

住房反向抵押贷款保险市场博弈演化模型研究^①

董沛武, 乔凯, 程璐

(北京理工大学管理与经济学院, 北京 100081)

摘要: 针对目前我国住房反向抵押贷款保险市场“供需双冷”的问题, 本文从供给需求角度入手, 构建了住房反向抵押贷款保险市场主体博弈模型, 运用演化博弈理论分析了老年人和保险公司策略选择的动态变化过程, 研究了住房反向抵押贷款保险市场的演化路径, 揭示了市场的演化规律。模型解析及数值算例结果表明: 当保险公司开展住房反向抵押贷款保险业务的成本收入率处于0和1之间, 同时老年人的效用比大于1时, 市场具有(申请, 开展), (不申请, 不开展)两个演化稳定均衡; 老年人或保险公司对住房反向抵押贷款保险的初始接受程度超过特定阈值是市场收敛至(申请, 开展)均衡的必要条件; 市场收敛至(申请, 开展)的概率与博弈支付矩阵的结构和参数密切相关。本文的结论可以为政府提供决策支持, 以制定合适的政策, 引导并促进住房反向抵押贷款保险市场健康有序发展。

关键词: 以房养老; 反向抵押; 演化博弈

中图分类号: F840.67 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2019)02-0052-11

0 引言

近年来, 随着人口老龄化问题的日益加剧, 我国社会基本养老保险体系面临的压力逐年增大^[1-2]。在这一背景下, 如何为数量众多的老年人养老, 已逐渐成为政府和社会高度关注的热点问题。进一步完善多层次养老保障体系, 加快发展商业养老保险是解决养老难题的必由之路^[3-4]。

住房反向抵押贷款保险是一类适老性商业养老保险, 也是“以房养老”的重要实现形式。其利用人生命周期和住房使用周期的差异, 将老年人去世后的房屋余值提前予以贴现, 用以弥补老年人退休后收入的不足^[5]。这种保险能够极大地提高老年人的自我保障能力。2014年6月, 保监会发布了《关于开展老年人住房反向抵押养老保险试点的指导意见》(保监发[2014]53号), 正式将这种保险引入我国, 并选取北京、上海、广州和武

汉4个城市进行试点。2016年7月, 保监会进一步延长了试点时间并扩大了试点范围。然而, 尽管政府大力宣传这一新型的养老模式, 并出台相关文件鼓励其发展, 但从实践结果来看, 效果并不理想。截至2018年6月, 在供给侧, 市场中仅有幸福人寿保险公司开展该业务; 在需求侧, 全国范围内也仅有98户139位老人办理了该业务。这从一个角度反映了我国住房反向抵押贷款保险市场“供需双冷”的现状。

关于住房反向抵押贷款保险市场出现的“供需双冷”问题, 大量学者进行了研究, 并取得了一定的研究成果。在供给方面, 孟晓苏和柴效武^[6]指出由于住房反向抵押贷款保险的运营费用较高, 而业务收入有限, 因此多数金融机构开展业务的动力不足。王伟^[7]分析了住房反向抵押贷款保险的运营过程, 指出金融机构在开展该业务时将面临包括利率风险、长寿风险、房屋价值波动风

^① 收稿日期: 2018-04-12; 修订日期: 2018-08-15。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71273032; 71873015)。

作者简介: 董沛武(1963—), 男, 黑龙江肇州人, 博士后, 教授。Email: dongpeiwu@bit.edu.cn

险、道德风险、流动性风险在内的多种风险。Shao等^[8]指出由于定价时未考虑房屋的异质性,保险公司实际承担了更大的风险。由于运营住房反向抵押贷款保险产品的风险较大^[9],一般私营金融机构不具有开展此类业务的能力。

在需求方面,Nakajima等^[10]通过一系列行为实验证明了遗赠动机、机构养老风险及高昂的保险成本是导致住房反向抵押贷款保险需求不足的主要原因。陈秉正等^[11]对北京老年人参与住房反向抵押贷款保险的意愿进行调研,得出了与Nakajima等^[10]相似的结论。Shan^[12]利用美国房产价值转换抵押贷款计划(housing equity conversion mortgage,HECM)申请者数据进行实证研究,指出HECM申请者表现出了更低的遗赠意愿和更高的金融素养。Davidoff等^[13]指出老年人金融知识的匮乏会抑制其对住房反向抵押贷款保险产品的需求。Warshawsky^[14]认为在美国仅有12%~14%的老年人能够合理使用住房反向抵押贷款保险。Chen和Yang^[15]考察了房价变化对住房反向抵押贷款保险需求的影响,指出高房价能够增加老年人对住房反向抵押贷款保险的需求。Haurin等^[16]进一步指出,当房价高于长期平均值时,老年人参与住房反向抵押贷款保险的意愿上升,而当房价低于长期平均值时,老年人的参与意愿降低。

显然,以上研究多是从供给或需求一方的角度对住房反向抵押贷款保险市场中“供需双冷”现象及其成因的定性分析和检验,缺乏从供需整体的角度对市场内在演化机理的深入研究。鉴于此,本文在上述文献的基础上,从供给需求角度入手,建立住房反向抵押贷款保险市场主体博弈模型,运用演化博弈理论分析老年人及保险公司策略选择的动态变化过程,研究市场的演化路径,揭示市场的演化规律,剖析市场的演化机理,以期在丰富相关理论研究的同时,为政府制定政策引导市场走出困局,健康有序发展提供决策支持。

