

方差和偏度的风险价格^①

郑振龙, 孙清泉, 吴强

(厦门大学经济学院, 厦门 361005)

摘要: 在互换合约的统一框架下, 采用无模型方法提取方差和偏度的风险价格, 研究隐含风险价格的时序和期限结构特征、定价和信息含量。利用 S&P500 指数期权数据发现: 1) 对于多个互换合约期限, 方差风险价格显著为负, 偏度风险价格显著为正; 2) 方差风险价格和偏度风险价格有不同的水平因子和凸度因子, 却拥有相同的斜率因子; 3) 隐含风险价格无法被规模、账面市值比、动量和宏观变量等所解释, 能被市场超额收益因子部分解释, 且在股票横截面收益被显著定价; 4) 隐含方差和隐含偏度分别对已实现方差和已实现偏度具有预测作用, 但并非无偏期望; 5) 方差风险价格与偏度风险价格具有高达 -0.86 的相关性, 可能受同一风险因子驱动; 6) 市场整体的风险厌恶系数大致为 4~6, 为风险态度的相关研究提供数值参考。

关键词: 方差互换; 偏度互换; 风险价格

中图分类号: F830.91; F832.5 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2016)12-0110-14

0 引言

传统金融理论假定金融资产收益率服从常参数的正态分布, 这样能简化计算, 获得金融资产价格的解析解。然而, 大量经验证据发现, 金融资产收益率分布呈现尖峰厚尾有偏^②的特征, 且矩参数呈现随机变动特征, 这些证据都表明矩变动风险是重要的定价因子。

本文关注方差风险和偏度风险, 原因在于: 首先, 方差(波动率)是金融资产的风险测度, 而偏度较好地衡量了投资者利用小的投资成本获取大的投资收益的可能性, 表征了金融资产的成长性, 这两个特征已成为投资者组合选择的重要参考; 其次, 方差的随机变动已纳入资产定价模型, 如 Heston^[1], 而偏度风险作为重要的资产定价风险因子, 也受到日益广泛的重视, 如 Harvey 和 Sid-

dique^[2]及 Dittmar^[3]; 最后, 金融资产隐含的方差和偏度指标有重要的经济含义, 大量研究将隐含方差(波动率)的变动与市场不确定性或时变的恐慌情绪相联系, 如 Williamms^[4]和 Drechster^[5], 而隐含偏度在灾难风险对股权溢价之谜的解释扮演至关重要的角色, 如 Barro^[6]和 Backus 等^[7]。正因为收益率分布的方差和偏度如此重要, 芝加哥期货交易所(CBOE)于1993年利用指数期权编制隐含波动率指数(VIX)^③, 2011年编制指数期权隐含的偏度指数(Skew), 并基于这两个指数开发系列衍生产品。

借鉴 Neuberger^[8]的分析框架, 本文构建方差互换和偏度互换合约, 采用无模型方法提取方差风险价格和偏度风险价格^④, 研究方差和偏度风险价格的时序和期限结构特征、定价和信息含量。

① 收稿日期: 2013-08-06; 修订日期: 2013-11-26。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71371161; 71471155); 国家自然科学基金地区基金资助项目(71261024)。

作者简介: 郑振龙(1966—), 男, 福建平潭人, 博士, 教授, 博士生导师。Email: zzheng@xmu.edu.cn

② 经验证据表明, 个股收益率分布呈现正偏性, 而市场收益率分布呈负偏性。

③ CBOE的波动率指数(VIX)在1993年至2003年采用BS模型反推, 2003年至今采用无模型方法估计。

④ 具体而言, 我们根据互换合约的固定方提取期权隐含方差和隐含偏度, 再根据互换合约的浮动方提取已实现方差和已实现偏度, 将已实现方差与隐含方差之差除以隐含方差、已实现偏度与隐含偏度之差除以隐含偏度(简单收益率形式)定义为方差风险价格和偏度风险价格。

本文的贡献主要有: 首先, 在利用指数期权构建互换合约的统一框架下, 综合分析矩变动风险, 而非考察矩水平差异带来的溢酬, 是对矩风险研究的较大的扩展; 其次, 提取偏度风险价格, 发现偏度风险在股票横截面被显著定价; 第三, 集中考察方差风险和偏度风险间的期限特征, 发现方差风险价格和偏度风险价格有方向相反的水平因子和凸度因子, 相同的斜率因子。最后, 本文利用所提取的各阶矩及风险价格估计风险厌恶系数, 为风险态度研究提供数值参考。

1 文献综述

方差风险和偏度风险在股票市场已被证实为系统性定价因子, 如 Harvey 和 Siddique^[2] 及郑振龙和汤文玉^[9]。然而, 期权市场具有交易集中、成交量大和流动性好等优势, 使得期权价格隐含的方差风险和偏度风险提取成为近年来的研究热点。由于现有针对方差风险和偏度风险的研究多分开进行, 故下文就方差风险和偏度风险的研究文献分别综述。

1.1 方差风险

1987 年股灾后, 学术界广泛认知了方差的随机变动特征, 对方差随机建模成为资产定价模型的重要拓展方向, 如 Heston^[1]。随之, 现有文献也逐步形成了 3 类估计方差风险价格的方法:

第 1 类, 设定资产价格的随机波动率模型, 利用期权和标的资产联合估计方差风险价格。如 Chernov 和 Ghysels^[10] 在标的资产服从 Heston 模型和波动率风险价格为资产收益率方差的线性函数假定下估计方差风险价格。这种方法的好处在于能估计出所设定的标的资产所遵循的随机过程在中性测度和现实测度的参数值, 准确地知道不同测度下的各阶矩的大小, 并能将风险价格和资产收益率信息建立联系。然而, 建模估计的方差风险价格会因模型设定不同而存在较大差异, 可能存在模型误设, 估计较复杂, 样本期内可能存在过度拟合的问题。

第 2 类, 利用一段期间组合收益变动来研究方

差风险价格, 如 Coval 和 Shumway^[11] 的看涨看跌期权构造零 Beta 跨式组合, 以及 Bakshi 和 Kapadia^[12] 的期权与标的资产的动态 Delta 中性组合。相较第 1 类方法, 这类方法简单易行, 可以有效地避免模型误设、难以估计和样本过度拟合的问题, 但无助于理解现实测度下方差的量和时序特征。同时, 方差风险的头寸暴露不仅依赖于时间的变化, 还取决于价格水平和波动率曲面的演变。随着期权合约到期, 其方差风险特征和头寸暴露均在变动, 而组合收益变动并不能单纯地刻画方差风险因子特征的变动。

第 3 类, 利用无模型已实现方差和无模型隐含方差之差提取方差风险价格。Bollerslev 等^[13] 利用 S&P500 指数的日内高频数据估计已实现方差, 并用相应的指数期权估计隐含方差提取方差风险价格。Carr 和 Wu^[14] 创新性地从方差互换的视角来估计方差风险价格, 简单而言, 利用互换合约的固定端提取隐含方差, 互换合约的浮动端提取已实现方差, 将二者之差定义为方差风险溢酬。然而, Carr 和 Wu^[14] 所定义的方差互换合约并非公平博弈, 其隐含方差在资产价格不连续(即存在跳跃)或时间划分不够精细时均存在截断误差, 在风险中性测度下并非已实现方差的无偏估计。Neuberger^[8] 通过定义加和性质和广义方差过程, 设计出了公平的方差互换合约。这些研究都表明方差风险价格为负, 即投资者爱好方差的随机变动^⑤。第 3 类方法很好地弥补前两类方法的缺陷, 利用无模型方法提取风险中性方差和已实现方差, 有效地规避了模型设定偏误。同时, 利用不同到期期限的期权价格数据, 可以获得不同期限的方差风险价格, 便于研究方差风险价格的期限结构。

