

# 基于时变波动率的存款保险定价研究<sup>①</sup>

袁金建, 刘海龙\*, 刘小涛

(上海交通大学安泰经济与管理学院, 上海 200030)

**摘要:** 存款保险合理定价对于维护金融稳定至关重要,但是现有研究却很少考虑银行资产异方差性以及债务清偿顺序的差异. 利用 GARCH 过程刻画资产收益波动率的时变性,结合债务清偿结构得到了封闭形式的存款保险定价公式,并给出了参数的极大似然估计方法. 利用 A 股上市银行数据估计资产过程,并通过数值模拟分析了时变波动率和债务清偿结构对存款保险价格的影响. 结果表明,忽视资产收益波动率的时变性在高风险时段将导致存款保险价格被高估,而在低风险时段却会导致价格被低估;高优先级负债越多,存款保险价格越高,普通债务(包括存款)越多,存款保险价格也越高,但前者的影响更大;受次级债的影响,忽视债务清偿顺序的差异往往导致存款保险价格被明显高估.

**关键词:** 存款保险定价; 时变波动率; 债务清偿顺序; Black-Scholes 框架; GARCH 框架

**中图分类号:** F830.45 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2019)03-0113-14

## 0 引言

存款保险(deposit insurance)制度是一种维护存款人利益和金融业稳定的金融保障制度. 其一般形式是设立存款保险机构,向符合条件的存款类金融机构(以下统称为银行)按吸收存款的一定比例收取保费,当银行遭遇经营危机或者破产倒闭时,由存款保险机构向其提供财务援助或者代为偿还存款. 因而存款保险制度能够有效的保护存款人的利益,防范恐慌性挤兑等风险事件的发生. 鉴于存款保险制度在维护金融业稳定方面的作用,目前已有超过 100 个国家和地区建立了这一制度. 自 2015 年 5 月起,我国也开始实行存款保险制度.

存款保险制度能否充分地发挥稳定金融市场

的作用,存款保险的合理定价至关重要. 如果定价过低,存款保险基金不足以弥补存款遭受的损失,无法为存款提供充分的保险;而定价过高则会加大参保银行的负担不利于银行的运营,与建立存款保险制度的初衷不符. 从公平定价的角度,存款保险价格应当等于银行存款的期望损失,这取决于银行的资产过程以及银行的违约边界. 自 Merton<sup>[1]</sup>以来,将存款保险看作以银行资产为标的资产的看跌期权,并利用 Black-Scholes(下文简称 BS)期权定价理论对其进行定价的方法已成为相关研究的经典范式<sup>[2-9]</sup>. 这类研究通常假定银行资产过程服从几何布朗运动,资产收益率是同方差的;同时,还常常假定银行所有负债均为存款或者所有债务的清偿顺序相同,因而银行的违约边界等于银行的总负债<sup>②</sup>. 然而,一方面,大量研究表明金

① 收稿日期: 2017-12-29; 修订日期: 2018-08-19.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71873088; 71320107002).

通讯作者: 刘海龙(1959—),男,吉林吉林人,博士,教授,博士生导师. Email: hlliu@sjtu.edu.cn

② 现有存款保险定价研究考虑了监管政策(比如监管容忍度(capital forbearance)<sup>[2]</sup>和资本标准(capital standard)<sup>[3]</sup>)、银行违约风险的影响因素(比如利率风险<sup>[4]</sup>和系统风险(systematic risk)<sup>[5-6]</sup>)以及其他影响因素(比如银行的破产成本<sup>[7]</sup>和未参保存款的利率<sup>[8]</sup>)对存款保险价格的影响. 近期,一些文献则研究了存款保险对存款人的影响<sup>[10-11]</sup>以及对银行个体风险的影响<sup>[12-15]</sup>. 还有一些文献则研究了存款保险限额与银行竞争<sup>[16]</sup>以及银行风险承担<sup>[17]</sup>的关系.

