去除(图 13),显然单层网络情况下的  $CEI$  相较关联供应链网络要大得多. 同时观察单层多节点去除情况下,随着  $\beta$  值从 0.5 变化到 2 时, $CEI$  值是逐渐增大,而关联网络情况下随着  $\beta$  值增大其  $CEI$  值是逐渐变小的.

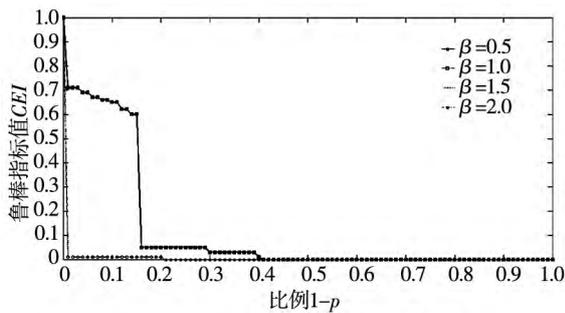


图 12 按度从小到大多节点移除情况下关联网络综合鲁棒性

Fig. 12 CEI of interdependent supply chain networks according to degree ascending removal

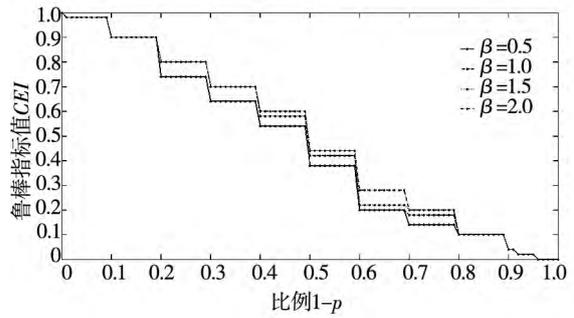


图 13 按度从小到大多节点去除情况下单层网络鲁棒性

Fig. 13 CEI of single network according to degree ascending removal

### 3.2.3 节点度随机移除

当初始多节点失效比例按照节点度随机选择的方式去除时(图 14、图 15),当  $\beta = 0.5$  时去除比例  $p_c$  达到约 0.14 时, $CEI$  值为 0.05;当  $\beta = 1$  时,其关联失效情况与  $\beta = 0.5$  时完全一致;当  $\beta = 1.5$  时去除比例  $p_c$  达到约 0.04 时, $CEI$  值为 0.01;当  $\beta = 2$  时,其关联失效情况与  $\beta = 1.5$  时完全一致.

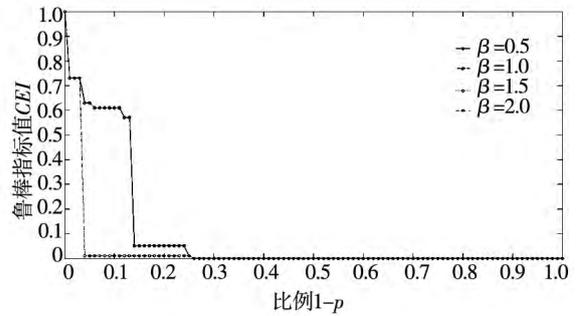


图 14 按度随机大小多节点移除情况下关联网络综合鲁棒性

Fig. 14 CEI of interdependent supply chain networks according to random removal

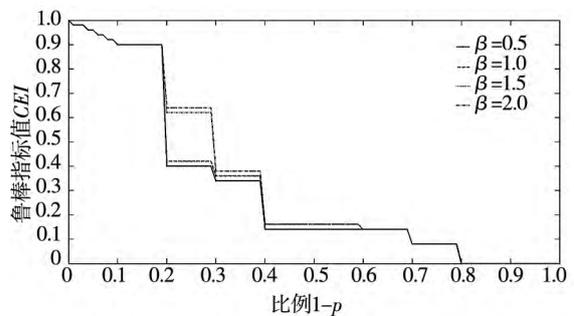


图 15 按度随机多节点去除情况下单层网络鲁棒性

Fig. 15 CEI of single network according to random removal

比较其它两种去除方式,随机去除方式下关联供应链网络的鲁棒性处于中间. 3 种方式下,显然关联网络的失效属于一级相变,而单层网络

的失效属于连续型的二级相变。同时,很多时候在一定的多节点去除比例下,无论是单层网络还是关联网络的  $CEI$  并不是瞬间变为 0,而仅是非常趋近于 0,这是由供应链关联网络的特点所决定的。因为供应链物理层网络为有向网络,其失效负荷的传递通常是有向的,由此必须在多节点去除达到较大比例时才会导致其  $CEI$  完全变为 0。

