第 20 卷第 7 期
2017 年 7 月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 20 No. 7
Jul. 2017

基于时变跳跃次数的基准利率风险测算研究①

迟国泰[1]，段 翀[1,2*]
(1. 大连理工大学管理与经济学部，大连 116024; 2. 内蒙古科技大学理学院，包头 014010)

摘要: 各国央行包括美联储的利率调整和变动就是基准利率风险. 基准利率的变化势必要导致金融资产定价的变动和风险溢价. 本文通过自回归模型 AR 测算随时间变化的利率跳跃次数，确定基准利率跳跃的概率，利用伽马分布和正态分布分别测算基准利率跳跃的时间与幅度，根据利率跳跃的概率、时间和幅度确定基准利率跳跃风险溢价，建立基于时变跳跃次数的基准利率跳跃风险溢价测算模型，并利用中国上海证券交易所国债 7 天回购利率数据进行实证研究. 本文创新与特色: 1) 通过自回归模型 AR 测算时变的利率跳跃次数，测算利率发生跳跃的概率，确定基准利率跳跃风险溢价，揭示跳跃次数的动态变化规律，反映历史利率跳跃行为对未来利率跳跃行为的影响，改变现有研究以常数跳跃次数测算利率跳跃概率、无法真实反映利率跳跃的频繁程度，导致利率跳跃概率及利率跳跃风险溢价测算不准的弊端. 2) 研究表明，现有研究的常数跳跃次数仅仅是本文跳跃次数测算模型在参数 ρ、γ 等于 0 时的特例. 3) 通过利率跳跃的概率、时间和幅度确定基准利率的跳跃风险溢价，解决基准利率跳跃风险补偿的测算问题.

关键词: 基准利率; 基准利率风险; 基准利率跳跃; 跳跃次数; 跳跃幅度
中图分类号: F830.31 **文献标识码**: A **文章编号**: 1007 - 9807(2017)07 - 0086 - 18

0 引 言

基准利率是中国人民银行、美联储等央行制定的政策性指导利率，是存款、贷款及金融衍生品等金融资产定价的基准. 确定合理的基准利率对于金融产品定价及其利率风险管理意义重大. 例如，商业银行根据基准利率风险溢价来确定发放的贷款利率，能够保证获得正常收益的同时有效规避银行面临的利率风险. 各国央行包括美联储的利率调整和变动就是基准利率风险. 基准利率的变化势必要导致金融资产定价的变动和风险溢价. 实际利率市场中，突发事件如金融危机爆发、宏观经济政策出台等都会导致基准利率短时间内频繁发生大幅跳跃[1]. 例如，2008 年金融危机后中国人民银行 3 个月内连续 4 次下调贷款基准利率. 基准利率发生跳跃的概率越大、跳跃的幅度越大，投资者所要求的收益也就越大，这就是基准利率跳跃风险溢价[2]. 准确测算利率跳跃概率、跳跃幅度等参数方能确定合理的基准利率. 若利率跳跃概率、跳跃幅度等参数测算不准，基准利率跳跃风险溢价必然不准，导致基准利率乃至整个资产定价都不合理.

现有短期利率跳跃行为的代表性研究有，Hong 等[3]在一般化 CEV 利率模型中引入跳跃项，发现跳跃项改善边际分布拟合. Piazzes[4]对 Vasicek 模型加入了跳跃项，发现能更好捕捉利率

① 收稿日期: 2015 - 11 - 18; 修订日期: 2016 - 12 - 11.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71171031; 71471027); 国家社科基金资助项目(16BTJ017); 辽宁省社科规划基金资助项目(L16BJY016); 辽宁经济社会发展重点课题资助项目(2015lslktzdian-05); 大连银行小企业信用风险评级系统与贷款定价资助项目(2012 - 01); 中国邮政储蓄银行总行小额贷款信用风险评价与贷款定价资助项目(2009 - 07).
通讯作者: 段 翀(1981—)，男，内蒙古呼和浩特人，博士，讲师. Email: duanchong100@163.com

的变化. Benito 等[5] 证实跳跃单因子模型测算的表现较好. 张金清和周茂彬[6] 引入常数跳跃强度，建立了跳跃－Vasicel 模型. 陈浪南和孙坚强[7] 通过构建混合 GARCH 跳跃模型和实证研究来探讨股票市场资产收益的跳跃行为. Mancini 等[8] 利用非参数门限估计方法估计短期利率跳跃－扩散模型. Sorwara[9] 在线性 CKLS 模型引入跳跃过程，发现能更好地刻画利率变动. Beliaeva 等[10] 将跳跃过程引入 CEV 模型，指出引入跳跃过程模型的优越性. 吴吉林等[11] 构建了跳跃—扩散—机制转换模型，发现同业拆借利率具有存在明显的跳跃与机制转换. 谈正达和胡海鸥[12] 将利率跳跃次数设为常数，利用泊松分布测算利率的跳跃概率，建立了利率跳跃－扩散模型. 谢赤等[13] 假设跳跃幅度服从双指数分布，构建了双指数利率跳跃扩散模型. 孔继红[14] 引入跳跃捕捉利率增量的尖峰特征，构建了跳跃扩散模型.

现有短期利率跳跃行为研究的问题，现有研究将不同时期的利率跳跃次数 λ_t 设为常数、并以此常数测算利率跳跃概率，无法真实反映基准利率发生跳跃的频繁程度，导致利率跳跃概率以及利率跳跃风险溢价测算不准. 事实上，相对于市场平稳时期，金融危机时期货币当局调控经济更频繁，基准利率跳跃也越频繁[8]. 因此，基准利率跳跃的频繁程度是随着时间变化而发生变动的，即利率跳跃的次数是具有时变特征的.

现有基准利率的代表性研究有，Balduzzi 等[15] 以美联储制定的联邦基金利率为基准利率，分析了联邦基金利率对市场利率期限结构的影响，构建了受基准利率影响的利率期限结构模型. Piazzes[16] 以联邦基金目标利率为基准利率，并将其作为仿射模型的状态变量，发现这一模型能更准确地描述利率期限结构变化，提高了债券定价的准确性. 项卫星和李宏瑾[17] 指出代表性和基准性是金融市场基准利率的核心特征，通过等均值、等方差检验模型等方法分析发现，Shibor 能较好发挥货币市场基准利率的作用. 郭强等[18] 以 Shibor 为基准利率，研究中国人民银行各货币政策工具对超短期 Shibor 的影响.

现有基准利率的研究的问题，现有基准利率的研究大多集中在基准利率对货币政策或利率期限结构的影响，而忽视了基准利率变化不确定所带来的基准利率风险的补偿问题，从而无法为金融资产提供准确的定价基准.

针对上述问题，本文通过自回归模型 AR 测算随时间变化的基准利率发生跳跃的次数，以时变的跳跃次数测算基准利率跳跃的概率，根据基准利率发生跳跃的概率、时间和幅度确定基准利率跳跃风险溢价，建立基于时变跳跃次数的基准利率跳跃风险溢价测算模型，克服了现有研究将利率跳跃次数设为常数、无法真实反映基准利率跳跃的频繁程度，导致基准利率跳跃风险溢价测算不准的弊端，解决了基准利率风险补偿的测算问题.

1 基于时变跳跃次数的基准利率风险溢价测算原理

1.1 测算基准利率风险溢价的重要性

1) 资本资产定价模型

设 r_i－第 i 项资产的收益率; r_f－无风险利率; β_i－第 i 项资产的贝塔系数，反映第 i 项资产收益率对市场收益率变化的敏感程度; $\bar{r}$－市场的预期回报率. 则资本资产定价模型为[19]

$$r_i = r_f + \beta_i(\bar{r} - r_f) \tag{1}$$

式(1)右边第1项 r_f 是无风险利率，是投资者要求的必要的回报率. 式(1)右边第2项中的市场预期回报率 $\bar{r}$ 与无风险利率 r_f 的差($\bar{r} - r_f$)是市场的利率风险溢价; 用第 i 项资产的贝塔系数 β_i 与利率风险溢价($\bar{r} - r_f$)的乘积 $\beta_i(\bar{r} - r_f)$ 是第 i 项资产的利率风险溢价，用于补偿市场利率波动对第 i 项资产带来的利率风险.

式(1)的经济学含义，第 i 项资产收益率 r_i 等于无风险利率 r_f 与第 i 项资产的市场风险溢价 $\beta_i(\bar{r} - r_f)$ 的和.

需要指出，一是无风险利率 r_f 计算中用基准利率 r_0 来代替，式(1)右边第2项表示第 i 项资产的基准利率风险溢价. 二是历史数据的缺乏造成式(1)第2项贝塔系数 β_i 无法准确估计，导致利率风险溢价 $\beta_i(\bar{r} - r_f)$ 不准，造成资产定价不准[19].

由于贝塔系数 β_i 估计不准等缺陷，导致资产

定价模型使用受到限制；另一种资产价格确定方法是以市场一般价格水平为出发点，通过风险补偿累加确定金融资产的价格. 下文 1.1(2) 以贷款定价为例.

2) 价格领导的贷款定价模型

设 r—贷款利率；r_0—基准利率，中国人民银行确定；r_{DS}—违约风险溢价；r_{TS}—期限风险溢价；r_{obj}—银行预期利润率，银行确定. 则价格领导定价模型为[20]

$$r = r_0 + r_{DS} + r_{TS} + r_{obj} \tag{2}$$

式(2)经济学含义，贷款利率 r 由基准利率 r_0、违约风险溢价 r_{DS}、期限风险溢价 r_{TS}、银行预期利润率 r_{obj}这 4 部分累加得到的.

式(2)右边的基准利率 r_0是由中国人民银行规定的常数，但实际上基准利率并不是固定不变的，金融危机爆发、宏观经济政策出台等都会导致基准利率发生大幅变动[1].

基准利率变动的不确定性给银行发放贷款带来更高的利率风险，银行要求的预期收益率会更高. 因此，贷款定价必须考虑基准利率的风险溢价.

设 r_J为基准利率的风险溢价. 则增加基准利率的风险溢价的价格领导的贷款定价模型为

$$r = r_0 + r_J + r_{DS} + r_{TS} + r_{obj} \tag{3}$$

式(3)经济学含义，贷款利率 r 由基准利率 r_0、基准利率的风险溢价 r_J、违约风险溢价 r_{DS}、期限风险溢价 r_{TS}、银行预期利润率 r_{obj}这 5 部分累加得到.

