中国股票市场的时变杠杆效应研究①
——基于随机 Copula 模型的实证分析

吴鑫育[1]，任森春[1]，马超群[2]，汪寿阳[3]
(1. 安徽财经大学金融学院，蚌埠 233030；2. 湖南大学工商管理学院，长沙 410082；
3. 中国科学院数学与系统科学研究院，北京 100190)

摘要： 构建随机 Copula 模型研究了中国股票市场在极端市场条件下的时变杠杆效应. 为了解决金融市场中波动率不可直接观测的问题，采用已实现波动率测度作为隐波动率的代理变量，进而运用基于有效重要性抽样的极大似然(EIS-ML)方法估计了随机 Copula 模型的参数. 基于沪深股市数据的实证研究表明：中国股票市场的杠杆效应具有非对称特征，即股市低收益率伴随高波动率，但股市高收益率不一定伴随低波动率；中国股票市场的杠杆效应存在显著的时变性，沪深股市杠杆效应表现出类似的变化趋势；随机 Copula 模型相比其它 Copula 模型(静态 Copula 模型和时变 Copula 模型)具有更好的数据拟合效果.

关键词： 时变杠杆效应；尾部相关性；随机 Copula 模型；已实现波动率；极大似然估计
中图分类号： F830.9　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1007－9807(2017)09－0070－15

0 引　言

股票收益率与波动率之间的非对称关系一直是金融经济学文献研究的热点问题. Black[1] 和 Christie[2] 最早研究发现，股票收益率负向冲击(利空消息)会导致波动率增大，正向冲击(利好消息)会导致波动率降低，且收益率负向冲击导致波动率增大的幅度大于同等程度收益率正向冲击导致波动率降低的幅度. 他们对此的解释是存在“杠杆效应”(leverage effect)：利空消息会造成股票价格下降，引起公司的资本负债率和风险增加，进而造成股票未来波动率增加. 大量研究表明，全球股票市场普遍存在杠杆效应，例如文献[3－11]. Lai 和 Sheu[12] 与吴恒煜等[13] 研究发现，杠杆效应在股票期权定价、资产组合配置以及风险管理中都发挥着重要作用，忽略它将导致期权定价、风险对冲与管理偏差. 如何准确测度股票市场的杠杆效应，对于投资者及风险管理者进行投资决策与风险管理具有重要的理论与现实意义.

大量文献采用扩展的 GARCH 模型和随机波动率 SV 模型，对中国股票市场的杠杆效应进行了广泛研究，例如文献[14－24]. 这些研究主要考察的是中国股票市场的常数杠杆效应. 近年来，越来越多的研究表明，股票市场杠杆效应具有时变性. Yu[9] 采用一个半参数的 SV 模型考察了美国股票市场的时变非对称杠杆效应. Asai 和 McAleer[10] 采用动态非对称杠杆 SV 模型考察了 S&P500 和 TOPIX 指数的时变杠杆效应. Ning 等[25] 采用 Copula 模型考察了 S&P500 指数的时变杠杆效应. Bandi 和 Renò[26] 运用非参数理论方法对 S&P500 指数的时变杠杆效应进行了分析. Veraart A 和 Veraart L[27] 探讨了时变杠杆效应对

① 收稿日期：2015－06－25；修订日期：2015－12－30.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(71501001；71431008)；国家自然科学基金创新研究群体资助项目(71221001)；教育部人文社科研究青年基金资助项目(14YJC790133)；中国博士后科学基金资助项目(2015M580416)；安徽省自然科学基金资助项目(1408085QG139)；安徽省高等学校省级优秀青年人才基金重点资助项目(2013SQRW025ZD).
作者简介：吴鑫育(1982—)，男，湖南衡山人，博士，副教授. Email：xywu. aufe@ gmail. com

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

期权价格的影响机制. Bretó [28] 采用随机游走杠杆 SV 模型考察了 S&P500 指数的时变杠杆效应.

然而，目前国内对中国股票市场时变杠杆效应研究的相关文献还较为少见. 陈浪南和黄杰鲲 [29] 采用 GJR-GARCH-M 模型，分时段研究了中国股票市场的杠杆效应，发现杠杆效应随时间阶段的变化而变化. 吴启权等 [30] 研究发现，中国股票市场的杠杆效应具有显著的时变特性. 王亮和刘金全 [31] 研究表明，中国股票市场对信息的反应存在非对称性，且这种非对称反应特征还具有阶段性. 吴鑫育等 [32] 基于双杠杆门限 SV 模型，考察了中国股票市场杠杆效应的时变非对称性. 然而，上述研究采用的模型只能测度股票收益率与波动率之间的线性相关性(杠杆效应) ，难以真实描述股票收益率与波动率之间可能存在的更为复杂的相关性结构，例如非线性相关性、动态相关性以及极端市场条件下的尾部非对称相关性等，因此无法对股票市场的杠杆效应进行准确、有效地测度. 此外，上述研究采用模型多假设股票收益率新息服从正态分布，也与实际情况不符. 由于金融时间序列数据往往具有非正态尖峰、厚尾以及条件异方差性等典型特征，使得这些模型方法分析结果往往产生偏差，相互矛盾.

基于以上分析，本文采用 Copula 方法来测度中国股票市场收益率与波动率之间存在的动态相关性(时变杠杆效应) ②. Copula 方法是金融市场变量相关性结构研究中的重要方法，它能灵活且有效地捕获金融市场变量间复杂的相关性结构，例如非线性相关性、动态相关性、极端市场条件下的尾部相关性以及非对称相关性等. 此外，Copula 方法允许对金融市场变量的边际分布与相关性结构分别进行建模，通过选择不同的边际分布和 Copula 来构造复杂的非正态联合分布，这使得建模的灵活性大大增加，对于充分刻画金融市场变量(如股票收益率) 的“偏斜”、“尖峰厚尾”等非正态性特征具有很大的帮助. 因此，采用 Copula 方法分析股票市场收益率与波动率之间相关性相比采用传统线性相关性测度方法具有明显的优越性.

传统静态 Copula 模型假定相关性参数是常数，不能捕获变量间的动态相关性结构. 为了克服这个问题，近年来学者们提出了许多动态 Copula模型，例如 Patton [33] 的时变 Copula 模型，Hafner 和 Reznikova [34] 的半参数动态 Copula 模型，Hafner 和 Manner [35] 的随机 Copula 模型，以及 Okimoto [36] ，Chollete 等 [37] 和 Garcia 和 Tsafack [38] 的机制转换 Copula 模型. Manner 和 Reznikova [39] 对这些动态时变 Copula 模型进行了一个综述. Hafner 和 Manner [35] 和 Manner 和 Reznikova [39] 通过模拟和实证研究发现，随机 Copula 模型相比其它动态 Copula 模型具有更高的灵活性以及更为优越的数据拟合效果.

鉴于随机 Copula 模型在理论与实践中的优越性，以及为了弥补目前国内学者对中国股票市场时变杠杆效应，特别是极端市场条件下时变杠杆效应研究的不足，本文构建随机 Copula 模型研究中国股票市场在极端市场条件下的时变杠杆效应. 具体而言，采用已实现波动率测度作为隐波动率的代理变量③，通过考察极端市场条件下我国股票市场收益率与波动率之间的尾部相关性结构，选择合适的 Copula 函数，构建相应的随机 Copula 模型，考察中国股票市场在极端市场条件下的时变杠杆效应. 为了解决模型参数估计问题，运用简单、有效且易于实现的基于有效重要性抽样的极大似然(efficient importance sampling-based maximum likelihood，EIS-ML) 参数估计方法. 最后，给出基于沪深股市实际数据的实证研究.

1　随机 Copula 模型

构建随机 Copula 模型来描述股票收益率与波动率之间的动态尾部相关性(极端市场条件下

② Ning 等 [25] 采用 Copula 方法考察了美国股票市场的时变杠杆效应. 本文与 Ning 等 [25] 的研究存在区别：本文采用的 Copula 模型是随机 Copula 模型，而 Ning 等 [25] 采用的 Copula 模型是时变 Copula 模型. 实证研究表明，本文所采用的 Copula 模型相比 Ning 等 [25] 采用的 Copula 模型具有更好的数据拟合效果(参见本文第 4 部分) .

③ Xu 和 Li [40] 研究发现，采用已实现波动率测度作为隐波动率的代理变量，已实现波动率的微观结构噪声不会对杠杆的估计产生重要影响，基于这种代理可以获得稳健的杠杆估计.

