

考虑市场细分的零售商自主以旧换新策略研究^①

颜波, 李鸿媛, 王滔, 刘艳萍

(华南理工大学经济与贸易学院, 广州 510006)

摘要: 在越来越多企业开始自主推行以旧换新业务的背景下, 本文从供应链的视角出发, 构建考虑市场细分和消费者效用的策略模型, 研究零售商自主以旧换新策略选择及相应的供应链决策问题, 着重分析市场细分和旧产品折旧程度对策略选择、决策和供应链效率的影响. 研究发现: 零售商的策略选择除了受产品制造成本影响外, 还依赖于外部客户比例和旧产品折旧程度; 当老客户占比和旧产品折旧度处于某区域时, 自主以旧换新策略优于无以旧换新策略; 在某些情况下, 制造商的期望策略与零售商的最优策略相悖; 供应链效率受客户比例和旧产品折旧度影响. 此外, 当老客户占比或旧产品折旧度高于某阈值时, 老客户对主体的利润贡献大于新客户. 本文的研究结论对企业在供应链环境下推行以旧换新政策有一定的理论指导意义.

关键词: 供应链; 以旧换新; 消费者效用; 零售商; 市场细分

中图分类号: F274; F724.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2017)03-0119-17

0 引言

近年来, 随着经济发展和技术进步, 社会可持续发展对企业制造与环境的相容性程度提出了更高的要求^[1], 同时消费者也愈加支持和青睐绿色环保的消费方式^[2]. 2009年国务院推行的汽车家电以旧换新补贴政策以既环保又实惠的特点全方位释放了潜在的消费需求, 掀起了全国以旧换新风潮, 使得参与企业获益颇多. 产品快速的更新换代和客户消费观念的转变也使得以旧换新呼声渐高. 此时“以旧换新”已不单是一种环境持续发展行为, 也是一种刺激需求、推进产品升级的市场行为. 在国家政策结束后, 北京地方政府紧接

着于2013年开展了家具以旧换新活动, 而各行各业也开始着手自主推行以旧换新业务, 并在全国长期实行^②, 例如苹果、ThinkPad、MAKU、集美家居等. 由于自主以旧换新^③受成本、市场结构和供应链关系等多方面因素影响, 不少企业对此仍是迟疑不决, 持观望的态度. 那么, 面对这些复杂的影响因素, 企业应如何选择市场策略, 何种市场状况下选择自主以旧换新策略占优, 而哪些因素对该策略的商业效果影响更为显著? 相关问题的回答对企业实施自主以旧换新策略至关重要.

目前, 与以旧换新相关的研究多见于考虑政府补贴的再制造或逆向物流问题探讨, 例如

① 收稿日期: 2014-09-21; 修订日期: 2015-08-26.

基金项目: 广东省自然科学基金资助项目(2016A030313485); 广东省哲学社会科学“十二五”规划资助项目(GD15CGL15); 广东省软科学研究计划资助项目(2015A070704005); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2015KXKYJ02); 广东省科技计划资助项目(2013B040500007; 2013B040200057).

作者简介: 颜波(1970—), 男, 湖南怀化人, 教授, 博士生导师. Email: yanbo@scut.edu.cn

② 企业借鉴官方促销手段, 纷纷开展以旧换新活动, 对此有不少报道, 详见北京商报: 家电卖场试水自主以旧换新 <http://tech.163.com/12/1218/23/8J208128000915BD.html>; 搜狐焦点: 试点1个月提升销售10% 集美家居宣布将延续以旧换新 <http://home.focus.cn/news/2012-11-26/327621.html>; ZDNet 软件频道: IDC: 苹果以旧换新寓意几何? http://soft.zdnet.com.cn/software_zone/2015/0610/3054817.shtml等.

③ “自主以旧换新”一词最早可溯于国家补贴政策结束后的2012年4月8日CCTV2的经济信息联播中, 后在网易新闻、北京商报等传媒中陆续出现, 涵义为企业依靠自身力量在市场中实施以旧换新活动, 本文沿用该实际说法.

Huang 等^[3]研究在汽车行业中,当政府补贴申请有销售价格限制时,制造商是否应申请补贴实施以旧换新的问题。Wang 等^[4]利用系统动力学分析政府补贴对回收和再制造行业的影响。Ino^[5]研究政府不同的税收补贴政策对企业处理废旧物的约束情况,其中为防止企业违规处理废物,引入成本控制,提出补贴政策的优化模型,并证明其有效性。马卫民和赵璋等^[6,7]分析政府以旧换新补贴对产销一体、分离等四种模式的闭环供应链的影响;随后又将研究从单产品扩展到多等级产品,引入客户细分原理,深入研究补贴对拥有不同等级产品的闭环供应链的影响。Ma 等^[8]引入政府补贴政策,分析有无政府补贴的双通道闭环供应链中成员的最优决策问题。上述文献均将政府干预纳入研究中,然而早有专家指出这类来自企业外部的政府补贴会严重扭曲市场均衡,干扰企业的投资行为,他们主张逐渐取消该类政策,让市场恢复自由竞争^[9-11]。随着2008年爆发的全球金融危机的缓解,政府出台的以拉动内需、促进消费为目的的以旧换新补贴逐渐淡出人们的视野。当前各方自主的以旧换新业务开展的如火如荼,现有关于政府补贴的研究已无法满足企业的战略需求,关于自主以旧换新策略及相应的研究亟待进行。

在自主以旧换新策略中,企业自行实行政策,让退还旧产品的老客户通过抵消部分价格而优惠购买新产品,从理论上讲,这类似于企业实行的客户返利策略。Arcelus 等^[12]针对市场中因价格高而流失客户的现象,提出在销售二期时使用返利策略吸引与挽救前期所损失的客户,并分析该策略的返利、订购量等决策问题。另有研究通过对比不同返利主体或对象的返利策略对供应链的影响,探讨客户返利策略的有效性^[13-14]。但在上述研究中,所有已购买产品的客户在售后都会获得一致的返利优惠,这无法呈现以旧换新中新老客户价格歧视的特点。Cabral 等^[15]和 Ailawadi 等^[16]的研究基本弥补了该缺陷,他们将优惠定为有行为条件或机会概率限制的售后返利,从而分析返利的效果与影响。虽然在海外,类似的返利促销策略已很常见,亦有相应的应用实践,例如 SHARP 和 Nikon 的邮寄回扣策略,但在以旧换新

活动中,老客户购买新产品时往往会考虑旧产品的价值剩余^[17],而具有价格歧视特征的客户返利无法展现这一关键因素的影响,且未明的市场细分无法判断企业选择该策略的先进性。因此,返利策略的研究亦无法直接指导实际中企业自主以旧换新策略的选择行为。

鲜有文献直接对自主以旧换新问题进行探讨,Ray 等^[18]在考虑客户细分的基础上,建立自主以旧换新模型,分析企业的定价决策,然而其研究却忽略了老客户对旧产品有剩余价值感知的事实。因此,段理慧^[19]和吴鹏^[20]拓展研究,加入旧产品剩余价值影响因素,优化自主以旧换新模型。但他们都只讨论了单一企业的情形,而在现实中,企业间的运作关联复杂,决策受供应链结构成员和双边竞争的影响。周垂日等^[21]和 Gu 等^[22]从供应链的角度出发,分析了在自主以旧换新模型下企业的决策行为,然而却未将旧产品的价值剩余感知纳入研究,亦未具体分析市场结构等因素对决策的影响,更未对比探讨自主以旧换新策略的占优性。

受启发于当下产品快速更新换代促使企业日渐高涨的自主以旧换新行为,针对已有研究的欠缺,本文以二级供应链为基础,考虑市场客户细分,加入老客户旧产品价值感知概念,构建基于消费者净效用的无以旧换新与自主以旧换新决策模型,由此对比探讨零售商自主以旧换新策略选择及相应供应链决策问题,尝试回答供应链中零售商应何时选择实施以旧换新策略,其选择对合作企业有何影响等相关问题。

1 模型描述

研究在由制造商和零售商组成的信息对称的两级供应链系统中,制造商和零售商均是独立决策主体,其中制造商为决策先行者,零售商为决策追随者。由于自主以旧换新无政府补贴且属于新生事物存在投资风险,合理假设制造商决定不推行以旧换新业务,且不干涉零售商是否推行以旧换新业务,而零售商处于市场最前线,为挖掘商机,正考虑是否自主推行以旧换新。首先对文中涉及的符号做如下说明。

表1 模型涉及的符号变量及其含义

Table 1 Introduction of parameters

符号	含义
c	制造商的单位制造成本
w	制造商将产品卖给零售商的批发价
p_r	产品的零售价格
p_0	老客户返还旧产品获得的抵消价格
s	零售商处理旧产品获得的单位收益
α	老客户的市场占比率
γ	旧产品相对新产品而言的折旧度
D_j^i	j 客户在 i 情形下的市场需求
Π_M^i	制造商在 i 情形下的利润
Π_R^i	零售商在 i 情形下的利润
Π_{Mj}^i	j 客户在 i 情形下对制造商所贡献的利润
Π_{Rj}^i	j 客户在 i 情形下对零售商所贡献的利润
i	$i \in \{A, B, C\}$, A 代表无以旧换新 A 策略, B 代表无以旧换新 B 策略, C 代表自主以旧换新 C 策略
j	$j \in \{o, n\}$, o 代表老客户, n 代表新客户

为研究零售商是否应自主推行以旧换新业务的问题,本文探讨两个场景:一是无以旧换新的新老客户一致营销方式,如图1所示,制造商以单位成本 c 制造产品,并以批发价 w 提供给零售商,零售商再以统一的零售价格 p_r 销售给新老客户;二是针对新老客户实行差异价格的以旧换新营销方式,如图2所示,零售商在确定产品零售价格 p_r 的同时,还为退还旧产品的老客户抵消部分价格 p_0 (借鉴 MAKU、iPhone 等品牌直接抵价的方式),其中抵消价格与产品的物理状态无关^[23],同时合理假设由于技术壁垒,零售商不从事制造业务,以卖给第三方来处理旧产品,因此可类似 Huang 等^[24]、聂佳佳^[25]和 Hong 等^[26]的研究中主体卖出废旧产品可获相应单位收益的假设,在此将零售商获得的每单位收益定为 s ,此假设亦可从现实中回收中心的旧产品件件买卖方式获得佐证。

在以上两种模式中,市场均被细分为拥有旧产品的老客户和潜在的新客户。因此,不失一般性,参考孟庆峰等^[27]在研究时按比例假设客户量的做法,将市场总量定义为1,其中老客户的市场占比为 α ,新客户的市场占比为 $1 - \alpha$, α 满足 $0 \leq \alpha \leq 1$ 。本文根据经济学中的消费者效用原理来确定新老客户的市场需求函数^[20-28],假设客

户对新产品的支付意愿 v 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布,则获得的效用是支付意愿和产品销售价格的函数。