式(3)本研究贷款定价模型与式(2)现有研究贷款定价模型区别在于

式(2)现有研究贷款定价模型仅由基准利率 r_0、违约风险溢价 r_{DS}、期限风险溢价 r_{TS}、银行预期利润率 r_{obj}这 4 部分累加得到，没有考虑基准利率变动对贷款利率的影响.

式(3)本研究贷款定价模型在式(2)贷款定价模型基础上，增加基准利率风险溢价 r_J来补偿基准利率变动给贷款带来的风险.

3) 准确测算基准利率风险溢价的重要性

基准利率是存款、贷款及金融衍生品等任何金融资产定价的基准.

实际中基准利率不是不变的，各国央行基准利率调整和变动是屡见不鲜的. 为补偿基准利率变动不确定性带来的风险，需要测算合理的基准利率风险溢价. 由资本资产定价模型及贷款定价模型可知，基准利率风险溢价测算不准导致基准利率乃至整个资产定价都不合理.

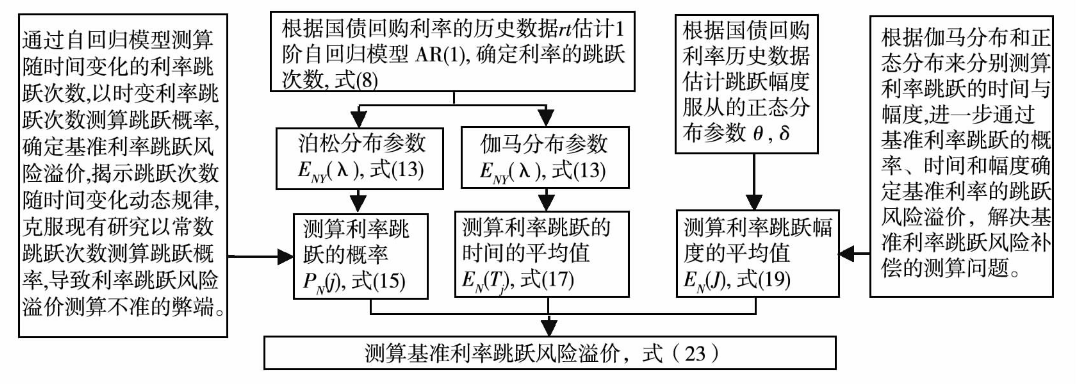

图 1 基于时变跳跃次数的利率跳跃风险溢价测算原理

Fig. 1 The calculation principle of interest rate jump risk premium based on time varying jump times

1.2 现有研究存在的问题

1) 现有利率跳跃概率的确定

以 1 周内利率发生 $j(j=0,1,2,\cdots)$ 次跳跃概率的计算为例.

设 λ_t – 第 t 周的利率跳跃次数，$t = 1,2,\cdots,T$，T 为周的个数；C – 过去 M 天的利率跳跃次数的周平均值，为一给定正常数，由下式(2)得到. 则[12]

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_T = C \tag{4}$$

式(4)的含义，第 1、2、…、T 周的利率跳跃次数 λ_1、λ_2、…、λ_T均等于一个相同正常数 C.

设 C – 过去 M 天的利率跳跃次数的周平均值；L – 过去 M 天内利率发生跳跃的次数；M – 过去一段时间总的天数. 则[12]

$$C = 7 \times (L/M) \tag{5}$$

式(5)的含义,过去 M 天的利率跳跃次数的周平均值 C 等于每周天数 7 乘以过去 M 天内利率跳跃次数的日平均值 L/M.

设 $E(\lambda)$—利率跳跃次数的周平均值;T—周的个数;λ_t—第 t 周的利率跳跃次数. 则

$$E(\lambda) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\lambda_t \tag{6}$$

现有研究表明泊松分布能够很好估计某段时间内利率发生 $j(j=0,1,2,\cdots)$ 次跳跃的概率[12]. 故本文采用泊松分布确定利率的跳跃概率.

设 $P(j)$—在 1 周之内利率跳跃 $j(j=0,1,2,\cdots)$ 次的概率;$E(\lambda)$—利率跳跃次数的周平均值;$\exp(\cdot)$—指数函数;$j!$—自然数 j 的阶乘. 则[12]

$$P(j) = [E(\lambda)]^j \exp(-E(\lambda))/j! \tag{7}$$

2) 现有研究存在的问题

利率跳跃次数反映了利率跳跃的频繁程度,利率跳跃次数越大,利率跳跃越频繁;反之亦然.

式(4)现有研究将第 1、2、…、T 周的利率跳跃次数 λ_1、λ_2、…、λ_T 设定为常数 C,这就相当于认为不同时期的利率跳跃频繁程度是完全相同的.

事实上与市场平稳时期不同,金融危机时期货币当局调控经济更频繁,基准利率跳跃也就越频繁.

表 1 是 2008 年 9 月 15 日金融危机爆发 1 年前即 2007 年 9 月 15 日与 1 年后即 2009 年 9 月 15 日这一时间区间的贷款基准利率跳跃情况,原始数据来源于中国人民银行网站[21].

由表 1 可知,金融危机爆发前后基准利率跳跃频繁程度不相同. 金融危机爆发 1 年前,即 2007 年 9 月 15 日至 2008 年 9 月 15 日这一时间段内,央行仅仅 2 次调整基准利率;而金融危机爆发不到 4 个月,央行就多达 5 次调整基准利率. 因此,基准利率跳跃的频繁程度是随着时间变化而发生变动的,即利率跳跃的次数是具有时变特征的.

综上可知,现有研究简单将不同时期的利率跳跃次数 λ_t 设为常数、并以此常数测算跳跃次数的平均值,确定利率的跳跃概率,无法真实反映利率跳跃的频繁程度,导致利率跳跃风险溢价测算不准.

表 1　金融危机前后基准利率跳跃情况

Table 1 The situation of benchmark rate jumps before the financial crisis and after the financial crisis

序号	跳跃时点	跳跃后基准利率 r(%)	一年内跳跃的次数
1	2007-09-15	7.29	2
2	2007-12-21	7.47	
3	2008-09-16	7.20	5
4	2008-10-09	6.93	
5	2008-10-30	6.66	
6	2008-11-27	5.58	
7	2008-12-23	5.31	

1.3　解决问题的思路

通过自回归模型 AR 测算随时间变化的基准利率跳跃的次数,以时变的跳跃次数测算得到利率跳跃的概率,确定利率跳跃风险溢价,揭示跳跃次数随时间变化的动态规律,反映历史利率跳跃行为对未来利率跳跃行为的影响,改变了现有研究以常数跳跃次数测算利率跳跃概率、无法真实反映利率跳跃频繁程度,导致利率跳跃风险补偿测算不准的弊端. 本研究解决了跳跃风险补偿的测算问题.

基于时变跳跃次数的利率跳跃风险溢价测算原理如图 1 所示.

2　基于时变跳跃次数的利率跳跃风险溢价测算模型构建

2.1　利率跳跃次数的确定

2.1.1　基于自回归模型的利率跳跃次数确定

通过自回归模型 AR 测算随时间变化的利率发生跳跃的次数,以时变跳跃次数测算泊松分布参数,确定利率发生跳跃的概率.

设 λ_t—第 t 周的利率跳跃次数,$t \geqslant 2$;λ_0—第 0 周的利率跳跃次数,为式(5)确定的常数 C;ρ_i,γ_i—未知参数;λ_{t-i}—第 $t-i$ 周的利率跳跃次数,$i=1,2,\cdots,r$,r 为滞后阶数,由下文确定;ξ_{t-i}—第 $t-i$ 周的利率跳跃次数的误差项,由下式(9)确定. 利用 r 阶自回归模型 AR(r)测算第 t 周的利率跳跃次数 λ_t

$$\lambda_t = \lambda_0 + \sum_{i=1}^{r}\rho_i\lambda_{t-i} + \sum_{i=1}^{r}\gamma_i\xi_{t-i} \quad (t \geqslant 2) \tag{8}$$

式(8)的经济学含义，第 t 周利率跳跃次数 λ_t 等于初始时刻的利率跳跃次数 λ_0 加上参数 ρ_i 与第 $t-i$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-i} 的乘积再加上参数 γ_i 与第 $t-i$ 周的利率跳跃次数误差 ξ_{t-i} 的乘积.

式(8)右边第 3 部分的第 $t-i$ 周的利率跳跃次数误差 ξ_{t-i} 由下式(9)确定.

$$\xi_{t-i} = \lambda_{t-i} - \lambda_{t-(i+1)} \quad (t \geqslant 2) \tag{9}$$

式(9)的含义，第 $t-i$ 周的利率跳跃次数误差 ξ_{t-i} 等于第 $t-i$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-i} 与第 $t-(i+2)$ 周的利率跳跃次数 $\lambda_{t-(i+1)}$ 的差.

式(9)的自回归跳跃次数测算模型 AR(r)的未知参数 ρ，γ 的估计值由下文 2.4 极大似然估计法得到.

自回归模型 AR(r)滞后阶数 r 的确定步骤.

步骤 1 判定滞后 1 阶利率跳跃次数 λ_{t-1} 是否对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 有显著影响.

通过 2.1.3 的 Liung-BoxQ 检验，对滞后 1 阶的利率跳跃次数 λ_{t-1} 进行系数显著性检验.

①若检验通过，说明第 $t-1$ 周利率跳跃次数 λ_{t-1} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 无显著影响. 同时，根据计量经济学理论可知，滞后 1 阶数据与当期数据的相关性最强，对当期数据的影响最大，滞后 2 阶、3 阶及之后数据对当期数据的影响依次大幅递减[19]，故第 $t-1$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-1} 之后的 $t-2$ 个利率跳跃次数 λ_{t-2}，λ_{t-3}，…，λ_1 必然也对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 无显著影响. 综上，全部 $t-1$ 个滞后的利率跳跃次数 λ_{t-1}，λ_{t-3}，…，λ_1 都对第 t 周利率跳跃次数 λ_t 无显著影响，故自回归模型的滞后阶数 $r=0$.

②若检验不通过，说明第 $t-1$ 周利率跳跃次数 λ_{t-1} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 有显著影响，此时无法确定自回归模型的滞后阶数 r，转步 2.

步骤 2 确定自回归模型 AR(r)的滞后阶数 r.

①仿照步骤 1，对滞后 2 阶的利率跳跃次数 λ_{t-2} 进行 Liung-BoxQ 检验.