1 住房反向抵押贷款保险市场主体博弈模型构建

考虑一个住房反向抵押贷款保险市场,市场

中有两类主体,分别为老年人和保险公司。其中,老年人是住房反向抵押贷款保险的需求主体,其目标是利用住房反向抵押贷款保险产品对累积财富进行合理配置,从而实现自身效用最大化。通过对文献的梳理及分析可知老年人申请住房反向抵押贷款保险的决策主要受消费效用、遗赠效用、申请成本等因素的影响。保险公司是住房反向抵押贷款保险的供给主体,其通过向老年人提供住房反向抵押服务,获取业务收益,其决策主要受业务收入及成本的影响。显然,作为市场供需的双方,老年人和保险公司间存在博弈关系。为了简化分析,假定老年人和保险公司均有两种策略,对于老年人而言,其可以选择申请住房反向抵押贷款保险业务(A),也可以选择不申请该业务(NA);相应的,对于保险公司而言,其可以选择开展住房反向抵押贷款保险业务(E)或不开展该业务(NE)。不失一般性的,对老年人和保险公司进行如下假设和说明:

1) 老年人和保险公司均为有限理性决策人,按照效用最大化原则做出决策。

2) 在需求侧,老年人具有数额为 S 的养老储蓄和价值为 H 的房产。当其消费养老储蓄为自己养老时,其获得消费效用 u 。由于住房反向抵押贷款保险产品主要面向的是具有“房产富人,现金穷人”特征的老年人,因此此处合理地假设养老储蓄仅能用于消费,不能用于遗赠。对于拥有的房产,老年人可以选择利用住房反向抵押贷款保险产品将之盘活用于补充养老储蓄的不足,也可以选择将之遗赠给自己的子女,获取遗赠效用 b 。为了分析方便,此处忽略房产折旧及土地价值升值对老年人决策的影响。

依据效用理论,老年人的消费效用 u 及遗赠效用 b 满足单调性及边际效用递减规律,也即有 $u' > 0$ 、 $b' > 0$ 和 $u'' < 0$ 、 $b'' < 0$ 成立。

3) 由于老年人的金融知识相对匮乏,因此当其选择申请(A)住房反向抵押贷款保险时,需要支付一定的货币和时间成本对该产品进行了解。本文设老年人为获取住房反向抵押贷款保险相关信息而支付的总成本为 c_1 。

此外,由于住房反向抵押贷款保险市场存在较为严重的信息不对称问题,老年人在申请该业务时承担了一定的道德风险。这会导致其效用受

损,设老年人的效用调整系数为 ρ , $0 \leq \rho \leq 1$.

4) 在供给侧,由于我国保险公司缺乏住房反向抵押贷款保险产品的运营经验,故在市场发展初期,可以从较为简单的业务模式入手^[6]. 本文主要以不包含赎回权的住房反向抵押贷款保险产品为例进行研究.

5) 设保险公司开展住房反向抵押贷款保险业务的贷款价值比率为 v , $0 \leq v \leq 1$. 对于不包含赎回权的住房反向抵押贷款保险产品而言, $(1-v)H$ 即为保险公司的业务收益. 由于业务周期较长,因此需要应用收益贴现系数 ξ 对收益进行调整.

6) 设保险公司开展住房反向抵押贷款保险业务的成本为 c_2 .

除供需关系,住房反向抵押贷款保险市场的演化还会受到外部经济、政策环境的影响. 而政府是外部环境的调控者. 其可以通过制度安排的方式有效调节博弈双方的支付^[17,18],进而影响市场的演化. 因此,本文将政府作为隐式参与主体引入博弈. 下面对政府的政策变量进行假设说明:

7) 设政府对老年人征收税率为 β 的遗产税, $0 \leq \beta \leq 1$.

8) 设政府对老年人及保险公司的补贴额度分别为 a 和 π . 政府对保险公司的补贴额度应满足 $\pi \leq c_2$.

根据以上假设说明,可以写出不同策略组合条件下,老年人和保险公司的支付函数,构成博弈支付矩阵,具体如表 1 所示.

表 1 住房反向抵押贷款保险市场主体博弈支付矩阵

Table 1 Payoff matrix of players in the housing reverse mortgage insurance market

		保险公司	
		开展(E)	不开展(NE)
老年人	申请(A)	$u(S + \rho v H + a - c_1)$, $(1-v)H\xi + \pi - c_2$	$u(S - c_1) + b((1-\beta)H)$ ρ
	不申请(NA)	$u(S) + b((1-\beta)H)$, $\pi - c_2$	$u(S) + b((1-\beta)H)$ ρ

2 演化博弈分析

2.1 演化平衡点

设 t 时刻市场中选择申请(A)策略的老年人比例为 $x(0 \leq x \leq 1)$, 则选择不申请(NA)策略

的比例为 $1-x$; 同时,假设 t 时刻采取开展(E)策略的保险公司比例为 y , 则采取不开展(NE)策略的比例为 $1-y$.

根据表 1 所示的博弈支付矩阵,当老年人选择申请(A)策略时,其获得的期望收益为

$$E(\{A\}) = yu(S + \rho v H + a - c_1) + (1-y)[u(S - c_1) + b((1-\beta)H)] \quad (1)$$

当老年人选择不申请(NA)策略时,其获得的期望收益为

$$E(\{NA\}) = u(S) + b((1-\beta)H) \quad (2)$$

因此,老年人在上述两个策略条件下的综合期望收益为

$$\bar{E}_{old} = xE(\{A\}) + (1-x)E(\{NA\}) \quad (3)$$

同理,可以得到保险公司采取开展(E)策略时的期望收益为

$$E(\{E\}) = x[(1-v)H\xi + \pi - c_2] + (1-x)(\pi - c_2) \quad (4)$$

保险公司采取不开展(NE)策略时的期望收益为

$$E(\{NE\}) = 0 \quad (5)$$

综上,保险公司在上述两个策略下的综合期望收益为

$$\bar{E}_{insurance} = yE(\{E\}) + (1-y)E(\{NE\}) \quad (6)$$

根据演化博弈理论^[19-21],可以得到老年人的复制者动态方程

$$F(x) = \frac{dx}{dt} = x(E(\{A\}) - \bar{E}_{old}) = x(1-x)[E(\{A\}) - E(\{NA\})] \quad (7)$$

同理,得到保险公司的复制者动态方程

$$F(y) = \frac{dy}{dt} = y(E(\{E\}) - \bar{E}_{insurance}) = y(1-y)[E(\{E\}) - E(\{NE\})] \quad (8)$$

由微分方程(7)和微分方程(8)可组成一个二维动力系统 M,具体如式(9)所示.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(1-x)\{yu(S + \rho v H + a - c_1) + (1-y)[u(S - c_1) + b((1-\beta)H)] - u(S) - b((1-\beta)H)\} \\ \frac{dy}{dt} = y(1-y)[x(1-v)H\xi + (\pi - c_2)] \end{cases} \quad (9)$$

于是,整个住房反向抵押贷款保险市场可用动

力系统 M 进行描述. 下面通过 M 研究市场参与主体策略选择的动态变化过程, 探索市场的演化路径及规律.