## 4 结束语

本文分析了由无向信息层和有向物理层网络构成的供应链关联网络的结构特点,描述了由可调参数表征的网络节点负荷、容量等网络特性。为揭示这种关联网络在遭遇攻击时的鲁棒性,本文在信息层网络和物理层网络节点一对一匹配关系下,研究了同层网络和异层网络的级联失效传递机理。通过生成函数、极大簇函数以及失效负荷分流策略,构建网络时变失效迭代状态方程,依此描述级联失效传递过程,并判断关联供应链网络经失效传递后的有效节点。在网络单节点失效以及边流量约束条件下,为分析不同的  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\sigma$  参数变化对关

联网络鲁棒性的影响,本文在  $\beta=0.1\sim 5$ 、 $\alpha=1$ 、 $\sigma=1, 2, 3, 4$  等不同参数下,分别对关联供应链网络的综合鲁棒性进行仿真;同时,本文在不同比例节点同时失效的情况下,按节点度从大到小、从小到大、随机 3 种排序方式对关联供应链网络鲁棒性进行了仿真分析,从中发现了关联供应链网络出现的一级相变现象,并分析比较了 3 种失效方式下的网络鲁棒性。综上,本文研究除了分析关联供应链网络在干扰事件下的鲁棒性之外,还可以为进一步的网络结构优化和级联失效控制研究提供科学依据。

在本文的研究中,由于信息层和物理层网络的结构差异较大,引发了关联供应链网络级联失效过程的一级相变;同时,由于关联网络的随机连接方式使得本文中的有向物理层网络中的度小的节点更多地连接了无向信息层网络中度大的节点,从而得出:有向层网络发生多节点失效时按度从小到大移除的方式使关联供应链网络的综合鲁棒性更小。因此,为了降低该网络结构下的级联失效影响,还需要提出有效的网络结构优化策略,或对网络间节点的匹配关系进行调整,这些问题将另文阐述。

## 参考文献:

- [1] Holme P, Kim B J. Vertex overload breakdown in evolving networks [J]. *Physical Review E*, 2002, 65(4): 066109.
- [2] Wang J, Liu Y H, Jiao Y, et al. Cascading dynamics in congested complex networks [J]. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 2009, 67(1): 95-100.
- [3] Moreno Y, Pastor-Satorras R, Vázquez A, et al. Critical load and congestion instabilities in scale-free networks [J]. *Europhysics Letters*, 2003, 62(2): 292-298.
- [4] Motter A E, Lai Y C. Cascade-based attacks on complex networks [J]. *Physical Review E*, 2002, 66(6): 065102.
- [5] Wang X F, Xu J. Cascading failures in coupled map lattices [J]. *Physical Review E*, 2004, 70(5): 056113.
- [6] Zhang Y L, Yang N D. Research on robustness of R&D network under cascading propagation of risk with gray attack information [J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2013, 117(9): 1-8.
- [7] 段东立, 吴俊, 邓宏钟, 等. 基于可调负载重分配的复杂网络级联失效模型 [J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(1): 203-208.  
Duan Dongli, Wu Jun, Deng Hongzhong, et al. Cascading failure model of complex networks based on tunable load redistribution [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2013, 33(1): 203-208. (in Chinese)
- [8] 王建伟, 荣莉莉, 王铎. 基于节点局域特征的复杂网络上相继故障模型 [J]. *管理科学学报*, 2010, 13(8): 42-50.  
Wang Jianwei, Rong Lili, Wang Duo. Model for cascading failures on complex networks based on local characteristics of nodes [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2010, 13(8): 42-50. (in Chinese)