融资产的收益率往往表现出异方差性,如波动率集聚效应以及杠杆效应等,金融资产波动率的时变性已成为广泛的共识<sup>③</sup>。而且基于BS模型测算的隐含波动率常常表现出“波动率微笑”以及期限结构等与模型同方差假定相悖的特征。另一方面,随着银行产品和业务的不断创新,银行债务种类不断增多,且债务的清偿顺序存在差异,这势必会对存款保险定价造成影响。比如,抵押类的债务,债权人对抵押品享有优先索取权,当银行违约时,这类负债势必影响存款遭受损失的风险,进而影响存款保险价格。因此,更加贴近实际的存款保险定价研究应当同时考虑银行资产波动率的时变性以及银行债务清偿顺序的差异。

利用GARCH过程刻画资产收益波动率的时变性是金融学领域的惯常做法,基于GARCH框架的期权定价理论已得到非常充分的研究,且这类模型在期权定价以及隐含波动率刻画方面的表现都显著优于BS模型<sup>[21-25]</sup>。但是考虑银行资产异方差性的存款保险定价研究还非常少。Duan和Yu<sup>[26]</sup>利用NGARCH过程刻画银行资产波动率的时变性,并在多期环境下进行了存款保险定价研究。文章发现忽视资产收益的异方差性往往导致存款保险价格被低估。然而Duan和Yu<sup>[26]</sup>并未得到存款保险价格的解析表达式,Liu等<sup>[27]</sup>对此进行了改进,基于改良的GARCH过程得到了封闭形式的存款保险定价公式,并且利用上市银行的观测数据进行实证检验发现当银行处于高风险阶段时忽视资产收益的异方差性反而会导致存款保险价格被高估。考虑银行债务清偿顺序的存款保险定价研究同样非常少。张金宝和任若恩<sup>[28]</sup>探讨了债务清偿顺序与存款保险价格的关系,并得到了考虑银行债务清偿结构的存款保险定价公式<sup>④</sup>。文章发现在银行负债中,担保类债务(即清偿顺序优于存款的负债)占比越少,次级债(即清偿顺序次于存款的负债)占比越大,存款保险价格越低。刘海龙和杨继光<sup>[29]</sup>将次级债和股权资本看作银行的监管资本,并假定未被保险的存款和其他负债的清偿顺序优于被保险的存款。文章同样得到了

解析的存款保险定价公式,并且给出了监管资本以及违约临界点的测算原理。目前还未发现同时考虑银行资产收益时变波动率以及银行债务清偿结构的存款保险定价研究。

本文在同时考虑资产收益时变波动率以及债务清偿结构的前提下研究存款保险定价问题。利用非对称GARCH过程刻画银行资产收益波动率的时变性,并且相对于存款将银行负债划分为A类负债(清偿顺序优先于存款)、B类负债(清偿顺序与存款相同,包括存款)和C类负债(清偿顺序次于存款)通过理论推导得到了封闭形式的存款保险价格公式,并给出了参数的极大似然估计方法。本文的研究是对Duan和Yu<sup>[26]</sup>、Liu等<sup>[27]</sup>、张金宝和任若恩<sup>[28]</sup>以及刘海龙和杨继光<sup>[29]</sup>等研究的扩展。Duan和Yu<sup>[26]</sup>以及Liu等<sup>[27]</sup>未能考虑银行债务清偿顺序的差异对存款保险价格的影响。张金宝和任若恩<sup>[28]</sup>以及刘海龙和杨继光<sup>[29]</sup>假定银行资产服从几何布朗运动,因而未能考虑资产收益时变波动率对存款保险价格的影响。由于综合考虑了资产异方差性和债务清偿结构对存款保险定价的影响,相比现有研究,本文的研究更加贴近现实,因而对存款保险的相关研究以及实践活动具有更强的指导意义。首先,本文的研究成果为存款保险的实证研究提供了新的有益的工具,正如Duan和Yu<sup>[26]</sup>预期的那样,“相关实证研究今后将是非常富有成果的”。其次,本文的研究成果能够为继续完善存款保险制度提供理论支持,并为存款保险机构确定存款保险费率提供直接指导。最后,参数敏感性以及债务清偿结构对存款保险价格影响的分析结果可以为银行积极地管理资产、配置负债进而主动调控存款保险费率提供强力指导,这有助于促进银行的健康运营并提升银行的竞争力。