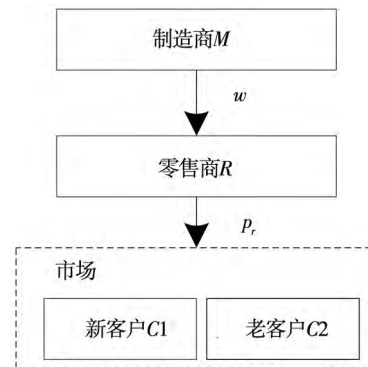


图1 无以旧换新的供应链模式
Fig. 1 Model with no trade-in strategy

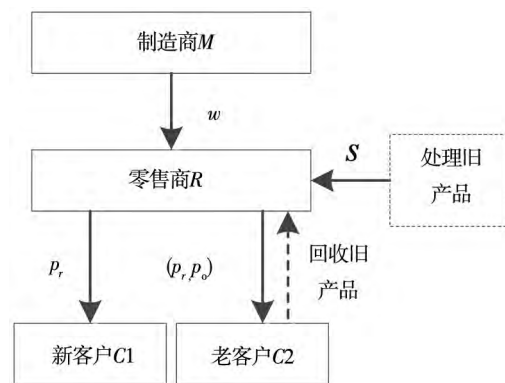


图2 零售商自主以旧换新的供应链模式
Fig. 2 Model with trade-in strategy implemented by retailer

而对于持有旧产品的老客户来说,其在购买新产品时会考虑旧产品的价值剩余,则老客户愿意放弃旧产品而购买新产品的支付意愿是其拥有的旧产品的折旧估值。由于技术更新和消费理念的转变,产品会发生贬值^[29],且其折旧估值主要取决于市场中功能体验更丰富的新产品对旧产品造成的现金流侵蚀^[30],这从现实中国美、苏宁3C卖场里 iPhone、华为系列产品的更新换代案例便可悉知。因此,在客观的现金无形损耗基础上,从财务角度出发,旧产品的折旧度可设置为与新产品有关联的比例形式。另外,Oraiopoulos 等^[31]亦曾指出由于产品折旧的原因,消费者使用产品一段时间后继续持有的意愿是新产品的一定比例,即知产品历经岁月后会产生相应比例的折旧。为了简化而突出研究目的,同时参考有关文献研究中关于旧产品价值认知的设置^[6, 20, 31, 32],本文将

废旧产品的折旧估值定为 γv 表示旧产品相对具有更丰富用户体验的新产品而言的折旧值, 其中 γ 代表折旧度, 满足 $0 < \gamma < 1$, 因此老客户对新产品的支付意愿为 γv . 类似刻画消费者具有不同购买意愿的比例型假设在涉及市场细分的研究中亦颇为常见^[33, 34].

此外, 单位收益 s 与旧产品折旧度 γ 存在 $c < s + \gamma < 1$ 关系^④, 涵义为产品折旧与卖给第三方获得的效益之和应大于制造成本且小于 1, 如此制造商生产产品与第三方收购旧产品才能有利可图. 其中 $\Delta d = 1 - s - \gamma$ 为第三方回收中心获取的中间利润, 在 γ 确定的情况下, Δd 的大小将取决于回收中心与零售商之间关于 s 的博弈, 为突出本文研究, 对 Δd 不展开探讨.

由表 1 的定义及上述描述可得.

1) 在无以旧换新策略下, 新老客户的产品购买效用分别为 $U_n = v - p_r$ 和 $U_o = \gamma v - p_r$, 因此新老客户的需求函数分别满足式 $D_n = (1 - \alpha) \max(1 - p_r, 0)$ 和 $D_o = \alpha \max(1 - p_r/\gamma, 0)$. 分析两式可知当 $1 - p_r \leq 0$ 时, 必有 $1 - p_r/\gamma < 0$, 因此可得新老客户的需求函数存在以下三种情形.

当 $1 - p_r \leq 0, 1 - p_r/\gamma < 0$ 时, 则 $D_o = 0, D_n = 0$.

当 $1 - p_r > 0, 1 - p_r/\gamma \leq 0$ 时, 则

$$\begin{cases} D_o^A = 0 \\ D_n^A = (1 - \alpha)(1 - p_r) \end{cases} \quad (1)$$

当 $1 - p_r > 0, 1 - p_r/\gamma > 0$ 时, 则

$$\begin{cases} D_o^B = \alpha(1 - p_r/\gamma) \\ D_n^B = (1 - \alpha)(1 - p_r) \end{cases} \quad (2)$$

本研究旨在对比分析市场环境中零售商的以旧换新策略选择问题, 由于在 $1 - p_r \leq 0, 1 - p_r/\gamma < 0$ 情形下, 市场未发生购买行为, 所以下文仅讨论式 (1) 和式 (2) 的情形.

2) 在以旧换新策略下, 持有旧产品的老客户可通过返还旧产品获得一定的价格抵消 p_0 , 则可知新老客户的购买效用分别为 $U_n = v - p_r$ 和 $U_o = \gamma v - (p_r - p_0)$, 因此新老客户的需求函数分

别满足式 $D_n = (1 - \alpha) \max(1 - p_r, 0)$ 和 $D_o = \alpha \max[1 - (p_r - p_0)/\gamma, 0]$. 又根据以旧换新业务在现实中推行需新老客户需求都存在的前提条件, 本文仅讨论定价满足 $1 - p_r > 0$ 且 $1 - (p_r - p_0)/\gamma > 0$ 时的以旧换新情形, 由此得其相应的新老客户需求函数为

$$\begin{cases} D_o^C = \alpha[1 - (p_r - p_0)/\gamma] \\ D_n^C = (1 - \alpha)(1 - p_r) \end{cases} \quad (3)$$

2 供应链决策模型

根据式 (1) ~ 式 (3) 的需求情形, 将零售商的策略模型分为无以旧换新 A 模型、无以旧换新 B 模型和自主以旧换新模型三种.

2.1 无以旧换新 A 模型

在此策略下, 老客户无购物行为, 零售商定价时仅以新客户最大化其利益. 由式 (1) 中新老客户的需求函数, 可得零售商的目标利润函数为

$$\begin{aligned} \Pi_R^A &= (p_r - w) D_n^A = (p_r - w)(1 - \alpha)(1 - p_r) \\ \text{s. t. } &1 - p_r > 0 \text{ \& } 1 - p_r/\gamma \leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

相应地, 制造商的目标利润函数为

$$\Pi_M^A = (w - c) D_n^A = (w - c)(1 - \alpha)(1 - p_r) \quad (5)$$

根据两者的利润函数, 可得以下命题 1.

命题 1 零售商的最优决策 p_r 和制造商的最优决策 w 分别为 $p_r^{A*} = \frac{3+c}{4}$ 和 $w^{A*} = \frac{1+c}{2}$.

证明 采用逆向推导法求解最优决策. 由公式 (4) 可求得零售商利润函数 Π_R^A 关于 p_r 的二阶偏导数 $\partial^2 \Pi_R^A / \partial p_r^2 = -2(1 - \alpha) < 0$, 则 Π_R^A 是 p_r 的严格凹函数, Π_R^A 关于 p_r 有最大值. 再求 Π_R^A 关于 p_r 的一阶偏导数 $\partial \Pi_R^A / \partial p_r = -(1 - \alpha)(2p_r - w - 1)$, 令其等于零, 即可得

$$p_r = \frac{1 + w}{2} \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (5), 则制造商的目标利润函数可写成

^④ 在现实中 $s^* + \gamma = 1$, 其中 s^* 代表旧产品的残值, 但是由于第三方回收中心的参与, 零售商并不能完全获得产品的残值, 而是获取单位收益 $s < 1 - \gamma$, 而 s 的大小则取决于零售商与第三方的讨价还价能力.

$$\Pi_M^A = (w - c)(1 - \alpha) [1 - (1 + w)/2] \tag{7}$$

由式(7)求得 $\partial^2 \Pi_M^A / \partial w^2 = -(1 - \alpha) < 0$ 则知 Π_M^A 是 w 的严格凹函数, Π_M^A 关于 w 有最大值; 求一阶偏导数 $\partial \Pi_M^A / \partial w = (1 - \alpha)(1 + c - 2w)/2$, 令其为零, 则可求得 $w^{A*} = \frac{1+c}{2}$, 代入式(6) 可得

$$p_r^{A*} = \frac{3+c}{4}. \tag{证毕.}$$

由命题1的最优零售价及式(4)的定价约束可化简求得零售商实行无以旧换新A策略的可行性条件为 $4\gamma - 3 \leq c < 1$, 又因在本研究中 c 必然满足 $c < 1$, 因此可行性条件实为

$$4\gamma - 3 \leq c \tag{8}$$

此外, 根据命题1可求得新客户的均衡市场需求量 $D_n^{A*} = \frac{(1-\alpha)(1-c)}{4}$.

同时, 零售商及制造商的最优利润分别为 $\Pi_R^{A*} = \frac{(1-\alpha)(1-c)^2}{16}$ 和 $\Pi_M^{A*} = \frac{(1-\alpha)(1-c)^2}{8}$.

推论1 在无以旧换新A策略下, 零售商和制造商的定价 p_r^{A*} 、 w^{A*} 均随 c 的增加而升高, 且当成本提高 Δc 时, 双方的定价增量服从 $\Delta w > \Delta p_r$ 关系; D_n^{A*} 随着 c 或 α 增大而减少, Π_R^{A*} 和 Π_M^{A*} 也随之减少, 当 c 提高 Δc 时, 双方的利润减量存在 $|\Delta \Pi_M^{A*}| > |\Delta \Pi_R^{A*}|$ (其中 $\Delta \Pi_R^{A*} < 0, \Delta \Pi_M^{A*} < 0$).

证明 由命题1可求得 $\partial p_r^{A*} / \partial c = 1/4$ 和 $\partial w^{A*} / \partial c = 1/2$, 令 $f(c) = w^{A*}(c) - p_r^{A*}(c)$ 则 $f'(c) = w^{A*'}(c) - p_r^{A*'}(c) = 1/4 > 0$, 即 $f(c)$ 为增函数, 设 $\Delta c > 0$, 可知 $f(c + \Delta c) > f(c)$, 即 $w^{A*}(c + \Delta c) - p_r^{A*}(c + \Delta c) > w^{A*}(c) - p_r^{A*}(c)$, 移项可得 $\Delta w > \Delta p_r$; $|\Delta \Pi_M^{A*}| > |\Delta \Pi_R^{A*}|$ 的求证方法与此雷同, 不赘述; D_n^{A*} 、 Π_R^{A*} 和 Π_M^{A*} 与 c 、 α 的关系通过求其一阶导数即可得证. 证毕.