- [9]马源源,庄新田,李凌轩. 股市中危机传播的 SIR 模型及其仿真[J]. 管理科学学报,2013,16(7): 80-94.  
Ma Yuanyuan, Zhuang Xintian, Li Lingxuan. Susceptible-infected-removed (SIR) model of crisis spreading in the correlated network of listed companies and their main stock-holders[J]. Journal of Management Sciences in China, 2013, 16(7): 80-94. (in Chinese)
- [10]李 钊,郭燕慧,徐国爱,等. 复杂网络中带有应急恢复机制的级联动力学分析[J]. 物理学报,2014,63(15): 158901.  
Li Zhao, Guo Yanhui, Xu Guoai, et al. Analysis of cascading dynamics in complex networks with an emergency recovery mechanism[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(15): 158901. (in Chinese)
- [11]肖延东,老松杨,侯绿林,等. 基于节点负荷失效的网络可控性研究[J]. 物理学报,2013,62(18): 180201.  
Xiao Yandong, Lao Songyang, Hou Lulin, et al. Network controllability based on node overloaded failure[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(18): 180201. (in Chinese)
- [12]Buldyrev S V, Parshani R, Paul G, et al. Catastrophic cascade of failures in interdependent networks[J]. Nature, 2010, 464(4): 1025-1028.
- [13]Parshani R, Buldyrev S V, Havlin S. Interdependent networks: Reducing the coupling strength leads to a change from a first to second order percolation transition[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(4): 048701.
- [14]Shao J, Buldyrev S V, Havlin S, et al. Cascade of failures in coupled network systems with multiple support-dependence relations[J]. Physical Review E, 2011, 83(3): 036116.
- [15]邓宏钟,吴 俊,李 勇. 双层小世界网络中的级联失效模型与分析[J]. 计算机仿真,2008,25(10): 150-152.  
Deng Hongzhong, Wu Jun, Li Yong. Analysis of cascading failure model for two-layer small-world networks[J]. Computer Simulation, 2008, 25(10): 150-152. (in Chinese)
- [16]Gong J, Mitchell J E, Krishnamurthy A, et al. An interdependent layered network model for a resilient supply chain[J]. Omega, 2014, 46(7): 104-116.
- [17]Shen S Q. Optimizing designs and operations of a single network or multiple interdependent infrastructures under stochastic arc disruption[J]. Computers & Operations Research, 2013, 40(11): 2677-2688.
- [18]Nagurney A, Toyasaki F. Reverse supply chain management and electronic waste recycling: A multi-tiered network equilibrium framework for e-cycling[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2005, 41(1): 1-28.
- [19]Nagurney A, Toyasaki F. Supply chain supernetworks and environmental criteria[J]. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2003, 8(3): 185-213.
- [20]Nagurney A, Yu M. Sustainable fashion supply chain management under oligopolistic competition and brand differentiation[J]. International Journal of Production Economics, 2012, 135(2): 532-540.
- [21]Nagurney A, Nagurney L S. Medical nuclear supply chain design: A tractable network model and computational approach[J]. International Journal of Production Economics, 2012, 140(2): 865-874.
- [22]王众托. 关于超网络的一点思考[J]. 上海理工大学学报,2011,33(3): 229-237.  
Wang Zhongtuo. Reflection on supernetwork[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2011, 33(3): 229-237. (in Chinese)
- [23]席运江,党延忠,廖开际. 组织知识系统的知识超网络模型及应用[J]. 管理科学学报,2009,12(3): 12-21.  
Xi Yunjiang, Dang Yanzhong, Liao Kaiji. Knowledge supernetwork model and its application in organizational knowledge systems[J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(3): 12-21. (in Chinese)
- [24]席运江,党延忠. 基于加权超网络模型的知识网络鲁棒性分析及应用[J]. 系统工程理论与实践,2007,27(4): 134-140.  
Xi Yunjiang, Dang Yanzhong. The method to analyze the robustness of knowledge network based on the weighted supernetwork model and its application[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2007, 27(4): 134-140. (in Chinese)
- [25]董 琼,马 军. 供应链超网络均衡模型[J]. 上海理工大学学报,2011,33(3): 238-247.  
Dong Qiong, Ma Jun. Recent development on supply chain supernetwork modeling[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2011, 33(3): 238-247. (in Chinese)