为了便于分析, 令 $x_0 = \frac{c_2 - \pi}{(1-v)H\xi}$, $y_0 = \frac{u(S) - u(S - c_1)}{u(S + \rho v H + a - c_1) - u(S - c_1) - b((1-\beta)H)}$
易得系统 M 具有如下性质.

命题 1 系统 M 的平衡点为 $E_1(0, 0)$ 、 $E_2(0, 1)$ 、 $E_3(1, 0)$ 、 $E_4(1, 1)$. 当 $c_2 - (1-v)H\xi < \pi < c_2$, $u(S) + b((1-\beta)H) < u(S + \rho v H + a - c_1)$ 成立时, $E_5(x_0, y_0)$ 点也是系统 M 的平衡点.

证明 令 $F(x) = 0$, $F(y) = 0$. 显然有 $(0, 0)$ 、 $(0, 1)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(1, 1)$ 是系统 M 的平衡点. 当 $c_2 - (1-v)H\xi < \pi$, $u(S) + b((1-\beta)H) < u(S + \rho v H + a - c_1)$ 时, $0 < x_0 < 1$, $0 < y_0 < 1$, 因此 (x_0, y_0) 也是系统 M 的平衡点.

2.2 平衡点稳定性分析

Ji 等^[22] 指出可根据微分动力系统 Jacobian 矩阵的局部稳定性分析得出各平衡点的稳定性. 故求系统 M 的 Jacobian 矩阵得到式 (10)

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(x)}{\partial x} & \frac{\partial F(x)}{\partial y} \\ \frac{\partial F(y)}{\partial x} & \frac{\partial F(y)}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} = (1-2x) \{ yu(S + \rho v H + a - c_1) + (1-y) [u(S - c_1) + b((1-\beta)H)] - u(S) - b((1-\beta)H) \}$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial y} = x(1-x) [u(S + \rho v H + a - c_1) - u(S - c_1) + b((1-\beta)H)]$$

$$\frac{\partial F(y)}{\partial x} = y(1-y)(1-v)H\xi$$

$$\frac{\partial F(y)}{\partial y} = (1-2y) [x(1-v)H\xi + (\pi - c_2)]$$

对于一个微分动力系统而言, 初始值 x_i 和 y_i 的变动对系统演化结果具有巨大的影响, 因此首先依据式 (10) 对老年人和保险公司策略选择的动态变化过程进行分析研究, 得到命题 2 和命题 3.

命题 2 对于老年人而言, 当 $y_i = y_0$ 时, 老年人不会改变初始所选策略; 当 $y_i > y_0$ 时, 老年人

会逐渐选择申请 (A) 策略; 当 $y_i < y_0$ 时, 老年人会逐渐选择不申请 (NA) 策略.

证明 对于微分方程 $\dot{x}(t) = F(x)$, 若 x 使得 $F'(x) < 0$ 成立, 则方程处于稳定状态. 将 $x \in [0, 1]$ 代入 $F'(x)$, 依据上述准则判定方程稳定性, 则命题得证.

命题 3 对于保险公司而言, 当 $x_i = x_0$ 时, 保险公司不会改变初始所选策略; 当 $x_i > x_0$ 时, 保险公司会逐渐选择开展 (E) 策略; 当 $x_i < x_0$ 时, 保险公司会逐渐选择不开展 (NE) 策略.

证明 同命题 2 可证.

进一步对整个住房反向抵押贷款保险市场的演化路径进行研究. 根据二阶方程的稳定性判别准则, 若某均衡点处 Jacobian 矩阵满足以下条件

$$1) \frac{\partial F(x)}{\partial x} + \frac{\partial F(y)}{\partial y} < 0 \text{ (迹条件, 其值记为 } \text{tr}J \text{)}$$

$$2) \begin{vmatrix} \frac{\partial F(x)}{\partial x} & \frac{\partial F(x)}{\partial y} \\ \frac{\partial F(y)}{\partial x} & \frac{\partial F(y)}{\partial y} \end{vmatrix} = \frac{\partial F(x)}{\partial x} \frac{\partial F(y)}{\partial y} - \frac{\partial F(x)}{\partial y} \frac{\partial F(y)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial F(y)}{\partial x} > 0 \text{ (行列式条件, 其值记为 } \text{det}J \text{)}$$

则可以判定该点处于局部渐进稳定状态, 是市场的演化稳定均衡 (ESS). 将 5 个平衡点代入式 (10), 计算各点处 $\text{tr}J$ 和 $\text{det}J$, 得到表 2.

设保险公司开展住房反向抵押贷款保险的成本收入率为 $\theta = \frac{c_2}{\pi + (1-v)H\xi}$; 老年人申请住房反向抵押贷款保险的效用比为 $\mu = \frac{u(S + \rho v H + a - c_1)}{u(S) + b((1-\beta)H)}$. 结合表 2 可得到命题 4.

命题 4

1) 当 $\theta > 1$, $\mu > 1$ 时, 系统的演化稳定策略为 (NA, NE).