推论1 反映零售商和制造商的定价均受制造成本影响, 当成本上升时, 虽然相较而言制造商做出的努力更大 ($\Delta w > \Delta p_r$), 但效益受成本影响较小的则是零售商, 可从供应链的垄断竞争来分析: 当 c 增大时, 制造商会提高批发价格以维持利润, 而零售商为维持市场需求量、最大化企业利

润, 会尽量维持原有零售价, 为此存在 $\Delta w > \Delta p_r$, 同时由于制造商是产品买卖中最大的受益者, 所以利润减少时亦是首当其冲. α 的增大使得价格升高或市场需求量减少, 从而造成利润源减少, 利润降低, 由此知无以旧换新A策略往往在 α 较小时才具选择优势, 详见3.2节中零售商的策略选择与 α 、 γ 的关系.

2.2 无以旧换新B模型

在此策略下, 新老客户皆有购物行为, 零售商定价时则以新老客户最大化自身利润. 由式(2)的需求函数, 可得零售商的目标利润函数为

$$\begin{aligned} \Pi_R^B &= (p_r - w)(D_o^B + D_n^B) = (p_r - w) \times \\ &[\alpha(1 - p_r/\gamma) + (1 - \alpha)(1 - p_n)] \\ \text{s. t. } &1 - p_r > 0 \& 1 - p_r/\gamma > 0 \end{aligned} \tag{9}$$

相应制造商的目标利润函数为

$$\begin{aligned} \Pi_M^B &= (w - c)(D_o^B + D_n^B) = (w - c) \times \\ &[\alpha(1 - p_r/\gamma) + (1 - \alpha)(1 - p_n)] \end{aligned} \tag{10}$$

由两者的利润函数可得以下命题2.

命题2 零售商的最优决策 p_r 和制造商的最优决策 w 分别为 $p_r^{B*} = \frac{c}{4} + \frac{3\gamma}{4(\alpha + \gamma - \alpha\gamma)}$ 和

$$w^{B*} = \frac{c}{2} + \frac{\gamma}{2(\alpha + \gamma - \alpha\gamma)}.$$

证明 采用逆向归纳法求解. 由公式(9)求得 $\partial^2 \Pi_R^B / \partial p_r^2 = -2(1 - \alpha) - 2\alpha/\gamma < 0$, 即 Π_R^B 是 p_r 的严格凹函数, Π_R^B 关于 p_r 有最大值. 又知 $\partial \Pi_R^B / \partial p_r = 1 - (2p_r - w)[(1 - \alpha)\gamma + \alpha]/\gamma$, 令其等于0, 求得

$$p_r = \frac{w}{2} + \frac{\gamma}{2(\alpha + \gamma - \alpha\gamma)} \tag{11}$$

将式(11)代入式(10)中, 制造商的目标利润函数可写成

$$\begin{aligned} \Pi_M^B &= (w - c) \left\{ \alpha \left[1 - \frac{w}{2} - \frac{\gamma}{2(\alpha + \gamma - \alpha\gamma)} \right] + \right. \\ &\left. (1 - \alpha) \left[1 - \frac{w}{2} - \frac{\gamma}{2(\alpha + \gamma - \alpha\gamma)} \right] \right\} \end{aligned} \tag{12}$$

由式(12)求得 Π_M^B 关于 w 的二阶偏导数 $\partial^2 \Pi_M^B / \partial w^2 = -(1 - \alpha) - \alpha/\gamma < 0$, 即 Π_M^B 是 w 的

严格凹函数, Π_M^B 关于 w 具有最大值; 求 Π_M^B 关于 w 的一阶偏导数得

$$\frac{\partial \Pi_M^B}{\partial w} = \frac{1 + c - \alpha c - 2w(1 - \alpha)}{2} + \frac{\alpha(c - 2w)}{2\gamma} \quad (13)$$

令 $\partial \Pi_M^B / \partial w = 0$, 则可求得 w^{B*} 的值, 将其代入式 (11) 可求得相应的 p_r^{B*} . 证毕.

由于折旧度 $\gamma < 1$, 因此若 $1 - p_r / \gamma > 0$ 必然得 $1 - p_r > 0$. 根据命题 2 的定价 p_r^{B*} 及式 (9) 的定价约束 $1 - p_r / \gamma > 0$, 可求得实行无以旧换新 B 策略的可行性条件为

$$3\gamma < (4\gamma - c)(\alpha + \gamma - \alpha\gamma) \quad (14)$$

根据命题 2 可求得均衡市场需求量和各成员最优利润分别为

$$D_o^{B*} = \alpha \left(1 - \frac{3\gamma + c\eta}{4\gamma\eta} \right) \quad (15)$$

$$D_n^{B*} = (1 - \alpha) \left(1 - \frac{3\gamma + c\eta}{4\eta} \right) \quad (16)$$

$$\Pi_R^{B*} = \frac{(\gamma - c\eta)^2}{16\gamma\eta} \quad (17)$$

$$\Pi_M^{B*} = \frac{(\gamma - c\eta)^2}{8\gamma\eta} \quad (18)$$

上式 (15) ~ 式 (18) 中, $\eta = \alpha + \gamma - \alpha\gamma$ (如无特殊说明, 下文中 η 同理).

推论 2 在无以旧换新 B 策略下, 定价 p_r^{B*} 、 w^{B*} 均随 α 增大而降低, 而随 γ 和 c 增大而升高; 当 $\alpha > \frac{\gamma(1 - c)}{c(1 - \gamma)}$ 时, 利润 Π_R^{B*} 和 Π_M^{B*} 随 α 增大而增加, 反之则随 α 增大而减少.

证明 由命题 2 可得 $\frac{\partial p_r^B}{\partial \alpha} = -\frac{3\gamma(1 - \gamma)}{4\eta^2} < 0$, $\frac{\partial p_r^B}{\partial \gamma} = \frac{3\alpha}{4\eta^2} > 0$, $\frac{\partial p_r^B}{\partial c} = \frac{1}{4} > 0$; $\frac{\partial w^{B*}}{\partial \alpha} = -\frac{\gamma(1 - \gamma)}{2\eta^2} < 0$, $\frac{\partial w^{B*}}{\partial \gamma} = \frac{\alpha}{2\eta^2} > 0$, $\frac{\partial w^{B*}}{\partial c} = \frac{1}{2} > 0$;

又由式 (17)、式 (18) 得 $\frac{\partial \Pi_R^{B*}}{\partial \alpha} = \frac{(c^2\eta^2 - \gamma^2)(1 - \gamma)}{16\gamma\eta^2}$ 和 $\frac{\partial \Pi_M^{B*}}{\partial \alpha} = \frac{(c^2\eta^2 - \gamma^2)(1 - \gamma)}{8\gamma\eta^2}$, 分析易知当 $\alpha > \frac{\gamma(1 - c)}{c(1 - \gamma)}$

时, $\frac{\partial \Pi_R^{B*}}{\partial \alpha} > 0$, $\frac{\partial \Pi_M^{B*}}{\partial \alpha} > 0$, 否则相反. 证毕.

从推论 2 中发现, 当老客户的市场占比过小时, 零售商和制造商的利润会受到老客户市场占比 α 增大的负面影响, 从现实角度分析, 这是因为即使 α 较小, 但在该策略下, 零售商为了吸引老客户, 仍需降低零售价, 所以虽然新老客户的市场需求量都增加了, 但是增加的利润无法弥补因价格降低而造成的利润损失, 这说明只有当 α 大于一定阈值时, 无以旧换新 B 策略才能展现策略优势.

结论 1 由推论 1 和推论 2 可知, 在无以旧换新的情形下, 当老客户的市场占比较小小时, 零售商适宜采用 A 策略, 即放弃较小的老客户市场, 仅为新客户服务; 而当老客户的市场占比较大或超过一定阈值时, 零售商适宜采用 B 策略, 充分利用老客户市场获取更丰厚的利润.

2.3 自主以旧换新模型

在自主以旧换新策略下, 老客户可通过返还旧产品抵消部分价格 p_0 而优惠购买产品, 而新客户则只能以原价购买. 根据式 (3) 可得此策略中零售商的目标利润函数为

$$\begin{aligned} \Pi_R^C &= \alpha(p_r - w - p_0 + s) [1 - (p_r - p_0) / \gamma] + \\ &\quad (p_r - w)(1 - \alpha)(1 - p_r) \\ \text{s. t. } &1 - p_r > 0 \& 1 - (p_r - p_0) / \gamma > 0 \end{aligned} \quad (19)$$

而制造商的目标利润函数则为

$$\Pi_M^C = (w - c) \{ \alpha [1 - (p_r - p_0) / \gamma] + (1 - \alpha)(1 - p_r) \} \quad (20)$$

根据上述目标利润可得命题 3.

命题 3 零售商的最优决策 (p_r, p_0) 为 $p_r^{C*} = \frac{2 + c}{4} + \frac{\gamma + \alpha s}{4(\alpha + \gamma - \alpha\gamma)}$ 和 $p_0^{C*} = \frac{1 + s - \gamma}{2}$; 制造商的最优决策 $w^{C*} = \frac{c}{2} + \frac{\gamma + \alpha s}{2(\alpha + \gamma - \alpha\gamma)}$.

证明 首先分析零售商的最优决策问题. 由公式 (19) 可知 Π_R^C 的 Hessian 矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_R^C}{\partial p_r^2} & \frac{\partial^2 \Pi_R^C}{\partial p_r \partial p_0} \\ \frac{\partial^2 \Pi_R^C}{\partial p_0 \partial p_r} & \frac{\partial^2 \Pi_R^C}{\partial p_0^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2(1 - \alpha) - \frac{2\alpha}{\gamma} & \frac{2\alpha}{\gamma} \\ \frac{2\alpha}{\gamma} & -\frac{2\alpha}{\gamma} \end{bmatrix}$$

则可知 $|H| = 4\alpha(1 - \alpha) / \gamma > 0$, 其一阶顺序主

子式 $|H_1| = -2(1-\alpha) - 2\alpha/\gamma < 0$ 因此 Π_R^C 是 p_r 、 p_0 的严格联合凹函数. 令 $\partial\Pi_R^C/\partial p_r = 0$ 和 $\partial\Pi_R^C/\partial p_0 = 0$ 联立求解得

$$\begin{cases} p_r = (1+w)/2 \\ p_0 = (1+s-\gamma)/2 \end{cases} \quad (21)$$

然后分析制造商的最优决策问题. 将式(21)代入式(20), 可得制造商的利润函数为

$$\Pi_M^C = (w-c) \left[\alpha \left(1 - \frac{w+\gamma-s}{2\gamma} \right) + (1-\alpha) \left(1 - \frac{1+w}{2} \right) \right] \quad (22)$$

由式(22)可求得 Π_M^C 关于 w 的二阶偏导数 $\partial^2\Pi_M^C/\partial w^2 = -(1-\alpha) - \alpha/\gamma < 0$ 则知 Π_M^C 是 w 的严格凹函数; 再求 Π_M^C 关于 w 的一阶偏导数 $\frac{\partial\Pi_M^C}{\partial w} = \frac{1+c-\alpha c}{2} + \frac{\alpha(c+s-2w)}{2} - w(1-\alpha)$,

令其等于 0, 可求得 $w^* = \frac{c}{2} + \frac{\gamma+\alpha s}{2(\alpha+\gamma-\alpha\gamma)}$, 代入式(21)即得相应的 p_r^{C*} 和 p_0^{C*} . 证毕.