②若检验通过，说明第 $t-2$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-2} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 无显著影响，则按照步骤 1 中①的分析过程，可知在全部 $t-1$ 个滞后利率跳跃次数 λ_{t-1}，λ_{t-3}，…，λ_1 中，仅有 1 个、即第 $t-1$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-1} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 有显著影响，此时自回归模型的滞后阶数 $r=1$.

③若检验不通过，说明滞后 2 阶的利率跳跃次数 λ_{t-2} 对第 t 周利率跳跃次数 λ_t 有显著影响，则依次对滞后 3 阶、4 阶及更高阶的利率跳跃次数 λ_{t-i} 重复步骤 2 的①至②，直至检验通过为止，从而可以确定自回归模型的滞后阶数 r.

2.1.2 常数跳跃次数是本模型的特例

设 λ_0 为初始时刻的利率跳跃次数，把参数 $\rho_i=0$、$\gamma_i=0$ 代入式(5)的自回归模型 AR，得到

$$\lambda_t = \lambda_0 \quad (t \geqslant 2) \tag{10}$$

由式(10)可知，第 t($t \geqslant 1$)周的利率跳跃次数 λ_t 等于初始时刻的利率跳跃次数 λ_0.

而初始时刻利率跳跃次数 λ_0 即为由式(5)确定的一个正常数 C. 因此，常数跳跃次数 C 是本模型自回归模型 AR 中的参数 ρ_i、γ_i 等于 0 的一个特例.

事实上，由下文的 Liung-BoxQ 检验步骤及下文的实证检验表明，参数 ρ 并不等于 0，因此现有研究无法准确地测算利率跳跃次数.

2.1.3 模型系数的检验

目的 通过 Liung-BoxQ 检验，判断第 $t-i$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-i} 是否对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 有显著影响，一是可以检验模型建立的合理性，二是用来确定式(8)自回归模型 AR(r)的滞后阶数 r.

检验步骤[22]

1) 检验假设.

原假设 H_0 第 $t-i$($i=1,2,\cdots,t-1$)周的利率跳跃次数 λ_{t-i} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 没有显著影响，即式(8)的参数 $\rho_i=0$.

备择假设 H_1 第 $t-i$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-i} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 有显著影响，即式(8)的参数 $\rho_i \neq 0$.

2) 构造 Q 统计量.

设 c_i—第 $t-i$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-i} 与第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 的自相关系数; T—样本的周数; $E(\lambda)$—利率跳跃次数的周平均值，可由下文的式(11)得到. 则[22]

$$c_i = \frac{\sum_{t=2}^{T} (\lambda_t - E(\lambda))(\lambda_{t-i} - E(\lambda))}{\sum_{t=1}^{T} (\lambda_t - E(\lambda))^2}$$

$$(i=1,2,\cdots,t-1) \tag{11}$$

设 Q 为 Liung-BoxQ 检验的 Q 统计量. 则[22]

$$Q=[T(T+2)c_i^2]/(T-1) \tag{12}$$

3) 检验标准

在原假设 H_0 成立时，Liung-BoxQ 检验统计量 Q 服从自由度为 1 的 χ^2 分布[22]，通过查找 χ^2 分布表得到与其对应的概率 P 值.

①若 Q 统计量的检验概率 P 值小于显著性水平 α，则拒绝原假设 H_0，即 $\rho\neq 0$，说明第 $t-i$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-i} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 存在显著影响;

②若 Q 统计量的检验概率 P 值大于显著性水平 α，则接受原假设 H_0，即 $\rho=0$，说明第 $t-i$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-i} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 没有显著影响.

2.2　利率跳跃概率的确定

2.2.1　利率跳跃次数的周平均值的确定

考虑 N 年内利率跳跃次数的周平均值 $E_{NW}(\lambda)$.

设 $E_{NW}(\lambda)$ —在 N 年内利率跳跃次数的周平均值; T—N 年内包含的周的个数(即 N 年内有多少个星期); λ_t—第 t 周的利率发生跳跃的次数. 则利率跳跃次数的周平均值 $E(\lambda)$ 为[12]

$$E_{NW}(\lambda)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\lambda_t \tag{13}$$

本研究与现有研究的区别.

现有研究将不同时期利率跳跃次数 λ_t 设为常数、以此常数测算利率跳跃次数的平均值，确定利率的跳跃概率，无法真实反映基准利率发生跳跃的频繁程度，导致利率跳跃概率测算不准.

本研究通过自回归模型 AR 测算得到随时间变动的不同时期利率跳跃次数 λ_t，根据时变的跳跃次数确定利率跳跃的概率，弥补现有研究无法真实反映利率跳跃频繁的不足.

本研究的好处.

一是通过自回归模型 AR 测算随时间变化的利率跳跃的次数，揭示跳跃次数随时间变化的动态规律，克服现有研究以常数跳跃次数测算利率跳跃概率、无法真实反映利率跳跃频繁程度，导致利率跳跃概率及利率跳跃风险溢价测算不准的弊端.

二是在自回归模型 AR 中，通过前一期的利率跳跃次数 λ_{t-1} 测算得到下一期的利率跳跃次数 λ_t，反映历史利率跳跃行为对未来利率跳跃行为的影响，解释了“过去利率跳跃越频繁，未来利率跳跃也会越频繁”这一利率跳跃经常出现的聚集现象[7].

2.2.2　利率跳跃概率的测算

在较短时间内，利率分为可能发生跳跃或不发生跳跃两种状态，而在较长时间区间内，利率发生跳跃的次数上可取 0、1、2 等自然数，可用泊松分布确定某段时间内利率发生 $j(j=0,1,2,\cdots)$ 次跳跃的概率[12].

考虑 N 年内利率发生 j 次($j=0,1,2,\cdots$)跳跃的概率.

设 $E_{NY}(\lambda)$ —在 N 年内利率跳跃次数的年平均值; $E_{NW}(\lambda)$ —在 N 年内利率跳跃次数的周平均值. 则

$$E_{NY}(\lambda)=52\times E_{NW}(\lambda) \tag{14}$$

式(14)的经济学含义，利率跳跃次数的年平均值 $E_{NY}(\lambda)$ 等于 1 年内交易周的个数 52(365/7=52)乘以利率跳跃次数的周平均值 $E_{NW}(\lambda)$.

设 $P_N(j)$ —在 N 年内利率跳跃 $j(j=0,1,2,\cdots)$ 次的概率; $E_{NY}(\lambda)$ —在 N 年内利率跳跃次数的年平均值; $\exp(\cdot)$ —指数函数; $j!$ —自然数 j 的阶乘. 则[12]

$$P_N(j)=[(E_{NY}(\lambda))^j\exp(-E_{NY}(\lambda))]/j! \tag{15}$$

2.3　利率跳跃时间与跳跃幅度的确定

1) 利率跳跃时间的确定

研究表明伽马分布能够很好测算利率跳跃时间[19]. 因此，本文采用伽马分布确定利率跳跃时间.

设 T_j 为第 $j(j=0,1,2,\cdots)$ 次利率跳跃距离期初的时间，单位为年; $E_{NY}(\lambda)$ -在 N 年内利率跳跃次数的年平均值; z 为伽马分布概率密度的自变量; 则 T_j 服从参数为 $(j,1/E_{NY}(\lambda))$ 的伽马分布. 其服从的伽马分布的概率密度函数为[23].

$$f(z)=\{z^{j-1}[E_{NY}(\lambda)]^j\exp(-E_{NY}(\lambda)z)\}/(j-1)! \tag{16}$$

设 $E_N(T_j)$ —在 N 年内利率的第 $j(j=0,1,2,\cdots)$ 次跳跃时间的平均值，$E_{NY}(\lambda)$ —利率跳跃次数的年平均值. 由式(16)的伽马分布概率密度函

数，得到[23]

$$E_N(T_j) = \int_0^{+\infty} z f(z)\,\mathrm{d}z = j/E_{NY}(\lambda) \tag{17}$$

移项后的式(17)即 $j = E_N(T_j)E_{NY}(\lambda)$ 更能看出其经济学含义，N 年内利率跳跃的次数 j 等于 N 年内每一个时段的跳跃的次数 $E_{NY}(\lambda)$，乘以 N 年内跳跃的时段的个数 $E_N(T_j)$.

2) 利率跳跃幅度的确定

研究表明正态分布能够很好反映利率跳跃幅度的变化状况[24]. 故本文采用正态分布测算利率跳跃的幅度.

设 J 为 N 年内利率跳跃幅度，J 服从均值为 θ、方差为 δ^2 的正态分布，记为 $J \sim N(\theta,\delta^2)$. 其服从的正态分布的概率密度函数为[24]

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta}\exp\left[-\frac{(x-\theta)^2}{2\delta^2}\right] \tag{18}$$

式(18)中的均值 θ、方差 δ^2 是待定参数，由下文 2.4 的极大似然估计法得到.

由正态分布性质，N 年内利率跳跃幅度 J 的平均值 $E_N(J)$ 为[24]

$$E_N(J) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x = \theta \tag{19}$$

2.4 基于极大似然估计法的参数确定

采用极大似然估计法确定未知参数之前，先要确定选取哪种短期利率模型来模拟无风险利率的波动过程，本文采用 Vasicek 模型，实践中还可以采用 CIR 模型、CKLS 模型[11]；进而通过极大似然估计法确定式(5)自回归模型的参数 ρ、γ 及式(18)的正态分布参数 θ，δ^2.

1) 模拟利率波动的 Vasicek 模型

采用 Vasicek 模型的主要原因是由于 Vasicek 模型具有利率均值回复的特征，能够很好模拟无风险利率的变化过程[20]. 因此，本文选取现有研究广泛应用的 Vasicek 模型模拟无风险利率的波动.

记 r_t 为 t 时刻的短期无风险利率. t 时刻的短期无风险利率 r_t 可被 Vasicek 模型所示的随机微分方程模拟[24].

$$\mathrm{d}r_t = k(\mu - r_t)\,\mathrm{d}t + \sigma\,\mathrm{d}Z_t \tag{20}$$

式(20)中，d 为微分符号；k、μ 和 σ 为 Vasicek 模型的未知参数，μ 为利率波动的长期均值；k 为短期利率偏离长期均值 μ 后向均值回复的速度；$k(\mu - r_t)$ 为利率波动的漂移率；σ 表示短期利率的波动程度；Z_t 为标准维纳过程，即 $Z_t \sim N(0,t)$.

式(20)的经济学含义为，短期利率的一阶差分 $\mathrm{d}r_t$ 等于漂移率 $k(\mu - r_t)$ 乘以时间的一阶差分 $\mathrm{d}t$ 加上波动率 σ 乘以标准维纳过程的一阶差分 $\mathrm{d}Z_t$.