2) 当 $\theta > 1$, $\mu < 1$ 时, 系统的演化稳定策略为 (NA, NE).

3) 当 $0 < \theta < 1$, $\mu > 1$ 时, 系统有两个演化稳定策略, 分别为 (A, E) 和 (NA, NE).

4) 当 $0 < \theta < 1$, $\mu < 1$ 时, 系统的演化稳定策略为 (NA, NE).

证明 将条件值代入表 2, 依据上文所述的判定准则判定各平衡点的局部稳定性, 则命题得证.

表2 系统均衡点处 Jacobian 矩阵的行列式及迹
Table 2 Determinant and trace of Jacobian matrix at equilibrium points

均衡点	迹($\text{tr} J$) 的值	行列式($\det J$) 的值
(0 , 0)	$[u(S - c_1) - u(S)] + (\pi - c_2)$	$[u(S - c_1) - u(S)](\pi - c_2)$
(0 , 1)	$[u(S + \rho v H + a - c_1) - u(S) - b((1 - \beta)H)] + (c_2 - \pi)$	$[u(S + \rho v H + a - c_1) - u(S) - b((1 - \beta)H)](c_2 - \pi)$
(1 , 0)	$[u(S) - u(S - c_1)] + [(1 - v)H\xi + \pi - c_2]$	$[u(S) - u(S - c_1)][(1 - v)H\xi + \pi - c_2]$
(1 , 1)	$- [u(S + \rho v H + a - c_1) - u(S) - b((1 - \beta)H)] - [(1 - v)H\xi + \pi - c_2]$	$[u(S + \rho v H + a - c_1) - u(S) - b((1 - \beta)H)][(1 - v)H\xi + \pi - c_2]$
(x_0, y_0)	0	1

2.3 演化结果分析

根据命题4可知,住房反向抵押贷款保险市场至多有两个演化稳定策略,分别为(A,E)和(NA,NE).在不同的条件下,系统的演化相图如图1所示.

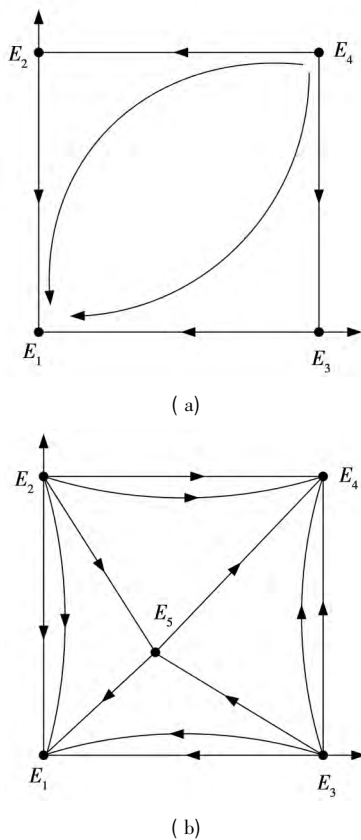


图1 4种情况下系统的演化相图

Fig. 1 Dynamic phase diagram of housing reverse mortgage insurance market under 4 different conditions

由图1所示的系统演化相图,可以得到如下分析结果:

1) 当保险公司开展住房反向抵押贷款保险

的成本收入率 $\theta > 1$ 时,保险公司的业务收入无法弥补业务成本.如图1(a)所示,系统仅有 E_1 、 E_2 、 E_3 和 E_4 4个平衡点.此时保险公司会向不开展(NE)策略演化.保险公司的逐步退出,会导致市场中住房反向抵押贷款保险产品种类及数量减少,相关的宣传及支持服务不足,进而促使老年人向不申请(NA)策略演化,最终导致市场收敛至 E_1 点,陷入“供需双冷”的困局.

2) 当保险公司开展住房反向抵押贷款保险的成本收入率 $0 < \theta < 1$,同时老年人的申请效用比 $\mu > 1$ 时,如图1(b)所示,市场中有 E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 和 E_5 5个平衡点.其中 E_1 和 E_4 是系统的稳定点, E_2 和 E_3 为不稳定点, E_5 为鞍点.此时, (A,E) 和 (NA,NE) 均为市场的演化稳定策略,但市场具体会沿着哪条路径发展到达哪种均衡状态,与博弈支付矩阵及系统初始状态均有关.

3) 当老年人的申请效用比 $\mu < 1$ 时,如图1(a)所示,系统有 E_1 、 E_2 、 E_3 和 E_4 4个平衡点.此时,老年人会向不申请(NA)策略演化.市场对住房反向抵押贷款保险产品需求的不足会促使保险公司逐步退出市场,并最终导致市场收敛至 E_1 点,陷入“供需双冷”的困局.

3 参数变化对第三种情况系统演化稳定均衡的影响

根据前文分析,住房反向抵押贷款保险市场走出“供需双冷”困局的必要条件是 $0 < \theta < 1$ 和 $\mu > 1$.下面在这两式成立的条件下,进一步讨论博弈支付矩阵参数变化对市场演化的影响.

如前文所述,在第三种情况下,市场具体演化至何种均衡状态,主要由系统初始点所处的位置决定。当老年人及保险公司对住房反向抵押贷款保险产品的接受程度位于四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 区域内时,市场会向 $E_4(1,1)$ 点演化;而当老年人及保险公司对住房反向抵押贷款保险产品的接受程度位于四边形 $E_2E_1E_3E_5$ 区域内时,市场会向 $E_1(0,0)$ 点演化。因此,可将分析参数变化对系统演化的影响转化为分析参数变化对两个四边形面积的影响。