1.2 偏度风险

Bakshi 和 Madan^[15] 利用特征函数理论推导发现, 任何 T 期到期、支付函数为二次可微的欧式合约, 均能由现金、远期合约、虚值看涨期权和虚值看跌期权构成的组合复制。Bakshi 等^[16] 通过定义二次、三次、四次合约, 推导出期权隐含的风

⑤ 可以这样来理解: 波动率通常与股价负相关, 即在股价大跌时波动率变大, 而期权价格与波动率正相关, 因此期权对厌恶价格风险者是“好”资产, 他们愿意支付高的价格购买这种好资产, 相应的这种资产的报酬就较低。

险中性方差、偏度、峰度的精确公式,为隐含偏度的研究提供了理论基础.随后,众多学者利用 Bakshi 等^[16]的方法来提取隐含偏度,进行相关研究,如 Conrad 等^[17]研究发现个股的隐含偏度与预期收益率呈负向关系;Duan 和 Wei^[18]利用 S&P500 指数的市值最大 30 只成分股的期权数据,考察个股期权的隐含偏度与隐含波动率斜率的关系;Friesen 等^[19]利用个股期权数据,通过构建异质信念指标来研究异质信念对风险中性偏度的影响.也有部分学者利用风险中性偏度构建投资策略,如 Neuman 和 Skiadopoulos^[20]及 Bali 和 Murray^[21].

Neuberger^[8]指出已实现偏度易受噪音和奇异值影响,而 Bakshi 等^[16]并未提供已实现偏度的提取方法,故现有文献多集中于风险中性偏度的定价和策略构建分析,未探讨期权市场的偏度风险价格.刘杨树等^[22]的研究当属例外,利用恒生指数期权数据提取隐含偏度,并用 AR(1) - GARCH(1,1) 提取已实现偏度,构建偏度风险价格,发现偏度风险价格为负,认为负的偏度风险价格与香港市场投资者的彩票型股票偏好行为有关.然而,长期收益率的偏度受短期收益率偏度和杠杆效应(收益率和波动率新息的相关性)两个因素影响,而 AR(1) - GARCH(1,1) 模型难以刻画收益率和波动率新息的相关性,并不能准确地测度长期收益率的偏度. Neuberger^[8]通过定义加和性质和广义方差过程,构造偏度互换合约,利用期权捕捉收益率和波动率新息的相关性,能获得稳定的已实现偏度,成功地解决了这个问题. Kozhan 等^[23]利用 Neuberger^[8]的偏度风险提取方法,研究方差风险和偏度风险的相互关系和共同趋势,发现方差风险和偏度风险源于同一风险源.

比较分析期权市场现有的方差和偏度风险价格研究,不难发现,构造互换合约研究矩变动风险是个重要的研究方向.相较而言,Neuberger^[8]的互换合约框架有着明显的优势:首先,该方法是无模型方法,有效地规避了潜在的模型设定偏误;

其次,该方法构造的互换合约是公平博弈,而 Carr 和 Wu^[14]的互换合约并非公平博弈;第三,偏度互换合约能直接获取稳定的已实现偏度,便于偏度风险价格的研究;最后,将方差风险和偏度风险纳入统一的框架进行研究.然而,现有的互换合约的方差风险和偏度风险的研究刚刚起步,还未能就方差风险价格和偏度风险价格的期限特征、偏度风险在股票横截面收益的定价及两者间蕴含的信息含量进行系统性的研究.

基于以上分析,本文在互换合约的统一框架下构建方差互换合约和偏度互换合约,利用合约的固定端提取中性测度矩,合约的浮动端提取已实现矩,将两者之差与隐含矩的比值界定为矩风险价格.采用 S&P500 指数期权合约,系统地考察方差风险价格和偏度风险价格的时间序列特征、期限结构特征、定价和信息含量.

2 互换合约的理论框架

为了提取期权隐含的风险价格,首先,借鉴 Neuberger^[8]的分析,直接给出方差互换及偏度互换合约^⑥,为系统地研究方差风险价格与偏度风险价格提供理论基础;其次,介绍合约的复制策略和各变量的数值实现;最后,定义本文的方差风险价格和偏度风险价格.

2.1 构建互换合约

具体而言,构造互换合约的核心是选择恰当的实值函数和广义方差测度^⑦,使得合约标的资产价格(随机变量)满足加和性质,这样,合约的固定端(隐含矩)数值等于中性测度 Q 下浮动端(已实现矩)的价格,从而构建公平的互换合约.

2.1.1 构建方差互换合约

命题 1 若 $s_t = \ln S_t$, 选择实值函数为 $g(\Delta s) = 2(e^{\Delta s} - 1 - \Delta s)$ 在中性测度 Q 下可得

⑥ 理解本文的互换合约需要注意两点:一是传统的互换合约,合约期限长,存在多次现金流收付,而本文构造一个月的互换合约,仅一次现金流收付;二是本文互换合约固定端为隐含指标,虽然表示为合约到期日标的资产价格的函数形式,但可通过复制策略在期初确定数值,而浮动端为已实现指标,由合约期内每日的资产价格变动计算,在期末确定.

⑦ 本文有对数方差和熵方差两个广义方差测度,可对数合约(期末 T 时支付为 $\ln S_T$) 和熵合约(期末 T 时支付为 $S_T \ln S_T$) 估计,若 S_t 遵循鞅过程时:

$$E_t[\ln S_T] = \ln S_t - \frac{V_t^L}{2}, E_t[S_T \ln S_T] = S_T \ln S_t + S_t \frac{V_t^L}{2}.$$

$$E_0^Q [g(s_T - s_0)] = E_0^Q \left[\sum_T 2(e^{\Delta s} - 1 - \Delta s) \right] \quad (1)$$

式(1)定义了方差互换合约,该合约的固定端(隐含方差 IV_0)为 $E_0^Q [g(s_T - s_0)]$,其数值等于在 T 时刻支付为 $g(s_T - s_0)$ 的或有权益合约在 0 时的价格.在 Black-Scholes 世界,该合约价格为对数方差(V_0^L),则 $IV_0 = V_0^L$.而该互换合约的浮动端,即已实现方差 RV_T 在 T 时确定,数值可由 $RV_T = \sum_T 2(e^{\Delta s} - 1 - \Delta s)$ 给出.式(1)表明,在定价测度下,浮动端(已实现方差 RV_T)在 0 时的公平价格等于固定端的数值(隐含方差 IV_0).

2.1.2 偏度互换合约的构建

命题 2 若 $s = \ln S$, V 为 s 的广义方差,选择实值函数为

$$g(\Delta s, \Delta V^E) = -3V^E(e^{\Delta s} - 1) + 6(\Delta se^{\Delta s} - 2e^{\Delta s} + \Delta s + 2)$$

在定价测度 Q 下有

$$E_0^Q [g(s_T - s_0, V_T^E - V_0^E)] = E_0^Q \left[\sum_T (3\Delta V^E(e^{\Delta s} - 1) + 6(\Delta se^{\Delta s} - 2e^{\Delta s} + \Delta s + 2)) \right] \quad (2)$$

式(2)定义了三阶矩互换合约,合约的固定端为隐含的三阶矩 ITM_0 ,其数值等于 T 时支付为 $g(s_T - s_0, V_T^E - V_0^E)$ 的或有权益在 t 时的价格,该合约能由远期合约、熵合约和对数合约完全复制,价格为 $E_0^Q [g(s_T - s_0, V_T^E - V_0^E)] = 3(V_0^E - V_0^L)$,则 $ITM_0 = 3(V_0^E - V_0^L)$.而该三阶矩互换合约的浮动端为已实现三阶矩 RTM_T ,在 T 期确定,其数值可由 $\sum_T (3\Delta V^E(e^{\Delta s} - 1) + 6(\Delta se^{\Delta s} - 2e^{\Delta s} + \Delta s + 2))$ 给出.在定价测度下,式(2)表明该三阶矩互换合约的浮动端(已实现三阶矩 RTM_T)在 0 时刻的公平价格等于固定端的数值(隐含三阶矩 ITM_0).