Vasicek 模型的未知参数 k、μ 和 σ 由下文的 2.4(2)的极大似然估计法确定.

2) 利用极大似然估计法确定未知参数

目的是根据极大似然估计法确定式(5)的自回归模型 AR 的未知参数 ρ 与 γ、式(18)的正态分布概率密度的未知参数 θ、δ 及式(20)的 Vasicek 模型的未知参数 k、μ 和 σ.

设 $f(r_1,r_2,\cdots,r_T)$—利率观测值 $r_1,r_2,\cdots,r_T$ 的联合概率密度；$f(r_t)$—第 t 周的利率观测值 r_t 的概率密度，$t=1,2,\cdots,T$，T 为周的个数，由式(22)得到. 则对数极大似然函数为[25]

$$\ln f(r_1,r_2,\cdots,r_T) = \sum_{t=1}^{T}\ln f(r_t) \tag{21}$$

设 $f(r_t)$—第 t 周的利率观测值 r_t 的概率密度；λ_t—第 t 周的利率跳跃次数，由式(8)确定，式(8)的 λ_t 表达式中含有参数 ρ，γ；$j!$—自然数 j 的阶乘；k、μ、σ—式(20)的 Vasicek 模型的待定参数；θ、δ—式(18)的正态分布概率密度的待定参数；$\exp(\cdot)$—指数函数；r_t—第 t 周的利率观测值. 则[25]

$$f(r_t) = \sum_{j=0}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-\lambda_t}(\lambda_t)^j}{j!}\times\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2+j\delta^2)}}\times \exp\left(-\frac{[r_t-(1+k)r_{t-1}-k\mu-j\theta]^2}{2(\sigma^2+j\delta^2)}\right) \tag{22}$$

需要指出，理论上，一段时间内利率跳跃的次数 j 应从 0 到 ∞，即式(22)右边的和式有无穷多项. 但跳跃次数 j 超过 10 次时，和式的第 $j(j>10)$ 项的第 1 部分 $[E(\lambda)]^j\exp(-E(\lambda))]/j!$ 无限趋近于 0，使得和式的第 $j(j>10)$ 项无限趋于 0，即第 $j(j>10)$ 项对概率密度 $f(r_t)$ 的影响可忽略不计. 因此，本文实证计算中将式(22)右边的和式上限 ∞ 替换为 10.

以第 2 周的利率观测值 r_2 的概率密度 $f(r_2)$ 为例.

概率密度式(22)中$f(r_2)$的第 1 项,第 2 周的利率跳跃次数$\lambda_t = \lambda_2$由式(5)得到,是关于参数ρ,γ的表达式;跳跃次数$j = 0$;k、μ、σ、θ、δ均为待定参数,直接放入式(22);第 2 周、第 1 周的利率观测值r_2、r_1均已知,因此第 2 周利率r_2对应的概率密度$f(r_2)$的第 1 项为参数k、μ、σ、θ、δ、ρ、γ的函数.

概率密度$f(r_2)$的第 2 项:第 2 周的利率跳跃次数$\lambda_t = \lambda_2$由式(5)得到,是关于参数ρ,γ的表达式;跳跃次数$j = 1$;k、μ、σ、θ、δ均为待定参数,直接放入式(22);第 2 周、第 1 周的利率观测值r_2、r_1均已知,故概率密度$f(r_2)$的第 2 项为参数k、μ、σ、θ、δ、ρ及γ的函数.

以此类推,可以得到$j = 2,3,\cdots,10$、第 1 周一共 11 项的概率密度$f(r_2)$的全部 11 项均是参数k、μ、σ、θ、δ、ρ及γ的函数.

以此类推,在$j = 0,1,2,\cdots,10$的 11 项的代数和中,不论是第 2 周还是在其他周,式(22)都是参数k、μ、σ、θ、δ、ρ及γ的函数,进而可知式(21)的对数极大似然函数$\ln f(r_1,r_2,\cdots,r_T)$是参数$k$、$\mu$、$\sigma$、$\rho$、$\gamma$、$\theta$与$\delta$的函数.

根据上述过程,第 1 周的时段会得到式(22)的$f(r_1)$,第 2 周会得到式(22)的$f(r_2)$,以此类推会得到多个$f(r_t)$.

把得到的多个$f(r_t)$代入式(21)的乘积表达式,对乘积表达式关于参数k、μ、σ、θ、δ、ρ及γ分别求偏导并令偏导等于 0,得到方程组,求解方程组可以得到待定参数k、μ、σ、θ、δ、ρ及γ的最优估计值.

这个利用极大似然估计法求解对数极大似然函数的$\ln f(r_1,r_2,\cdots,r_T)$最大值[25],得到参数估计的向量$\hat{\varphi} = (\hat{k},\hat{\mu},\hat{\sigma},\hat{\rho},\hat{\gamma},\hat{\theta},\hat{\delta})$的过程,也可在 Matlab 软件优化工具箱中方便地实现.

把得到的参数$\hat{\rho}$,$\hat{\gamma}$代入式(8),建立 1 阶自回归跳跃次数测算模型 AR(1),确定不同周的基准利率的跳跃次数λ_t.

把得到的参数$\hat{\theta}$,$\hat{\delta}^2$、即为跳跃幅度J服从的正态分布的均值与方差,即$J \sim N(\hat{\theta},\hat{\delta}^2)$.参数$\hat{\theta}$这个常数就是式(19)右端的$\theta$,由此也就得到了式(19)左端的基准利率的跳跃幅度J的平均值$E(J)$.

把得到的参数$\hat{k}$,$\hat{\mu}$,$\hat{\sigma}$代入式(20)建立反映无风险利率波动的 Vasicek 模型.

2.5 基准利率跳跃风险溢价的确定

记r_{NJ}为N年内基准利率跳跃风险溢价.则[23]

$$r_{NJ} = \sum_{j=0}^{\infty} [P_N(j) \times E_N(J) \times (N - E_N(T_j))] \tag{23}$$

式(23)中,N为年数;$P_N(j)$为N年内利率跳跃j次的概率,如式(15)所示;$E_N(J)$为N年内利率跳跃幅度的平均值,如式(19)所示;$E_N(T_j)$为N年内第j次利率跳跃时间T_j的平均值,如式(17)所示.

式(23)含义,N年内利率跳跃风险溢价r_J等于N年内利率跳跃j次的概率$P_N(j)$、N年内利率跳跃幅度的平均值$E_N(J)$和N年内第j次利率跳跃时间的平均值$E_N(T_j)$至N年时间的差$(N - E_N(T_j))$三者乘积之和的平均值.

需要指出,理论上利率跳跃的次数j应从 0 到∞,相应的也应该计算从 0 到∞次利率跳跃的风险溢价.与式(22)和式的上限分析过程类似,由于跳跃次数j超过 10 次时,式(23)第$j(j>10)$项中的利率跳跃j次概率$P(j)$无限趋近于 0,导致第$j(j>10)$项也无限趋于 0,即第$j(j>10)$项对跳跃风险溢价r_J影响可以忽略不计,故实证中将式(23)的和式上限∞替换为 10.

3 实证研究

3.1 样本选取与数据来源

本研究选取上海证券交易所国债 7 天回购利率测算 1 年至 5 年的基准利率风险溢价.采用上海证券交易所 2010 年至 2014 年的国债 7 天回购利率的周收盘数据作为实证样本,原始数据来源于和讯网(www.hexun.com.cn).

2010 年至 2014 年的上海证券交易所国债 7 天回购利率的周收盘数据如附表 1 第 1 列至附表第 5 列[26]所示.

选择国债 7 天回购利率模拟基准利率的波动是因为,模拟基准利率波动的短期利率应具有交易量大、利率更低的无风险利率特征.国债 7 天回购交易是上海证券交易所回购市场中交易最为活

跃、交易量最大品种，且国债 7 天回购利率低于上海同业拆借利率，国债 7 天回购利率更接近无风险利率[6]，故选择国债 7 天回购利率模拟基准利率的波动.

选择国债 7 天回购利率的周收盘数据而不选择日收盘数据的原因[6]是，由于假日不交易等原因造成回购利率的国债回购利率的日收盘数据缺失严重，没有很好的连续性，而国债回购利率的周数据具有更好的连续性与完整性，故选取国债回购利率的周收盘数据进行实证.

表 2 第 2 列和表 2 第 3 列的基准利率跳跃的时间节点以及跳跃后的基准利率，上述数据均来自中国人民银行网站[21].

3.2 利率跳跃次数的确定

3.2.1 一年内利率跳跃次数的确定

1) 第 0 周跳跃次数 λ_0 与第 1 周跳跃次数 λ_1 确定

选取 2001 年 12 月 31 日至 2009 年 12 月 31 日作为估计第 0 周初始利率跳跃次数 λ_0 样本区间. 选取原因是在该时间区间段里贷款基准利率水平经历了从低位到高位、再从高位到低位的波动周期.

表 2 基准利率跳跃的时点和跳跃后基准利率

Table 2 The time point of the benchmark interest rate jump and the benchmark interest rate after rate jumps

序号	跳跃时点	跳跃后基准利率 r/%
1	2002 - 02 - 21	5.31
2	2004 - 10 - 29	5.58
3	2004 - 04 - 28	5.85
4	2006 - 08 - 29	6.12
5	2007 - 03 - 18	6.39
6	2007 - 05 - 19	6.57
7	2007 - 07 - 21	6.84
8	2007 - 08 - 22	7.02
9	2007 - 09 - 15	7.29
10	2007 - 12 - 21	7.47
11	2008 - 09 - 16	7.2
12	2008 - 10 - 09	6.93
13	2008 - 10 - 30	6.66
14	2008 - 11 - 27	5.58
15	2008 - 12 - 23	5.31

记初始时刻 $M_0 = 2001 - 12 - 31$，截止的时刻 $M_1 = 2009 - 12 - 31$，则样本区间的天数为，$M = M_1 - M_0 = (2009 - 12 - 31) - (2001 - 12 - 31) = 2\,922$(天).

由表 2 第 1 列可知，在该时间区间内，利率水平共跳跃了 $M = 15$ 次. 将 $M = 15$(次) 和 $L = 2\,922$(天) 代入式(5)，得到历史利率跳跃次 $C = 0.035\,9$(次/周).

由 2.1.1 可知，第 0 周跳跃次数 λ_0 及第 1 周的利率跳跃次数 λ_1 均等于历史利率跳跃次数 C，即 $\lambda_1 = \lambda_0 = 0.035\,9$(次/周).