## 1 模型

### 1.1 银行资产过程设定

从公平定价的角度,存款保险的价格应当等

③ 国外已有大量相关的理论以及实证研究,Bollerslev等<sup>[18]</sup>对此进行了综述。国内研究中,陈荣达等<sup>[19]</sup>在度量资产组合风险时考虑了资产收益分布的尖峰厚尾特征,吴鑫育等<sup>[20]</sup>研究了中国股票市场的时变杠杆效应。

④ 依据文献<sup>[28]</sup>债务清偿结构指的是不同清偿顺序的负债在总负债中所占的份额,本文同样采用这一定义。

于存款保险期望赔付的现值,而这取决于期末银行资产的价值,因此准确刻画银行资产过程对存款保险定价至关重要。资产波动率的时变性已成为普遍共识,而且金融文献中通常利用 GARCH 过程对此进行刻画。假定银行资产价值  $V$  服从如下所示的非对称 GARCH(1,1) 过程

$$\ln(V_t) = \ln(V_{t-1}) + r + (\lambda - \frac{1}{2})h_t + \sqrt{h_t}\varepsilon_t \quad (1)$$

$$h_t = \omega + \alpha(\varepsilon_{t-1} - \gamma\sqrt{h_{t-1}})^2 + \beta h_{t-1} \quad (2)$$

其中  $r$  为无风险收益率,  $h_t$  为资产收益的条件波动率,  $\varepsilon_t$  为标准正态的扰动项。参数  $\lambda$  代表资产收益中的风险收益部分,参数  $\omega$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  为经典 GARCH 过程的参数,参数  $\gamma$  则体现了条件波动率对冲击反应的非对称性,负向冲击造成的波动率提升大于正向冲击。这一 GARCH 过程首次出现在 Heston 和 Nandi<sup>[22]</sup> 的期权定价研究中,为了得到解析的期权价格公式,他们对经典的 NGARCH 过程加以修改,Christoffersen 等<sup>[23]</sup> 也基于该 GARCH 过程进行了期权定价研究<sup>⑤</sup>。上述研究的实证结果均表明基于该 GARCH 过程的期权定价模型显著优于 BS 模型。

为了得到存款保险的公平价格,需要考察在风险中性测度下,期末银行资产价值  $V_T$  的分布。根据 Heston 和 Nandi<sup>[22]</sup>,在风险中性测度  $Q$  下,  $\ln(V_T)$  的矩母函数如下所示

$$\begin{aligned} f(\varphi) &= E_t^Q[V_T^\varphi] \\ &= V_t^\varphi \exp(A(t; T, \varphi) + B(t; T, \varphi)h_{t+1}) \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} A(t; T, \varphi) &= A(t+1; T, \varphi) + \varphi r + \omega B(t+1; T, \varphi) - \\ &\quad \frac{1}{2} \ln(1 - 2\alpha B(t+1; T, \varphi)) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} B(t; T, \varphi) &= \varphi(\gamma + \lambda - \frac{1}{2}) - \frac{1}{2}(\gamma + \lambda)^2 + \\ &\quad \frac{\frac{1}{2}(\varphi - \gamma - \lambda)^2}{1 - 2\alpha B(t+1; T, \varphi)} \end{aligned} \quad (5)$$