由命题 3 和式(19)的定价约束, 可知自主以旧换新策略的可行性条件为

$$\gamma + \alpha s < (2s + 2\gamma - c)(\alpha + \gamma - \alpha\gamma) \quad (23)$$

同时可得新老客户的均衡市场需求量和各成员利润分别为

$$D_o^{C*} = \alpha \left(\frac{1}{2} + \frac{2s-c}{4\gamma} - \frac{\gamma+\alpha s}{4\gamma\eta} \right) \quad (24)$$

$$D_n^{C*} = (1-\alpha) \left(\frac{2-c}{4} - \frac{\gamma+\alpha s}{4\eta} \right) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Pi_R^{C*} &= \frac{4\alpha\gamma^2 + \alpha(c-s)^2}{16\gamma} + \frac{3\alpha(1+\alpha s-s)^2}{16(1-\alpha)\eta} + \\ &\frac{1-8\alpha+2(1-\alpha)(4\alpha s-c)+c^2(1-2\alpha)+\alpha^2(4+c^2)}{16(1-\alpha)} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\Pi_M^{C*} = \frac{(\gamma + \alpha s - c\eta)^2}{8\gamma\eta} \quad (27)$$

推论 3 在自主以旧换新策略下, p_0^{C*} 仅受 s 和 γ 影响, 随 s 增加而升高, 随 γ 升高而降低; 而 p_r^{C*} 和 w^{C*} 均随 α 增大而降低, 而随 γ 、 c 和 s 增大而升高. Π_R^{C*} 和 Π_M^{C*} 随 c 增加而减少, Π_M^{C*} 随 s 增加而增加, 而仅当参数满足 $\eta(4\gamma - c + s) > 3\gamma(1 + \alpha s - s)$ 时, Π_R^{C*} 才随 s 增加而增加.

证明 根据命题 3 可求得 $\frac{\partial p_0^{C*}}{\partial s} = \frac{1}{2} > 0$ 、

$$\frac{\partial p_0^{C*}}{\partial \gamma} = \frac{1}{2} < 0; \text{ 且 } \frac{\partial p_r^{C*}}{\partial \alpha} = \frac{\gamma(\gamma+s-1)}{4\eta^2} < 0、$$

$$\frac{\partial p_r^{C*}}{\partial \gamma} = \frac{\alpha(1+\alpha s-s)}{4\eta^2} > 0、\frac{\partial p_r^{C*}}{\partial c} = \frac{1}{4\eta} > 0 \text{ 和}$$

$$\frac{\partial p_r^{C*}}{\partial s} = \frac{\alpha}{4\eta^2} > 0. \text{ 批发价 } w^{C*} \text{ 的分析与上述类似, 不赘述. 根据条件 } c < \gamma + s < 1 \text{ 和式(26)、式}$$

$$(27) \text{ 求得 } \frac{\partial \Pi_R^{C*}}{\partial c} = -\frac{\gamma + \alpha s - c\eta}{8\gamma} < 0, \frac{\partial \Pi_M^{C*}}{\partial c} = -\frac{\gamma + \alpha s - c\eta}{4\gamma} < 0, \frac{\partial \Pi_M^{C*}}{\partial s} = \frac{\alpha(\gamma + \alpha s - c\eta)}{4\gamma\eta} > 0 \left(\frac{\partial \Pi_R^{C*}}{\partial c}, \right.$$

$$\left. \frac{\partial \Pi_M^{C*}}{\partial c} \text{ 和 } \frac{\partial \Pi_M^{C*}}{\partial s} \text{ 的大小证明具体见附录中 A1) 而}$$

$$\frac{\partial \Pi_R^{C*}}{\partial s} = \frac{\alpha(4\gamma - c + s)\eta - 3\alpha\gamma(1 + \alpha s - s)}{8\gamma\eta} \text{ 由此证}$$

得利润与 c, s 的关系. 证毕.

推论 3 表明在现实中, 当老客户占比增大时, 零售商为争取该市场, 会降低售价吸引老客户, 而当旧产品折旧度增大时(即老客户购买新产品欲望增大), 反而会出现零售商升高售价剥取更大利润的现象. 另外, 因为旧产品抵消价格会受旧产品处理的单位收益影响, 随之增加而增加, 零售商为维持利润, 会通过提高零售价响应 s 增加的市场变动.

3 零售商自主以旧换新策略选择及其供应链影响

以第 2 节所建模型为基础, 深入讨论不同市场环境零售商的策略选择, 从供应链的各方角度出发分析以旧换新策略选择对其影响, 且研究市场因素对以旧换新效率的影响等.

3.1 零售商策略选择和供应链成员的反响

零售商通过综合分析市场环境、合作企业的情况, 比较上述三种策略, 决定是否采取自主以旧换新策略. 由式(8)可转化无以旧换新 A 策略的前提条件为 $c > c_1$, 其中 $c_1 = 4\gamma - 3$; 同理, 由式(14)得无以旧换新 B 策略的前提条件为 $c < c_2$, 其中 $c_2 = 4\gamma - \frac{3\gamma}{\alpha + \gamma - \alpha\gamma}$; 比较知 $c_1 < c_2$; 由式(23)知自主以旧换新策略的前提条件为 $c < c_3$,

其中 $c_3 = 2(\gamma + s) - \frac{\gamma + \alpha s}{\alpha + \gamma - \alpha\gamma}$. 为具实际意义, 本文仅讨论 $c \in (0, 1)$ 范围内的情形, 由上述可知在本质上, 零售商的自主以旧换新策略选择受制于制造商的成本结构, 他因成本 c 隶属于不同的条件区间而有所不同, 具体的条件区间见附录中 A2, 以下将以 $0 < c_1 < 1$ 且 $c_2 < c_3 < 1$ 情况作为例子分析成本对零售商策略选择的影响, 其他情况的分析过程与此雷同, 不赘述. 因此, 三种策略关于生产成本 c 的使用范围如图 3 所示.

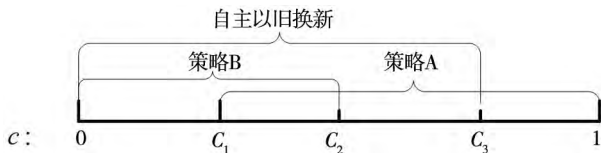


图3 在 $0 < c_1 < 1$ 且 $c_2 < c_3 < 1$ 情形下, 零售商的策略选择
Fig. 3 Retailer's strategy choice when $0 < c_1 < 1$ and $c_2 < c_3 < 1$

由此可知, 在成本 c 的影响下, 零售商的策略选择与其供应链定价决策为

$$\begin{aligned} & \text{当 } c \in (0, c_1] \text{ 时} \\ & (p_r^*, p_o^*, w^*) = \begin{cases} (p_r^{C^*}, p_o^{C^*}, w^{C^*})_{\text{以旧换新}} & \text{当 } f \leq g \\ (p_r^{B^*}, \emptyset, w^{B^*})_{\text{B策略}} & \text{当 } f > g \end{cases} \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{当 } c \in (c_1, c_2] \text{ 时} \\ & (p_r^*, p_o^*, w^*) = \begin{cases} (p_r^{C^*}, p_o^{C^*}, w^{C^*})_{\text{以旧换新}} & \text{当 } f \leq g \text{ 且 } h \leq 1 \\ (p_r^{A^*}, \emptyset, w^{A^*})_{\text{A策略}} & \text{当 } h > 1 \text{ 且 } \gamma \geq J \\ (p_r^{B^*}, \emptyset, w^{B^*})_{\text{B策略}} & \text{当 } f > g \text{ 且 } \gamma < J \end{cases} \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{当 } c \in (c_2, c_3] \text{ 时} \\ & (p_r^*, p_o^*, w^*) = \begin{cases} (p_r^{C^*}, p_o^{C^*}, w^{C^*})_{\text{以旧换新}} & \text{当 } h \leq 1 \\ (p_r^{A^*}, \emptyset, w^{A^*})_{\text{A策略}} & \text{当 } h > 1 \end{cases} \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{当 } c \in (c_3, 1) \text{ 时} \\ & (p_r^*, p_o^*, w^*) = (p_r^{A^*}, \emptyset, w^{A^*})_{\text{A策略}} \quad (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{在上式中 } f = -2[\alpha(1-\gamma)(4\gamma-c) + \gamma(4\gamma - 3-c)]s, g = (\alpha + 4\gamma t_1)s^2 + 4\gamma t_1(1-\gamma)^2, h = \\ & \frac{-\gamma[t_1^2(4+c^2) + 2t_1(4\alpha s - c) - 3]\eta}{[\alpha(c-s)^2 + 4\alpha\gamma^2 - t_1\gamma(1-c)^2]\eta + 3\alpha(1-t_1s)^2\gamma} \\ & J = \frac{(\gamma - \eta c)^2}{t_1\eta(1-c)^2} \text{ 其中 } t_1 = 1 - \alpha, \eta = \alpha + \gamma - \alpha\gamma. \end{aligned}$$

结论 2 在成本信息对称下, 若不考虑供应链外部环境的影响, 零售商的策略选择主要受内部制造商成本结构影响, 因此当生产成本发生变化时, 零售商需及时做出策略反应, 以获取最大企业利润. 同时发现, 当生产成本较小时, 可选策略多, 推行自主以旧换新能力更充足, 这论证了现实中零售商通过技术开发等方式与制造商合作, 压缩制造成本, 获得较低批发价, 再采取以旧换新策略让利客户的做法.

同时, 为防止制造商谎报生产成本而造成抉择错误, 零售商应当充分调查、了解行业产品的制造成本情况. 此外, 亦可从制造商给予的批发价格来判断实行以旧换新策略的有效性^⑤, 即分别根据式(6)、式(11)和式(21)及其相应策略的定价约束得到有关批发价格的前提条件, 再结合式(4)、式(9)和式(19)求得相应的均衡利润, 对比在可行范围内各策略的利润大小, 从而确定零售商的策略选择, 具体过程与本文信息对称的分析类似, 不赘述.

零售商策略的变更改变了原有的市场需求, 间接影响制造商的利益, 通过对比不同策略下制造商的利润, 可得推论 4.

推论 4 与无以旧换新 A 策略相比, 当参数满足 $\gamma + \alpha s - c\eta > (1-c)\sqrt{\gamma\eta(1-\alpha)}$ 条件时, 制造商期望零售商自主推行以旧换新业务; 而与无以旧换新 B 策略相比, 制造商始终期望零售商能自主推行以旧换新业务.

证明: 分别比较自主以旧换新策略与两种无以旧换新策略的制造商利润大小即可. 证毕.