以分析四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 的面积为例,分析参数变化对系统演化至 $E_4(1,1)$ 点的影响。经计

$$\frac{\partial S_{E_2E_5E_3E_4}}{\partial c_1} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{\partial u(S - c_1)}{\partial c_1}}{[u(S + \rho vH + a - c_1) - u(S - c_1) - b((1 - \beta)H)]} + \frac{\left[\frac{\partial u(S + \rho vH + a - c_1)}{\partial c_1} - \frac{\partial u(S - c_1)}{\partial c_1} \right] [u(S) - u(S - c_1)]}{[u(S + \rho vH + a - c_1) - u(S - c_1) - b((1 - \beta)H)]^2} \right\} < 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial S_{E_2E_4E_1E_3}}{\partial c_2} = -\frac{1}{2(1 - v)H\xi} < 0 \quad (13)$$

根据模型假设 $u'(\cdot) > 0, u''(\cdot) < 0$, 可证式(12)小于0;同理分析式(13),易证式(13)小于0成立。这表明当其他因素一定时,老年人为获取住房反向抵押贷款保险产品相关信息而支付的成本越小,保险公司开展住房反向抵押贷款保险业务的成本越小时,四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 的面积越大,系统收敛至 $E_4(1,1)$ 点的概率越大。

命题 6 当老年人的效用调整系数 ρ 越大,市场走出“供需双冷”困局的概率越大;反之,则越易陷入困局。

证明 当其他因素一定时,求式(11)关于 ρ 的导数,得到

$$\frac{\partial S_{E_2E_4E_1E_3}}{\partial \rho} = \frac{1}{2} \frac{\partial u(S + \rho vH + a - c_1)}{\partial \rho} \times \frac{[u(S) - u(S - c_1)]vH}{[u(S + \rho vH + a - c_1) - u(S - c_1) - b((1 - \beta)H)]^2} > 0 \quad (14)$$

根据模型假设 $u' > 0$, 可证式(14)大于0。这说明当老年人的效用调整系数 ρ 越大,也即老年人因承担住房反向抵押贷款保险业务风险而受到的效

算,市场演化至 E_4 的概率为

$$S_{E_2E_5E_3E_4} = \frac{1}{2} [(1 - x_0) + (1 - y_0)] \quad (11)$$

由式(11)可知, $c_1, c_2, \rho, \xi, a, \pi, \beta$ 等参数会对四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 的面积产生影响。经分析可以得到命题 5 ~ 命题 9。

命题 5 当老年人进行信息搜索及咨询的成本 c_1 越小;保险公司开展住房反向抵押贷款保险业务的成本 c_2 越小时,市场走出“供需双冷”困局的概率越大;反之市场陷入困局的概率越大。

证明 当其他因素一定时,求式(11)关于 c_1 和 c_2 的导数,得到

用损失越小时,四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 的面积越大,系统走出“供需双冷”困局,收敛至 $E_4(1,1)$ 点的概率越大。

命题 7 当保险公司的收益贴现系数 ξ 越大,市场走出“供需双冷”困局的概率越大;反之,则越易陷入困局。

证明 当其他因素一定时,求式(11)关于 ξ 的导数,得到

$$\frac{\partial S_{E_2E_4E_1E_3}}{\partial \xi} = \frac{(c_2 - \pi)}{2(1 - v)H\xi^2} > 0 \quad (15)$$

由于 $x_0 > 0$, 故式(15)大于0。这说明四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 面积是保险公司收益贴现系数 ξ 的增函数,即当 ξ 越大时,四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 面积越大。此时,老年人更倾向于选择申请(A)策略,保险公司更倾向于选择开展(E)策略,系统走出“供需双冷”困局的概率更高。

命题 8 当政府对老年人的补贴 a , 对保险公司的补贴 π 越多时,市场走出“供需双冷”困局的概率越大;反之市场陷入困局的概率越大。

证明 当其他因素一定时,分别求式(11)关于 a 和 π 的导数,得到

$$\frac{\partial S_{E_2E_4E_1E_3}}{\partial a} = \frac{1}{2} \frac{u(S) - u(S - c_1)}{[u(S + \rho v H + a - c_1) - u(S - c_1) - b((1 - \beta)H)]^2} \times \frac{\partial u(S + \rho v H + a - c_1)}{\partial a} > 0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial S_{E_2E_4E_1E_3}}{\partial \pi} = \frac{1}{2(1 - v)H\xi} > 0 \tag{17}$$

根据模型假设易证式(16)和式(17)成立. 这说明四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 的面积是政府对老年人及保险公司补贴的增函数. 当政府补贴增多时, 四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 的面积增大, 老年人和保险公司参与

住房反向抵押贷款保险运营的动力增强, 市场摆脱“供需双冷”的困局的概率增大.

命题9 当政府对老年人征收的遗产税率 β 越高时, 市场走出“供需双冷”困局的概率越大; 反之市场陷入困局的概率越大.

证明 当其他因素一定时, 求式(11)关于 β 的导数, 得到

$$\frac{\partial S_{E_2E_4E_1E_3}}{\partial \beta} = \frac{1}{2} \frac{u(S) - u(S - c_1)}{[u(S + \rho v H + a - c_1) - u(S - c_1) - b((1 - \beta)H)]^2} \times \frac{\partial b((1 - \beta)H)}{\partial \beta} > 0 \tag{18}$$

根据模型假设 $b' > 0$, 可证式(18)大于0. 这说明四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 的面积是政府征收的遗产税率 β 的增函数. 当遗产税率 β 上升时, 四边形 $E_2E_5E_3E_4$ 的面积增大, 系统收敛至 $E_4(1, 1)$ 点的概率增高.

4 数值算例

为了更好的描述住房反向抵押贷款保险市场的演化情况. 本文利用一个数值算例, 在改变不同参数取值的条件下, 定量分析各参数变动对市场演化的影响.

首先, 根据模型假设, 给出老年人的消费效用函数和遗赠效用函数的具体形式. 不失一般性的, 假设老年人对消费及遗赠没有明显偏好, 因此其消费效用函数与遗赠效用函数具有相同的形式, 具体如式(19)所示.

$$u(x) = b(x) = 1 - \frac{1}{x} \tag{19}$$

结合统计数据及产品数据给出模型参数初始值如表3所示.