- [26]张纪会,徐军芹. 适应性供应链的复杂网络模型研究[J]. 中国管理科学,2009,17(2):76-79.  
Zhang Jihui, Xu Junqin. Study on complex network model for adaptive supply chains[J]. Chinese Journal of Management Science,2009,17(2):76-79. (in Chinese)
- [27]郭进利. 供应链网络中双幂律分布模型[J]. 物理学报,2006,55(8):3116-3921.  
Guo Jinli. The bilateral power-law distribution model of supply chain networks[J]. Acta Physica Sinica,2006,55(8):3116-3921. (in Chinese)
- [28]杨 琴,陈 云. 基于泊松过程的供应链复杂网络模型[J]. 系统工程,2012,30(9):57-62.  
Yang Qin, Chen Yun. Supply chain complex network model based on Poisson process[J]. Systems Engineering,2012,30(9):57-62. (in Chinese)
- [29]刘小峰,陈国华. 基于复杂网络的供应链鲁棒性分析[J]. 东南大学学报(自然科学版),2007,37(S2):237-242.  
Liu Xiaofeng, Chen Guohua. Robustness analysis of supply chain based on complex networks[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition),2007,37(S2):237-242. (in Chinese)
- [30]范 旭,马军海,修 妍. 复杂供应链网络中的不确定性分析[J]. 复杂系统与复杂性科学,2006,3(3):20-25.  
Fan Xu, Ma Junhai, Xiu Yan. Analysis of uncertainty in complex supply chain networks[J]. Complex Systems and Complexity Science,2006,3(3):20-25. (in Chinese)
- [31]闫 妍,刘 晓,庄新田. 基于复杂网络理论的供应链级联效应检测方法[J]. 上海交通大学学报,2010,44(3):322-325.  
Yan Yan, Liu Xiao, Zhuang Xintian. Cascading failure model and method of supply chain based on complex network[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University,2010,44(3):322-325. (in Chinese)
- [32]Parshani R, Rozenblat C, Ietri D, et al. Inter-similarity between coupled networks[J]. Europhysics Letters,2010,92(6):68002-68006.
- [33]Gu C G, Zou S R, Xu X L, et al. Onset of cooperation between layered networks[J]. Physical Review E,2011,84(2):026101.
- [34]Newman M E J, Strogatz S H, Watts D J. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications[J]. Physical Review E,2001,64(2):026118.
- [35]史定华. 网络度分布理论[M]. 北京: 高等教育出版社,2011.  
Shi Dinghua. Network Degree Distribution Theory[M]. Beijing: Higher Education Press,2011. (in Chinese)
- [36]Shao J, Buldyrev S V, Braunstein L A, et al. Structure of shells in complex networks[J]. Physical Review E,2009,80(3):036105.

## Cascading failure mechanism and robustness of interdependent supply chain networks

TANG Liang<sup>1 2</sup>, HE Jie<sup>1</sup>, JING Ke<sup>3</sup>

1. School of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, China;
2. School of Mechanical & Electrical Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110036, China;
3. School of Economic & Management, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110036, China

**Abstract:** To analyze the robustness of complex interdependent supply chain networks suffering disruption events, the cascading failure mechanism of both intra-network and inter-network is studied. Without loss of generality, the undirected information layer network and directed physical layer network comprising the interdependent supply chain network are generated via the stochastic rule. Then, the network characteristics, i. e.,

(下转第 62 页)

1-6.

Wang Xu, Song Naiping, et al. The compartment model of farming and pastoral ecosystem and its stability [J]. Journal of Ningxia University (Natural Science Edition), 2014, 35(3): 1-6. (in Chinese)

## The compartment model and simulation for the industrial system of circulatory economy

YANG Zhong-zhi<sup>1</sup>, KONG Peng-zhi<sup>2</sup>, LI Bo-ying<sup>1</sup>

1. Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China;

2. Shandong University of Finance and Economics, Jinan 250014, China

**Abstract:** This paper describes an industrial structure of a circulatory economy and builds a systematic dynamic model and its equation system for resources recycling utilization based on Compartment Model Theory. A circulation multiplier and its computational formula are defined to measure the efficiency of resources recycling utilization. The simulated results indicate that the resources recycling utilization can not only realize the amount accumulation of natural resources and improve the resources recycling efficiency, but can minimize discharges into the natural environment by using industrial innovation to adjust each compartment parameter in the circulatory economy. The compartmental model and simulations of the circulatory economy can be used to test or inspect the efficiency of material accumulation and the effects of environment discharges in resources recycling utilization in real economic systems like national economy, regional economy, industrial eco-parks, and so forth.

**Key words:** circulatory economy; resources recycling utilization; compartment model; circulation multiplier

(上接第 44 页)

node load and node capacity, are expressed by parameters  $\alpha, \beta, \sigma$ , etc. The redistribution strategies of failure loads corresponding to the condition of existing edge flow constraints are presented. Through giant component functions, the valid nodes still with function could be judged when the redistribution is finished. Furthermore, the time-varied state equations are constructed based on one to one interdependent relationship between the cyber-layer network and physical-layer network, which can depict the dynamic propagation throughout the interdependent supply chain network. Finally, numerical simulations including two cases: single node removal and multi-node removal, are given and the robustness of interdependent supply chain networks with different parameters is compared. In particular, multi-node removals are classified in three ways, i. e., degree ascending, degree descending, and random degree. The simulation results show that the multi-node removal in the ascending degree way leads to the worst robustness performance among the three removal ways, if  $\beta = 0.5, 1, 1.5, 2$ . Meanwhile, the first phase transition of the cascading failure for interdependent supply chain networks, after multi-node removal, is more obvious than for isolate layer networks, i. e., a small fraction of nodes removal will result in the crash of the whole interdependent supply chain network.

**Key words:** interdependent supply chain network; cascading failure; robustness; node removal