在现实中,使用更多的是偏度而非三阶矩.借鉴 Kozhan 等^[23]的做法,利用隐含方差 V_t^L ,将三阶矩标准化,得到 t 时的隐含偏度 IS_t 和已实现偏度 RS_T

$$IS_t = \frac{ITM_t}{(V_t^L)^{3/2}}, \quad RS_T = \frac{RTM_T}{(V_t^L)^{3/2}} \quad (3)$$

因而,式(3)构造了偏度互换合约,固定端为隐含偏度 IS_t ,浮动端为已实现偏度 RS_T .

理解上述互换合约的构造需要注意以下几点:首先,该互换合约构造的前提条件为 S 是鞅过程.进行经验研究时,需要选择服从鞅过程的变量来构造互换合约;其次,上述互换合约的构造是公平的.由于选用了加和性质来设计互换合约,该性质确保能隐含特征和已实现特征对任意的时间划分和非连续(跳跃)过程均是稳健的,构造的互换合约均是公平的.另外,所定义的隐含方差 V_0^L 与 Britten-Jones 和 Neuberger^[24]的无模型隐含方差是一致的,但式(1)的已实现方差与传统的已实现方差 $\sum_T (\Delta s)^2$ 存在差别. Jiang 和 Tian^[25]指出,在传统定义下,方差互换的复制只有在时间划分非常小,且价格为连续扩散过程时才是完美的.然而,由于现实中价格不连续和时间划分难以精细处理, Carr 和 Wu^[14]的方差互换合约并非公平博弈;最后,本文所构建的偏度互换合约能得到已实现偏度,而 Bakshi 等^[16]仅给出了隐含偏度的测算公式.

2.2 合约复制和数值实现

2.2.1 对数合约和熵合约的复制

对数合约和熵合约的隐含方差 V_0^L 和 V_0^E 需要通过对其合约的价格确定,故本文利用期权合约复制对数合约和熵合约,获得其价格,再反推对数方差(V_0^L)和熵方差(V_0^E).借鉴 Bakshi 和 Madan^[15]的研究,若 $f(\cdot)$ 函数二次可微,对于到期日 T 有支付为 $f(S_T)$ 的合约,可由虚值看跌期权、虚值看涨期权、现金和远期合约复制

$$f(S_T) = f(S_t) + f'(S_t)F(S_t) + \int_0^{S_t} f''(K)P_{t,T}(K) dK + \int_{S_t}^{\infty} f''(K)C_{t,T}(K) dK \quad (4)$$

式中 $F(S_t) = (S_T - S_t)$ 为交割价为 S_t 的远期合约价值; $P_{t,T}(K)$ 和 $C_{t,T}(K)$ 分别为交割价为 K ,到期日为 T 的欧式看跌期权和欧式看涨期权在 t 期的价格; $B_{t,T}$ 为 T 时刻到期的国债在 t 时刻的价格.

利用式(4)复制对数合约支付

$$\ln S_T = \ln S_t + \frac{S_T - S_t}{S_t} - \int_0^{S_t} \frac{(K - S_T)^+}{K^2} dK - \int_{S_t}^{\infty} \frac{(S_T - K)^+}{K^2} dK \quad (5)$$

假定 S_T 在定价测度 Q 下为鞅, 经过计算, 其对数合约隐含的广义方差为

$$V_t^L = \frac{2}{B_{t,T}} \left(\int_0^{S_t} \frac{P_{t,T}(K)}{K^2} dK + \int_{S_t}^{\infty} \frac{C_{t,T}(K)}{K^2} dK \right) \quad (6)$$

同理 利用式(4)复制熵合约支付

$$S_T \ln S_T = S_t \ln S_t + (1 + \ln S_t) (S_T - S_t) + \int_0^{S_t} \frac{(K - S_T)^+}{K} dK + \int_{S_t}^{\infty} \frac{(S_T - K)^+}{K} dK \quad (7)$$

经计算, 熵合约隐含的广义方差为

$$V_t^E = \frac{2}{B_{t,T} S_t} \left(\int_0^{S_t} \frac{P_{t,T}(K)}{K} dK + \int_{S_t}^{\infty} \frac{C_{t,T}(K)}{K} dK \right) \quad (8)$$

2.2.2 数值实现

对任意 $t \in [0, T]$, 在当天共有 $N + 1$ 个不同交割价 K_i , 由小到大依次为 K_0 至 K_N , 记 $C_{t,T}(K_i)$ 与 $P_{t,T}(K_i)$ 为交割价为 K_i 的期权价格. 在 t 时刻, 定义函数 $\Delta I(K_i)$ 为

$$\Delta I(K_i) = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}, \text{ 若 } 0 \leq i \leq N$$

$$\Delta I(K_i) = 0, \text{ 若 } i < 0 \text{ 或 } i > N$$

式中 $K_{-1} = 2K_0 - K_1, K_{N+1} = 2K_N - K_{N-1}$.

本文构建互换合约时, 假设了 S 为鞅过程. 显然, S&P500 指数并不服从鞅过程, 而 S&P500 指数的远期价格 $F_{t,T}$ 在远期测度下为鞅过程. 借鉴 Carr 和 Wu^[14] 的方法, 利用 $F_{t,T}$ 的鞅性^⑧, 计算对数方差 $V_{t,T}^L$ 和熵方差 $V_{t,T}^E$. 由于市场并无 S&P500 指数的远期合约价格数据, 本文参考 CBOE 的 VIX 指数编制中 $F_{t,T}$ 的处理方法: 对 T 时刻到期的期权, 在 t 时寻找出同交割价 K_i 的期权 $C_{t,T}(K_i)$ 和 $P_{t,T}(K_i)$ 的最小价差所对应的交割价为

K^* 再利用看涨看跌平价公式获得远期价格 $F_{t,T}$

$$F_{t,T} = K^* + e^{(T-t)} (C_{t,T}(K^*) - P_{t,T}(K^*))$$

对式(6)和(8)离散化处理, 计算对数方差

$V_{t,T}^L$ 和熵方差 $V_{t,T}^E$:

$$V_{t,T}^L = \frac{2}{B_{t,T}} \left[\sum_{K_i \leq F_{t,T}} \frac{P_{t,T}(K_i)}{K_i^2} \Delta I(K_i) + \sum_{K_i > F_{t,T}} \frac{C_{t,T}(K_i)}{K_i^2} \Delta I(K_i) \right]$$

$$V_{t,T}^E = \frac{2}{B_{t,T} F_{t,T}} \left[\sum_{K_i \leq F_{t,T}} \frac{P_{t,T}(K_i)}{K_i} \Delta I(K_i) + \sum_{K_i > F_{t,T}} \frac{C_{t,T}(K_i)}{B_{t,T} K_i} \Delta I(K_i) \right]$$

相应地, 隐含方差为 $V_{t,T}^L$, 隐含三阶矩可由 $V_{t,T}^L$ 和 $V_{t,T}^E$ 计算. 利用式(1)和式(2), 定义 $r_{i,j+1}$ 为指数远期价格在 i 日至 $i + 1$ 的对数收益率, 计算已实现方差和三阶矩指标

$$RV_{t,T} = \sum_{i=t}^T [2(e^{r_{i,j+1}} - 1 - r_{i,j+1})]$$

$$RTM_{t,T} = \sum_{i=t}^T [\delta V_{i,T}^E (e^{r_{i,j+1}} - 1) +$$

$$6(2 - 2e^{r_{i,j+1}} + r_{i,j+1} + r_{i,j+1} e^{r_{i,j+1}})]$$

最后, 由式(3)计算隐含偏度和已实现偏度.