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

的时变杠杆效应). 设 x_t 是负的股票收益率，y_t 是股票收益率的对数波动率. 股票收益率与波动率之间的杠杆效应即定义为 x_{t-1} 与 y_t 的相关性，这由它们的联合分布函数 $H(x_{t-1},y_t)$ 完全刻画. 根据 Sklar 定理，存在一个 Copula $C(\cdot,\cdot)$: $[0,1]^2 \to [0,1]$，使得

$$H(x_{t-1},y_t) = C(u_{t-1},v_t \mid \theta) \tag{1}$$

其中 $u_{t-1} = F(x_{t-1})$ 和 $v_t = G(y_t)$，分别是 x_{t-1} 和 y_t 的边际分布函数，θ 是 Copula 的相关性参数. 可见，Copula 是由均匀分布在区间 $[0,1]$ 上的边际分布构造的联合分布函数，它充分捕获了变量 x_{t-1} 与 y_t 的相关性.

基于 Copula 可以方便地测度两变量在极端市场情形下的尾部相关性，即两变量同时处于下(左)尾或上(右)尾的概率. 变量 x_{t-1} 和 y_t 的下尾和上尾相关系数 λ^L 和 λ^U 分别定义为

$$\lambda^L = \lim_{u\to 0^+} \Pr[G(y_t) \leqslant u \mid F(x_{t-1}) \leqslant u] = \lim_{u\to 0^+} \frac{C(u,u \mid \theta)}{u} \tag{2}$$

$$\lambda^U = \lim_{u\to 1^-} \Pr[G(y_t) > u \mid F(x_{t-1}) > u] = \lim_{u\to 1^-} \frac{1-2u+C(u,u \mid \theta)}{1-u} \tag{3}$$

其中 $\lambda^L(\lambda^U) \in [0,1]$. 如果 $\lambda^L(\lambda^U) \in (0,1]$，则 x_{t-1} 和 y_t 存在下(上)尾相关性; 如果 $\lambda^L(\lambda^U) = 0$，则 x_{t-1} 和 y_t 不存在下(上)尾相关性. 通过选择不同的 Copula 函数可以刻画不同的尾部相关性结构.

传统 Copula 假设相关性参数不随时间变化，属于静态 Copula，它不能捕获变量间的动态相关性. 近年来，越来越多的研究表明，杠杆效应具有时变性，例如文献[9-10,25-28]. 为了捕获杠杆效应的这种动态性特征，需要将静态 Copula 模型扩展为动态 Copula 模型. 本文考虑采用动态 Copula 模型中的随机 Copula 模型展开研究. 借鉴 Hafner 和 Manner[35] 的做法，本文假设 Copula 的相关性参数 θ 是随机时变的，设定

$$\theta_t = \Psi(h_t) \tag{4}$$

$$h_t = \alpha + \beta h_{t-1} + \nu\epsilon_t \tag{5}$$

其中 Ψ 是个合适的变换，保证 Copula 参数处在定义域内，其形式取决于选择的 Copula 函数(参见附录)，h_t 是不可观测的随机过程，服从 AR(1) 过程，当 $|\beta| < 1$，AR(1) 过程(5)是平稳的，ϵ_t 是独立同分布的标准正态随机变量.

2 估计方法

本文采用半参数的两阶段估计法，即 Joe[41] 提出的 IFM(inference function for margins)方法对随机 Copula 模型进行估计. 在第 1 阶段，对负的股票收益率和对数波动率的边际分布分别进行非参数估计; 在第 2 阶段，将估计的边际分布代入 Copula 函数中，估计出 Copula 的参数. 根据 Hafner 和 Manner[35] 和 Patton[42] 的研究，两阶段法是非常有效的估计方法，且在计算上容易处理. 此外，基于 Fermanian 和 Scaillet[43] 和张连增和胡祥[44] 的研究结论，半参数估计可以使边际分布免于设定误差，获得稳健的 Copula 参数估计结果.

2.1 边际分布估计

为了能够充分刻画股票收益率与波动率的“偏斜”、“尖峰厚尾”等经验特征事实，本文采用非参数方法来估计边际分布函数 $F(x)$ 和 $G(y)$. 具体地，根据重标度的经验累积分布函数(re-scaled empirical cumulative distribution function)估计得到边际分布函数 $F(x)$ 和 $G(y)$，即

$$\hat{F}(x) = \frac{1}{T+1}\sum_{t=0}^{T-1} 1\{x_t < x\} \tag{6}$$

$$\hat{G}(y) = \frac{1}{T+1}\sum_{t=1}^{T} 1\{y_t < y\} \tag{7}$$

其中 $1\{\cdot\}$ 是示性函数. 经验累积分布函数重标度是为了确保 Copula 对数似然函数的一阶条件对所有有穷的 T 有定义. 由 Glivenko-Cantelli 定理，$\hat{F}(x)$ 和 $\hat{G}(y)$ 一致收敛于真实的经验累积分布函数 $F(x)$ 和 $G(y)$.

由于金融时间序列常展现序列自相关性和条件异方差性，因此在计算重标度的经验累积分布函数之前，本文先采用 ARMA(p,q) - GARCH(1,1) 模型来滤过负的股票收益率和对数波动率，估计该模型得到独立同分布的标准化残差序列，进而根据式(6)和式(7)计算重标度的经验累积分布函数.

2.2 Copula 参数估计

随机 Copula 模型在形式上与 SV 模型相似，

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

是典型的非线性、非高斯状态空间模型，其参数估计并不容易. SV 模型的参数估计方法可以用于估计随机 Copula 模型的参数，例如 GMM、QML、EMM 和 MCMC. 但这些估计方法要么不是有效的，要么计算量大. 由于极大似然(ML)方法计算简单，且具有良好的统计性质，如一致性、渐近正态性，它仍是当前最有效和首选的参数估计方法. 但由于随机 Copula 模型包含不可观测状态变量，其似然函数是复杂的高维积分，这导致随机 Copula 模型参数的直接 ML 估计难以实现. 为了克服这个问题，本文运用 EIS-ML 来估计随机 Copula 模型的参数.

在随机 Copula 模型中，待估计的 Copula 参数向量为 $\Theta=(\alpha,\beta,\nu)'$. 设 $U=(u_0,\cdots,u_{T-1})'$，$V=(v_1,\cdots,v_T)'$，及 $H=(h_0,\cdots,h_{T-1})'$. 随机 Copula 模型的似然函数可以写为

$$\mathscr{L}(U,V;\Theta)=\int p(U,V,H;\Theta)\,\mathrm{d}H \tag{8}$$

其中 $p(U,V,H;\Theta)$ 是 U,V 和 H 的联合密度函数，可以写为

$$p(U,V,H;\Theta)=\prod_{t=0}^{T-1}c(u_t,v_{t+1}\mid h_t)\,p(h_t\mid h_{t-1},\Theta) \tag{9}$$

其中 $c(u_t,v_{t+1}\mid h_t)$ 是 Copula 的密度函数，$p(h_t\mid h_{t-1},\Theta)$ 是正态密度函数，且其均值与方差分别为

$$\mu_t=\begin{cases}\dfrac{\alpha}{1-\beta}, & \text{当 } t=0,\\ \alpha+\beta h_{t-1}, & \text{当 } t\geqslant 1,\end{cases}\qquad \sigma_t^2=\begin{cases}\dfrac{\nu^2}{1-\beta^2}, & \text{当 } t=0\\ \nu^2, & \text{当 } t\geqslant 1\end{cases} \tag{10}$$

由于典型的金融时间序列有成百上千个观测值，此时式(8)是个复杂的高维积分，无法直接求解. 为了克服这个问题，本文运用 EIS 方法来估计高维积分似然函数式(8). 根据 Richard 和 Zhang[45] 的研究，设定 EIS 密度的形式为

$$m_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)=\frac{k_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)}{\chi_t(h_{t-1};a_t)} \tag{11}$$

$$\chi_t(h_{t-1};a_t)=\int k_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)\,\mathrm{d}h_t \tag{12}$$

其中 $k_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)$ 是(预先确定的)密度核; a_t 是 EIS 辅助参数.

本文选取密度核

$$k_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)=p(h_t\mid h_{t-1},\Theta)\exp\left\{-\frac{1}{2}(a_{1,t}h_t^2-2a_{2,t}h_t)\right\}$$

EIS 辅助参数定义为 $a_t=(a_{1,t},a_{2,t})'$. 容易证明，此时 EIS 密度 $m_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)$ 是正态密度函数，且其均值与方差分别为

$$\mu_{a_t}=\sigma_{a_t}^2\left(\frac{\mu_t}{\sigma_t^2}+a_{2,t}\right),\quad \sigma_{a_t}^2=\frac{\sigma_t^2}{1+a_{1,t}\sigma_t^2} \tag{13}$$

随机 Copula 模型的似然函数可以改写为

$$\mathscr{L}(U,V;\Theta)=\int\prod_{t=0}^{T-1}\left[\frac{c(u_t,v_{t+1}\mid h_t)\,p(h_t\mid h_{t-1},\Theta)}{m_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)}\right]\times\prod_{t=0}^{T-1}m_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)\,\mathrm{d}H \tag{14}$$

由此，得到似然函数 $\mathscr{L}(U,V;\Theta)$ 的 EIS—蒙特卡罗估计为

$$\widetilde{\mathscr{L}}(U,V;\Theta)=\frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S}\left[\prod_{t=0}^{T-1}\frac{c(u_t,v_{t+1}\mid h_t^{(s)})\,p(h_t^{(s)}\mid h_{t-1}^{(s)},\Theta)}{m_t(h_t^{(s)}\mid h_{t-1}^{(s)},a_t)}\right] \tag{15}$$

其中 $h_t^{(s)}$ 是从 EIS 密度 $m_t(h_t\mid h_{t-1}^{(s)},a_t)$ 中抽取的样本.