结论 3 由结论 2 和推论 4 可知, 当市场变动时, 零售商与制造商期望采取的市场策略并非一致, 然而两者在供应链中均为独立决策者, 不能干预对方决策, 这就造成了供应链不必要的利润损失. 因此, 在现实中制造商可与零售商合作, 例如共同决策、风险分担等, 规避该问题, 优化决策.

消费者亦会因策略变化引起的价格变动而改变购买行为, 通过对比以旧换新策略前后的产品定价, 可知消费者对以旧换新业务推行的反应, 见推论 5 和推论 6.

⑤ 在成本谎报情形下, 仅依据批发价所做的策略和决策会严重影响双方企业的实际利润, 这是未来研究方向之一.

推论 5 相对于无以旧换新 A、B 策略,零售商推行以旧换新业务后,定价决策发生变化,然而

新老客户对此的价格变动感知和需求变化各不相同,具体如表 2 所示.

表 2 以旧换新策略的实行对新老客户的影响

Table 2 The effect of trade-in strategy on new and old consumers

对比项	老客户		新客户	
	$\Delta p_o^{C i}$	$\Delta D_o^{C i}$	$\Delta p_n^{C i}$	$\Delta D_n^{C i}$
无以旧换新 A 策略($i = A$)	-	+	-	+
无以旧换新 B 策略($i = B$)	-	+	+	-

注:“i”代表 A 或 B,“+”表示正数,“-”表示负数

由此知,与无以旧换新 A 策略相比,以旧换新后新老客户的支付费用都减少了,需求量增加;而与无以旧换新 B 策略相比,虽然老客户的支付费用减少,需求增加,但新客户的支付费用却增加了,相应需求减少.

证毕.

证明 根据第 2 节中三种策略的决策和需求量,可得以旧换新后消费者的支付及需求变动.

推论 5 表明与无以旧换新 A 策略相比,以旧换新策略均有益于新老客户,使得新老客户的市场需求量均有增加,但若与无以旧换新 B 策略相比,以旧换新策略虽然有益于老客户,但却损害了新客户的利益,造成新客户需求量缩减.从某种意义上说明,若零售商前期采取的是无以旧换新 B 策略,那么后期自主以旧换新策略的实行虽然加强了客户黏度(即老客户的再次购买),但也削弱了对潜在新客户的吸引力.

1) 与无以旧换新 A 策略比较的情形

以旧换新后老客户的支付变动

根据上述客户对以旧换新业务推行后的支付变动感知,可得该变动感知受客户因素变化的变化情况,见推论 6.

$$\Delta p_o^{CA} = p_r^{C*} - p_o^{C*} - p_r^{A*} = -\frac{\alpha(3+s-3\gamma) + 2\gamma(1-\alpha)(1+s-\gamma)}{4\eta} < 0,$$

因 A 策略中老客户需求为零,则知 $\Delta D_o^{CA} > 0$; 新客户的支付变动 $\Delta p_n^{CA} = p_r^{C*} - p_r^{A*} = \frac{\alpha(\gamma+s-1)}{4\eta} < 0$, 需求变动 $\Delta D_n^{CA} = D_n^{C*} - D_n^{A*} = \frac{\alpha(1-\gamma-s)}{4\eta} > 0$.

推论 6 对于无以旧换新 A 策略,新老客户在自主以旧换新推行后所感知的价格减量 $|\Delta p_o^{CA}|$ 、 $|\Delta p_n^{CA}|$ 随老客户的市场占比 α 增大而增大,随着旧产品折旧度 γ 增大而缩小.相对于无以旧换新 B 策略,老客户感知的价格减量 $|\Delta p_o^{CB}|$ 随 α 增加而缩小,但新客户的情况却相反,其增量 Δp_n^{CB} 随 α 增加而增大;此外,当 $\gamma \in (0, \delta)$ 时,老客户的 $|\Delta p_o^{CB}|$ 随 γ 增加而增大,其他情况则相反,其中 $\delta = 2(1-\alpha)(\sqrt{4\alpha+2\alpha s-2\alpha^2 s}-2\alpha)$,而新客户的 Δp_n^{CB} 则一直随着 γ 增加而缩小.在可行解范围内,更形象的感知变动可如图 4、图 5 所示.

2) 与无以旧换新 B 策略比较的情形

与 1) 情形类似,老客户的支付变动

$$\Delta p_o^{CB} = p_r^{C*} - p_o^{C*} - p_r^{B*} = -\frac{\alpha s + 2\gamma(1-\alpha)(1+s-\gamma)}{4\eta} < 0,$$

需求变动

$$\Delta D_o^{CB} = D_o^{C*} - D_o^{B*} = \frac{\alpha[\alpha s + 2\gamma(1-\alpha)(1+s-\gamma)]}{4\gamma\eta} > 0;$$

但是新客户的支付变动则为 $\Delta p_n^{CB} = p_r^{C*} - p_r^{B*} = \frac{\alpha s + 2\alpha(1-\gamma)}{4\eta} > 0$, 其需求变动

证明 见附录中 A3.

推论 6 表明若零售商目前执行是无以旧换新 A 策略,则老客户占比越大,新老客户期待以旧换新业务推行的意愿就愈加强烈,这与现实中老客户成为市场主流和新客户欲从中获得价格优惠所驱动的自主以旧换新策略的开展相吻合,同时也

$$\Delta D_n^{CB} = D_n^{C*} - D_n^{B*} = -\frac{(1-\alpha)[\alpha s + 2\alpha(1-\gamma)]}{4\eta} < 0.$$

发现当 γ 达到条件 $(\gamma + s < 1)$ 最大时, 新老客户对 A 策略和以旧换新策略的价格感知基本无差异, 这是因为 γ 的增大令老客户逐渐过渡成新客户, 使得零售商在以旧换新定价时弱化了价格歧视; 若零售商目前执行的是无以旧换新 B 策略, 则当 α 较大时, 老客户对 B 策略和以旧换新策略的价格感知差异不是很明显, 而新客户则相反; 此外, 在现实中, 老客户希望零售商对其旧产品的折旧度评估低于阈值 $2(1 - \alpha)(\sqrt{4\alpha + 2\alpha s - 2\alpha^2 s} - 2\alpha)$, 而新客户则希望评估的折旧度越高越好。

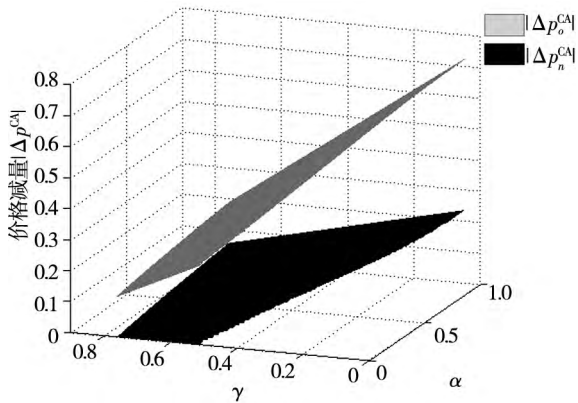


图 4 与无以旧换新策略 A 相比的价格减量

Fig. 4 Price drop under the trade-in strategy compared with strategy A

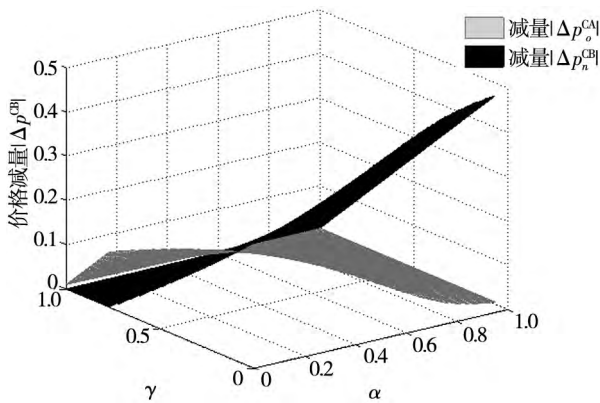


图 5 与无以旧换新策略 B 相比的价格增减量

Fig. 5 Price rise or drop under the trade-in strategy compared with strategy B

结论 4 由推论 5、6 知, 零售商推行的以旧换新业务总是利于老客户, 然而有时候却损害了新客户的利益, 且新老客户对开展以旧换新业务的期待或厌恶程度均受 α 、 γ 影响, 因此零售商在进行以旧换新策略选择时, 务必均衡考虑市场中老客户的占比和旧产品的折旧情况, 才能更好地

服务市场, 提高或维持客户满意度。

3.2 客户因素对自主以旧换新策略选择、效率的影响

由 3.1 节知, 在不少情况下, 供应链的各方都能从自主以旧换新策略中获益。本节将进一步分析客户因素 α 、 γ 对自主以旧换新策略需求、选择和效率的影响。

推论 7 在自主以旧换新策略下, 老客户的市场需求量 D_o^{C*} 随着旧产品折旧度 γ 的增大而增加, 新客户的市场需求量 D_n^{C*} 却随着 γ 的增大而减少; 而新老客户的市场需求量与 α 的关系则为:

1) 老客户的市场需求量 D_o^{C*} 与 α 的关系

(i) 当 $\gamma > \frac{1+c}{2} - s$ 时, $\alpha \uparrow \rightarrow D_n^{C*} \uparrow$

(ii) 当 $1 + \frac{k}{\gamma^2} - s < \gamma < \frac{1+c}{2} - s$ 时, 若 $\alpha \in$

$(0, \frac{\gamma[k + \sqrt{k(\gamma + s - 1)}]}{k(\gamma - 1)})$, 则 $\alpha \uparrow \rightarrow$

$D_n^{C*} \downarrow$; 若 $\alpha \in (\frac{\gamma[k + \sqrt{k(\gamma + s - 1)}]}{k(\gamma - 1)}, 1)$, 则

$\alpha \uparrow \rightarrow D_n^{C*} \uparrow$

(iii) 当 $\gamma < 1 + \frac{k}{\gamma^2} - s$ 时, $\alpha \uparrow \rightarrow D_n^{C*} \downarrow$

公式中 $k = (c - 2\gamma)(1 - \gamma) + s(2\gamma - 1)$ 。

2) 新客户的市场需求量 D_n^{C*} 与 α 的关系

(i) 当 $\gamma > \mu$ 或 $\gamma > \frac{1}{\mu}$ 时, $\alpha \uparrow \rightarrow D_n^{C*} \downarrow$

(ii) 当 $\gamma < \mu < \frac{1}{\gamma}$ 时, 若 $\alpha \in (0, \frac{\gamma - \sqrt{\mu\gamma}}{\gamma - 1})$,

则 $\alpha \uparrow \rightarrow D_n^{C*} \uparrow$; 若 $\alpha \in (\frac{\gamma - \sqrt{\mu\gamma}}{\gamma - 1}, 1)$, 则