2) 自回归模型滞后阶数的确定

①滞后 1 阶跳跃次数 λ_{t-1} 的 Liung-BoxQ 检验

把周数 $T = 52$、表 4 第 3 列的 1 年内 52 周的利率跳跃次数 λ_t 代入式(13)，得到 1 年内利率跳跃次数的周平均值 $E_{1W}(\lambda) = 0.074\,8$(次/周).

把样本中周数 $T = 52$、表 4 第 3 列的 52 周的利率跳跃次数 λ_t、滞后 1 阶的利率跳跃次数 λ_{t-1} 及上面求出的 $E_{1W}(\lambda) = 0.074\,8$ 先后代入式(11)及式(12)，得到 Liung-BoxQ 检验的 Q 统计量的值为 37.408.

取显著性水平 $\alpha = 0.05$. 根据 $\alpha = 0.05$、$Q = 37.408$ 这两个参数，通过查找 χ^2 分布表得到其对应的概率 P 值为 0.003.

因为 Liung-BoxQ 检验的 $Q = 37.408$ 对应的概率 P 值为 0.003，小于显著性水平 $\alpha = 0.05$，故检验不通过，拒绝原假设 H_0，接受 H_1，即第 $t-1$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-1} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 具有显著影响.

②滞后 2 阶跳跃次数 λ_{t-2} 的 Liung-BoxQ 检验

仿照 3.2.1 的 2) 中①的过程，对滞后 2 阶跳跃次数 λ_{t-2} 进行 Liung-BoxQ 检验，得到 Liung-BoxQ 检验的 Q 统计量的值为 16.831. 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，根据 $\alpha = 0.05$、$Q = 16.831$ 这两个参数，通过查找 χ^2 分布表得到其对应的概率 P 值为 0.08.

因为 Liung-BoxQ 检验的 $Q = 16.831$ 对应的概率 P 值为 0.08，大于显著性水平 $\alpha = 0.05$，故检验通过，接受原假设 H_0，即第 $t-2$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-2} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 没有显著

影响.

③滞后阶数 r 的确定

由于滞后 1 阶跳跃次数 λ_{t-1} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 有显著影响,滞后 2 阶跳跃次数 λ_{t-2} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 无显著影响,根据 2.1.1的自回归模型 AR(r) 的滞后阶数 r 确定步骤可知,式(8) 的自回归跳跃次数测算模型的滞后阶数 $r=1$.

3) 第 t 周的利率跳跃次数 $\lambda_t(t\geqslant 2)$ 表达式的确定

把 $\lambda_0=\lambda_1=0.035\,9$ 代入式(9),得到第 1 周的利率跳跃次数的误差 $\xi_1=\lambda_1-\lambda_0=0.035\,9-0.035\,9=0$.

把滞后阶数 $r=1$、得到的 $\lambda_0=\lambda_1=0.035\,9$、第 1 周的利率跳跃次数的误差 $\xi_1=0$ 代入式(8),得到第 2 周的利率跳跃次数 λ_2 的表达式.

把第 2 周的利率跳跃次数 λ_2 的表达式、第 1 周的利率跳跃次数 $\lambda_1=0.035\,9$ 代入式(9),得到第 2 周的利率跳跃次数的误差 ξ_2 表达式.

把滞后阶数 $r=1$、第 0 周跳跃次数 $\lambda_0=0.035\,9$、第 2 周的利率跳跃次数 λ_2 的表达式及第 2 周的利率跳跃次数误差 ξ_2 的表达式代入式(8),得到第 3 周的利率跳跃次数 λ_3 的表达式. 仿照上述过程,反复递推,可以得到全部周的利率跳跃次数 $\lambda_t(t=1,2,\cdots,52)$ 的表达式.

4) 利率 r_t 概率密度 $f(r_t)$ 表达式的确定

由附表 1 第 1 行第 1 列可知,2010 年第 1 周的国债回购利率 $r_1=1.47\%$. 令初始利率 $r_0=r_1=1.47\%$.

把初始跳跃次数 $\lambda_0=0.035\,9$、第 1 周的国债回购利率 $r_1=1.47\%$ 及初始国债回购利率 $r_0=1.47\%$ 代入式(22),得到利率 r_1 的概率密度 $f(r_1)$ 的表达式

$$f(r_1)=\sum_{j=0}^{20}\frac{\exp(-0.035\,9)\,(0.035\,9)^j}{j!}\times\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2+j\delta^2)}}\times \exp\left\{-\frac{[1.47\%-1.47\%(1+k)-k\mu-j\theta]^2}{2(\sigma^2+j\delta^2)}\right\} \tag{24}$$

如前所述,理论上,一段时间内利率跳跃的次数 j 应从 0 到∞,即式(24) 右边的和式有无穷多项. 但跳跃次数 j 超过 10 次时,和式的第 $j(j>10)$ 项的第 1 部分 $[E(\lambda)]^j\exp(-E(\lambda))]/j!$ 无限趋近于 0,使得和式的第 $j(j>10)$ 项无限趋于 0,即第 $j(j>10)$ 项对概率密度 $f(r_t)$ 的影响可忽略不计. 故式(24) 右边的和式上限∞替换为 10.

概率密度式(24) 中 $f(r_1)$ 的第 1 项,第 1 周的利率跳跃次数 $\lambda_t=\lambda_1=0.035\,9$,由 3.2.1 的 5) 得到; 跳跃次数 $j=0$; k、μ、σ、θ、δ 均为待定参数,直接放入式(24); 第 1 周、第 0 周的利率值 $r_0=r_1=1.47\%$,故概率密度 $f(r_1)$ 第 1 项为参数 k、μ、σ、θ、δ 的函数.

概率密度 $f(r_1)$ 的第 2 项,第 2 周的利率跳跃次数 λ_2 由式(8) 得到,是关于参数 ρ,γ 的表达式; 跳跃次数 $j=1$; k、μ、σ、θ、δ 均为待定参数,直接放入式(24); 第 1 周、第 0 周的利率观测值 $r_0=r_1=1.47\%$,故概率密度 $f(r_1)$ 的第 2 项为参数 k、μ、σ、θ、δ、ρ 及 γ 的函数. 以此类推,可以得到第 1 周全部 $j=0,1,2,3,\cdots,10$、一共 11 项的概率密度 $f(r_1)$,且 $f(r_1)$ 是参数 k、μ、σ、θ、δ、ρ 及 γ 的函数.

表 3　不同年限利率周收盘数据的极大似然函数的参数估计值

Table 3 The maximum likelihood function parameters value of week closing interest rate data belong to different time spans

	参数 k	参数 μ	参数 σ	参数 θ	参数 δ	参数 ρ	参数 γ
1 年利率周收盘数据的极大似然函数	0.859	2.100	0.912	0.035	0.950	0.524	0.552
2 年利率周收盘数据的极大似然函数	1.727	2.473	0.987	0.014	0.496	0.613	0.592
3 年利率周收盘数据的极大似然函数	0.162	2.004	0.962	0.052	0.881	0.552	0.546
4 年利率周收盘数据的极大似然函数	1.066	1.628	0.310	0.050	1.000	0.609	0.520
5 年利率周收盘数据的极大似然函数	0.841	1.878	0.581	0.048	0.919	0.623	0.535

应该指出,第 2 周也会有 11 项的概率密度 $f(r_2)$,仍然是参数 k、μ、σ、θ、δ、ρ 及 γ 的函数,但此时用到观测值是 r_2、r_1. 这里由 3.1 可知,实证中用到 52 周的利率观测值,同理可得第 52 周的概率密度 $f(r_2)$ 仍然是参数 k、μ、σ、θ、δ、ρ 及 γ 的函数,则其第 52 周的用到利率的观测值是 r_{52}、r_{51}.

仿照上述过程,可以得到第 1、2、…、52 周的

概率密度$f(r_1)$、$f(r_2)$、…、$f(r_{52})$.

综上所述，在 $j=0,1,2,\cdots,10$ 的一共 11 项的代数和中，不论是第一周还是在其他周，式(24)都是参数 k、μ、σ、θ、δ、ρ 及 γ 的函数，进而可知式(21)的对数极大似然函数 $\ln f(r_1,r_2,\cdots,r_{52})$ 是参数 k、μ、σ、ρ、γ、θ 与 δ 的函数.

5) 自回归模型参数的确定.

根据上述过程，第 1 周的时段会得到式(24)的$f(r_1)$，第 2 周会得到式(24)的$f(r_2)$，以此类推会得到 1 年内全部 52 周的$f(r_t)$. 把得到的 52 个$f(r_t)$代入式(21)的乘积表达式，对乘积表达式关于参数 k、μ、σ、θ、δ、ρ 及 γ 分别求偏导并令偏导等于 0，得到方程组，求解方程组得到 1 年利率周收盘数据的极大似然函数的参数 k、μ、σ、θ、δ、ρ 及 γ 的最优值.

计算得到的结果列入表 3 第 1 行.

这个利用极大似然估计法求解对数极大似然函数的 $\ln f(r_1,r_2,\cdots,r_T)$ 最大值[20]，得到参数估计的向量 $\hat{\varphi}=(\hat{k},\hat{\mu},\hat{\sigma},\hat{\rho},\hat{\gamma},\hat{\theta},\hat{\delta})$ 的过程，也可在 Matlab 软件优化工具箱中方便地实现.

由表 3 第 1 行第 6 列至表 3 第 1 行第 7 列可知，自回归模型 AR 的参数 $\rho=0.524$、$\gamma=0.552$.

6) 一年内利率跳跃次数的计算.

由 3.2.1 的 1) 可知第 0 周的利率跳跃次数 $\lambda_0=0.0359$，且第 1 周的利率跳跃次数 $\lambda_1=\lambda_0=0.035\,9$. 把第 1 周的利率跳跃次数 $\lambda_1=0.035\,9$ 列入表 4 第 1 行第 1 列.

令第 1 周利率跳跃次数误差 $\xi_1=0$. 把 $\lambda_0=0.035\,9$、$\lambda_1=0.035\,9$、$\xi_1=0$ 及表 3 第 5 列第 2 行至表 3 第 5 列第 3 行的 $\rho=0.524$、$\gamma=0.552$ 代入式(8)，得到第 2 周利率跳跃次数 $\lambda_2=0.054\,8$. 结果列入表 4 第 2 行第 1 列.