EIS 方法旨在通过选择合理的 EIS 辅助参数 a_t，以最小化似然函数的 EIS—蒙特卡罗估计的方差. 根据式(11)，有

$$\begin{aligned}\prod_{t=0}^{T-1}\frac{c(u_t,v_{t+1}\mid h_t)\,p(h_t\mid h_{t-1},\Theta)}{m_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)}&=\prod_{t=0}^{T-1}\frac{c(u_t,v_{t+1}\mid h_t)\chi_t(h_{t-1};a_t)}{\exp\left\{-\frac{1}{2}(a_{1,t}h_t^2-2a_{2,t}h_t)\right\}}\\&=\prod_{t=0}^{T-1}\frac{c(u_t,v_{t+1}\mid h_t)\,p(h_t\mid h_{t-1},\Theta)}{k_t(h_t\mid h_{t-1},a_t)/\chi_t(h_{t-1};a_t)}\\&=\chi_0(a_0)\prod_{t=0}^{T-1}\frac{c(u_t,v_{t+1}\mid h_t)\chi_{t+1}(h_t;a_{t+1})}{\exp\left\{-\frac{1}{2}(a_{1,t}h_t^2-2a_{2,t}h_t)\right\}}\end{aligned} \tag{16}$$

其中 $\chi_T(h_{T-1};a_T)\equiv 1$. 由此，根据 Richard 和 Zhang[45] 的研究，需求解如下的最小化问题来确定 EIS 辅助参数 a_t

$$(\hat{a}_t,\hat{c}_t)=\arg\min_{(a_t,c_t)}\sum_{s=1}^{S}\left\{\ln\left[c(u_t,v_{t+1}\mid h_t^{(s)})\chi_{t+1}(h_t^{(s)};\hat{a}_{t+1})\right]-c_t-\ln\left[\exp\left(-\frac{1}{2}(a_{1,t}(h_t^{(s)})^2-2a_{2,t}h_t^{(s)})\right)\right]\right\}^2 \tag{17}$$

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

其中 $\{h_t^{(s)}\}$ 是从自然抽样密度 $\{p(h_t \mid h_{t-1}^{(s)}, \Theta)\}$ 中抽取的样本. 事实上，容易看到，最小化问题式(17)等价于如下简单的线性回归问题

$$\ln c(u_t, v_{t+1} \mid h_t^{(s)}) + \ln \chi_{t+1}(h_t^{(s)}; \hat{a}_{t+1}) = c_t - \frac{1}{2} a_{1,t} (h_t^{(s)})^2 + a_{2,t} h_t^{(s)} + u_t^{(s)}, \quad s = 1, \cdots, S \tag{18}$$

其中 $u_t^{(s)}$ 是随机误差项.

综合起来，似然估计的 EIS 算法具体步骤如下:

步骤 1 从自然抽样密度 $\{p(h_t \mid h_{t-1}^{(s)}, \Theta)\}_{t=0}^{T-1}$ 中抽取初始样本 $\{h_t^{(s)}\}_{t=0}^{T-1}$;

步骤 2 对式(18)进行逐步线性回归($t = T-1 \to 0$)，得到 EIS 辅助参数估计 $\{\hat{a}_t\}_{t=0}^{T-1}$;

步骤 3 从 EIS 密度 $\{m(h_t \mid h_{t-1}^{(s)}, \hat{a}_t)\}_{t=0}^{T-1}$ 中抽取新的样本 $\{h_t^{(s)}\}_{t=0}^{T-1}$;

步骤 4 重复步骤 2 和步骤 3，直到 $\{\hat{a}_t\}_{t=0}^{T-1}$ 收敛;

步骤 5 从 EIS 密度 $\{m(h_t \mid h_{t-1}^{(s)}, \hat{a}_t)\}_{t=0}^{T-1}$ 中抽取样本 $\{h_t^{(s)}\}_{t=0}^{T-1}$，根据式(15)计算似然函数值 $\mathscr{L}$.

最后，得到 Copula 参数的 EIS-ML 估计为

$$\hat{\Theta} = \arg\max_{\Theta} \ln \mathscr{L}(U, V; \Theta)$$

3 模拟实验

构建蒙特卡罗模拟实验检验第 2 部分给出的 EIS-ML 参数估计方法的精确性和有限样本性质. 设定随机 Copula 模型真实参数值为

$\alpha = -0.03$，$\beta = 0.98$，$\nu = 0.15$

基于实证结果，模拟实验中的 Copula 函数选取为 Gumbel Copula 和 survival Clayton Copula(参见附录). 根据“真实的”随机 Copula 模型(随机 Gumbel Copula 模型和随机 survival Clayton Copula 模型)(1)、(4)和(5)模拟生成 $T = 2\,000$ 个样本长度的观测序列. 对每一模拟的观测序列，运用 EIS-ML 方法进行估计，重复模拟和估计实验 100 次获得参数估计的均值、标准差和均方根误差(RMSE). EIS-ML 算法采用 MATLAB 软件编程，在计算机 Windows 7 上实现.

表 1 给出了数值模拟的实验结果. 可以看到，所有参数估计的均值均接近于相应的真实值，估计标准差也都非常小，表明 EIS-ML 估计方法是比较精确的. 参数估计的 RMSE 都接近于标准差，表明估计的有限样本偏差很小. 综上，运用 EIS-ML 方法估计随机 Copula 模型(随机 Gumbel Copula 模型和随机 survival Clayton Copula 模型)可以获得合理和有效的参数估计结果.

表 1 数值模拟结果

Table 1 Simulation results

模型	参数	真实值	均值	标准差	RMSE
随机 Gumbel	α	-0.03	-0.0313	0.0107	0.0109
	β	0.98	0.9769	0.0120	0.0123
	ν	0.15	0.1471	0.0413	0.0412
随机 survival Clayton	α	-0.03	-0.0319	0.0126	0.0122
	β	0.98	0.9752	0.0183	0.0189
	ν	0.15	0.1473	0.0438	0.0436

注: EIS 抽样数 $S = 200$，迭代 5 次，重复模拟实验 100 次获得参数估计的均值、标准差和均方根误差(RMSE).

4 实证研究

4.1 数据与已实现波动率测度

本文采用上证综合(SSE)指数和深证成份(SZSE)指数日度收盘价格和日内 5 min 高频交易价格数据作为研究样本. 鉴于我国股票市场在 2005 年开始实施了重大市场改革，数据抽样的时间跨度为 2005 年 1 月 4 日 ~ 2014 年 12 月 2 日，两指数均为 2 401 个日度观测值和 115 248 个日

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

内观测值. 所有数据均来源于天软数据库.

众所周知，波动率不能从金融市场中直接观测得到. 本文采用基于日内 5 min 高频交易数据构建的已实现波动率测度作为隐波动率的代理变量. 第 t 交易日的已实现波动率测度定义为[46,47]

$$RV_t = \sum_{i=1}^{n} r_{t,i}^2 \tag{19}$$

其中 n 是日内收益率总数目；$r_{t,i} = \ln P_{t,i} - \ln P_{t,i-1}$ 是 t 交易日的第 i 个日内(对数)收益率. Barndorff-Nielsen 和 Shephard[48] 研究表明，在理想的市场条件下(不存在市场微观结构噪声以及资产可连续交易)，已实现波动率 RV 依概率收敛于积分波动率(integrated volatility，IV)，即

$$RV_t \xrightarrow{p} IV_t = \int_{t-1}^{t} \sigma^2(s)\,\mathrm{d}s, \quad n \to \infty \tag{20}$$

其中 $\sigma^2(t)$ 为波动率过程.