2.3 方差风险价格和偏度风险价格

已有文献针对矩风险价格的定义都采用已实现特征与隐含特征的差来定义矩风险价格, 但未能统一差的形式. 刘杨树等^[22]和 Bollerslev 等^[13]直接使用两特征差(差值形式)定义矩风险溢酬, Carr 和 Wu^[14]综合考虑两特征差及对数特征差(对数收益形式)研究方差风险价格, 而 Kozhan 等^[23]利用两特征差与隐含特征的比值(简单收益率形式)研究偏度风险价格和偏度风险价格. 相较而言, 在互换合约的框架下的两特征之差, 表示 1 单位货币的名义本金带来的绝对货币收益, 难以同其他组合收益直接比较. 由于偏度值可正可负, 对数收益率形式不适用, 故本文采用简单收益率形式定义矩风险价格^⑨.

对于方差互换合约, 将隐含方差视为远期成本, 其方差互换多头在 0 时刻支付隐含方差, 在 T

⑧ 不考虑利率的随机性时, 远期价格 $F_{t,T}$ 在互换合约的定价测度下近似为鞅过程.

⑨ 严格而言, 风险溢酬为风险价格和风险头寸暴露的乘积, 差值形式定义的是风险溢酬, 再除以风险头寸, 得到的才是风险价格.

时收到已实现方差, 其方差风险价格 $XV_{0,T}$ 为

$$XV_{0,T} \equiv \frac{RV_T - IV_0}{IV_0} \quad (9)$$

与方差不同, 偏度数值可正可负. 本文约定: 当偏度数值为负时, 偏度互换多头支付隐含偏度的绝对值, 收到已实现偏度的绝对值; 当偏度数值为正时, 多头支付隐含偏度, 收到已实现偏度, 故偏度风险价格为 $XS_{0,T}$.

命题 3

$$XS_{0,T} = \frac{RS_T - IS_0}{IS_0} \text{ 若 } IS_0 > 0, \quad (10)$$

$$XS_{0,T} = \frac{RS_T - IS_0}{-IS_0} \text{ 若 } IS_0 < 0$$

3 隐含风险价格的特征分析

这里先介绍全文的样本数据和所计算的各指标的描述性统计. 然后, 研究方差风险价格和偏度风险价格的时间序列特征, 探讨方差风险价格和偏度风险价格随市场收益率的变动趋势, 及两种风险价格的序列相关性. 最后, 由于 Kozhan 等^[23]指出方差风险和偏度风险可能源于同一风险源, 本文拟通过方差风险价格和偏度风险价格的期限特征的考察, 更加细致的考察两种风险价格的期限变动因素.

3.1 样本数据和描述性统计

3.1.1 样本数据

本文采用 S&P500 指数期权合约(期权代码 SPX). 该期权合约为欧式期权, 其标的为美国 S&P500 指数, 到期日为每个到期月的第三个星期六^⑩. 本文的期权数据购买于 Ivolatility 网站, 时间跨度为 2000 - 11 ~ 2011 - 04, 其中, 包括了每只期权相应到期日、买价(bid)、卖价(ask)、交易量、未平仓合约数、经红利调整过的指数、及 BS 隐含波动率等变量.

按下列原则进行数据筛选: 1) 去掉 bid、ask 为负的期权观测值; 2) 去掉 delta 大于 1 或者小于 -1 的观测值; 3) 删除看涨期权价格不在区间 $[\max(S_t - Ke^{-r(T-t)} - \rho), S_t]$ 、看跌期权价格不在

区间 $[\max(Ke^{-r(T-t)} - S_t, \rho), Ke^{-r(T-t)}]$ 的观测值. 将每只期权的 bid 和 ask 的平均价格作为其计算价格. 从美联储网站下载到美国国债各期限到期收益率数据, 通过 Hermite 插值得到与期权期限相对应的无风险利率. 本文采用的三因子和动量因子数据来自 Fama 网站. 宏观经济指标, 如消费物价指数、工业产出指数、期限溢酬和信用价差来自于美联储网页. 其中, 期限溢酬为美国国债 10 年期与 3 个月期到期收益率之差, 信用价差为标普评级为 BAA 与 AAA 的同期限债券收益率之差.

3.1.2 描述性统计分析

表 1A 给出了按 1 个月计算的各变量的描述性统计结果, 方差风险价格 XV 为 -28.59%, 偏度风险价格 XS ^⑪ 高达 83.12%, 表明市场存在显著负的方差风险价格和正的偏度风险价格. 这与投资者爱好方差的随机波动和厌恶偏度的随机波动的经济直觉相吻合, 且 XV 和 XS 的偏度和峰度表明隐含风险价格均呈现尖峰特征. 同时, 隐含方差 IV 和已实现方差 RV 均为尖峰正偏, 而隐含偏度 IS 和已实现偏度 RS 均为负值呈尖峰负偏分布, 表明市场普遍存在收益率方差上升和偏度下降的担忧. 换言之, 由于市场整体上扬时, 方差降低, 而偏度增加, 但市场整体下滑时, 方差反而增加, 偏度降低. 故收益率方差上升和偏度下降的担忧实质上体现了投资者对市场整体下挫的观点. 偏度指标的标准差超过方差指标的标准差 10 倍有余, 间接说明了方差指标相较偏度指标的测算更加稳定.

表 1B 给出了各变量的相关性结构, 可以发现: 已实现方差和隐含方差, 已实现偏度和隐含偏度均有显著的正相关性, 表明隐含特征对已实现特征具有一定的预测能力. 而风险价格均与已实现特征正相关, 却与隐含特征不存在显著的相关关系, 可能由于隐含指标的变异系数过大(均值与标准差的比值), 使得隐含指标与

⑩ 该期权合约详情请参阅 CBOE 官方网站: http://www.cboe.com/products/indexopts/spx_spec.aspx.

⑪ 由于偏度与市场收益率通常正相关, 所以投资者厌恶这种风险, 故偏度风险价格应为正.

风险价格的相关性减弱有关.值得注意的是,方差 (相关系数为 -0.861),可能蕴合同一风险源的 差风险价格与偏度风险价格呈现高的负相关性 反向信息.

表1 描述性统计量

Table 1 Descriptive statistics

A 描述性统计分析						
变量	均值	标准差	最小值	最大值	偏度	峰度
IV	0.056 5	0.060 4	0.009 8	0.404 1	3.106 3	11.952 0
RV	0.043 4	0.078 7	0.002 9	0.647 2	5.329 2	34.108 1
XV	-28.59%	66.53%	-87.94%	-4.595 5	4.427 2	25.897 1
IS	-1.940 8	0.608 8	-5.516 9	-0.637 5	-1.375 9	3.759 9
RS	-0.308 4	0.749 1	-6.865 6	0.029 4	-6.521 2	50.482 9
XS	83.12%	37.89%	-2.227 6	1.020 5	-5.777 8	39.478 2
B 相关性结构						
变量	IV	RV	XV	IS	RS	XS
IV	1	0.646 ***	0.077	0.399 **	0.037	-0.026
RV		1	0.668 ***	0.277 *	-0.286 *	-0.436 **
XV			1	0.109	-0.772 ***	-0.861 ***
IS				1	0.517 ***	-0.069
RS					1	0.959 ***
XS						1

注:***、**、* 分别代表在 1%、5% 和 10% 显著水平下显著.