把第 2 周的利率跳跃次数 $\lambda_2=0.054\,8$、第 1 周的利率跳跃次数 $\lambda_1=0.035\,9$ 代入式(9)，得到第 2 周的利率跳跃次数的误差 $\xi_2=0.018\,9$.

把 $\lambda_2=0.054\,8$、$\xi_2=0.018\,9$ 及表 3 第 5 列第 2 行至 3 行的 $\rho=0.524$、$\gamma=0.552$ 代入式(8)，得到第 3 周利率跳跃次数 $\lambda_3=0.075$. 结果列入表 4 第 3 行第 1 列.

仿照上述过程，反复迭代，递推得到一年内共计 52(365/7=52) 周的利率跳跃次数 λ_t. 结果如表 4 第 1 列所示.

7) 模型的合理性检验.

由 3.2.1 的 2) 可知，本文构建的滞后 1 阶自回归跳跃次数测算模型 AR(1) 的 Liung-BoxQ 检验值为 37.408. 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，通过查找 χ^2 分布表得到其对应的概率 P 值为 0.003.

因为 Liung-BoxQ 检验的 $Q=37.408$ 对应的概率 P 值为 0.003，小于显著性水平 $\alpha=0.05$，故拒绝原假设 H_0，接受 H_1，即第 $t-1$ 周的利率跳跃次数 λ_{t-1} 对第 t 周的利率跳跃次数 λ_t 具有显著影响.

说明本研究式(8)自回归跳跃次数测算模型是合理的，而现有研究式(5)将所有周跳跃次数看做常数是不对的. 上述过程可在 SPSS 软件方便实现.

3.2.2 其它年内利率跳跃次数的确定

1) 2 年内利率跳跃次数的确定.

利用附表 1 前 2 列的 2010 年与表 1 前 2 列的 2011 年的利率周收盘数据 r_t，重复 3.2.1 的 1)—3.2.1 的 7) 的过程，可得 2 年周收盘数据得到的极大似然函数的参数估计值以及 2 年内共 104(365/7=52, 52×2=104) 周的跳跃次数.

2 年周收盘数据得到的极大似然函数参数估计值如表 3 第 2 行所示. 2 年内的周跳跃次数如表 4 第 2 列所示.

表 4 2010 年—2014 年的基准利率的周跳跃次数

Table 4 Week jumps times of benchmark rate in 2010 – 2014

序号	1 年内利率跳跃次数 λ_t	2 年内利率跳跃次数 λ_t	3 年内利率跳跃次数 λ_t	4 年内利率跳跃次数 λ_t	5 年内利率跳跃次数 λ_t
1	0.035 9	0.035 9	0.035 9	0.035 9	0.035 9
2	0.054 8	0.054 8	0.054 8	0.054 8	0.054 8
3	0.075 0	0.075 0	0.075 0	0.075 0	0.075 0
…	…	…	…	…	…
52	0.075 5	0.092 9	0.080 2	0.091 9	0.095 3
…		…	…	…	…
104		0.092 9	0.080 1	0.091 8	0.095 2
…			…	…	…
156			0.080 3	0.092 0	0.095 1
…				…	…
208				0.092 0	0.095 2
…					…
260					0.095 3

2）其它年限的利率跳跃次数的确定

采用附表1的2010年—2014年利率周收盘数据r_t，仿照上述过程，重复3.2.1的1）—3.2.1的7）的过程，可以分别得到3年、4年、及5年周收盘数据的极大似然函数的参数估计值以及利率的周跳跃次数.

3年、4年及5年周收盘数据的极大似然函数的参数估计值如表3第3行至表3第5行所示.

3年、4年及5年利率的周跳跃次数如表4第3列至表4第5列所示.

需要指出，由于1年有52（365/7=52）周，则1年内的周跳跃次数λ_t有52个，故表4第1列的1年内的周跳跃次数λ_t有52行；同理，由于2年、3年、4年、5年分别有104个、156个、208个、260个，故表4第2列至表4第5列的跳跃次数λ_t分别有104行、156行、208行、260行.

3.3 基准利率跳跃风险溢价的确定

3.3.1 一年内基准利率跳跃风险溢价的确定

1）利率跳跃概率的确定

令年份数$N=1$，即考虑1年内利率发生跳跃的概率. 把1年内周数$T=52$（365/7=52）、表4第1列的2010年利率的周跳跃次数λ_t代入式（13），可以得到1年内跳跃次数的周平均值$E_{1W}(\lambda)=0.074\ 8$（次/周）. 把$E_{1W}(\lambda)=0.074\ 8$代入式（14）得到1年内利率跳跃次数的年平均值$E_{1Y}(\lambda)=3.888$（次/年）.

把$E_{1Y}(\lambda)=3.888$、利率跳跃次数$j=0$代入式（15），得到1年内利率不发生跳跃的概率$p_1(0)=0.020\ 5$. 列入表5第1行第1列.

表5第1列其余行的1年内利率发生j（$j=1,2,\cdots,10$）次跳跃的概率$p_1(j)$类推可得.

如前所述，理论上，一段时间内利率跳跃的次数j应从0到∞. 但跳跃次数j超过10次时，式（15）的第j（$j>10$）次利率跳跃概率$P_1(j)$无限无限趋近于0，故第10次及之后的跳跃对跳跃风险溢价计算结果的影响可以忽略不计. 因此，本文实证计算中仅考虑不发生跳跃与跳跃不超过10次、共11种情形下的利率跳跃概率$P_1(j)$，结果如表5第1列所示.

表5 2010年—2014年的基准利率的跳跃概率

Table 5 The jumps probabilities of benchmark rate in 2010－2014

序号	1年 跳跃概率 $P_1(j)$	2年 跳跃概率 $P_2(j)$	3年 跳跃概率 $P_3(j)$	4年 跳跃概率 $P_4(j)$	5年 跳跃概率 $P_5(j)$
1	0.020 5	0.008 2	0.015 7	0.008 6	0.007 1
2	0.079 6	0.039 6	0.065 1	0.040 7	0.035 3
3	0.154 8	0.094 9	0.135 3	0.096 9	0.087 2
4	0.200 7	0.151 8	0.187 5	0.153 9	0.143 7
5	0.195 1	0.182 1	0.194 8	0.183 2	0.177 5
6	0.151 7	0.174 7	0.161 9	0.174 4	0.175 4
7	0.098 3	0.139 7	0.112 1	0.138 4	0.144 5
8	0.054 6	0.095 8	0.066 6	0.094 2	0.102 0
9	0.026 5	0.057 5	0.034 6	0.056 1	0.063 0
10	0.011 5	0.030 6	0.016 0	0.029 7	0.034 6
11	0.004 5	0.014 7	0.006 6	0.014 1	0.017 1

2）利率跳跃时间的确定

将利率跳跃次数$j=0$，1年内利率跳跃次数的年平均值$E_{1Y}(\lambda)=3.888$代入式（17），得到1年内利率不发生跳跃时间的平均值$E_1(T_j)=0.000\ 0$，列于表6第1行第1列.

表6第1列其余行的1年内利率发生j（$j=1,2,\cdots,10$）次跳跃时间的平均值$E_1(T_j)$类推可得.

表6 2010年—2014年的基准利率的跳跃时间

Table 6 Jumps time intervals of benchmark rate in 2010－2014

序号	1年 跳跃时间 $E_1(T_j)$	2年 跳跃时间 $E_2(T_j)$	3年 跳跃时间 $E_3(T_j)$	4年 跳跃时间 $E_4(T_j)$	5年 跳跃时间 $E_5(T_j)$
1	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
2	0.257 2	0.208 4	0.240 6	0.210 0	0.202 4
3	0.514 4	0.416 8	0.481 2	0.420 0	0.404 7
4	0.771 5	0.625 2	0.721 8	0.630 0	0.607 1
5	1.028 7	0.833 6	0.962 5	0.840 0	0.809 4
6	1.285 9	1.042 0	1.203 1	1.050 0	1.011 8
7	1.543 1	1.250 4	1.443 7	1.260 0	1.214 1
8	1.800 2	1.458 8	1.684 3	1.470 0	1.416 5
9	2.057 4	1.667 2	1.924 9	1.680 0	1.618 8
10	2.314 6	1.875 6	2.165 5	1.890 0	1.821 2
11	2.571 8	2.084 0	2.406 2	2.100 0	2.023 6

需要指出，由3.4.1可知，由于仅考虑不发生跳跃与跳跃不超过10次、共11种情形下的利率跳跃概率，相应地也考虑对应11种情形下的跳跃

时间的平均值 $E_1(T_j)$，即表 6 第 1 列的行数与表 5 第 1 列相同，也是 11 行.

3) 利率跳跃幅度的确定

3.2.1 的 5) 极大似然估计法得到跳跃幅度服从的正态分布参数 θ 与 δ，如表 3 第 1 行第 4 列 $\theta = 0.035$ 与表 3 第 1 行第 5 列 $\delta = 0.950$.

把表 3 第 1 行第 4 列的 $\theta = 0.035$ 代入式(19)，得到 1 年内利率跳跃幅度的平均值 $E_1(J) = 0.035$，如表 7 第 1 行第 1 列所示.

4) 1 年内利率风险溢价的确定

把表 5 第 1 列的 $p_1(j)$ $(j = 0, 1, \cdots, 10)$、表 6 第 1 列的 $E_1(T_j)$ 及表 6 第 1 行第 1 列的 $E_1(J) = 0.035$ 代入式(23)，得到 1 年内的利率跳跃风险溢价 $r_{1J} = 0.016\%$. 计算结果列入表 7 第 1 行第 2 列.

3.3.2 其它年内基准利率跳跃风险溢价的确定

1) 2 年内基准利率跳跃风险溢价的确定

利用表 4 第 2 列的 2 年内跳跃次数 λ_t，重复 3.3.1 的 1)—4) 过程，可得 2 年内跳跃概率 $p_2(j)$、2 年内跳跃时间的平均值 $E_2(T_j)$、2 年内跳跃幅度的平均值 $E_2(J)$ 及 2 年内利率跳跃风险溢价 r_{2J}.

2 年内利率跳跃概率 $p_2(j)$ 如表 5 第 2 列所示.

2 年内利率跳跃时间平均值 $E_2(T_j)$ 如表 6 第 2 列所示.

2 年内利率跳跃幅度平均值 $E_2(J)$ 如表 7 第 2 行第 1 列所示.

2 年内基准利率跳跃风险溢价 r_{2J} 如表 7 第 2 行第 2 列所示.