然而，上述已实现波动率测度 RV 的构建忽略了重要的隔夜信息，实际应用中往往低估真实波动率. 为了克服这个问题，Hansen 和 Lunde[49] 引入“隔夜效应”，构建了如下修正的已实现波动率测度

$$(RV^*)_t = \omega_1 r_{t,0}^2 + \omega_2 RV_t \tag{21}$$

其中 $r_{t,0} = \ln P_{t-1,n} - \ln P_{t,0}$ 是隔夜收益率；$\omega_1 = (1-\varphi)\dfrac{\mu_0}{\mu_1}$；$\omega_2 = \varphi\dfrac{\mu_0}{\mu_2}$；$\varphi = \dfrac{\mu_2^2\eta_1^2 - \mu_1\mu_2\eta_{12}}{\mu_2^2\eta_1^2 + \mu_1^2\eta_2^2 - 2\mu_1\mu_2\eta_{12}}$；$\eta_1^2 = \mathrm{var}(r_{t,0}^2)$；$\eta_2^2 = \mathrm{var}(RV_t)$；$\eta_{12} = \mathrm{cov}(r_{t,0}^2, RV_t)$；$\mu_0$，$\mu_1$ 和 μ_2 分别是 $(r_{t,0}^2 + RV_t)$，$r_{t,0}^2$ 和 RV_t 的均值. Hansen 和 Lunde[49] 研究表明，修正的已实现波动率测度 RV^* 是真实波动率的非常有效的代理指标. 鉴于此，本文运用式(21)来构建已实现波动率测度，并以此作为隐波动率的代理变量.

图 1 和图 2 给出 SSE 指数和 SZSE 指数日度收益率(DR)($DR_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$，其中 P_t 是 t 时刻的指数收盘价格)与对数已实现波动率($\ln RV^*$)序列图. 表 2 给出两指数日度收益率与对数已实现波动率的描述性统计量. 从表 2 可以看到，两指数日度收益率的分布均呈现负偏态(偏度 <0)，且存在尖峰、厚尾特征(峰度 >3)，两指数日度收益率都拒绝正态分布的假定(Jarque-Bera 统计量显著). 两指数对数已实现波动率均呈现正偏态(偏度 >0)，也都拒绝正态分布的假定(Jarque-Bera 统计量显著). 滞后 10 阶的 Ljung-Box 检验结果表明，两指数日度收益率与对数已实现波动率序列都存在显著的自相关性. ARCH 效应检验表明，两指数日度收益率与对数已实现波动率序列都存在显著的异方差性. 这肯定了引入 ARMA(p，q) - GARCH(1，1)模型滤过负的指数收益率和对数波动率进而估计边际分布的必要性.

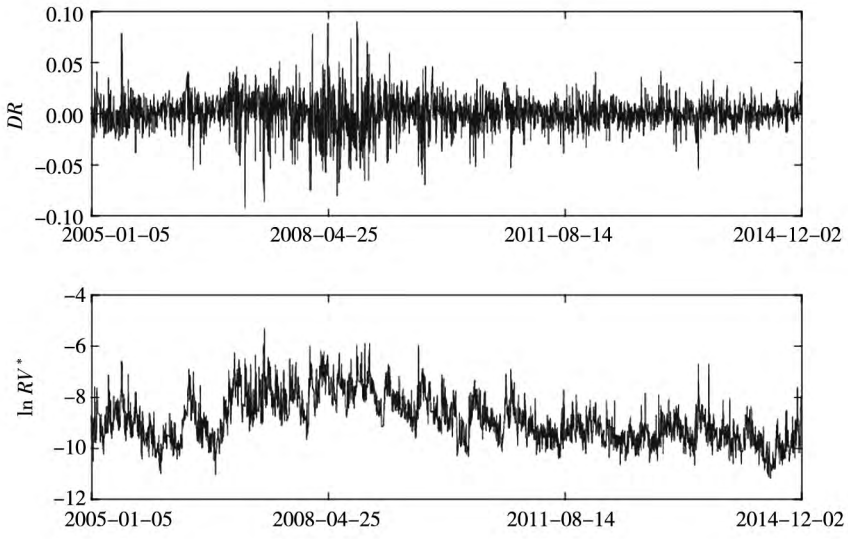

图 1　SSE 指数日度收益率(DR)与对数已实现波动率($\ln RV^*$)序列图

Fig. 1 Time series of daily returns (DR) and log realized volatilities ($\ln RV^*$) of SSE index

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

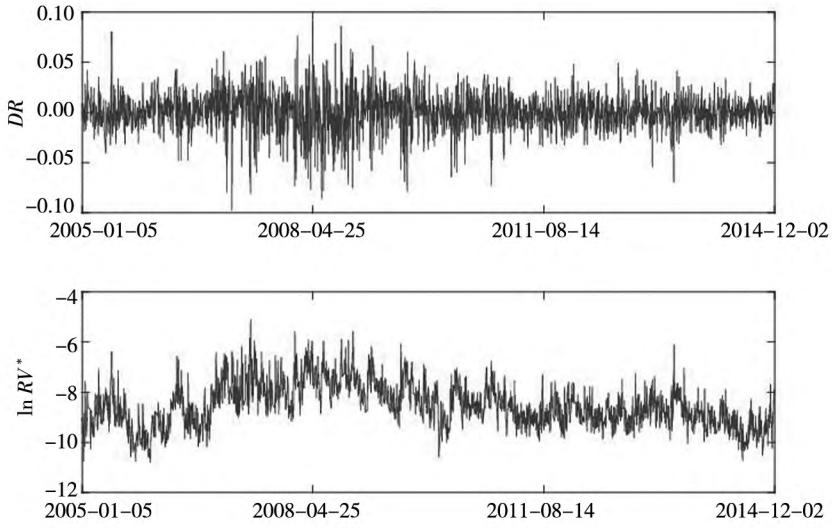

图 2 SZSE 指数日度收益率(*DR*) 与对数已实现波动率($\ln RV^*$) 序列图

Fig. 2 Time series of daily returns (*DR*) and log realized volatilities ($\ln RV^*$) of SZSE index

表 2 描述性统计量

Table 2 Descriptive statistics

统计值	均值	最小值	最大值	标准差	偏度	峰度	Jarque-Bera	Ljung-Box(10)	ARCH(10)
SSE									
DR	0.000 3	−0.092 6	0.090 3	0.016 7	−0.329 3	6.692 0	1 406.456 (0.000)	20.534 (0.025)	210.355 (0.000)
$\ln RV^*$	−8.848 0	−11.1675	−5.310 2	0.952 6	0.476 9	2.789 3	95.430 (0.000)	11 991.540 (0.000)	1 707.200 (0.000)
SZSE									
DR	0.000 5	−0.097 5	0.091 6	0.018 9	−0.313 9	5.598 7	714.745 (0.000)	25.288 (0.005)	199.196 (0.000)
$\ln RV^*$	−8.520 3	−10.7923	−5.086 3	0.881 0	0.397 1	2.944 0	63.388 (0.000)	10 591.168 (0.000)	1 608.587 (0.000)

注: *DR* 是日度收益率; $\ln RV^*$ 是对数已实现波动率; 括弧中是检验统计量 *p* 值.

4.2 边际分布估计及检验

基于 AIC 信息准则，本文选择 AR(1) 来消除 SSE 指数和 SZSE 指数收益率序列相关，分别选择 ARMA(2,2) 和 ARMA(2,1) 来消除 SSE 指数和 SZSE 指数的对数已实现波动率序列相关，以及使用 GARCH(1,1) 来消除两指数收益率及对数已实现波动率的异方差效应，估计模型得到独立同分布的标准化残差序列④. 进一步，根据式(6) 和(7) 计算得到边际分布 *U* 与 *V*. 由于 Copula 模型要求输入的边际分布是正确识别的，否则将可能导致错误的结论，因此进一步运用 BDS 检验和 Kolmogorov-Smirnov(K-S) 检验来判断 *U* 和 *V* 是否是序列独立和均匀分布的. 表 3 给出 BDS 检验和 K-S 检验结果.

由表 3 中 BDS 检验和 K-S 检验的结果综合来看，在 5% 置信水平下不能拒绝边际分布是序列独立的均匀分布的原假设，表明用该边际分布来拟合数据是合适的. 最后，从表 3 中还可以看到，沪深股市负的指数收益率与对数波动率的线性相关关系分别为 0.116 和 0.107，表明沪深股市的一个损失会伴随着未来波动率的一个增加，即杠杆效应的存在，但总体上较弱，并不如欧美

④ 模型估计结果如有需要可向作者索取.

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

成熟股票市场强.