可以通过迭代的方式得到  $A(t; T, \varphi)$  和  $B(t; T, \varphi)$

$\varphi$ ) 终值条件为

$$A(T; T, \varphi) = B(T; T, \varphi) = 0.$$

## 1.2 存款保险价格

现实中银行的债务清偿顺序是存在差异的,其中优先级高于存款的债务主要有两类:享有法律规定优先权的债务(包括所欠职工工资、法律费用和国家税款)以及有担保的债务,而优先级低于存款的债务主要是次级债<sup>⑥</sup>。假定银行的总负债为  $K$ ,以银行存款为基准,将银行的负债划分为三类: A 类负债表示清偿顺序优于存款的债务,额度记为  $K_1$ ; B 类负债表示与存款具有相同清偿顺序的债务,额度记为  $K_2$ ,其中存款为  $K_D$ ; C 类负债表示清偿顺序低于存款的债务(次级债),额度记为  $K_3$ 。当银行破产清算时,其资产首先偿付 A 类负债,剩余部分才能偿付存款等 B 类负债,由此可见银行债务清偿顺序的差异必然会对存款保险机构的支付产生影响,从而影响存款保险价格。

存款保险机构通常只对银行的部分存款提供保险,这主要是因为:一方面,存款保险制度往往实行限额承保,比如中国存款保险条例规定存款保险最高偿付额为人民币 50 万元,同一存款人在同一家银行所有存款本金和利息超出限额部分并不参保;另一方面,为了防范道德风险,金融机构同业存款以及银行高管在本银行的存款均不参保。为了体现这一现实情况,本文假定银行存款的参保比例为  $\rho$  ( $\rho \in [0, 1]$ )。根据期末的银行资产价值  $V_T$ ,存款保险机构的赔付存下以下四种情况: 1) 当  $V_T \geq K$  时,此时银行资产价值大于负债,所有债务都没有损失,存款保险赔付额为零。 2) 当  $K_1 + K_2 \leq V_T < K$  时,银行破产清算,但银行资产足够偿付 A 类和 B 类负债,此时存款同样没有损失,存款保险赔付额仍为零。 3) 当  $K_1 \leq V_T < K_1 + K_2$  时,银行资产仅足够偿付 A 类负债, B 类负债只有部分得到偿付,损失额为  $K_1 + K_2 - V_T$ ,因为优先级相同,参保存款将按比例承受损失,此时存款保险的赔付额为  $\frac{\rho K_D}{K_2}(K_1 + K_2 - V_T)$ 。 4) 当

⑤ 本文的研究框架很容易推广到其他形式的 GARCH 过程以及随机波动率过程,但可能无法得到解析的定价公式,而且模型的估计也会存在困难。

⑥ 张金宝和任若恩<sup>[28]</sup>对银行债务清偿结构进行了更加详细的阐述,有兴趣的读者可以参考。

$V_T < K_1$  时, 银行资产不足以偿付 A 类负债, B 类负债包括存款全部损失, 此时存款保险赔付额为  $\rho K_D$ .

根据以上分析, 存款保险机构的支付函数可以表示为

$$G(V_T) = \begin{cases} 0 & V_T \geq K_1 + K_2 \\ \frac{\rho K_D}{K_2} (K_1 + K_2 - V_T) & K_1 \leq V_T < K_1 + K_2 \\ \rho K_D & V_T < K_1 \end{cases} \quad (6)$$

通过式(6)可以看出, 存款保险价格与 A 类负债和 B 类负债有关, 与 C 类负债无关. A 类负债和 B 类负债的总量  $K_1 + K_2$  越大, 存款遭受损失的风险

$$P = e^{-r(T-t)} E_t^Q [G(V_T)] \\ = \frac{e^{-r(T-t)} (K_1 + K_2) \rho K_D}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi - \\ \frac{e^{-r(T-t)} \rho K_D}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi+1)}{i\varphi} \right] d\varphi + e^{-r(T-t)} \rho K_D \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[ \frac{e^{-i\varphi \ln(K_1)} f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi \right) \quad (7)$$

单位存款的保险费率为

$$g = \frac{P}{e^{-r(T-t)} \rho K_D} = \frac{K_1 + K_2}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi - \\ \frac{1}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi+1)}{i\varphi} \right] d\varphi + \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[ \frac{e^{-i\varphi \ln(K_1)} f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi \quad (8)$$

其中  $\text{Re}[\cdot]$  表示复数的实部.