3.2 隐含风险价格的时序特征

换合约的方差风险价格 XV 和偏度风险价格 XS,

考虑 S&P500 指数的月度收益率及 1 月期互

如图 1 和图 2 所示.

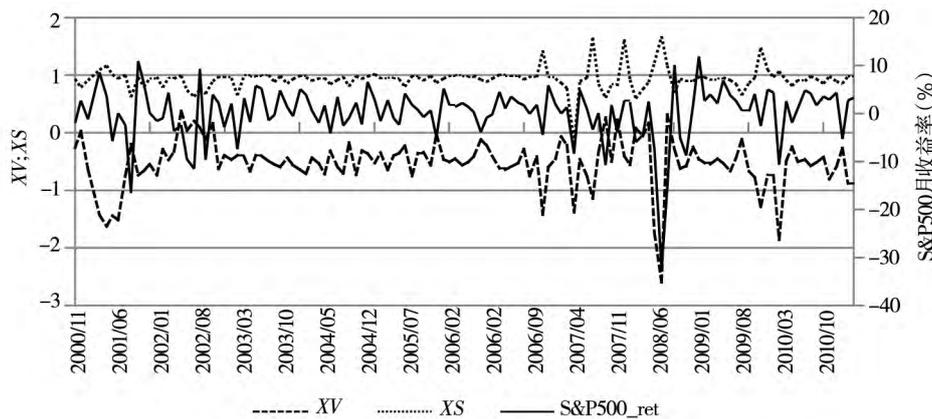


图1 S&P500 指数月收益率、XV 和 XS 时间序列图

Fig.1 S&P500 index monthly return、XV and XS time series chart

从图 1 可以发现 S&P500 指数的月度收益率波动较大.在 2001 年 5 月由于网络泡沫破灭带来的经济不振、2008 年 8 月因经济危机爆发后的市场恐慌和 2010 年 5 月投资者对希腊债务危机影响全球经济复苏前景的担忧时 S&P500 指数收益均出现大幅下跌,波动增强.相应地,市场收益率

下挫较剧烈的月份,市场整体呈现恐慌态势,由于投资者爱好方差的随机变动和厌恶偏度的随机变动,方差风险价格和偏度风险价格的数值均变大.同时,方差风险价格和偏度风险价格的变动方向相反.这从时序特征证实了表 1 高的负相关系数的结论.相比方差风险价格 XV 的变动,偏度风险

价格的变化更加平稳.

3.3 隐含风险价格的期限特征

3.3.1 描述性分析

由于本文使用 S&P500 指数期权和远期合约提取互换超额收益, 这些合约具有相应的期限维

度, 从而, 可以利用不同期限的合约提取不同期限的隐含风险价格, 分析隐含风险价格的期限结构特征. 本文选择在某月同时有 1 个月、3 个月、6 个月、9 个月、12 个月 5 个期限的期权合约来估计各变量, 其描述性统计如表 2 所示.

表 2 不同期限 XV 和 XS 的描述性统计

Table 2 Descriptive statistic of XV and XS over different maturity

A 不同期限的各变量均值统计					
变量	1m	3m	6m	9m	12m
IV	0.054 1	0.057 5	0.056 6	0.055 6	0.053 8
RV	0.041 8	0.042 0	0.041 4	0.041 0	0.040 4
XV	-22.74%	-26.96%	-26.86%	-26.26%	-24.91%
IS	-1.918 5	-1.828 5	-1.430 4	-1.304 4	-1.244 2
RS	-0.229	-0.474 7	-0.572 4	-0.593 4	-0.652 3
XS	88.06%	74.04%	59.98%	54.51%	47.57%

B 方差风险价格的期限相关性结构					
变量	XV_1m	XV_3m	XV_6m	XV_9m	XV_12m
XV_1m	1	0.919	0.620	0.501	0.440
XV_3m		1	0.733	0.609	0.485
XV_6m			1	0.888	0.708
XV_9m				1	0.882
XV_12m					1

C 偏度风险价格的期限相关性结构					
变量	XS_1m	XS_3m	XS_6m	XS_9m	XS_12m
XS_1m	1	0.974	0.838	0.487	0.508
XS_3m		1	0.841	0.499	0.496
XS_6m			1	0.746	0.714
XS_9m				1	0.601
XS_12m					1

由表 2A 可知, 各期限的隐含方差均大于已实现方差. 已实现偏度大于隐含偏度, 表明负的方差风险价格和正的偏度风险价格在各期限均存在. 从期限变动趋势来看, 隐含方差和已实现方差均在 3 个月期限最大, 在 6 个月 ~ 12 个月逐渐减小, 但减小幅度并不明显. 相应的方差风险价格在 3 个月时也表现出最大的绝对值. 相较而言, 隐含偏度随着期限的增长而增大, 而已实现偏度却减小, 致使偏度风险价格呈现明显的下降趋势.

Bakshi 等^[16]指出, 隐含偏度反映了隐含波动率曲线的偏斜程度, 也就反映了虚值看跌期权与虚值看涨期权的相对定价程度. 隐含偏度越负, 虚值看跌期权相对虚值看涨期权定价越高. 因此, 由隐含偏度的期限特征可知, 虚值看跌期权相对虚

值看涨期权的溢价程度随着期限的增长而有所减小.

从表 2B 和 2C 的相关性结构可知, 方差风险价格 XV 和偏度风险价格 XS 各期限的相关程度都较高, 这为我们提取主成分提供了证据.

3.3.2 主成分分析

表 1B 中方差风险价格和偏度风险价格显著性高达 -0.861, 方差风险价格和偏度风险价格在期限结构是否仍呈现高度负相关的特征? 由表 2B 和 2C 的相关系数矩阵可以发现, 不同期限的 XV 和 XS 均显著正相关. 这样, 可通过主成分分析来考察方差风险价格和偏度风险价格的期限变动因子. 故本文提取前 3 个主成分 XV 和 XS 的 3 个主成分的解释能力分别为 97.77% 和 97.79%,

3个主成分见图2和图3.

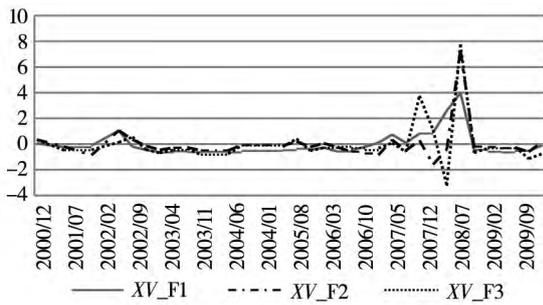


图2 XV所提取的3个因子

Fig. 2 Three factors of XV extracted

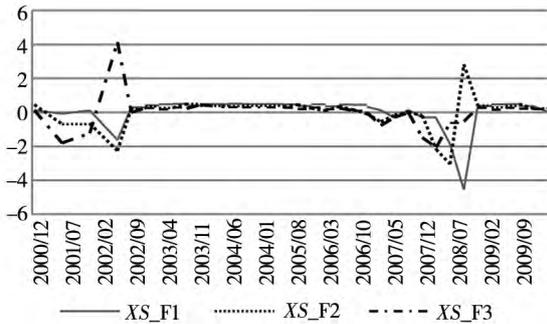


图3 XS所提取的3个因子

Fig. 3 Three factors of XS extracted

与利率期限结构相对应,称第1因子为水平因子,第2因子为斜率因子,第3因子为凸度因子.从图2和图3可知,方差风险价格 XV 和偏度风险价格 XS 水平因子的时间趋势相反,其相关系数为 -0.9600 ,受共同的水平因子影响.而 XV 和 XS 的凸度因子也表现出相反的变动趋势,其相关系数为 -0.4596 .然而, XV 和 XS 的斜率因子变动高度一致,相关系数为达 0.8774 .