表 7 利率跳跃幅度与利率跳跃风险溢价的结果

Table 7 The result of interest rate jumps amplitude and interest rate jumps risk premium

	跳跃幅度均值 $E_N(J)$	跳跃风险溢价 r_{NJ}/%
1 年内	0.035	0.016
2 年内	0.014	0.021
3 年内	0.052	0.035
4 年内	0.050	0.071
5 年内	0.048	0.082

2) 其它年限的基准利率跳跃风险溢价的确定

利用表 4 第 3 列至表 4 第 5 列的其它年限内的跳跃次数 λ_t，仿照上述过程，重复 3.3.1 的 1)—3.3.1 的 4) 过程，分别得到 3 年、4 年、5 年的跳跃概率 $p_N(j)$、跳跃时间的平均值 $E_N(T_j)$、跳跃幅度平均值 $E_N(J)$ 及跳跃风险溢价 r_{NJ}.

3 年、4 年、5 年的利率跳跃概率 $p_N(j)$ 如表 5 第 3 列至表 5 第 5 列所示.

3 年、4 年、5 年的利率跳跃时间的平均值 $E_N(T_j)$ 如表 6 第 3 列至表 6 第 5 列所示.

3 年、4 年、5 年内利率跳跃幅度的平均值 $E_N(J)$ 如表 7 第 1 列第 3 至表 7 第 5 行所示.

3 年、4 年、5 年内基准利率跳跃风险溢价 r_{NJ} 如表 7 第 2 列第 3 至表 7 第 5 行所示.

表 7 第 2 列计算结果的含义，表 7 第 2 列是利用上海证券交易所国债 7 天回购利率原始数据，通过本文构建模型计算得到的 1 年内、2 年内、3 年内、4 年内、5 年内基准利率风险溢价 r_{NJ}. N 年内基准利率风险溢价 r_{NJ} 是用来补偿 N 年内由于基准利率变动不确定性带来的风险. 基准利率是存款、贷款及金融衍生品等任何金融资产定价的基准. 实际中基准利率不是不变的，各国央行基准利率调整和变动是屡见不鲜的，其所带来的风险必须得到合理补偿.

3.4 贷款定价应用实例

1) 3.4 本节与上文各章节的关系

上文 0 引言、1 基于时变跳跃次数的基准利率风险溢价测算原理、2 基于时变跳跃次数的利率跳跃风险溢价测算模型构建了基于时变跳跃次数的基准利率风险溢价测算模型.

上文 3 实证研究的 3.1 至 3.3，利用上海证券交易所国债 7 天回购利率数据，根据 0 引言、1 基于时变跳跃次数的基准利率风险溢价测算原理、2 基于时变跳跃次数的利率跳跃风险溢价测算模型建立的基准利率风险溢价测算模型，计算确定了 1 年内至 5 年内的基准利率风险溢价.

本节 3.4 贷款定价应用实例以上文 2.1 中式(3) 的贷款定价模型为基础，根据 3.3 确定的基准利率风险溢价，结合商业银行的实际贷款数据，

确定了贷款的利率价格.

上文 0 引言、1 基于时变跳跃次数的基准利率风险溢价测算原理、2 基于时变跳跃次数的利率跳跃风险溢价测算模型及 3 实证研究的 3.1—3.3 是本节 3.4 贷款定价应用实例的基础. 基准利率风险溢价是本节 3.4 中的关键参数，0 引言、1 基于时变跳跃次数的基准利率风险溢价测算原理、2 基于时变跳跃次数的利率跳跃风险溢价测算模型构建了基准利率风险溢价测算的模型，而 3 实证研究 3.1—3.3 则结合实际数据，运用这一测算模型，确定基准利率风险的具体溢价水平.

本节 3.4 是上文建立的基准利率风险溢价测算模型在贷款定价中的实际应用. 基准利率是存款、贷款及金融衍生品等任何金融资产定价的基准. 实际中基准利率不是不变的，各国央行基准利率调整和变动是屡见不鲜的，基准利率风险溢价测算不准必然导致基准利率乃至整个资产定价都不合理. 因此，金融资产定价中必须对基准利率风险进行补偿，本节 3.4 以贷款定价为例说明基准利率风险溢价测算模型的应用.

2) 贷款定价的数据来源

某商业银行、2010 年 1 月 1 日发放 5 笔贷款，这 5 笔贷款的贷款期限 T_i、基准利率 r_0、基准利率跳跃风险溢价 r_{NJ}、违约风险溢价 r_{DS}、期限风险溢价 r_{TS} 及目标利润率 r_{obj} 等定价相关参数如表 8 前 6 列所示.

表 8 第 2 列是中国人民银行公布的不同期限贷款的法定基准利率 r_0，来源于中国人民银行网站[21]. 不同期限的贷款基准利率是不同的.

表 8 第 3 列的基准利率跳跃风险溢价 r_{NJ} 数据来自于表 7 第 2 列.

对于贷款定价中的违约风险溢价 r_{DS}、期限风险溢价 r_{TS} 及目标利润率 r_{obj} 的测算方法可详见文献[27]，限于篇幅且非本文重点，此处不赘述.

表 8 第 4 列至表 8 第 6 列的 5 笔贷款的违约风险溢价 r_{DS}、期限风险溢价 r_{TS} 及目标利润率 r_{obj} 的具体取值均来自于文献[23].

3) 本模型下贷款利率的确定

把表 8 第 1 行第 2 至表 8 第 1 行第 6 列的 1 年期贷款的数据代入式(3)，得到本模型下的 1 年期贷款利率 $r_1 = r_0 + r_{NJ} + r_{DS} + r_{TS} + r_{obj} = 5.310 + 0.016 + 0.104 + 0.641 + 1.090 = 7.161$，结果列入表 8 第 1 行第 7 列.

表 8 第 7 列其余行的贷款利率 r_i 类推可得.

4) 价格领导模型下贷款利率的确定

把表 8 第 1 行第 2 列、表 8 第 1 行第 4 列至表 8 第 1 行第 6 列的 1 年期贷款的数据代入式(2)，得到价格领导模型下 1 年期贷款利率 $r_1 = r_0 + r_{DS} + r_{TS} + r_{obj} = 5.310 + 0.104 + 0.641 + 1.09 = 7.145$，结果列入表 8 第 1 行第 8 列.

表 8 第 8 列其余行的贷款利率 r_i 类推可得.

5) 两种定价结果的分析

表 8 第 7 列是本模型下各笔贷款的利率价格.

表 8 第 8 列是价格领导模型下各笔贷款的利率价格.

表 8　5 笔贷款利率以及定价相关参数

Table 8 Five loan rate and the loaning parameters

	贷款年限 T_i/年	贷款基准利率 r_0/%	基准利率跳跃风险溢价 r_{NJ}/%	违约风险溢价 r_{DS}/%	利率期限风险溢价 r_{TS}/%	银行目标利润率 r_{obj}/%	本模型下贷款利率 r_i/%	价格领导模型下贷款利率 r_i/%
企业 1	1	5.310	0.016	0.104	0.641	1.090	7.161	7.145
企业 2	2	5.400	0.021	0.911	0.899	2.120	9.351	9.300
企业 3	3	5.400	0.035	2.024	1.378	1.090	9.927	9.892
企业 4	4	5.760	0.071	0.404	1.804	3.100	11.139	11.068
企业 5	5	5.760	0.082	1.100	2.024	3.120	12.086	12.004

式(3)本模型下确定的贷款利率能够覆盖基准利率风险，相比较式(2)价格领导模型，本模型制定的贷款利率价格更加合理. 在表 8 中，第 7 列本模型下确定的贷款利率大于第 8 列价格领导模型下确定的贷款利率. 这是因为，第 8 列价格领导模型下的贷款利率 r_i 包括贷款基准利率、违约风险溢价、利率期限风险溢价及银行目标利润率四部分，而第 7 列本模型下的贷款利率 r_i 不仅包括上述四部分，还包括基准利率跳跃风险溢价 r_{NJ}，共计五部分. 因此，利用式(3)本模型得到的贷款利率能够覆盖基准利率风险，相比较价格领导模型，式(3)本模型覆盖的风险更多，其制定的贷款利率更加合理.

4 结束语

4.1 主要工作

通过自回归模型 AR 测算随时间变化的基准利率跳跃的次数，以时变的跳跃次数测算基准利率发生跳跃的概率，根据伽马分布和正态分布分别测算基准利率发生跳跃时间与幅度，通过利率跳跃的概率、时间和幅度确定基准利率跳跃风险溢价.

4.2 主要创新与特色

1) 通过自回归模型 AR 测算时变的利率跳跃次数，测算利率发生跳跃的概率，确定基准利率跳跃风险溢价，揭示跳跃次数随时间变化的动态规律，反映历史利率跳跃行为对未来利率跳跃行为的影响，克服现有研究以常数跳跃次数测算利率跳跃概率、无法真实反映基准利率跳跃的频繁程度，导致利率跳跃概率及利率跳跃风险溢价测算不准的弊端.

2) 研究表明，现有的常数跳跃次数仅是本文自回归跳跃次数测算模型在参数 ρ、γ 等于 0 时的特例.

3) 根据伽马分布和正态分布分别测算利率跳跃的时间与幅度，通过基准利率跳跃的概率、时间和幅度确定基准利率的跳跃风险溢价，解决基准利率跳跃风险补偿的测算问题.

参 考 文 献:

[1] Das S R. The surprise element: Jumps in interest rates [J]. Journal of Econometrics, 2002, 106(1): 27 – 65.

[2] Johannes M. The statistical and economic role of jumps in continuous time interest rate models [J]. Journal of Finance, 2004, 59(1): 227 – 260.

[3] Hong Y M, Li H T, Zhao F. Out-of-sample performance of discrete-time spot interest rate models [J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2004, 22(4): 457 – 473.

[4] Piazzesi M. Bond yields and the federal reserve [J]. Journal of Political Economy, 2005, 113(2): 123 – 135.

[5] Benito F, Leon A, Nave J. Modeling the Euro overnight rate [J]. Journal of Empirical Finance, 2007, (14): 756 – 782.

[6] 张金清，周茂彬. 中国短期利率跳跃行为的实证研究 [J]. 统计研究，2008，25(1): 59 – 64.
Zhang Jinqing, Zhou Maobin. Empirical research on the jump behavior of Chinese short rate [J]. Statistical Research, 2008, 25(1): 59 – 64. (in Chinese)

[7] 陈浪南，孙坚强. 股票市场资产收益的跳跃行为研究 [J]. 经济研究，2010，(4): 54 – 66.
Chen Langnan, Sun Jianqiang. Jump dynamics in stock returns [J]. Economic Research Journal, 2010, (4): 54 – 66. (in Chinese)

[8] Mancini C, Renò R. Threshold estimation of markov models with jumps and interest modeling [J]. Journal of Econometrics, 2011, 160(1): 77 – 92.