命题的推理过程见附录. 从存款保险的定价过程以及命题可知, 银行存款的参保比例  $\rho$  会影响银行需缴纳的保费, 且  $\rho$  越大, 需缴纳的保费越多. 但是, 银行存款的参保比例并不会影响银行的债务结构<sup>⑦</sup>, 不会影响银行的违约风险, 因而并不会影响银行单位存款的保险费率(如式(8)所示). 在后文数值分析部分, 将重点考察资产异方差性以及银行债务结构对存款保险费率的影 响, 为了简化分析, 不妨假定银行存款的参保比例为 1.

### 1.3 参数估计方法

由于银行资产的市场价值无法直接观测, 存款保险定价研究面临的一个难题是模型参数的估计问题. 在 BS 框架下, 解决这一问题的思路是, 将银行股权看作针对银行资产发行的看涨期权, 股权价值可以看作期权价格, 而股权价值可以直

$\text{Prob}(V_T < K_1 + K_2)$  越高, 存款保险价格越高; A 类负债  $K_1$  越多, 存款全部损失的风险  $\text{Prob}(V_T < K_1)$  越高, 存款保险价格也越高. 当银行债务中没有 A 类负债和 C 类负债时 ( $K_1 = K_3 = 0$ ), 存款保险定价问题将退化为不考虑债务清偿顺序的情形.

基于银行资产过程以及存款保险机构的支付函数, 可以得到解析的存款保险价格公式, 如以下命题所示.

命题 假定银行资产价值满足式(1)和式(2), 且银行债务清偿顺序存在差异, 则银行缴纳的存款保险保费为

接观测到, 从而可以通过期权定价公式估计银行资产过程. 基于这一思路, Ronn 和 Verma<sup>[22]</sup> 提出了估计银行资产价值和波动率的迭代法, Duan<sup>[30]</sup> 则提出了转换数据(transformed-data)极大似然法. 在 GARCH 框架下可以按照类似的思路对银行资产过程的参数进行估计, 不过由于银行资产过程以及期权定价公式都更加复杂, 这里选择 Duan<sup>[30]</sup> 提出的极大似然法.

根据 Heston 和 Nandi<sup>[22]</sup> 的 GARCH 期权价格公式, 银行股权价值  $E$  可以表示为

$$E_t = g(V_t) = \frac{1}{2} V_t + \frac{e^{-r(T-t)}}{\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[ \frac{K^{-i\varphi} f(i\varphi+1)}{i\varphi} \right] d\varphi - \\ K e^{-r(T-t)} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[ \frac{K^{-i\varphi} f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi \right) \quad (9)$$

如果上式中  $E$  和  $V$  之间的函数关系是一一对应的,

⑦ 刘海龙和杨继光<sup>[29]</sup>探讨了参保比例影响银行债务结构的情形, 有兴趣的读者可以参考.

那么根据 Duan<sup>[30]</sup> 银行股权价值序列的对数似然函数可以表示为

$$L_E(E_i, t=1, \dots, M; \theta) = L_V(\hat{V}_i(\theta), t=1, \dots, M; \theta) - \sum_{i=2}^M \ln \left| \frac{dg}{dV_i} \right|_{V_i=\hat{V}_i} \quad (10)$$

这里  $L_E$  和  $L_V$  分别为股权价值序列和资产价值序列的对数似然函数,  $M$  为观测次数,  $\theta = (\lambda, \omega, \alpha, \gamma, \beta)$  为银行资产过程的参数向量,  $\hat{V}_i(\theta) = g^{-1}(E_i)$ .