在上述条件下, 对本文构建的住房反向抵押贷款保险市场主体博弈模型进行100期的数值计算, 得到如下结论.

表3 住房反向抵押贷款保险市场主体博弈模型初值
Table 3 Initial value forgame model of housing reverse mortgage insurance market

参数	初值	参数	初值
S	1	ξ	1
H	2.3	a	0.1
c_1	0	π	0.12
ρ	1	β	0.2
v	0.55	x_i	0.05
c_2	0.14	y_i	0.2

图2是在其他参数不变情况下, 老年人对住房反向抵押贷款保险接受程度变化对市场演化影响的计算结果.

由图2可以看出, 当老年人对住房反向抵押贷款保险接受程度 $x_i < 0.01$ 时, 老年人和保险公司将分别收敛至不申请(NA)和不开展(NE)策略, 市场将陷入“供需双冷”困局. 随着老年人对“以房养老”这一新型养老方式接受程度的上升, 当 $x > x_i > x_0$ 时, 市场将逐步走出困局, 向(A, E)均衡演化. 这与命题3的结论是一致的. 在保险公司对住房反向抵押贷款保险的接受程度方面也存在着相似的规律, 此处不再赘述.

保持系统其他参数不变, 调节老年人的效用损失系数 ρ , 得到图3所示的计算结果.

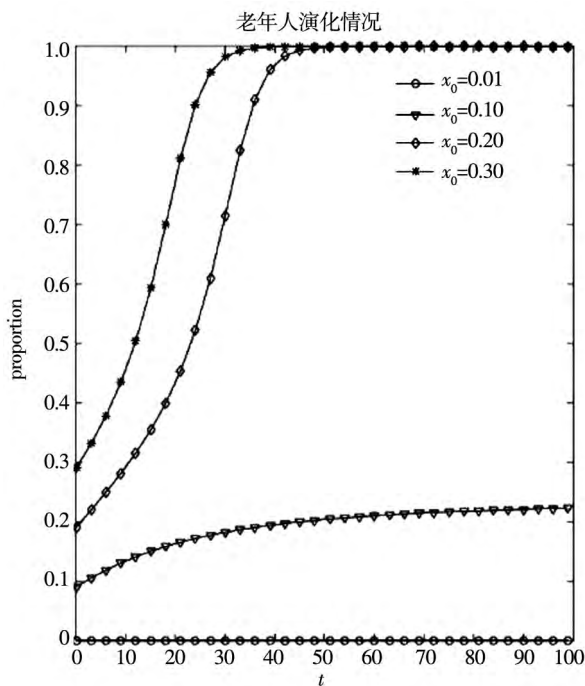


图 2 老年人初始接受程度 x_0 对市场演化的影响

Fig. 2 Effect of initial acceptance level of the old on housing reverse mortgage insurance market evolution

由图 3 可知,当老年人的效用损失系数 ρ 由 0.6 增长至 1 时,市场中老年人及保险公司选择收敛至(A,E)均衡的比例上升.这与命题 6 的结论是一致的.具体来说,当 $\rho \leq 0.75$ 时,由于市场中有效需求不足,市场处于“供需双冷”的状态;随着 ρ 增大,老年人效用损失减少,有效需求上

升,市场开始缓慢的演化;当 $\rho > 0.9$ 后,市场的演化速度加快,逐步走出“供需双冷”的困局.

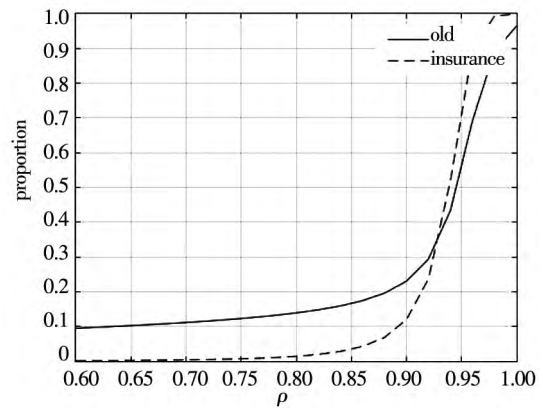


图 3 老年人的效用损失系数 ρ 变化对系统演化的影响

Fig. 3 Effect of utility loss parameter ρ on housing reverse mortgage insurance market evolution

图 4 和图 5 分别为政府对老年人和保险公司补贴系数 a 、 π 变化对市场演化影响的计算结果.

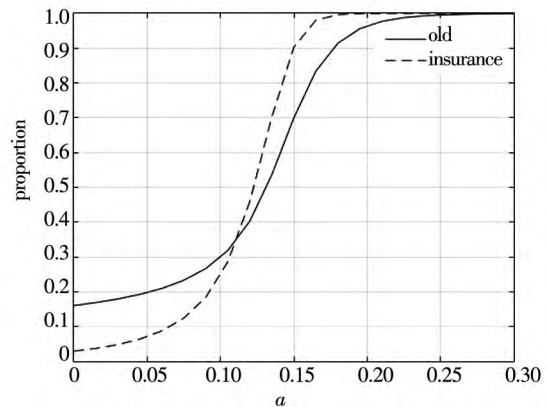


图 4 政府对老年人的补贴系数 a 对市场演化的影响

Fig. 4 Effect of allowance parameter a on housing reverse mortgage insurance market evolution

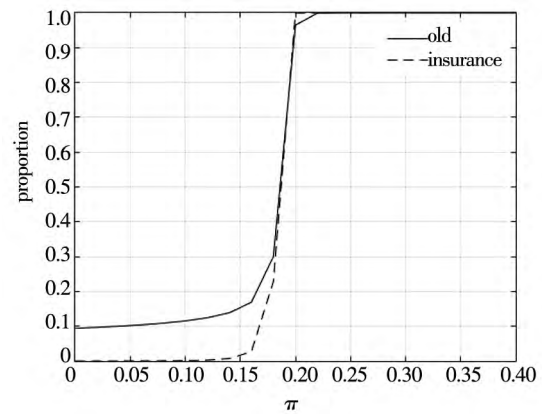


图 5 政府对保险公司补贴系数 π 对市场演化的影响

Fig. 5 Effect of allowance parameter π on housing reverse mortgage insurance market evolution