[9] Sorwara G. Estimating single factor jump diffusion interest rate models [J]. Applied Financial Economics, 2011, 21(22): 1679 – 1689.

[10] Beliaeva N, Nawalkha S. Pricing American interest rate options under the jump extended constant elasticity of variance

short rate models [J]. Journal of Banking and Finance, 2012, 36(1): 151 - 163.

[11] 吴吉林, 张二华, 原鹏飞. 我国银行间同业拆借利率的动态研究 [J]. 管理科学学报, 2012, 14(11): 34 - 41.
Wu Jilin, Zhang Erhua, Yuan Pengfei. Study on dynamic behavior of Chinese interbank offered rate [J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 14(11): 34 - 41. (in Chinese)

[12] 谈正达, 胡海鸥. 短期利率跳跃 - 扩散模型的非参数门限估计 [J]. 中国管理科学, 2012, 20(1): 8 - 15.
Tan Zhengda, Hu Haiou. Nonparametric threshold estimation on jump-diffusion model of short rate [J]. Chinese Journal of Management Science, 2012, 20(1): 8 - 15. (in Chinese)

[13] 谢　赤, 张娇艳, 王纲金, 等. 人民币短期利率行为研究方法的一个改进 [J]. 运筹与管理, 2014, 23(5): 198 - 204.
Xie Chi, Zhang Jiaoyan, Wang Gangjin, et al. An improvement of research methods on the behavior of RMB short-term interest rates [J]. Operation Research and Management Science, 2014, 23(5): 198 - 204. (in Chinese)

[14] 孔继红. 基于非对称扩散跳跃过程的利率模型研究 [J]. 数量经济技术经济研究, 2014, (11): 103 - 117.
Kong Jihong. A research on interest rate model based on asymmetric diffusion jump process [J]. Journal of Management Science in China, 2014, (11): 103 - 117. (in Chinese)

[15] Balduzzi P, Bertola G, Foresi S. A model of target changes and the term structure of interest rate [J]. Journal of Monetary Economics, 1997, 39(2): 223 - 249.

[16] Piazzesi M. Bond yield and the federal reserve [J]. Journal of Plitical Eonomy, 2005, 113(2): 311 - 328.

[17] 项卫星, 李宏瑾. 货币市场基准利率的性质及对 Shibor 的实证研究 [J]. 经济评论, 2014, 1: 107 - 117.
Xiang Weixing, Li Hongjin. The characteristics of money market benchmark rate and empirical study of shibor [J]. Economic Review, 2014, 1: 107 - 117. (in Chinese)

[18] 郭　强, 李向前, 付志刚. 货币政策工具与货币市场基准利率 [J]. 南开经济研究, 2015, (1): 119 - 130.
Guo Qiang, Li Xiangqian, Fu Zhigang. The tools of monetary policy and the benchmark interest rates of monetary market [J]. Nankai Economic Studies, 2015, (1): 119 - 130. (in Chinese)

[19] Pindyck R S, Rubinfeld D L. Econometric Models and Economic Forecasts [M]. New York: McGraw Hill Higher Education, 1998(the fouth edition).

[20] Ruthenberg D, Landskroner Y. Loan pricing under Basel II in an imperfectly competitive banking market [J]. Journal of Banking & Finance, 2008, (32): 2725 - 2733.

[21] 中国人民银行. 利率水平 [EB/OL]. 中国人民银行网站, http://www.pbc.gov.cn/publish/html/2009s03.htm. 2014 - 10 - 22.
The People's Bank of China. Interest rate level [EB/OL]. Website of the People's Bank of China, http://www.pbc.gov.cn/publish/html/2009s03.htm. 2014 - 10 - 22. (in Chinese)

[22] 朱星宇, 陈勇强. SPSS 多元统计方法与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2013.
Zhu Xingyu, Chen Yongqiang. SPSS Multivariate Statistical Methods and Applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013. (in Chinese)

[23] Ait-Sahalia Y. Disentangling diffusion from jumps [J]. Journal of Financial Economics, 2004, 74: 487 - 528.

[24] 李少育. 基于动态跳跃的中国短期利率研究: 1997 - 2010 [J]. 管理科学学报, 2012, 15(12): 79 - 90.
Li Shaoyu. Empirical study of Chinese repurchase rates by dynamic jump model: 1997 - 2010 [J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(12): 79 - 90. (in Chinese)

[25] 黄　苒, 唐齐鸣. 基于可变强度跳跃 - GARCH 模型的资产价格跳跃行为分析 [J]. 中国管理科学, 2014, 22(6): 1 - 9.

Huang Ran, Tang Qiming. Analyzing the jump dynamics of asset price in jump-GARCH model with variable intensity [J]. Chinese Journal of Management Science, 2014, 22(6): 1 – 9. (in Chinese)

[26] 和讯网. www. hexun. com. cn, 2015 – 11 – 18.
HeXun net. www. hexun. com. cn, 2015 – 11 – 18. (in Chinese)

[27] 大连理工大学"金融风险管理与科学评价"科研创新团队，大连银行股份有限公司. 大连银行小企业贷款定价研究[R]. 大连银行股份有限公司，2008.
Dalian University of Technology "Financial Risk Management and Science Evaluation" Innovative Research Team, Bank of Dalian Company Limited [R]. Research on Loan Pricing System of small Enterprises, Bank of Dalian Company Limited, 2008. (in Chinese)

Estimation of benchmark interest rate risk premium based on time varying jump times

CHI Guo-tai[1], *DUAN Chong*[1,2*]

1. Faculty of Management and Economics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. School of Science, Inner Mongolia University of Science and Technology, Inner Mongolia, Baotou 014010, China

Abstract: The adjustment of interest rate by central bank brings the benchmark interest rate risk. The change of benchmark interest rate certainly will affect the financial asset pricing and risk premium. In this paper, autoregressive model (AR) is used to measure the time-varying frequency of interest rate jump and determine the probability of the benchmark interest rate jump. Time and amplitude of benchmark interest rate jump are calculated on two conditions respectively obeying the gamma distribution and the normal distribution. The risk premium of benchmark interest rate jump is calculated according to probability, time and amplitude. Then we establish the risk premium model based on time-varying benchmark interest rate jump and empirical study is carry out based on the 7-day repo rate data from Shanghai Stock Exchange. Innovation and contributions of this paper: First, using autoregressive model to calculate the frequency, probability and risk premium of time-varying interest rate jump, we reveal the law of dynamic changing jump frequency and the impact of historical interest rate jump on future interest rate jump. In the existing research, probability of interest rate jump is calculated based on constant jump frequency which can not truly reflect the jump frequency, leading to inaccurate calculation of jump probability and risk premium. Our research makes up for the deficiency. Second, this paper demonstrates that the constant jump frequency in the existing study is only a special case of our model when the parameter both ρ and γ equal 0. Third, using the probability, time and amplitude of interest rate jump to determine risk premium, we solve the problem of the risk compensation calculation of benchmark interest rate jump.

Key words: benchmark interest rate; benchmark interest rate risk; benchmark interest rate jump; jump frequency; amplitude

附表 1　国债回购利率的周收盘数据

附表 1　国债回购利率的周收盘数据

Attached Tab. 1 Week closing data of treasury bonds repo rate

序号	2010 年 周利率 r_t/%	2011 年 周利率 r_t/%	2012 年 周利率 r_t/%	2013 年 周利率 r_t/%	2014 年 周利率 r_t/%
1	1.470	2.950	1.900	2.000	4.800
2	1.340	2.310	2.990	3.200	4.190
3	1.360	2.300	3.000	2.510	4.300
4	1.365	5.710	2.290	2.660	7.120
5	1.500	1.400	4.500	3.650	0.010
6	2.900	1.170	3.400	8.500	4.800
7	1.555	1.940	3.620	2.030	4.810
8	1.200	5.220	3.610	3.260	3.690
9	1.610	2.680	3.800	3.450	2.720
10	1.320	2.000	3.110	3.650	2.940
11	1.500	1.800	2.780	2.630	2.580
12	1.400	2.410	2.210	3.520	2.530
13	1.540	1.900	3.260	2.900	4.100
14	1.420	1.750	2.140	2.590	3.290
15	1.375	1.600	2.510	3.100	3.470
16	1.535	1.980	3.200	2.330	3.300
17	1.600	2.800	4.560	4.720	3.200
18	1.740	2.300	2.060	2.000	3.060
19	1.395	2.410	2.750	3.090	2.030
20	1.460	2.510	2.310	2.610	3.480
21	1.995	2.800	2.500	3.660	2.700
22	3.500	2.500	2.230	3.290	3.070
23	1.600	2.250	2.500	5.000	3.520
24	2.200	2.500	2.200	4.290	3.270
25	2.000	3.900	2.700	5.320	3.960
26	2.350	6.800	4.960	7.130	5.150
27	1.700	4.300	3.800	4.160	3.690
28	1.515	4.000	3.110	2.640	3.400
29	1.900	3.020	3.000	3.510	3.320
30	1.580	4.700	3.390	3.810	4.860
31	1.570	4.800	3.100	4.700	3.500
32	1.890	2.990	2.870	3.770	3.580
33	1.305	2.800	2.550	4.240	4.050
34	1.650	3.000	3.150	3.950	3.500
35	5.430	3.510	3.100	3.600	5.360
36	1.955	2.000	2.240	2.520	2.520
37	2.000	2.000	2.600	4.300	4.300
38	1.200	2.300	2.860	3.810	3.810
39	4.040	3.800	7.100	9.040	9.040
40	0.455	1.520	0.810	0.200	0.200
41	2.000	2.320	3.610	4.250	4.250
42	2.000	2.500	2.800	2.750	2.750
43	3.650	2.200	2.640	6.800	6.800
44	1.850	3.000	4.360	2.700	2.700
45	1.750	2.930	2.970	3.310	3.310
46	1.805	3.030	2.710	2.940	2.940
47	2.505	3.000	2.910	6.130	6.130
48	3.565	3.290	2.850	4.150	4.150
49	2.650	3.100	3.010	2.010	2.010
50	2.200	2.570	3.500	3.100	3.100
51	3.610	3.070	3.400	5.200	5.290
52	7.060	4.270	5.170	5.530	4.630