$\alpha \uparrow \rightarrow D_n^{C*} \downarrow$

公式中 $\mu = \frac{1 - s - \gamma}{(1 - \gamma)(2 - c) - s}$ 。

证明 见附录中 A4。

下面为探讨客户因素 α 、 γ 对零售商自主以旧换新策略选择的影响, 不失一般性, 将参数 c 、 s 设置为 $c = 0.06$, $s = 0.02$, 比较第 2 节中各策略的零售商利润, 同时结合式 (8)、式 (14) 和式 (23) 的可行性条件可得下图 6。

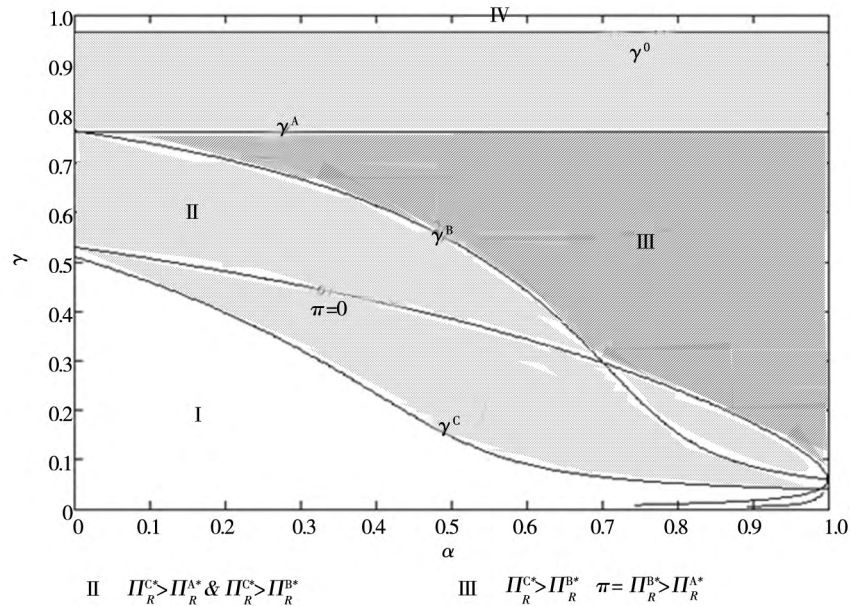


图6 零售商的策略选择与 α 、 γ 的关系

Fig. 6 α and γ influence on retailer's strategy choice

如图6所示,无以旧换新A策略的可行域为 $\gamma \leq \gamma^A$, 无以旧换新B策略的可行域为 $\gamma^B \leq \gamma \leq 1$, 自主以旧换新策略的可行域为 $\gamma^C \leq \gamma < \gamma^0 = 1 - s$. 通过对零售商三种策略利润的比较发现: 当 α 、 γ 值落在区域I时, 由于无以旧换新B策略和以旧换新策略没有可行解, 零售商将选择无以旧换新A策略; 而在区域II内, 零售商始终选择自主以旧换新, 因为在该区域内 $\Pi_R^{C^*} > \Pi_R^{A^*} \ \& \ \Pi_R^{C^*} > \Pi_R^{B^*}$, 另外本文发现在区域II内的区域III中, 无以旧换新B策略要优于A策略, 因此当 α 、 γ 值在区域III时, 若零售商因以旧换新存在风险而放弃投资的话, 可以退而求次选择无以旧换新B策略; 在区域IV中, 由于无以旧换新A策略和自主以旧换新策略均不存在可行解, 零售商将选择无以旧换新B策略. 由此可知, 在满足条件 $\gamma < 1 - s$ 下, 假设 α 或 γ 固定不变, 则当 γ 或 α 大于一定阈值时, 零售商适宜采用自主以旧换新策略. 上述结果说明, 在该条件设置下, 只要自主以旧换新策略具有可行解时, 都是该策略占优, 从现实角度分析, 这是因为零售商在保证获利的前提下, 降低零售价, 最大限度地剥取消费者效用, 从而获得最大利润. 因此, 在进行自主以旧换新策略选择前, 零售商提前对 α 、 γ

因素进行市场调查, 有利于做出正确的策略选择.

再分析客户因素对以旧换新策略下零售商和制造商的利润影响, 且研究新老客户对该利润的贡献情况. 根据上述参数 c 、 s 的设置, 可得 α 和 γ 对零售商、制造商利润的影响如图7~图10所示.

在图7中, 虚线 γ^A 、 γ^B 和 γ^C 分别代表A策略、B策略和自主以旧换新策略的可行解阈值, 所以利润虚线表示该部分利润不存在(下面图8~图10中的虚线代表同样的意思, 不再做说明). 由图7可知, 在以旧换新策略下, 零售商的总利润随 γ 先减后增, 现象原因不难分析: 在图7中, 新客户贡献的利润一直在减少, 但速度趋向于平缓, 而老客户所贡献的利润一直在增加, 且速度越来越快, 因而当 γ 达到一定阈值时, 以旧换新策略中增加的老客户利润就能弥补因零售价升高而减少的新客户利润. 另外, 通过比较有无以旧换新策略时新老客户的利润贡献, 发现老客户在以旧换新策略下所贡献的利润始终高于其在无以旧换新A或B策略下, 这说明了以旧换新策略所提供的抵消价格 p_0 能为零售商争取到更多的老客户.

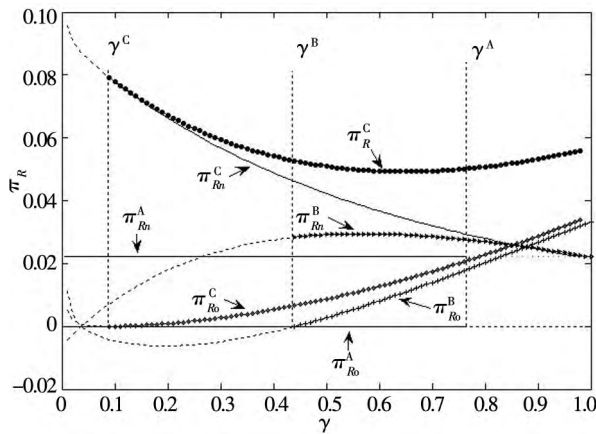


图 7 当 $\alpha = 0.6$ 时, 零售商利润随 γ 变化及客户利润贡献
 Fig. 7 Retailer's profit changes along with γ when $\alpha = 0.6$

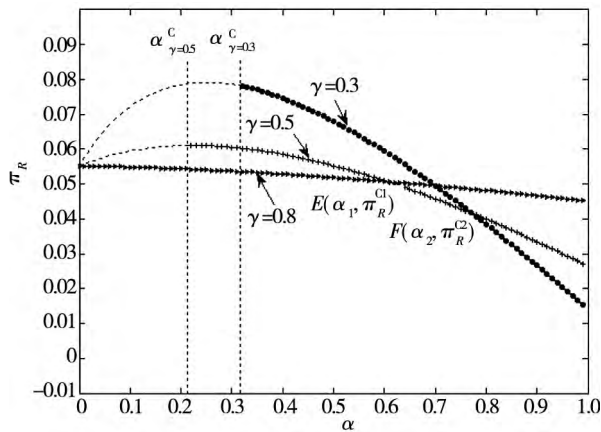


图 8 在不同 γ 值下, 零售商利润随 α 的变动情况
 Fig. 8 Retailer's profit changes along with α under different γ

图 8 反映的是零售商利润随 α 、 γ 变化的情况. 图中的虚线 $\alpha_{\gamma=0.5}^C$ 是以旧换新策略在 $\gamma = 0.5$ 情形下具有可行解的 α 临界值($\alpha_{\gamma=0.3}^C$ 同理), 而点 $E(\alpha_1, \pi_R^C)$ 和 $F(\alpha_2, \pi_R^C)$ 分别是零售商在 $\gamma = 0.5$ 情形下的利润函数线与其在 $\gamma = 0.8$ 、 $\gamma = 0.3$ 情形下的交点. 由图可知, 在可行解范围内, 零售商利润皆随老客户的市场占比 α 的增加而减少. 这是因为当 α 增大时, 新客户的市场需求量被压缩, 老客户的需求量增加, 但老客户的消费者效用始终小于新客户, 所以必然导致零售商总利润减少. 同时, 图 8 显示在 α 较小时($\alpha_{\gamma=0.3}^C \sim \alpha_1$), 零售商利润随着 γ 的增大而减少; 而在 α 较大时($\alpha_1 \sim \alpha_2$), 零售商利润随着 γ 的增大先减后增(该情况与图 7 一致); 当 α 极大时($\alpha_2 \sim 1$), 零售商利润随着 γ 的增大一直增加. 这是因为市场中的客户比例和产品价值感知共同影响着零售商的利润, α 较小时, 新客户是市场的

主流, 从命题 3 中易知零售价会因 γ 的增大而升高, 因此会损害新客户的利益, 导致新客户流失, 造成利润减少; 而 α 极大时, 老客户是市场的主流, γ 的增大虽然损害了新客户的利益, 但却大大提高了老客户对产品的支付意愿, 最终使得总利润增加; 而 α 比较大是一个折中的状态, 所以零售商利润会出现先减后增的现象.

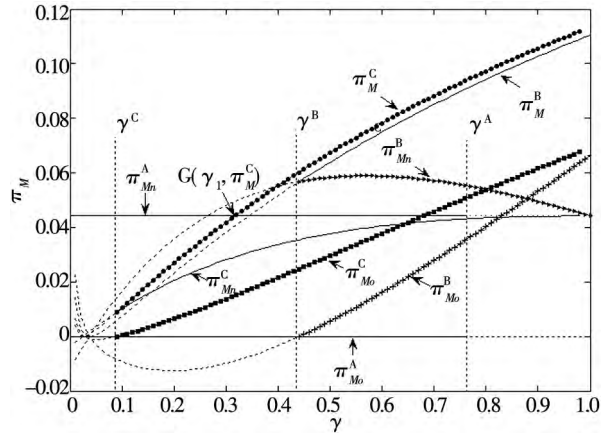


图 9 当 $\alpha = 0.6$ 时, 制造商利润随 γ 变化及客户利润贡献
 Fig. 9 Manufacturer's profit changes along with γ when $\alpha = 0.6$

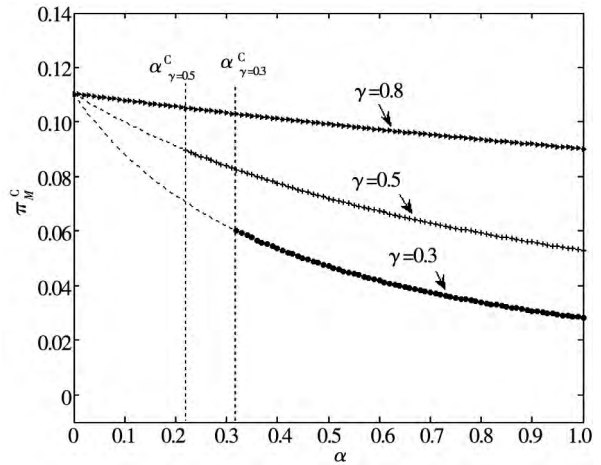


图 10 在不同 γ 值下, 制造商利润随 α 的变动情况
 Fig. 10 Manufacturer's profit changes along with α under different γ