Liu 等<sup>[27]</sup>证明式(9)中  $E_i$  和  $V_i$  之间的函数关系是一一对应的, 且

$$\frac{dg}{dV_i} = \frac{1}{2} + \frac{e^{-r(T-t)}}{\pi V_i} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ \frac{K^{-i\varphi} f(i\varphi + 1)}{i\varphi} \right] d\varphi \quad (11)$$

根据式(1)和式(2)可以得到银行资产价值序列  $V_i$  的对数似然函数, 如下所示

$$L_V(V_i, t=1, \dots, M; \theta) = -\frac{1}{2} \sum_{i=2}^M (\ln(h_i) + \varepsilon_i^2) \quad (12)$$

将式(11)和式(12)代入式(10)可得

$$L_E(E_i, t=1, \dots, M; \theta) = -\frac{1}{2} \sum_{i=2}^M (\ln(\hat{h}_i) + \hat{\varepsilon}_i^2) - \sum_{i=2}^M \ln \left| \frac{1}{2} + \frac{e^{-r(T-t)}}{\pi V_i} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ \frac{K^{-i\varphi} f(i\varphi + 1)}{i\varphi} \right] d\varphi \right|_{V_i=\hat{V}_i} \quad (13)$$

这里  $\hat{\varepsilon}_i$  和  $\hat{h}_i$  对应资产价值的估计值  $\hat{V}_i$ , 可以通过将  $\hat{V}_i$  代入式(1)和式(2)得到.

由于很容易观测到上市银行的股权价值, 最大化式(13)就可以得到银行资产过程的参数向量  $\theta$  以及初始时刻  $V_i$  和  $h_{i+1}$  的极大似然估计值, 代入式(8)即可计算出存款保险费率.

## 2 数值分析

由于无法获得银行债务清偿结构的相关数据, 本部分通过数值算例来揭示存款保险价格(费率,  $g$ )与资产波动率的时变性、资产过程的参数以及债务清偿结构的关系. 本文数值分析的核心是银行资产过程的设定, 现有文献一般对此

进行主观设定(如张金宝和任若恩<sup>[28]</sup>以及刘海龙和杨继光<sup>[29]</sup>), 而本文则利用 A 股市场上上市银行的观测数据对资产过程进行估计, 所用数据包括上市银行股票市值的日数据、季度财务报表中的总负债以及一年期定期存款基准利率, 所有数据均取自国泰安公司 CSMAR 数据库<sup>⑧</sup>. 具体估计方法是, 针对每家上市银行, 分别在 2008 年和 2009 年最后一个交易日, 利用过去一年该银行股票市值的日观测以及最近可得的(第三季度财务报表)银行负债的账面价值, 得到银行资产过程参数的极大似然估计, 这里无风险利率取一年期定期存款基准利率的平均值, 股权对应看涨期权的到期期限取 1 年. 出于节约空间的考虑, 表 1 仅报告了四家银行资产过程参数的估计结果, 包括两家大型国有银行(工商银行和建设银行)以及两家股份制银行(平安银行和宁波银行)<sup>⑨</sup>. 从表 1 中可以看出  $\alpha$ 、 $\gamma$  和  $\beta$  通常是显著的, 这说明银行资产收益的波动率表现出显著的时变特性.

银行资产波动风险是造成银行违约进而存款遭受损失的重要因素, 因而资产波动率是存款保险价格的重要决定因素, 本文将首先考察资产异方差性对存款保险定价的影响. 随后进一步分析存款保险价格对资产过程参数  $\theta$  的敏感性. 最后, 前文的分析表明债务清偿结构会影响违约发生时银行存款的损失, 进而影响存款保险价格, 本文也将对此进行考察.

### 2.1 存款保险价格与银行资产波动率的时变性

基于 BS 框架的存款保险定价研究假定银行资产是同方差的, 而 GARCH 框架则假定资产收益的波动率是时变的, 因而基于两种框架测算的存款保险价格的差异反映了银行资产波动率的时变性对存款保险定价的影响. 这里选取张金宝和任若恩<sup>[28]</sup>的存款保险价格公式测算基于 BS 框架的存款保险费率. 不同时段银行资产的波动特征存在差异, 为了保证比较结果对此是稳健的, 选取两个时段分别进行检验. 其中, 受国际环境以及 A 股“股灾”的影响, 2008 年国内资本市场波动剧

⑧ 部分银行同时在 A 股市场和港股市场上市, 这类银行的股票市值是其 A 股市值和港股市值之和.