根据图4和图5可知,随着政府补贴数额的增长,市场中选择演化至 $E_4(1, 1)$ 点的老年人及保险公司比例上升. 这与命题8的结论一致. 除此之外,观察图5可知政策变量 π 具有较为明显的阈值效应,即当 $\pi < 0.15$ 时,市场的演化基本陷于停滞状态,当 π 超过特定阈值后,市场会迅速演化,并最终收敛于 $E_4(1, 1)$ 点. 进一步对比图4、图5可得,在算例条件下,较补贴保险公司而言,政府直接对老年人进行补贴更为有效.

图6为政府征收的遗产税率 β 变化对市场演化影响的计算结果.

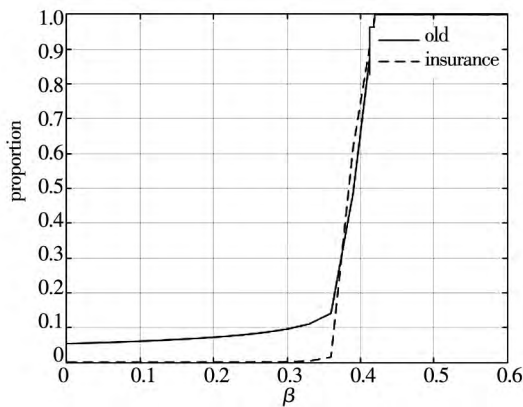


图6 政府征收的遗产税率 β 对市场演化的影响

Fig. 6 Effect of inheritance tax rate β on housing reverse mortgage insurance market evolution

由图6可知,在遗产税率 β 由0增加至0.6的过程中,住房反向抵押贷款保险市场走出“供需双冷”困局的概率逐步增大,这与命题9的结论是一致的. 另外,与补贴政策类似,政府的税收政策同样具有明显的阈值效应,即只有当税率超过特定阈值时,其才能够发挥对市场演化的促进作用.

5 结束语

以往的住房反向抵押贷款保险市场相关研究大多关注供给、需求一方的行为特征及其对市场演化的影响,本文从供需双方的角度入手,构建了由老年人、保险公司和政府三方参与的住房反向抵押贷款保险市场主体博弈模型,应用演化博弈方法分析了供需双方策略选择的动态变化过程,

研究了市场的演化路径,探索了市场的演化规律,揭示了市场的演化机理,主要得到如下结论: 1) 住房反向抵押贷款保险市场具有两个演化稳定均衡,分别为(申请,开展)和(不申请,不开展). 在一般情况下,市场会收敛至(不申请,不开展)均衡,陷入“供需双冷”的困局,但当保险公司开展住房反向抵押贷款保险业务的成本收入率位于0和1之间,同时老年人的效用比大于1时,市场才可能走出困局,向(申请,开展)均衡演化; 2) 在该条件下,老年人、保险公司的策略选择以及整个市场的演化与市场的初始状态和博弈支付矩阵的参数密切相关. 具体来说,当老年人或保险公司对住房反向抵押贷款保险产品的接受程度超过特定阈值时,市场将走出困局,否则将陷入困局; 老年人信息搜索成本、保险公司业务开展成本的上升对市场走出困局具有抑制作用; 老年人的效用调整系数、保险公司的贴现系数、政府对老年人及保险公司的补贴和税收的增长对市场走出困局具有促进作用.

基于以上分析结论,并结合住房反向抵押贷款保险的特点,可以提出以下几点建议: 1) 为了使保险公司的成本收入率及老年人的效用比满足市场走出“供需双冷”困局的基本条件,政府作为市场的参与主体应在不过分增加财政负担的条件下,利用补贴及税收手段对市场进行调节和引导. 2) 为了使老年人或保险公司对住房反向抵押贷款保险的接受程度超过特定阈值,政府应进一步加大对住房反向抵押贷款保险的宣传力度. 3) 政府可以通过向老年人提供咨询服务,建立住房反向抵押贷款保险消费者保护机制的方法,降低市场的信息不对称,减轻老年人面临的道德风险,从而促进市场走出困局.

综上所述,本文建立的博弈模型和研究结论能够有效解释住房反向抵押贷款保险市场“供需双冷”的现状,并为政府制定政策引导市场良性发展提供理论基础和决策依据. 但是,论文并未将房产价格变动等业务风险考虑在模型内. 因此,在后续的研究中,可将这些因素纳入模型,进一步研究其对市场演化的影响.

参考文献:

- [1] 王晓军, 米海杰. 养老金支付缺口: 口径、方法与测算分析[J]. 数量经济技术经济研究, 2013, (10): 49-62.
Wang Xiaojun, Mi Haijie. Pension deficit: Scope, methodology and measurement[J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2013, (10): 49-62. (in Chinese)
- [2] 刘学良. 中国养老保险的收支缺口和可持续性研究[J]. 中国工业经济, 2014, (9): 25-37.
Liu Xueliang. Study on the financing gap and sustainability of China's pension system[J]. China Industrial Economics, 2014, (9): 25-37. (in Chinese)
- [3] 张慧智, 金香丹. 韩国多支柱养老保障体系改革及启示[J]. 人口学刊, 2017, 39(2): 68-77.
Zhang Huizhi, Jin Xiangdan. The reform of south Korea's pension system and its implications[J]. Population Journal, 2017, 39(2): 68-77. (in Chinese)
- [4] 董克用, 孙博. 从多层次到多支柱: 养老保障体系改革再思考[J]. 公共管理学报, 2011, 8(1): 1-9.
Dong Keyong, Sun Bo. From multi-tiered to multi-pillar: Rethinking of old-age security system reformation[J]. Journal of Public Management, 2011, 8(1): 1-9. (in Chinese)
- [5] 柴效武. 反向抵押贷款制度[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2008.
Chai Xiaowu. Reverse Mortgage System[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2008. (in Chinese)
- [6] 孟晓苏, 柴效武. 反向抵押贷款[M]. 北京: 人民出版社, 2009.
Meng Xiaosu, Chai Xiaowu. Reverse Mortgage[M]. Beijing: People Press, 2009. (in Chinese)
- [7] 王伟. 住房反向抵押养老保险的发展与借鉴——以美国反向抵押贷款市场为例[J]. 保险研究, 2014, (7): 87-96.
Wang Wei. The development of and insight on housing reverse mortgage pension insurance: using the reverse mortgage market in the US as an example[J]. Insurance Studies, 2014, (7): 87-96. (in Chinese)
- [8] Shao A W, Sherris M, Hanewald K. Equity release product allowing for individual house price risk[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2015, 63: 76-90.
- [9] Lee Y T, Kung K L, Liu I C. Profitability and risk profile of reverse mortgages: A cross-system and cross-plan comparison[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2018, 78: 255-266.
- [10] Nakajima M, Telyukova I A. Reverse mortgage loans: A quantitative analysis[J]. Journal of Finance, 2017, 72(2): 911-950.
- [11] 陈秉正, 高名, 刘晓菲. 住房反向抵押养老保险需求分析[J]. 保险研究, 2015, (5): 121-128.
Chen Bingzheng, Gao Ming, Liu Xiaofei. A Study on demand of reverse mortgage as pension insurance[J]. Insurance Studies, 2015, (5): 121-128. (in Chinese)
- [12] Shan H. Reversing the trend: The recent expansion of the reverse mortgage market[J]. Real Estate Economics, 2011, 39(4): 743-768.
- [13] Davidoff T, Gerhard P, Post T. Reverse mortgages: What homeowners (don't) know and how it matters[J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 2017, 133: 151-171.
- [14] Warshawsky M J. Retire on the house: The possible use of reverse mortgages to enhance retirement security[J]. The Journal of Retirement, 2018, 5(3): 10-31.
- [15] Chen K S, Yang J J. Housing price dynamics, mortgage credit, and reverse mortgage demand: Theory and empirical evidence[J]. Real Estate Economics, DOI: 10.1111/1540-6229.12230 (in Press).
- [16] Haurin D, Ma C, Moulton S, et al. Spatial variation in reverse mortgages usage: House price dynamics and consumer selection[J]. Journal of Real Estate Finance & Economics, 2016, 53(3): 392-417.
- [17] 郑秉文. 第三支柱商业养老保险顶层设计: 税收的作用及其深远意义[J]. 中国人民大学学报, 2016, V30(1): 1-11.
Zheng Bingwen. Top-level design of the third pillar "Individual Pension Account": The leverage role of taxation and its far-

- reaching effect [J]. Journal of Renmin University of China, 2016, V30(1): 1–11. (in Chinese)
- [18] 罗永恒, 邓永红, 袁彩云. 老龄化背景下农村住房反向抵押贷款养老模式研究 [J]. 求索, 2015, (4): 26–30.
Luo Yongheng, Deng Yonghong, Yuan Caiyun. Research on reverse mortgage in rural area under aging population [J]. Seeker, 2015, (4): 26–30. (in Chinese)
- [19] Li J, Kendall G, John R. Computing nash equilibria and evolutionarily stable states of evolutionary games [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(3): 460–469.
- [20] 付秋芳, 忻莉燕, 马士华. 惩罚机制下供应链企业碳减排投入的演化博弈 [J]. 管理科学学报, 2016, 19(4): 56–70.
Fu Qiufang, Xin Liyan, Ma Shihua. Evolutionary game of carbon-emission-reduction investment in supply chains under a contract with punishment mechanism [J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(4): 56–70. (in Chinese)
- [21] 周永圣, 梁淑慧, 刘淑芹, 等. 绿色信贷视角下建立绿色供应链的博弈研究 [J]. 管理科学学报, 2017, 20(12): 87–98.
Zhou Yongsheng, Liang Shuhui, Liu Shuqin, et al. The game study of establishing green supply chain from the perspective of green credit [J]. Journal of Management Sciences in China, 2017, 20(12): 87–98.
- [22] Ji P, Ma X, Li G. Developing green purchasing relationships for the manufacturing industry: An evolutionary game theory perspective [J]. International Journal of Production Economics, 2015, 166: 155–162.

Game evolution model of housing reverse mortgage insurance market

DONG Pei-wu, QIAO Kai, CHENG Lu

School of Management and Economics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract: Considering the current problem of insufficient supply and demand in China's housing reverse mortgage insurance market, this paper constructs a game model based on the supply and demand theory; analyzes the dynamic strategy selection process of the old and the insurance companies by using evolutionary game methods. This paper also studies the evolution path and evolution rules of the housing reverse mortgage insurance market. The results from our analytic solutions and numerical examples show that the housing reverse mortgage insurance market has two evolutionary stable equilibria: (not applying, not engaging) and (applying, engaging), when the cost income ratio of insurance companies is between 0 and 1 and the utility ratio of the old is larger than 1; the initial acceptance of either the old or the insurance companies toward housing reverse mortgage insurance exceeding a certain threshold is the necessary condition that the market will evolve to the (applying, engaging) equilibrium. The probability of the market evolving to the (applying, engaging) equilibrium has a close relationship with the structure and parameters of the payoff matrix. The conclusion presented in this paper can provide decision support for the government to formulate appropriate policies to guide and promote the healthy and orderly development of the housing reverse mortgage insurance market.

Key words: housing endowment; reverse mortgage; evolutionary game