在图 9 中, 点 $G(\gamma_1, \pi_M^1)$ 是制造商在自主以旧换新策略下和无以旧换新 A 策略下的利润函数线 π_M^C 、 π_M^A 的交点. 分析图 9 可知, 在自主以旧换新策略下, 制造商的总利润随 γ 增大而增加, 虽然在可行解范围内自主以旧换新策略比无以旧换新 B 策略有优势, 但却发现其实在 $\gamma \in (\gamma^C, \gamma_1]$ 区域中, 无以旧换新 A 策略对制造商更有利, 这表明对制造商最有利的策略与对零售商最有利的策略并非完全一致, 这里论证了 3.1 节中的结

论3. 其次,与图7中零售商的情况不同,以旧换新策略下新客户对制造商的利润贡献与老客户的类似,也随着 γ 的增大而增大.原因在于虽然零售商提高了零售价,导致新客户的市场需求降低,但制造商提高批发价格维持了这部分利润.再者,本文发现在无以旧换新A或B策略下新客户的利润贡献始终高于其在自主以旧换新策略下的情况,但随着 γ 的增大,三种策略的新客户利润贡献趋向一致.这是因为当 γ 增大时,新老客户间的支付意愿差距减小,零售商制定的零售价格差也会减小,所以策略间的新客户市场相异度减小,且趋向一致;而且当 γ 大于一定阈值时,老客户对制造商的利润贡献大于新客户.

图10是制造商在以旧换新策略下的总利润随 γ 、 α 变化的情况.从图可知,与零售商情况一致,制造商的总利润随着 α 的增加而减少;但与零售商不同的是制造商的利润随着 γ 的增大而增加,且 $\Delta\gamma$ 对利润的贡献随着 α 的增大而增大.

4 结束语

产品的快速更新换代致使消费者对以旧换新的需求越来越大,以旧换新不但满足了消费者的产品升级需求,也有助于企业将升级产品推向市场.针对当前众多企业自主推行以旧换新的背景,本文以供应链视角分析零售商是否应该自主

推行以旧换新业务,并讨论市场因素对策略选择、新老客户需求的影响等问题.研究发现零售商的市场策略受产品成本、市场客户比例和旧产品折旧度等因素的影响,当市场中老客户较少时,零售商适宜仅以新客户为服务对象,而当市场较成熟(即老客户较多)时,零售商实行以旧换新策略更有利.例如已有一定用户规模的iPhone、三星,因此在实际操作中,企业应当充分考虑产品的市场覆盖情况和旧产品相对折旧等影响因素再确定市场策略,且定期调整决策.某些情况下,零售商推行以旧换新政策虽有益于自身,但可能会损害制造商的利益,这或许会影响彼此的合作关系.因此零售商抉择时还应适当斟酌这些潜在影响;老客户总是期待零售商能推行以旧换新,但新客户则不然,因为有时以旧换新的推行反而使得新客户支付的费用增加了,且发现新老客户对以旧换新政策的期待或厌恶程度均受客户市场比例、产品折旧程度影响.

供应链中成员的关系复杂多变,本文仅讨论了成员独立决策下的零售商自主以旧换新策略选择问题,尚未探讨供应链集成或协作的情形.鉴于本文发现某些情况下制造商的期望策略与零售商的最优策略相悖,因此后续研究可探讨成员协作、风险分担下的策略选择问题,且由于供应链的渠道结构、竞争模式日新月异,探讨多零售渠道或网络渠道竞争下的以旧换新策略也是未来的重要研究方向.

参考文献:

- [1] O'Rourke D. The science of sustainable supply chains [J]. *Science*, 2014, 344(6188): 1124 - 1127.
 - [2] Lee K H, Shin D Y. Consumers' responses to CSR activities: The linkage between increased awareness and purchase intention [J]. *Public Relations Review*, 2010, 36(2): 193 - 195.
 - [3] Huang J, Leng M M, Liang L P, et al. Qualifying for a government's scrappage program to stimulate consumers' trade-in transactions? Analysis of an automobile supply chain involving a manufacturer and a retailer [J]. *European Journal of Operational Research*, 2014, 239(2): 363 - 376.
 - [4] Wang Y X, Chang X Y, Chen Z G, et al. Impact of subsidy policies on recycling and remanufacturing using system dynamics methodology: A case of auto parts in China [J]. *Journal of Cleaner Production*, 2014, 74(1): 161 - 171.
 - [5] Ino H. Optimal environmental policy for waste disposal and recycling when firms are not compliant [J]. *Journal of Environmental Economics and Management*, 2011, 62(2): 290 - 308.
 - [6] 马卫民, 赵璋. 以旧换新补贴对不同模式闭环供应链的影响 [J]. *系统工程理论与实践*, 2012, 32(9): 1938 - 1944.
- Ma Weimin, Zhao Zhang. Different models of closed-loop supply chain with the government replacement-subsidy [J]. *Sys-*

- tems Engineering: Theory & Practice, 2012, 32(9): 1938–1944. (in Chinese)
- [7] 马卫民, 赵璋. 以旧换新补贴对具有不同等级产品闭环供应链的影响研究[J]. 中国管理科学, 2013, 21(3): 113–117.
Ma Weimin, Zhao Zhang. How does government replacement-subsidy influence the closed-loop supply chain with different grades of products[J]. Chinese Journal of Management Science, 2013, 21(3): 113–117. (in Chinese)
- [8] Ma W M, Zhao Z, Ke H. Dual-channel closed-loop supply chain with government consumption-subsidy[J]. European Journal of Operational Research, 2013, 226(2): 221–227.
- [9] Adda J, Cooper R. Balladurette and Juppette: A discrete analysis of scrapping subsidies[J]. Journal of Political Economy, 2000, 108(4): 778–806.
- [10] Schweinfurth A. Car-scrapping schemes: An effective economic rescue policy? [N]. International Institute for Sustainable Development, 2010–4–21.
- [11] 肖兴志, 王伊攀. 政府补贴与企业社会资本投资决策——来自战略性新兴产业的经验证据[J]. 中国工业经济, 2014, 318(9): 148–160.
Xiao Xingzhi, Wang Yipan. Government subsidies and enterprise decision of social capital investment: Evidence from strategic emerging industries[J]. China Industrial Economics, 2014, 318(9): 148–160. (in Chinese)
- [12] Arcelus F J, Gor R, Srinivasan G. Price, rebate and order quantity decisions in a newsvendor framework with rebate-dependent recapture of lost sales[J]. International Journal of Production Economics, 2012, 140(1): 473–482.
- [13] Caliskan-Demirag O, Keskinocak P, Swann J. Customer rebates and retailer incentives in the presence of competition and price discrimination[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 215(1): 268–280.
- [14] Arcelus F J, Kumar S, Srinivasan G. The effectiveness of manufacturer vs. retailer rebates within a newsvendor framework[J]. European Journal of Operational Research, 2012, 219(2): 252–263.
- [15] Cabral L, Li L. Adollar for your thoughts: Feedback-conditional rebates on eBay[J]. Management Science, 2015, 61(9): 2052–2063.
- [16] Ailawadi K L, Gedenk K, Langer T, et al. Consumer response to uncertain promotions: An empirical analysis of conditional rebates[J]. International Journal of Research in Marketing, 2014, 31(1): 94–106.
- [17] Levinthal D A, Purohit D. Durable goods and product obsolescence[J]. Marketing Science, 1989, 8(1): 35–56.
- [18] Ray S, Boyaci T, Aras N. Optimal prices and trade-in rebates for durable, remanufacturable products[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2005, 7(3): 208–228.
- [19] 段理慧. 基于客户细分的耐用品以旧换新再制造定价策略研究[D]. 四川: 西南财经大学, 2013.
Duan Lihui. Study on trade-in and remanufactured durable goods based on customer segment[D]. South Western University of Finance and Economics, 2013. (in Chinese)
- [20] 吴鹏. 考虑以旧换新的定价策略优化模型[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(5): 1188–1195.
Wu Peng. Optimal pricing strategies for the adoption of a trade-in scheme[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2014, 34(5): 1188–1195. (in Chinese)
- [21] 周垂日, 吴钰, 许传永, 等. 产品以旧换新的决策模型分析[J]. 中国管理科学, 2011, 19(专辑): 431–434.
Zhou Chuirì, Wu Yu, Xu Chuanyong, et al. Decision model of appliance product by trade-in policy[J]. Chinese Journal of Management Science, 2011, 19(special issue): 431–434. (in Chinese)
- [22] Gu Q L, Gao T G. Price decisions of new product based on subsidy-price-depending and payment-sharing[J]. Physics Procedia, 2012, 24(part B): 1073–1080.
- [23] Agrawal V, Ferguson M, Souza G C. Trade-in rebates for price discrimination or product recovery[C]. Informs Conference, San Francisco, CA, November 2014.
- [24] Huang X M, Gu J W, Ching W K, et al. Impact of secondary market on consumer return policies and supply chain coordination[J]. Omega, 2014, 45: 57–70.
- [25] 聂佳佳. 零售商信息分享对闭环供应链回收模式的影响[J]. 管理科学学报, 2013, 16(5): 69–82.
Nie Jiajia. Effects of retailer information sharing on collecting modes of closed-loop supply chain[J]. Journal of Management Sciences in China, 2013, 16(5): 69–82. (in Chinese)
- [26] Hong X, Xu L, Du P, et al. Joint advertising, pricing and collection decisions in a closed-loop supply chain[J]. Interna-

- tional Journal of Production Economics ,2015 ,167: 12 – 22.
- [27]孟庆峰,盛昭瀚,陈敬贤,等. 考虑行为外部性的多零售商销售努力激励[J]. 管理科学学报,2014 ,17(12) : 1 – 13.
Meng Qingfeng , Sheng Zhaohan , Chen Jingxian , et al. Motivating multi-retailers sales efforts considering external effects [J]. Journal of Management Sciences in China ,2014 ,17(12) : 1 – 13. (in Chinese)
- [28]骆品亮,傅联英. 零售企业平台化转型及其双边定价策略研究[J]. 管理科学学报,2014 ,17(10) : 1 – 12.
Luo Pinliang , Fu Lianying. Platformization and two-sided pricing strategies for retailers [J]. Journal of Management Sciences in China ,2014 ,17(10) : 1 – 12. (in Chinese)
- [29]赵晓敏,高方方,林英晖. 基于顾客退货的闭环供应链运作绩效研究[J]. 管理科学,2015 ,28(1) : 66 – 82.
Zhao Xiaomin , Gao Fangfang , Lin Yinghui. Research on operational performance of a closed-loop supply chain with customer returns [J]. Journal of Management Science ,2015 ,28(1) : 66 – 82. (in Chinese)
- [30]罗 霞,鲁若愚. 产品更新的财务特点及其净现值法的优化[J]. 研究与发展管理,2003 ,15(6) : 32 – 37.
Luo Xia , Lu Ruoyu. The financial properties and optimization for the NPV of the products' renewing process [J]. R&D Management ,2003 ,15(6) : 32 – 37. (in Chinese)
- [31]Oraiopoulos N , Ferguson M E , Toktay L B. Relicensing as a secondary market strategy [J]. Management Science ,2012 , 58(5) : 1022 – 1037.
- [32]Qi L , Sawhill J. How durable should durable products be made under different scenarios of technological advance? [J]. International Journal of Production Economics ,2014 ,156: 75 – 82.
- [33]熊中楷,王 凯,熊 榆. 经销商从事再制造的闭环供应链模式研究[J]. 管理科学学报,2011 ,14(11) : 1 – 9.
Xiong Zhongkai , Wang Kai , Xiong Yu. Research on the closed-loop supply chain that the distributor engages in remanufacturing [J]. Journal of Management Sciences in China ,2011 ,14(11) : 1 – 9. (in Chinese)
- [34]Wu C H. OEM product design in a price competition with remanufactured product [J]. Omega ,2013 ,41(2) : 287 – 298.