4.3　尾部相关性结构考察

为了考察极端市场条件下我国股票市场收益率与波动率之间的尾部相关性结构，即下尾相关性(高收益率伴随低波动率)和上尾相关性(低收益率伴随高波动率)，构建如下两种灵活的能同时捕获下尾和上尾相关性的混合 Copula——Gumbel 混合 Copula 和 Clayton 混合 Copula:

$$C_{GM}(u,v\mid\theta_1,\theta_2)=\omega\cdot C_{SG}(u,v\mid\theta_1)+(1-\omega)\cdot C_{Gum}(u,v\mid\theta_2) \quad (22)$$

$$C_{CM}(u,v\mid\theta_1,\theta_2)=\omega\cdot C_{Clay}(u,v\mid\theta_1)+(1-\omega)\cdot C_{SC}(u,v\mid\theta_2) \quad (23)$$

其中 C_{Gum}，C_{SG}，C_{Clay} 和 C_{SC} 分别表示 Gumbel Copula，survival Gumbel Copula，Clayton Copula 和 survival Clayton Copula 函数，其具体表达式参见附录，ω 反映了具有下尾相关性的 Copula(survival Gumbel Copula 和 Clayton Copula)在混合 Copula 中的相对重要程度. 对于 Gumbel 混合 Copula，下、上尾相关性分别为

$$\lambda^L=\omega(2-2^{1/\theta_1}),\ \lambda^U=(1-\omega)(2-2^{1/\theta_2}) \quad (24)$$

对于 Clayton 混合 Copula，下、上尾相关性分别为

$$\lambda^L=\omega 2^{-1/\theta_1},\ \lambda^U=(1-\omega)2^{-1/\theta_2} \quad (25)$$

基于第 4.2 节中估计的边际分布函数，得到混合 Copula 模型的参数估计结果如表 4 所示. 从表 4 可以看到，与具有下尾相关性的 Copula 有关的权重 ω 的估计值都接近于零且在统计上不显著，此外，下尾相关性参数 θ_1 的估计值也都在统计上不显著，这意味着沪深两市负的股票收益率与对数波动率之间不存在下尾相关性，即股市高收益率不一定伴随低波动率. 对此的解释是中国股票市场卖空机制的缺乏以及投资者不理性地追逐利好消息. 相反，上尾相关性参数 θ_2 的估计值在统计上均显著，表明股市低收益率伴随高波动率. 由上可见，中国股票市场的杠杆效应具有非对称特征.

表 3　边际分布检验

Table 3 Tests of the marginal distributions

检验	SSE		SZSE	
	U	*V*	*U*	*V*
BDS	−1.351(0.177)	0.712(0.476)	−1.445(0.148)	1.241(0.215)
K-S	0.017(0.872)	0.014(0.968)	0.017(0.872)	0.014(0.968)
线性相关性	0.116		0.107	

注: 括弧中是 BDS 检验和 K-S 检验统计量的 p 值.

表 4　混合 Copula 估计结果

Table 4 Mixture Copula results

混合 Copula	θ_1	θ_2	ω	Log-lik	AIC	BIC
SSE						
Gumbel	4.806 9 (4.408 4)	1.073 0 (0.016 5)*	0.011 7 (0.016 4)	22.438 0	−38.875 9	−21.527 5
Clayton	5.651 1 (3.391 9)	0.142 0 (0.027 4)*	0.019 0 (0.014 7)	24.374 2	−42.748 5	−25.400 1
SZSE						
Gumbel	6.785 6 (38.832 6)	1.086 2 (0.015 8)*	0.000 6 (0.011 4)	26.403 0	−46.806 0	−29.457 6
Clayton	11.391 3 (14.374 8)	0.163 9 (0.027 5)*	0.004 3 (0.009 6)	26.412 5	−46.825 1	−29.476 7

注: Log-lik 是对数似然值; AIC 是赤池信息准则; BIC 是贝叶斯信息准则; 括弧中是标准误差;

* 表示在 5% 置信水平下显著.

4.4　随机 Copula 模型参数估计结果

根据第 4.3 节的分析，我国股票市场收益率与波动率之间只存在上尾相关性. 基于此，本文随机 Copula 模型中的 Copula 函数选取为能描述

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

上尾相关性的 Gumbel Copula 和 survival Clayton Copula，构建相应的随机 Copula 模型——随机 Gumbel Copula 模型和随机 survival Clayton Copula 模型，分别计算沪深两市收益率与波动率之间的动态尾部相关关系，对我国股票市场在极端市场条件下的时变杠杆效应进行研究. 运用第 2 部分给出的 EIS-ML 参数估计方法，设定 EIS 抽样数 $S=200$，EIS 迭代 5 次⑤，得到随机 Copula 模型的参数估计结果如表 5 所示. 为了比较起见，表 5 也给出了具有常数上尾相关性的静态 Copula 模型(静态 Gumbel Copula 模型和静态 survival Clayton Copula 模型) 以及 Patton[33] 的时变 Copula 模型⑥(时变 Gumbel Copula 模型和时变 survival Clayton Copula 模型) 的参数估计结果. 模型参数均采用 ML 方法估计得到.

从表 5 可以看到，沪深股市负的指数收益率和未来波动率之间存在显著的上尾相关性. 在静态 Gumbel Copula 模型中，负的指数收益率与未来波动率之间的上尾相关性为 $\lambda^U = 2 - 2^{1/\theta} \approx 0.10/0.11$ (SSE/SZSE)，在静态 survival Clayton Copula 模型中，负的指数收益率与未来波动率之间的上尾相关性为 $\lambda^U = 2^{-1/\theta} \approx 0.01/0.02$ (SSE/SZSE)，表明沪深股市极端低的指数收益率(即一个大的股价指数下跌) 伴随未来极端高的波动率的概率约为 1% ~11%. 比较静态 Gumbel Copula 模型与静态 survival Clayton Copula 模型估计的对数似然值、赤池信息准则(AIC) 和贝叶斯信息准则(BIC)，可以看到，两个模型对于沪深股市数据的拟合效果并不能得到一致性的结论. 比较静态 Copula 模型与时变 Copula 模型的估计结果，可以发现，沪市时变 Copula 模型具有显著的对数似然值的增加以及 AIC 和 BIC 值的降低，表明沪市时变 Copula 模型相比静态 Copula 模型具有更好的数据拟合效果; 深市时变 Copula 模型相比静态 Copula 模型也获得对数似然值的增加以及 AIC 值的降低，但 BIC 值却并没有降低，表明深市时变 Copula 模型并不优于静态 Copula 模型.

分析随机 Copula 模型与其它 Copula 模型(静态 Copula 模型和时变 Copula 模型) 基于对数似然值、AIC 和 BIC 值的比较结果，可以发现，随机 Copula 模型在沪深股市均获得了比其它所有 Copula 模型更高的对数似然值以及更小的 AIC 和 BIC 值，表明随机 Copula 模型在增加灵活性的同时，确实可以获得更为优越的数据拟合能力. 沪市随机 survival Clayton Copula 模型具有最好的数据拟合效果，深市随机 Gumbel Copula 模型具有最好的数据拟合效果. 表 5 最后两列给出 Copula 模型的 K-S 检验和 Anderson-Darling(A-D) 检验[35,39] 结果. 可以看到，所有 Copula 模型都通过了 K-S 检验和 A-D 检验，表明模型拟合是充分的. 综合对数似然、AIC、BIC、K-S 和 A-D 检验结果，沪市中随机 survival Clayton Copula 模型是最优拟合的模型，深市中随机 Gumbel Copula 模型是最优拟合的模型.

比较随机 Copula 模型在沪深股市的估计值，可以发现，沪深股市产生类似的结果. 一阶自回归 AR(1) 参数 β 的估计值均接近于 1 且在统计上高度显著，表明沪深股市的尾部相关性均展现很强的持续性，或者换句话说，沪深股市在极端市场条件下的杠杆效应具有很强的持续性，不会迅速衰减，这与 Ning 等[25] 和 Bollerslev 等[50] 的研究结论一致. 此外，沪深股市随机 Copula 模型的其它参数估计值也都在统计上显著，且随机 Copula 模型时变相关性参数的似然比检验统计量分别为 23.24/23.65(随机 Gumbel Copula 模型/随机 survival Clayton Copula 模型) 和 23.66/18.63(随机 Gumbel Copula 模型/随机 survival Clayton Copula 模型)⑦，在 1% 置信水平下显著，表明两个股票市场的收益率与波动率之间确实存在动态尾部相关关系，或者换句话说，两个股票市场都存在极端市场条件下的时变杠杆效应.

⑤ 为了保证似然估值的光滑性，在 EIS 算法中采用同一组普通随机数(common random numbers，CRNs) 来产生样本. 实际中，选取 EIS 抽样数为 200，EIS 迭代 5 次，可达到较高的收敛精度.

⑥ 时变 Copula 模型假定 Copula 的相关性参数服从如下形如 ARMA(1,10) 的过程 $\theta_t = \Psi(h_t)$，$h_t = \alpha + \beta h_{t-1} + v\dfrac{1}{10}\sum_{j=1}^{10} | u_{t-1-j} - v_{t-j} |$

⑦ 似然比检验统计量定义为 $LR = -2(LL_{res} - LL_{ur})$，其中 LL_{res} 是受约束模型(静态 Copula 模型) 的对数似然值，LL_{ur} 是无约束模型(随机 Copula 模型) 的对数似然值. Hafner 和 Manner[35] 研究表明，似然比检验统计量 LR 在 1% 置信水平下的临界值近似为 9.99.