⑨ 本文估计了从 2007 年 ~ 2016 年所有上市银行的资产过程, 剩余结果可向作者索取.

烈,因此选取2008年作为银行业的高风险阶段;此后资本市场逐渐稳定,故选取2009年作为银行业的低风险阶段<sup>⑩</sup>。为了保证比较结果对银行的债务清偿结构是稳健的,设定两种债务清偿结构:

结构1中A类负债 $K_1$ 占负债总量 $K$ 的10%,B类负债 $K_2$ 占85%,C类负债 $K_3$ 占5%;结构2中A类负债 $K_1$ 占负债总量 $K$ 的10%,B类负债 $K_2$ 占90%,没有C类负债。

表1 银行资产过程参数估计结果

Table 1 Estimation results of bank asset process parameters

		$\lambda$	$\omega$	$\alpha$	$\gamma$	$\beta$
平安银行	2008	17.52 ***	4.29E-10	3.64E-06 ***	26.80 ***	0.86 ***
		(10.84)	(0.00)	(4.40)	(13.05)	(108.00)
	2009	27.52	8.96E-06 ***	1.46E-10	0.38	0.28 ***
		(1.27)	(6.14)	(0.00)	(0.00)	(4.81)
宁波银行	2008	8.26E-04	1.00E-06	6.51E-06 ***	10.98 ***	0.91 ***
		(0.00)	(0.69)	(2.85)	(11.86)	(133.20)
	2009	24.63 ***	5.48E-10	3.30E-06 ***	38.99 ***	0.88 ***
		(5.02)	(0.00)	(4.18)	(5.00)	(34.75)
工商银行	2008	1.78E-05	8.01E-07	2.21E-06 ***	1.85	0.86 ***
		(0.00)	(1.08)	(3.17)	(0.03)	(26.77)
	2009	32.37	3.09E-06 ***	1.19E-10	6.21E-03	0.34 ***
		(1.02)	(6.12)	(0.00)	(0.00)	(5.69)
建设银行	2008	7.46*	2.73E-08	2.82E-06 ***	26.52 ***	0.91 ***
		(1.81)	(0.06)	(4.99)	(2.61)	(56.66)
	2009	9.83 ***	2.58E-06 ***	1.94E-06 ***	30.45 ***	0.43 ***
		(5.40)	(2.62)	(2.70)	(6.92)	(3.36)

注:括号内为对应参数估计值的t统计量,\*和\*\*\*分别代表在10%和1%水平上显著。

表2报告了基于不同框架存款保险费率的测算结果,主要有以下两点发现。第一,基于两种框架测算的存款保险费率在2008年均远大于2009年,这表明2008年银行业的风险水平确实远高于2009年。第二,基于BS框架的存款保险费率在2008年明显大于基于GARCH框架的费率,而在2009年却又明显低于基于GARCH框架的费率,且比较结果对不同债务清偿结构是稳健的。这说明,忽视银行资产波动率的时变性确实会对存款保险价格产生影响,但是这种影响与银行所处的风险状态有关:当银行处于高风险阶段时,忽视波动率的时变性会导致存款保险价格被明显高估,而当银行处于低风险阶段时,则会导致存款保险价格被低估。

本文认为导致上述结果的主要原因是,BS框架的同方差假定与实际不符,引致对银行资产波动率的错误估计,进而导致对银行违约风险的错误估计,最终引起存款保险价格的偏差。一般来说,如果在估计窗口内的一段时期银行风险较高,资产波动较为剧烈,假定资产波动率在整个估计窗口内保持不变就会引致期末的资产波动率被高估,而高估的波动率将导致银行违约风险被高估,进而推高存款保险价格。反之,同方差假定将引致资产波动率被低估,进而导致银行违约风险被低估,并最终压低存款保险价格。本文分别比较2008年年底和2009年年底银行的资产波动率以及违约概率,以对上述分析进行检验。