Autonomous trade-in strategy for retailer with market segmentation

YAN Bo , LI Hong-yuan , WANG Tao , LIU Yan-ping

School of Economics and Commerce , South China University of Technology , Guangzhou 510006 , China

Abstract: With more and more companies beginning to carry out autonomous trade-in strategy , this paper builds strategy models from the viewpoint of supply chain based upon the market segmentation and consumer utility. The models are used to study the selection of autonomous trade-in strategy and corresponding supply chain decision-making problems. The study focuses on analyzing the impact of market segmentation and product depreciation on strategy selection , decision making , and supply chain efficiency. It is found that the strategy selection of the retailer depends on the proportion of the external customers and the degree of the product depreciation in addition to the manufacturing cost. When the proportion of old customers and the degree of the products depreciation fall into a certain region , the autonomous trade-in strategy works better than either non-trade-in strategies. In some cases , the manufacturer' s expectation strategy runs in contrast to the retailer' s optimal strategy. Supply chain efficiency is impacted by the proportion of customers and the product depreciation. In addition , when the proportion of old customers or the product depreciation is above a certain threshold , the old customers make more contributions to the main bodies' profit than new customers. The research provides certain theoretical guidance for companies implementing the trade-in policy in the supply chain environment.

Key words: supply chain; trade-in; consumer utility; retailer; market segmentation

附录

A1: 推论 3 中的部分公式证明

$$\text{公式: } \frac{\partial \Pi_R^{C^*}}{\partial c} = -\frac{\gamma + \alpha s - c\eta}{8\gamma} < 0, \frac{\partial \Pi_M^{C^*}}{\partial c} = -\frac{\gamma + \alpha s - c\eta}{4\gamma} < 0, \frac{\partial \Pi_M^{C^*}}{\partial s} = \frac{\alpha(\gamma + \alpha s - c\eta)}{4\gamma\eta} > 0$$

证明 因 $\eta = \alpha + \gamma - \alpha\gamma$, 又根据三个公式可知, 只需证明 $\gamma + \alpha s - \alpha c - c\gamma + \alpha c\gamma > 0$ 则可.

由 $\gamma + \alpha s - \alpha c - c\gamma + \alpha c\gamma > 0$ 可化为 $c < \frac{\gamma + \alpha s}{\alpha + \gamma - \alpha\gamma}$, 又已知 $c < \gamma + s$, 则只需证明 $\frac{\gamma + \alpha s}{\alpha + \gamma - \alpha\gamma} > \gamma + s$.

$$\text{由 } \frac{\gamma + \alpha s}{\alpha + \gamma - \alpha\gamma} - (\gamma + s) = \frac{\gamma + \alpha s - (\gamma + s)(\alpha + \gamma - \alpha\gamma)}{\alpha + \gamma - \alpha\gamma} = \frac{\gamma(1 - \alpha) - \gamma^2(1 - \alpha) - s\gamma(1 - \alpha)}{\alpha + \gamma - \alpha\gamma} = \frac{\gamma(1 - \alpha)(1 - \gamma - s)}{\alpha + \gamma - \alpha\gamma} > 0 \text{ 得证.}$$

A2: 生产成本 c 的具体条件区间

条件区间			
$c_1 < 0$	$0 < c_2 < 1$	$0 < c_3 \leq c_2$	$c \in (0, \rho_3]$
			$c \in (c_3, \rho_2]$
			$c \in (c_2, 1)$
	$1 < c_2$	/	$c \in (0, \rho_3]$
			$c \in (c_3, 1)$
$0 < c_1 < 1$	$c_2 < 1$	$0 < c_3 \leq c_1$	$c \in (0, \rho_3]$
			$c \in (c_3, \rho_1]$
			$c \in (c_1, \rho_2]$
		$c_1 < c_3 \leq c_2$	$c \in (0, \rho_1]$
			$c \in (c_1, \rho_3]$
			$c \in (c_3, \rho_2]$
	$c_2 > 1$	$0 < c_3 \leq c_1$	$c \in (0, \rho_1]$
			$c \in (c_1, \rho_2]$
			$c \in (c_3, 1)$
		$c_1 < c_3 < 1$	$c \in (0, \rho_1]$
			$c \in (c_1, \rho_3]$
			$c \in (c_3, 1)$

A3: 推论6的证明

证明 由推论5可求得 $\frac{\partial |\Delta p_o^{CA}|}{\partial \alpha} = \frac{\partial |\Delta p_o^{CA}|}{\partial \alpha} = \frac{\gamma(1-s-\gamma)}{4\eta^2} > 0$, 则新老客户的价格降幅与 α 成正比; $\frac{\partial |\Delta p_o^{CA}|}{\partial \gamma} = -\frac{2\alpha^2(1-\gamma)^2 + 2\gamma(2\alpha - 2\alpha\gamma + \gamma) + \alpha(1-s+\alpha s)}{4\eta^2} < 0$ 且 $\frac{\partial |\Delta p_n^{CA}|}{\partial \gamma} = -\frac{\alpha(1-s+\alpha s)}{4\eta^2} < 0$, 即新老客户的价格降幅与 γ 成反比. 与策略B相比时, 知 $\frac{\partial |\Delta p_o^{CB}|}{\partial \alpha} = -\frac{\gamma(2+s-2\gamma)}{4\eta^2} < 0$, 即老客户的价格降幅与 α 成反比, 而由 $\frac{\partial |\Delta p_n^{CB}|}{\partial \alpha} = \frac{\gamma(2+s-2\gamma)}{4\eta^2} > 0$, 即新客户的价格增幅与 α 成正比; $\frac{\partial^2 |\Delta p_o^{CB}|}{\partial^2 \gamma} = -\frac{\alpha(1-\alpha)(2+s-\alpha s)}{2\eta^3} < 0$, $\frac{\partial |\Delta p_o^{CB}|}{\partial \gamma} = \frac{(1-\alpha)[\alpha(2+s-4\gamma) - 2\gamma^2(1-\alpha)]}{4(\alpha+\gamma-\alpha\gamma)^2}$, 令 $\frac{\partial |\Delta p_o^{CB}|}{\partial \gamma} = 0$, 则求得解 $\gamma_1 = -2(1-\alpha)(2\alpha + \sqrt{4\alpha + 2\alpha s - 2\alpha^2 s}) < 0$, $0 < \gamma_2 = 2(1-\alpha)(\sqrt{4\alpha + 2\alpha s - 2\alpha^2 s} - 2\alpha) < 1$, 即知老客户的价格降幅与 γ 先成正比、后成反比, 由 $\frac{\partial |\Delta p_n^{CB}|}{\partial \gamma} = -\frac{\alpha(2+s-\alpha s)}{4\eta^2} < 0$ 知新客户的价格增幅与 γ 成反比.

A4: 推论7的证明

证明 由2.3节知 $\frac{\partial D_o^{C*}}{\partial \gamma} = \frac{\alpha(c-s)}{4\gamma^2} + \frac{\alpha(1-\alpha)(\alpha s + 1 - s)}{4\eta^2} > 0$, 即 D_o^{C*} 与 γ 成正比, $\frac{\partial D_n^{C*}}{\partial \gamma} = -\frac{\alpha(1-\alpha)(\alpha s + 1 - s)}{4\eta^2} < 0$, 即 D_n^{C*} 与 γ 成反比; 求得 $\frac{\partial^2 D_o^{C*}}{\partial \alpha^2} = \frac{\gamma(1-\gamma-s)}{2\eta^3} > 0$, $\frac{\partial D_o^{C*}}{\partial \alpha} = \frac{2\gamma-c+s}{4\gamma} - \frac{(\alpha+\gamma-\alpha\gamma)[1-s(1-\alpha)^2] - \alpha(\alpha s - s + 1)}{4(1-\alpha)(\alpha+\gamma-\alpha\gamma)^2}$, 令 $\frac{\partial D_o^{C*}}{\partial \alpha} = 0$, 求解得 $\alpha' = \frac{\gamma[k \pm \sqrt{k(\gamma+s-1)}]}{k(\gamma-1)}$, 其中 $k = (c-2\gamma)(1-\gamma) + s(2\gamma-1)$, 由于 $\gamma+s < 1$, 即知 $k < 0$, 判断知 $\alpha_1' = \frac{\gamma[k - \sqrt{k(\gamma+s-1)}]}{k(\gamma-1)} < 0$, 然后对 $\alpha_2' = \frac{\gamma[k + \sqrt{k(\gamma+s-1)}]}{k(\gamma-1)}$ 进行大小判断即可得 D_o^{C*} 与 α 的关系; 同时求得 $\frac{\partial^2 D_n^{C*}}{\partial \alpha^2} = \frac{\gamma(\gamma+s-1)}{2\eta^3} < 0$, 且 $\frac{\partial D_n^{C*}}{\partial \alpha} = \frac{\gamma(1-\gamma-s)}{4(1-\gamma)(\alpha+\gamma-\alpha\gamma)^2} + \frac{s-(1-\gamma)(2-c)}{4(1-\gamma)}$, 令 $\frac{\partial D_n^{C*}}{\partial \alpha} = 0$, 求解得 $\alpha' = \frac{\gamma \pm \sqrt{\gamma(1-s-\gamma)/[(1-\gamma)(2-c)-s]}}{\gamma-1}$, 判断得 $\alpha_1' = \frac{\gamma + \sqrt{\gamma(1-s-\gamma)/[(1-\gamma)(2-c)-s]}}{\gamma-1} < 0$ 随后对 $\alpha_2' = \frac{\gamma - \sqrt{\gamma(1-s-\gamma)/[(1-\gamma)(2-c)-s]}}{\gamma-1}$ 进行大小判断则可得证.