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 5　参数估计结果

Table 5 Estimation results

类型	Copula	θ	α	β	ν	Log-lik	AIC	BIC	K-S	A-D
SSE										
静态	Gumbel	1.079 6 (0.014 2)*				22.069 6	−42.139 1	−36.356 3	0.992 7	0.998 1
	survival Clayton	0.156 2 (0.025 7)*				23.231 7	−44.463 3	−38.680 5	0.984 3	0.996 0
时变	Gumbel		0.077 7 (0.047 6)	0.947 0 (0.062 5)*	−0.700 0 (0.588 0)	31.684 4	−57.368 7	−40.020 3	0.991 6	0.996 4
	survival Clayton		0.114 7 (0.078 3)	0.889 8 (0.074 6)*	−1.057 7 (0.624 5)	31.749 8	−57.499 5	−40.151 1	0.958 0	0.995 9
随机	Gumbel		−0.0347 (0.0101)*	0.987 5 (0.008 4)*	0.168 2 (0.037 2)*	33.692 0	−61.384 0	−44.035 6	0.996 1	0.998 9
	survival Clayton		−0.0203 (0.0075)*	0.989 8 (0.009 5)*	0.152 8 (0.032 9)*	35.058 9	−64.117 7	−46.769 3	0.979 3	0.998 6
SZSE										
静态	Gumbel	1.086 6 (0.014 2)*				26.401 4	−50.802 7	−45.019 9	0.640 6	0.985 3
	survival Clayton	0.167 9 (0.026 1)*				26.297 2	−50.594 4	−44.811 6	0.705 1	0.966 3
时变	Gumbel		0.051 4 (0.040 1)	0.961 4 (0.021 1)*	−0.479 7 (0.223 4)*	32.230 5	−58.460 9	−41.112 5	0.823 2	0.993 4
	survival Clayton		0.086 1 (0.051 8)	0.951 2 (0.032 6)*	−0.568 4 (0.317 1)	32.309 8	−58.619 6	−41.271 2	0.912 5	0.989 6
随机	Gumbel		−0.023 2 (0.008 5)*	0.990 9 (0.009 6)*	0.139 5 (0.029 3)*	38.232 8	−70.465 6	−53.117 2	0.971 0	0.998 8
	survival Clayton		−0.033 5 (0.010 5)*	0.981 4 (0.008 6)*	0.105 9 (0.023 6)*	35.612 7	−65.225 5	−47.877 0	0.968 9	0.994 6

注：Log-lik 是对数似然值；AIC 是赤池信息准则；BIC 是贝叶斯信息准则；括弧中是标准误差；* 表示在 5% 置信水平下显著；K-S 和 A-D 分别是 K-S 检验和 A-D 检验的 p 值，小于 0.05 说明拒绝模型是合理设定的原假设.

4.5　极端市场条件下的时变杠杆效应考察

基于表 5 给出的随机 Copula 模型（随机 Gumbel Copula 模型和随机 survival Clayton Copula 模型）的参数估计结果，运用粒子滤波（particle filter）方法[51]得到了沪深股市滤过的时变杠杆效应如图 3 和图 4 所示. 从图 3 和图 4 可以看到，沪深股市杠杆效应均值非常接近，且展现出类似的变化趋势. 沪市杠杆效应变化范围为 0 ~ 0.45，深市杠杆效应变化范围为 0 ~ 0.55，沪深股市杠杆效应均展现一定的波动以及持续性特征.

从图 3 和图 4 还可以看到，在 2008 年全球金融危机、2010 年欧债危机以及 2011 年 8 月 ~ 2012 年 12 月期间，中国股票市场处于下跌阶段，沪深股市均表现出超过平均水平更为强烈的杠杆效应，表明在此阶段沪深股市一个大的下跌伴随着未来一个高的波动率的概率相比其它阶段要高. 特别地，在 2008 年全球金融危机期间，沪市股市杠杆效应均达到样本期内的最高值，在此阶段沪深股市一个大的下跌伴随着未来一个高的波动率的概率非常高. 与之相反，在股票市场上升阶段，沪深股市均表现出非常低的杠杆效应，表明在此阶段沪深股市一个大的下跌伴随着未来一个高的波动率的概率非常低. 这种现象可能是由于在股票市场上升阶段投资者表现为过度自信的心理，当大跌出现时，投资者并没有对此情形做出大的反应，使得股票市场在上升阶段的杠杆效应并不明显.

最后，值得注意的是，在 2014 年期间，沪深股

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

市杠杆效应存在差异，深市展现出明显比沪市更强的杠杆效应，表明在此阶段深市一个大的下跌伴随着未来一个高的波动率的概率相比沪市一个大的下跌伴随着未来一个高的波动率的概率要高.

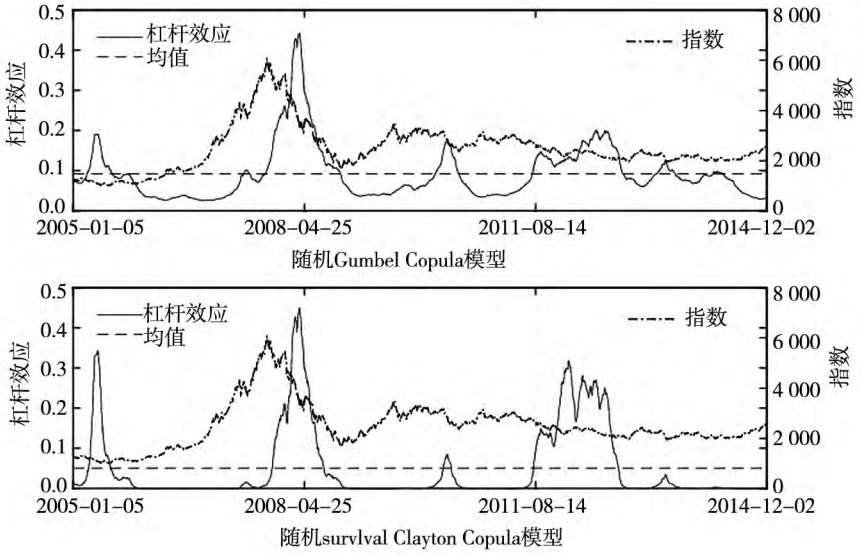

图 3 沪市滤过的时变杠杆效应(上图：随机 Gumbel Copula 模型；下图：随机 survival Clayton Copula 模型)

Fig. 3 Filtered time-varying leverage effects for SSE index (Top: stochastic Gumbel Copula model; Bottom: stochastic survival Clayton Copula model)

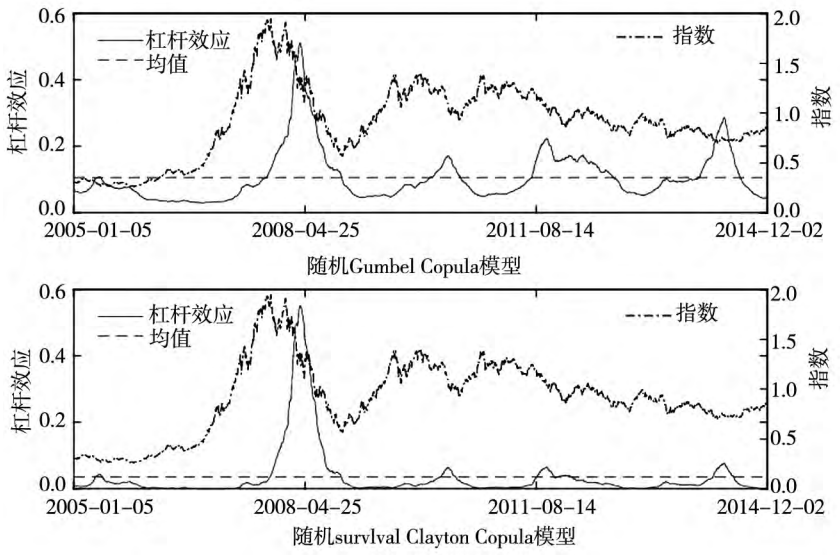

图 4 深市滤过的时变杠杆效应(上图：随机 Gumbel Copula 模型；下图：随机 survival Clayton Copula 模型)

Fig. 4 Filtered time-varying leverage effects for SZSE index (Top: stochastic Gumbel Copula model; Bottom: stochastic survival Clayton Copula model

5 结束语

股票市场的杠杆效应一直是金融领域研究的热点问题. 通过对极端市场条件下股票市场时变杠杆效应(股票市场收益率与波动率的动态尾部相关性)的研究有助于加深对股票市场微观结构的了解，特别有助于理解股票市场发生大涨大跌时市场对信息的动态反映特征，对于股票期权定价、资产组合配置以及风险管理都具有重要的意义. 本文构建随机 Copula 模型——随机 Gumbel Copula 模型和随机 survival Clayton Copula 模型，考察了中国股票市场在极端市场条件下的时变杠杆效应. 采用已实现波动率测度作为隐波动率的代理变量，解决金融市场中波动率不可直接观测的问题. 为了估计随机 Copula 模型的参数，本文

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

运用简单、有效且易于实现的 EIS-ML 参数估计方法. 基于沪深股市数据的实证研究表明：中国股票市场的杠杆效应具有非对称特征，即股市低收益率伴随高波动率，但股市高收益率不一定伴随低波动率；中国股票市场的杠杆效应存在显著的时变性，沪深股市杠杆效应表现出类似的变化趋势；随机 Copula 模型相比其它 Copula 模型（静态 Copula 模型和时变 Copula 模型）具有更好的数据拟合效果. 特别地，随机 survival Clayton Copula 模型在沪市具有最好的数据拟合效果，随机 Gumbel Copula 模型在深市具有最好的数据拟合效果.