再从表3的因子载荷可以发现,水平因子的载荷均为正,且载荷变化不大.凸度因子的载荷系数变化均为先减后增,这样,由于方差风险价格为负,偏度风险价格为正,使得 XV 和 XV 的水平因子和凸度因子呈反向变化.与图2和图3的结论相契合,二者的斜率的载荷变化方向相反, XV 的斜率因子载荷呈现递减特征,而 XS 的斜率因子载荷则呈现出递增的趋势,由于 XV 为负, XS 为正,得到了相一致的斜率因子.

从方差风险价格 XV 和偏度风险价格 XS 的期限结构的主成分分析可知,方差风险价格和偏度风险价格有相一致的斜率因子,而水平因子和凸度因子呈反向变动.

表3 XV 和 XS 各期限对3个因子的载荷

Table 3 Loading of XV and XS over different maturity on three factors

变量	主成分		
	水平因子	斜率因子	凸度因子
XV_{1m}	0.215	0.612	0.643
XV_{3m}	0.232	0.51	-0.075
XV_{6m}	0.248	-0.139	-1.344
XV_{9m}	0.243	-0.422	-0.274
XV_{12m}	0.219	-0.517	1.272
XS_{1m}	0.243	-0.529	0.054
XS_{3m}	0.243	-0.529	-0.019
XS_{6m}	0.260	0.041	-0.096
XS_{9m}	0.205	0.616	-1.070
XS_{12m}	0.204	0.589	1.158

4 隐含风险价格的信息内涵分析

从S&P500指数期权合约和指数远期价格中提取出方差风险价格和偏度风险价格,并对两种隐含风险价格的信息展开进一步讨论,两种隐含风险价格是否为新的定价因子,并对股票横截面的收益有解释作用,是本文关心的问题.同时,方差风险价格和偏度风险价格之间的关系蕴含何种信息也值得挖掘.

4.1 隐含风险价格的信息内涵

4.1.1 新的定价因子

为了考察方差风险价格和偏度风险价格是否新的定价因子,选取市场超额收益率、规模因子、账面市值比因子和动量因子.同时,还考察信用价差、期限价格、CPI增长率和IPI增长率等宏观经济变量对方差风险价格和偏度风险价格的解释能力,回归结果见表4.

从表4不难发现,市场超额收益率对方差风险价格和偏度风险价格均有显著的解释作用,其他因子均无显著的解释能力.同时,各回归式中截距项均显著异于0,且 R^2 较低,这些都表明:方差风险价格和偏度风险价格是新的定价因子,不能为现有的定价因子所替代.

4.1.2 隐含风险价格与横截面收益

前文已论述方差风险价格和偏度风险价格显著存在,且方差风险价格和偏度风险价格确实为新的风险定价因子.后文将讨论本文提取的方差风险价格率和偏度风险价格是否对股票的横截面

收益的差异存在解释能力? 从 CRSP 数据库选取在美国三大证券交易所(纽约证券交易所 NYSE, 美国证券交易所 AMEX, 纳斯达克交易所 NASDAQ) 上市、在期权数据样本期有交易的股票数据, 研究方差风险价格和偏度风险价格的横截面定价能力。

鉴于 X_S 和 X_V 的高度相关性和引入市场超额收益带来的多重共线性问题, 本文的实证过程

如下设置: 第 1 步, 将 X_V 对市场超额收益回归, 将 X_S 对 x_m 和 X_V (不加截距项) 回归, 提取残余的 xv_i 和 xs_i 序列; 第 2 步, 对每只股票计算相应互换时间区间的月度超额收益率 $r_{i,t}$, 在样本期间内对市场超额收益率 x_m 、残余序列 xv_i 和 xs_i 进行回归; 第 3 步, 分别对回归系数 β_{x_m} 、 β_{x_v} 和 β_{x_s} 从小到大分为五组, 计算各组 β_{x_m} 、 β_{x_v} 和 β_{x_s} 的均值, 得到表 5 所示结果:

表 4 隐含风险价格的因子解释能力

Table 4 Factor explanation ability of implied risk price

因子	方差风险价格 X_V			偏度风险价格 X_S		
截距项	-0.433 *** (<0.001)	-0.432 *** (<0.001)	-0.638 *** (<0.001)	0.896 *** (<0.001)	0.890 *** (<0.001)	0.954 *** (<0.001)
市场超额收益率	7.239 *** (<0.001)	-7.189 *** (<0.001)	-7.223 *** (<0.001)	3.180 *** (<0.001)	3.248 *** (<0.001)	3.268 *** (<0.001)
规模因子		82.240 (0.628)			67.697 (0.539)	
账面市值比因子		110.947 (0.546)			55.167 (0.643)	
动量因子		71.045 (0.534)			50.112 (0.499)	
信用价差			9.833 (0.295)			-3.395 (0.591)
期限溢酬			4.446 (0.223)			-1.133 (0.644)
CPI 增长率			-4.837 (0.651)			2.719 (0.706)
IPI 增长率			-5.193 ** (0.025)			1.26 (0.415)
调整 R^2	0.42	0.43	0.47	0.25	0.26	0.27

注: 括号报告 p 值, ***, ** 代表在 1% 5% 显著水平下显著。

表 5 隐含风险价格的横截面定价能力

Table 5 the cross-section pricing ability of implied risk price

分组	β_{x_m}	β_{x_v}	β_{x_s}
1	0.181 ***	-0.097 ***	-0.106 ***
2	0.529 ***	-0.043 ***	-0.042 ***
3	0.786 ***	0.020 ***	-0.017 ***
4	1.068 ***	0.043 ***	0.008 ***
5	1.631 ***	0.097 ***	0.052 ***

注: 所有 p 值均 <0.001 故省略; *** 代表在 1% 显著水平下显著。

由表 5 可以看出, 各组的平均系数均显著异

于 0, 说明了市场超额因子、方差风险因子和偏度风险因子在横截面均被定价。此外, 在稳健性检验上, 本文加入 smb 、 hml 因子和动量因子回归, 结论是一致的。

4.2 互换收益的信息内涵

4.2.1 隐含矩对已实现矩的预测分析

现有文献多侧重隐含波动率对已实现波动率和历史波动率^⑫的预测效果, 如郑振龙和黄慧舟^[26], 少有文献研究隐含偏度对已实现偏度的预测能力。本文表 1B 中已经指出, 隐含方差和已实

⑫ 具体而言, 隐含波动率可分为 BS 模型隐含和无模型隐含波动率, 而已实现波动率多为日内高频数据构造, 而历史波动率可区分为 GARCH 模型波动率和平均日波动率。

现方差、隐含偏度和已实现偏度均具有正的相关性. 本文选取信息包含分析法, 综合考察隐含方差对已实现方差的解释能力, 以及隐含偏度对已实现偏度的预测能力. 出于无偏期望的考虑, 对回归方程均进行参数限制检验 $\alpha = 0, \beta = 1$, 结果如表 6 所示.

表 6 信息包含分析

Table 6 analysis of information containing

回归	$RV_t = \alpha + \beta_{IV} v_t + v_t$	$RS_t = \alpha + \beta_{IS} u_t + u_t$
α	-0.004 (0.580)	-0.207 (0.207)
β_{IV}	0.841 *** (<0.001)	
β_{IS}		0.524 *** (<0.001)
$F(\alpha=0, \beta_I=1)$	4.51 ** (0.013)	12.76 *** (<0.001)

注: 括号内为 p 值, ***、** 代表在 1% 和 5% 显著水平下显著.