参 考 文 献：

[1] Black F. Studies of stock price volatility changes [C] // Proceedings of the Business and Economic Statistical Section, American Statistical Association, 1976: 177 – 181.

[2] Christie A A. The stochastic behavior of common stock variances: Value, leverage, and interest rate effects [J]. Journal of Financial Economics, 1982, 10(4): 407 – 432.

[3] Engle R, Ng V. Measuring and testing the impact of news in volatility [J]. Journal of Finance, 1993, 48(5): 1749 – 1778.

[4] Glosten L, Jagannathan R, Runkle D. On the relation between the expected value and volatility of nominal excess returns on stocks [J]. Journal of Finance, 1993, 48(5): 1779 – 1801.

[5] Harvey A C, Shephard N. Estimation of an asymmetric stochastic volatility model for asset returns [J]. Journal of Business and Economic Statistics, 1996, 14(4): 429 – 434.

[6] Jacquier E, Polson N, Rossi P. Bayesian analysis of stochastic volatility models with fat tails and correlated errors [J]. Journal of Econometrics, 2004, 122(1): 185 – 212.

[7] Li Q, Yang J, Hsiao C, et al. The relationship between stock returns and volatility in international stock markets [J]. Journal of Empirical Finance, 2005, 12(5): 650 – 665.

[8] Yu J. On leverage in a stochastic volatility model [J]. Journal of Econometrics, 2005, 127(2): 165 – 178.

[9] Yu J. A semiparametric stochastic volatility model [J]. Journal of Econometrics, 2012, 167(2): 473 – 482.

[10] Asai M, McAleer M. Dynamic asymmetric leverage in stochastic volatility models [J]. Econometric Reviews, 2005, 24(3): 317 – 332.

[11] Asai M, McAleer M. Alternative asymmetric stochastic volatility models [J]. Econometric Reviews, 2011, 30(5): 548 – 564.

[12] Lai Y S, Sheu H J. On the importance of asymmetries for dynamic hedging during the subprime crisis [J]. Applied Financial Economics, 2011, 21(11): 801 – 813.

[13] 吴恒煜，朱福敏，温金明. 带杠杆效应的无穷纯跳跃 Levy 过程期权定价 [J]. 管理科学学报，2014，17(8)：74 – 94.
Wu Hengyu, Zhu Fumin, Wen Jinming. Option pricing based on conditional infinite pure jump Levy processes with leverage effect [J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(8): 74 – 94. (in Chinese)

[14] Yeh Y H, Lee T S. The interaction and volatility asymmetry of unexpected returns in the greater China stock markets [J]. Global Finance Journal, 2000, 11(1/2): 129 – 149.

[15] 陆　蓉，徐龙炳. 中国股票市场对政策信息的不平衡性反应研究 [J]. 经济学（季刊），2004，4(1)：319 – 330.
Lu Rong, Xu Longbing. Asymmetric effects of policy information on China's stock markets [J]. China Economic Quarterly, 2004, 4(1): 319 – 330. (in Chinese)

[16] 陆　蓉，徐龙炳. “牛市”和“熊市”对信息的不平衡性反应研究 [J]. 经济研究，2004，39(3)：65 – 72.
Lu Rong, Xu Longbing. The asymmetry information effect on bull and bear stock markets [J]. Economic Research Journal, 2004, 39(3): 65 – 72. (in Chinese)

[17] 何兴强，李　涛. 不同市场态势下股票市场的非对称反应——基于中国上证股市的实证分析 [J]. 金融研究，2007，(8)：131 – 140.
He Xingqiang, Li Tao. The asymmetric reactions of stock market under different phases: An empirical study based on Shanghai Stock Exchange [J]. Journal of Financial Research, 2007, (8): 131 – 140. (in Chinese)

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

[18] 朱钧钧，谢识予. 中国股市波动率的双重不对称性及其解释——基于 MS-TGARCH 模型的 MCMC 估计和分析 [J]. 金融研究，2011，(3)：134 - 148.
Zhu Junjun，Xie Shiyu. Double asymmetry of volatility in the Chinese stock market and its explanations：Estimation and analysis of MS-TGARCH model based on MCMC method [J]. Journal of Financial Research，2011，(3)：134 - 148. (in Chinese)

[19] 王春峰，蒋祥林，李 刚. 基于随机波动性模型的中国股市波动性估计 [J]. 管理科学学报，2003，6(4)：63 - 72.
Wang Chunfeng，Jiang Xianglin，Li Gang. Estimating volatility of Chinese stock market by stochastic volatility model [J]. Journal of Management Sciences in China，2003，6(4)：63 - 72. (in Chinese)

[20] 孟利锋，张世英，何 信. 具有杠杆效应 SV 模型的贝叶斯分析及其应用 [J]. 系统工程，2004，22(3)：47 - 51.
Meng Lifeng，Zhang Shiyin，He Xin. Bayesian analysis of stochastic volatility model with leverage effect and its application [J]. Systems Engineering，2004，22(3)：47 - 51. (in Chinese)

[21] 孟利锋，张世英. 具有杠杆效应的非线性 SV 模型及其应用 [J]. 系统管理学报，2009，18(1)：14 - 20.
Meng Lifeng，Zhang Shiying. Nonlinear stochastic volatility model with leverage effect and its application [J]. Journal of Systems & Management，2009，18(1)：14 - 20. (in Chinese)

[22] 黄 波，顾孟迪，李 湛. 偏正态随机波动模型及其实证检验 [J]. 管理科学学报，2010，13(2)：77 - 85.
Huang Bo，Gu Mengdi，Li Zhan. Stochastic volatility model with skew normal distribution and its empirical test [J]. Journal of Management Sciences in China，2010，13(2)：77 - 85. (in Chinese)

[23] 刘庆富，周程远. 中国股票市场的非对称效应研究 [J]. 系统工程学报，2012，27(5)：648 - 655.
Liu Qingfu，Zhou Chengyuan. Study on asymmetric effect of Chinese stock markets [J]. Journal of Systems Engineering，2012，27(5)：648 - 655. (in Chinese)

[24] 吴鑫育，周海林，汪寿阳，等. 基于 EIS 的杠杆随机波动率模型的极大似然估计 [J]. 管理科学学报，2013，16(1)：74 - 86.
Wu Xinyu，Zhou Hailin，Wang Shouyang，et al. EIS-based maximum likelihood estimation of stochastic volatility model with leverage effect [J]. Journal of Management Sciences in China，2013，16(1)：74 - 86. (in Chinese)

[25] Ning C，Xu D H，Wirjanto T. Modelling leverage effect with Copulas and realized volatility [J]. Finance Research Letters，2008，5(4)：221 - 227.

[26] Bandi F M，Renó R. Time-varying leverage effects [J]. Journal of Econometrics，2012，169(1)：94 - 113.

[27] Veraart A，Veraart L. Stochastic volatility and stochastic leverage [J]. Annals of Finance，2012，8(2)：205 - 233.

[28] Bretó C. On idiosyncratic stochasticity of financial leverage effects [J]. Statistics and Probability Letters，2014，91(8)：20 - 26.

[29] 陈浪南，黄杰鲲. 中国股票市场波动非对称性的实证研究 [J]. 金融研究，2002，(5)：67 - 73.
Chen Langnan，Huang Jiekun. Empirical study of the asymmetric effects of volatility on Chinese stock market [J]. Journal of Financial Research，2002，(5)：67 - 73. (in Chinese)

[30] 吴启权，王春峰，房振明，等. 基于 SV 模型时变参数的中国股市政策效应研究 [J]. 北京理工大学学报(社会科学版)，2006，8(3)：41 - 45.
Wu Qiquan，Wang Chunfeng，Fang Zhenming，et al. A research on time-varying parameters of SV model and the policy effects of Chinese stock market [J]. Journal of Beijing Institute of Technology (Social Science Edition)，2006，8(3)：41 - 45. (in Chinese)

[31] 王 亮，刘金全. 中国股票市场非对称反应研究 [J]. 工业技术经济，2010，29(5)：143 - 146.
Wang Liang，Liu Jinquan. Study on the asymmetric reactions of Chinese stock market [J]. Industrial Technology & Economy，2010，29(5)：143 - 146. (in Chinese)

[32] 吴鑫育，周海林，汪寿阳，等. 双杠杆门限随机波动率模型及其实证研究 [J]. 管理科学学报，2014，17(7)：63 - 81.
Wu Xinyu，Zhou Hailin，Wang Shouyang，et al. A threshold stochastic volatility model with double leverage and its empirical research [J]. Journal of Management Sciences in China，2014，17(7)：63 - 81. (in Chinese)

[33] Patton A. Modelling asymmetric exchange rate dependence [J]. International Economic Review，2006，47(2)：527 - 556.

[34] Hafner C M，Reznikova O. Efficient estimation of a semiparametric dynamic Copula model [J]. Computational Statistics &

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Data Analysis, 2010, 54(11): 2609 – 2627.

[35] Hafner C M, Manner H. Dynamic stochastic Copula models: Estimation, inference and applications [J]. Journal of Applied Econometrics, 2012, 27(2): 269 – 295.

[36] Okimoto T. New evidence of asymmetric dependence structures in international equity markets [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2008, 43(3): 787 – 816.

[37] Chollete L, Heinen A, Valdesogo A. Modeling international financial returns with a multivariate regime switching Copula [J]. Journal of Financial Econometrics, 2009, 7(4): 437 – 480.

[38] Garcia R, Tsafack G. Dependence structure and extreme comovements in international equity and bond markets with portfolio diversification effects [J]. Journal of Banking and Finance, 2011, 35(8): 1954 – 1970.

[39] Manner H, Reznikova O. A survey on time-varying Copulas: Specification, simulations, and application [J]. Econometric Reviews, 2012, 31(6): 654 – 687.

[40] Xu D H, Li Y Y. Empirical Evidence of Leverage Effect in a Stochastic Volatility Model: A Realized Volatility Approach [R]. University of Waterloo, 2010.

[41] Joe H. Multivariate Models and Dependence Concepts [M]. London: Chapman & Hall, 1997.

[42] Patton A J. Copula-Based Models for Financial Time Series [M] // Andersen T G, et al. (Ed.) Handbook of Financial Time Series, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009: 767 – 785.

[43] Fermanian J D, Scaillet O. Some statistical pitfalls in Copula modeling for financial applications [C] // Klein E. (Ed.), Capital Formation, Governance and Banking, New York: Nova Science Publishing, 2005: 59 – 74.

[44] 张连增, 胡　祥. Copula 的参数与半参数估计方法的比较 [J]. 统计研究, 2014, 31(2): 91 – 95.
Zhang Lianzeng, Hu Xiang. Comparison of parametric and semiparametric estimation methods for Copula [J]. Statistical Research, 2014, 31(2): 91 – 95. (in Chinese)

[45] Richard J F, Zhang W. Efficient high-dimensional importance sampling [J]. Journal of Econometrics, 2007, 127(2): 1385 – 1411.

[46] Andersen T G, Bollerslev T. Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts [J]. International Economic Review, 1998, 39: 885 – 905.

[47] Andersen T G, Bollerslev T, Diebold F X, et al. The distribution of realized stock return volatility [J]. Journal of Financial Economics, 2001, 61(1): 43 – 76.

[48] Barndorff-Nielsen O E, Shephard N. Non-Gaussian Ornstein-Ulhlenbeck-based models and some of their uses in financial economics [J]. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 2001, 63(2): 167 – 241.

[49] Hansen P R, Lunde A. A realized variance for the whole day based on intermittent high-frequency data [J]. Journal of Financial Econometrics, 2005, 3(4): 525 – 554.

[50] Bollerslev T, Litvinova J, Tauchen G. Leverage and volatility feedback effects in high-frequency data [J]. Journal of Financial Econometrics, 2006, 4(3): 353 – 384.

[51] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F. Novel approach to nonlinear/Non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. IEE Proceedings-F, 1993, 140(2): 107 – 113.

Time-varying leverage effects in Chinese stock markets: Empirical analysis based on stochastic Copula models

WU Xin-yu[1], *REN Sen-chun*[1], *MA Chao-qun*[2], *WANG Shou-yang*[3]

1. School of Finance, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu 233030, China;
2. Business School, Hunan University, Changsha 410082, China;
3. Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Abstract: This paper constructs stochastic Copula models to study the time-varying leverage effects in Chinese

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

stock markets at the extremes. It is well-known that volatility can not be directly observed in the financial markets. To overcome this problem, realized volatility is used to measure the latent volatility. Then the efficient importance sampling-based maximum likelihood (EIS-ML) estimation is adopted to estimate the parameters of the stochastic Copula models. The empirical results from data of Shanghai and Shenzhen stock markets demonstrate that the leverage effects in Chinese stock markets exhibit asymmetric features. Specifically, extremely low stock market returns tend to be associated with extremely large volatilities, but extremely high stock market returns are not related to small volatilities. Moreover, the leverage effects in Chinese stock markets are found to be changing over time and exhibit similar variation trends in Shanghai and Shenzhen stock markets. The stochastic Copula models are shown to outperform other Copula models, including the static Copula models and time-varying Copula models.

Key words: time-varying leverage effects; tail dependence; stochastic Copula models; realized volatility; maximum likelihood estimation

附录:

A. Gumbel Copula 和 survival Gumbel Copula 分布密度函数

Gumbel Copula **的分布函数定义为**

$$C_{\mathrm{Gum}}(u,v\mid\theta)=\exp\{-[(-\ln u)^{\theta}+(-\ln v)^{\theta}]^{1/\theta}\}$$

相对应的密度函数表达式为

$$c_{\mathrm{Gum}}(u,v\mid\theta)=\frac{(-\ln u)^{\theta-1}(-\ln v)^{\theta-1}}{uv}\exp\{-[(-\ln u)^{\theta}+(-\ln v)^{\theta}]^{1/\theta}\}\times$$
$$[(-\ln u)^{\theta}+(-\ln v)^{\theta}]^{1/\theta-2}\{[(-\ln u)^{\theta}+(-\ln v)^{\theta}]^{1/\theta}+\theta-1\}$$

其中 $\theta\in[1,\infty)$. **因此对于** Gumbel Copula, **式**(4) **中合适的变换形式为** $\Psi(x)=\exp(x)+1$. Gumbel Copula **只能描述上尾相关性, 有** $\lambda^{U}=2-2^{1/\theta}$ **和** $\lambda^{L}=0$.

survival Gumbel Copula **的分布函数和密度函数分别为**

$$C_{\mathrm{SG}}(u,v\mid\theta)=C_{\mathrm{Gum}}(1-u,1-v\mid\theta)+u+v-1$$

$$c_{\mathrm{SG}}(u,v\mid\theta)=c_{\mathrm{Gum}}(1-u,1-v\mid\theta)$$

survival Gumbel Copula **只能描述下尾相关性, 有** $\lambda^{L}=2-2^{1/\theta}$ **和** $\lambda^{U}=0$.

B. Clayton Copula 和 survival Clayton Copula 分布密度函数

Clayton Copula **的分布函数定义为**

$$C_{\mathrm{Clay}}(u,v\mid\theta)=[u^{-\theta}+v^{-\theta}-1]^{-1/\theta}$$

相对应的密度函数表达式为

$$c_{\mathrm{Clay}}(u,v\mid\theta)=u^{-1-\theta}v^{-1-\theta}(u^{-\theta}+v^{-\theta}-1)^{-2-1/\theta}(1+\theta)$$

其中 $\theta\in(0,\infty)$. **因此对于** Clayton Copula, **式**(4) **中合适的变换形式为** $\Psi(x)=\exp(x)$. Clayton Copula **只能描述下尾相关性, 有** $\lambda^{L}=2^{-1/\theta}$ **和** $\lambda^{U}=0$.

survival Clayton Copula **的分布函数和密度函数分别为**

$$C_{\mathrm{SC}}(u,v\mid\theta)=C_{\mathrm{Clay}}(1-u,1-v\mid\theta)+u+v-1$$

$$c_{\mathrm{SC}}(u,v\mid\theta)=c_{\mathrm{Clay}}(1-u,1-v\mid\theta)$$

survival Clayton Copula **只能描述上尾相关性, 有** $\lambda^{U}=2^{-1/\theta}$ **和** $\lambda^{L}=0$.

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net