表 6 中显著异于 0 的 β_{IV} 和 β_{IS} 表明隐含矩对于已实现矩具有一定的预测作用, 但 F 检验拒绝了无偏估计的原假设. 在高效率的期权市场, 期权价格反映投资者对标的股票或指数未来分布的风险中性分布预期. 该风险中性分布预期对实际分布具有一定程度的预测作用, 投资者可以有效利用期权组合来对冲标的股票或指数的实际分布矩的变动风险.

4.2.2 方差风险价格和偏度风险价格的关系

Kozhan 等^[23] 指出方差风险和偏度风险为同一潜在风险因子的表现, 若构造方差风险和偏度风险的对冲组合将获取零超额收益. 而从表 1 也可以看出 XV 和 XS 的相关性达到 -0.86, 佐证了方差风险价格和偏度风险价格高度相关的事实. 那么, 方差风险和偏度风险是否受同一风险源驱动? 上文的主成分分析部分已指出这两个风险价格有不同的期限结构特征. 接下来, 将通过分析方差风险价格和偏度风险价格的关系, 研究两风险是否同一风险源的问题. 由表 4 的分析表明, 市场超额收益 xm 对二者均有解释作用, 为此, 我建立如下回归方程

$$XV_t = \alpha + \beta_{xm} xm_t + \beta_{XS} XS_t + v_t$$

$$XS_t = \alpha + \beta_{xm} xm_t + \beta_{XV} XV_t + u_t$$

由于 XV 和 XS 的高度相关性, 因此两个回归方程的残差项可能存在相关, 利用似无关回归 (SUR) 联合估计这两个方程, 结果如表 7.

表 7 XV 和 XS 的相互关系

Table 7 Interrelation between XV and XS

回归方程	$XV_t = \alpha_0 + \alpha_1 xm_t + \alpha_2 XS_t + v_t$	$XS_t = \beta_0 + \beta_1 xm_t + \beta_2 XV_t + u_t$
α	0.918 ** (0.015)	0.621 *** (<0.001)
β_{xm}	-2.443 *** (<0.001)	-1.422 *** (<0.001)
β_{XV}		-0.630 *** (<0.001)
β_{XS}	-1.508 *** (<0.001)	
调整 R^2	0.80	0.74

注: 括号内为 t 统计量; *** 和 ** 代表在 1% 和 5% 显著水平下显著.

比较表 7 与表 4 的回归结果, 将 XV 对市场超额收益 xm 与 XS 进行回归时, 调整 R^2 由 0.42 增加至 0.80, 并且 XS 回归系数高度显著为正. 在 XS 的回归中也有相似结论, 增加 XV 回归变量令调整 R^2 由 0.25 增加到 0.74, XV 变量回归系数也高度显著为正. 在两个模型中, 市场超额收益率 xm 的系数保持统计显著. 因此, 从 XV 和 XS 的高度正相关和表 7 的高拟合优度可以看出, 方差变动和偏度变动具有共同的风险因子. 同时也注意到, 回归截距项均显著不为零, 说明方差变动和偏度变动也各自拥有着显著的、独立的驱动因子.

4.2.3 隐含风险厌恶系数的估计

现代金融都假定投资者是风险厌恶的, 对投资机会集的不利变动需要索取风险补偿. 由于投资者的风险态度本身不可观测, 如何从金融资产价格中估计风险厌恶系数成为学术研究的重要方向. 本文借鉴 Bakshi 和 Madan^[27] 的理论推导, 利用互换合约框架下提取出的隐含和已实现矩信息, 估计风险厌恶系数.

具体而言, 在指数形式的定价核设定下, 方差风险价格与已实现各阶矩的关系为

$$XV_{t,\tau} \approx \gamma \sqrt{RV_{t,\tau}} RS_{t,\tau} - \frac{\gamma^2}{2} RV_{t,\tau} (RK_{t,\tau} - 3) \quad (11)$$

式中 γ 为相对风险厌恶系数; $RK_{t,\tau}$ 为资产收益率分布的已实现峰度, 由 S&P500 指数收益率的历史数据估计得到.

式 (11) 表明方差风险价格反映了投资者对资产收益率波动变动、分布负偏尖峰变动厌恶的一种补偿, 为风险厌恶系数 γ 的估计提供了思路. 本文利用广义矩估计 (GMM) 的方法, 来估计风险

厌恶系数 具体而言 定义残差项 ε_{t+1} 如下

$$\varepsilon_{t+1} = XV_{t,t+1} - \gamma \sqrt{RV_{t,t+1}} RS_{t,t+1} + \frac{\gamma^2}{2} RV_{t,t+1} (RK_{t,t+1} - 3)$$

同时, 常数项 (Cont.) 和滞后的隐含方差 (IV_t) 与 ε_{t+1} 正交 故将工具变量 Z_t 选为 {Cont.,

IV_t } 根据正交性条件 $E\{\varepsilon_{t+1} \otimes Z_t\} = 0$, 得到矩条件和优化函数如下

$$g_T[\gamma] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [\varepsilon_{t+1} \otimes Z_t] \tag{12}$$

$$J_T = n^* \arg \min_{\gamma} g_T' W_T g_T$$

根据式 (12) 估计 γ 具体结果如表 8.

表 8 风险厌恶系数的 GMM 估计结果

Table 8 GMM estimation of risk aversion coefficient

天数	γ	t 值	p 值	J 统计量	J 统计量 p 值
60	5.862	3.13	0.002 2	0.198	0.656
90	4.963	3.22	0.001 7	0.334	0.854
120	4.112	3.48	0.000 7	0.226	0.635

注: J 统计量的 p 值是根据 $\chi^2(1)$ 计算出来.

从表 8 可知, 利用 60 天、90 天和 120 天的指数收益数据 γ 的估计值虽有些偏差, 但均在 4—6 之间, 且 γ 均高度显著. 同时由 J 统计量的 p 值可以看出, 不能拒绝该模型的设定. 本文利用隐含矩和已实现矩估计出投资者的风险厌恶系数, 为风险态度的相关研究提供数值参考.

5 结束语

本文在互换合约的统一框架下, 构建方差互换和偏度互换合约, 采用无模型方法提取方差风险价格和偏度风险价格. 具体而言, 利用互换合约的固定方提取期权隐含方差和隐含偏度, 利用互换合约的浮动方提取已实现方差和已实现偏度: 将已实现方差与隐含方差之差除以隐含方差界定为方差风险价格, 将已实现偏度与隐含偏度之差除以隐含偏度界定为偏度风险价格. 实证部分, 利用 S&P500 指数期权数据研究发现:

1) 方差风险价格显著为负, 偏度风险价格显著为正. 通过互换合约的构造, 我们发现方差互换隐含方差显著大于指数收益率的已实现方差, 偏度互换隐含偏度显著小于已实现偏度. 从量上来看, 方差风险价格平均占隐含方差的 28.59%, 偏度风险价格平均占隐含偏度的 83.12%;

2) 本文分析了方差风险价格和偏度风险价格在 1 个月、3 个月、6 个月、9 个月、12 个月的期限结构特征, 发现在上述期限中, 方差风险价格均显著为负, 偏度风险价格显著为正. 隐含方差和已实现方差在短期较大, 在 6 个月—12 个月期呈现

下降趋势, 但减小幅度并不大. 隐含偏度与已实现偏度随期限增长而增大, 反映了投资者更倾向于对短期收益变动不确定及市场出现极端下降的厌恶;

3) 方差风险价格 XV 和偏度风险价格 XS 无法被规模因子 (SMB)、账面市值比因子 (HML)、动量因子和宏观变量 (如消费物价指数增长率、工业产出指数增长率、期限价格和信用价差等) 所解释, 但二者同市场超额收益 x_m 呈正相关, 表明方差风险价格和偏度风险价格是新的定价因子. 同时, 通过 Beta 分组发现, 方差风险因子与偏度风险因子均在股票横截面被定价;

4) 隐含方差和隐含偏度分别对已实现方差和已实现偏度具有预期作用, 但隐含方差和隐含偏度分别不是对已实现方差和已实现偏度无偏期望;

5) 方差风险价格和偏度风险价格高度相关, 在市场超额收益 x_m 的基础上, 在 $XV(XS)$ 对 x_m 的回归方程中, 加入 $XS(XV)$ 回归变量, 调整 R^2 由 0.42(0.25) 增加到 0.80(0.74), 解释能力显著增强. 同时, 在各自回归方程中, 常数项均高度显著, 这说明了方差互换收益无法用偏度互换收益完全对冲;

6) 利用隐含方差、已实现方差和已实现偏度, 再结合实际分布的峰度估计, 本文发现在随机贴现因子为指数形式的设定下, 投资者相对风险厌恶系数大致在 4—6 之间, 给其他研究提供数值参考.

然而, 本文研究重点关注方差风险价格和偏度风险价格, 未将峰度纳入考虑. 而构建峰度互换

合约,在互换框架下统一提取方差风险价格、偏度风险价格和峰度风险价格是本文的进一步研究方向之一。同时,不同市场的矩风险价格的比较也值得进一步探讨。

参 考 文 献:

- [1]Heston S L. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options [J]. *Review of Financial Studies*, 1993, 6(2): 327 - 343.
- [2]Harvey C R, Siddique A. Conditional skewness in asset pricing tests [J]. *Journal of Finance*, 2000, 55(3): 1263 - 1295.
- [3]Dittmar R F. Nonlinear pricing kernels, kurtosis preference, and evidence from the cross section of equity returns [J]. *Journal of Finance*, 2002, 57(1): 369 - 403.
- [4]Williams C. Asymmetric Responses to Earnings News: A Case for Ambiguity [R]. Ann Arbor: University of Michigan, 2009.
- [5]Drechsler I. Uncertainty, time-varying fear, and asset prices [J]. *Journal of Finance*, 2013, 68(5): 1843 - 1889.
- [6]Barro R. Rare disasters, asset prices, and welfare costs [J]. *American Economic Review*, 2009, 99(1): 243 - 264.
- [7]Backus D, Chernov M, Martin I. Disasters implied by equity index options [J]. *Journal of Finance*, 2011, 66(6): 1969 - 2012.
- [8]Neuberger A. Realized skewness [J]. *Review of Financial Studies*, 2012, 25(11): 3423 - 3455.
- [9]郑振龙, 汤文玉. 波动率风险及风险价格: 来自中国 A 股市场的证据 [J]. *金融研究*, 2011 (4): 143 - 157.
Zheng Zhenlong, Tang Wenyu. Volatility risk and risk price: Evidence from Chinese A-Share market [J]. *Journal of Finance Research*, 2011, (4): 143 - 157. (in Chinese).
- [10]Chernov M, Ghysels E. A study towards a unified approach to the joint estimation of objective and risk neutral measures for the purpose of options valuation [J]. *Journal of Financial Economics*, 2000, 56(3): 407 - 458.
- [11]Coval J D, Shumway T. Expected option returns [J]. *Journal of Finance*, 2001, 56(3): 983 - 1009.
- [12]Bakshi G, Kapadia N. Delta-hedged gains and the negative market volatility risk premium [J]. *Review of Financial Studies*, 2003, 16(2): 527 - 566.
- [13]Bollerslev T, Gibson M, Zhou H. Dynamic estimation of volatility risk premia and investor risk aversion from option-implied and realized volatilities [J]. *Journal of Econometrics*, 2011, 160(1): 235 - 245.
- [14]Carr P, Wu L. Variance risk premiums [J]. *Review of Financial Studies*, 2009, 22(3): 1311 - 1341.
- [15]Bakshi G, Madan D. Spanning and derivative-security valuation [J]. *Journal of Financial Economics*, 2000, 55(2): 205 - 238.
- [16]Bakshi G, Kapadia N, Madan D. Stock return characteristics, skew laws, and the differential pricing of individual equity options [J]. *Review of Financial Studies*, 2003, 16(1): 101 - 143.
- [17]Conrad J, Dittmar R F, Ghysels E. Ex ante skewness and expected stock returns [J]. *Journal of Finance*, 2013, 68(1): 85 - 124.
- [18]Duan J C, Wei J. Systematic risk and the price structure of individual equity options [J]. *Review of Financial Studies*, 2009, 22(5): 1981 - 2006.
- [19]Friesen G C, Zhang Y, Zorn T S. Heterogeneous beliefs and risk-neutral skewness [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2012, 47(4): 851 - 872.
- [20]Neumann M, Skiadopoulos G. Predictable dynamics in higher order risk-neutral moments: Evidence from the S&P 500 options [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2012, 48(3): 947 - 977.
- [21]Bali T, Murray S. Does risk-neutral skewness predict the cross-section of equity option portfolio returns? [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2012, 48(4): 1145 - 1171.
- [22]刘杨树, 郑振龙, 张晓南. 风险中性高阶矩: 特征, 风险与应用 [J]. *系统工程理论与实践*, 2012, 32(3): 647 - 655.
Liu Yangshu, Zheng Zhenlong, Zhang Xiaonan. Risk neutral higher moments: Characteristics, risk and application [J].

- Systems Engineering—Theory & Practice ,2012 ,32(3) : 647 – 655(in Chinese) .
- [23]Kozhan R , Neuberger A , Schneider P. The Skew Risk Premium in Index Option Prices [R]. Denver: AFA 2011 Denver Meetings Paper ,2011.
- [24]Britten-Jones M , Neuberger A. Option prices , implied price processes , and stochastic volatility [J]. Journal of Finance , 2000 ,55(2) : 839 – 866.
- [25] Jiang G J , Tian Y S. The model-free implied volatility and its information content [J]. Review of Financial Studies ,2005 , 18(4) : 1305 – 1342.
- [26]郑振龙 ,黄慧舟. 波动率预测: GARCH 模型与隐含波动率 [J]. 数量经济技术经济研究 2010 ,(1) : 140 – 150.
Zheng Zhenlong , Huang Yi zhou. Volatility forecasting: GARCH model and implied volatility [J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics ,2010 ,(1) : 140 – 150. (in Chinese) .
- [27]Bakshi G , Madan D. A theory of volatility spreads [J]. Management Science ,2006 ,52(12) : 1945 – 1956.

Risk prices of variance and skewness

ZHENG Zhen-long , SUN Qing-quan , WU Qiang

Department of Finance , School of Economics , Xiamen University , Xiamen 361005 , China

Abstract: In the Swap contract framework , the paper adopts the model-free method to extract the variance risk price and skewness risk price , and analyzes the time series characteristics , term structure , pricing and information content of implied risk prices. It uses S&P500 index options to find that: First , the variance risk price is significantly negative while the skewness risk price is positive and the conclusions hold in multiple contract maturities; Second , the variance risk price and skewness risk price have different level factors and convexities but common slope factors; Third , the variance risk price and skewness risk price cannot be explained by the size factor (SMB) , book-value or market value ratio (HML) . Momentum factor or macro factors , while the market excess return has a partial explanatory ability , and implied risk price can be priced in the cross-sectional difference of stock returns significantly; Forth , implied variance and implied skewness can predict both realized variance and skewness instead of unbiased expectation; Fifth , the correlation coefficient between the variance risk price and skewness risk price is -0.86 , implying the influence of common risk-driven factor; Sixth , with reference to the theoretical deduction of Bakshi & Madan (2006) , the paper estimates the risk aversion coefficient to be about $4 \sim 6$, as might be useful for related future research on risk attitudes.

Key words: variance swaption; skewness swaption; risk price