<sup>⑩</sup> 本文测算了2007年~2016年的存款保险费率,除2008年以外的比较结果基本与2009年类似。

表 2 存款保险费率与时变波动率

Table 2 Deposit insurance premium rate and time-varying volatility

	债务清偿结构 1				债务清偿结构 2			
	2008		2009		2008		2009	
	GARCH	BS	GARCH	BS	GARCH	BS	GARCH	BS
平安银行	45.49	62.67	1.94E-02	1.18E-02	136.50	171.34	7.55E-01	5.63E-01
宁波银行	52.15	80.74	5.21E-02	2.12E-03	106.79	151.36	3.25E-01	3.56E-02
浦发银行	35.02	108.00	1.16E-02	5.32E-03	118.56	243.40	7.06E-01	4.56E-01
华夏银行	21.37	26.15	4.72E-04	1.11E-04	98.90	110.54	4.73E-01	2.56E-01
民生银行	9.43	22.81	2.57E-04	6.55E-05	46.01	88.83	7.57E-02	3.58E-02
招商银行	69.83	84.96	8.21E-04	7.67E-04	150.63	175.68	6.48E-02	6.21E-02
南京银行	21.79	24.14	8.65E-01	1.60E-02	55.58	60.83	3.20	2.23E-01
兴业银行	46.85	135.33	2.09E-02	1.22E-02	132.34	271.54	5.30E-01	4.15E-01
北京银行	23.50	29.39	2.78E-01	6.77E-03	64.22	76.62	1.38	1.24E-01
交通银行	5.90	15.55	1.14E-05	6.04E-06	32.54	60.65	1.05E-02	8.43E-03
工商银行	2.03	2.12	9.87E-07	3.57E-09	13.15	13.93	1.20E-04	4.45E-05
建设银行	11.07	27.03	7.43E-04	2.61E-04	40.43	77.28	7.38E-02	4.59E-02
中国银行	0.53	0.45	8.56E-07	1.45E-08	7.45	6.86	5.64E-04	3.18E-04
中信银行	10.07	11.16	2.31E-04	3.02E-05	37.50	41.23	1.11E-02	4.10E-03

注: 存款保险费率的单位为基点, 1 基点 = 万分之一。

表 3 报告了银行资产波动率的估计结果. 结果显示, 基于 BS 框架估计的银行资产波动率在 2008 年一致地大于基于 GARCH 框架估计的波动率, 而在 2009 年却一致地小于基于 GARCH 框架估计的波动率. 这表明, 当银行处于高风险阶段时, BS 框架的同方差假定确实导致银行资产波动率被高估, 而在低风险阶段却导致波动率被低估, 这与前面的分析是一致的。

表 3 银行资产波动率

Table 3 Volatility of bank asset return

银行	2008 年		2009 年	
	GARCH	BS	GARCH	BS
平安银行	0.050 8	0.090 5	0.051 0	0.049 4
宁波银行	0.098 1	0.158 8	0.079 2	0.078 9
浦发银行	0.067 4	0.103 9	0.045 9	0.043 9
华夏银行	0.065 4	0.068 4	0.029 3	0.027 6
民生银行	0.049 4	0.076 6	0.038 2	0.036 7
招商银行	0.096 3	0.129 9	0.050 2	0.050 0
南京银行	0.109 8	0.125 0	0.060 3	0.076 2
兴业银行	0.071 0	0.120 1	0.052 1	0.055 0
北京银行	0.093 8	0.115 1	0.057 5	0.071 6
交通银行	0.049 5	0.082 7	0.034 3	0.034 5
工商银行	0.051 4	0.074 1	0.033 7	0.032 4
建设银行	0.070 4	0.104 1	0.048 1	0.043 6
中国银行	0.052 4	0.055 9	0.028 9	0.029 0
中信银行	0.075 7	0.092 4	0.064 2	0.051 0

注: 表中波动率全部为年化波动率。

接下来分别基于两种框架估计银行的违约概率并进行比较. 在 BS 框架下, 银行在未来  $T$  时刻的违约概率可由下式表示

$$P_{BS} = \text{Prob}(\ln(V) < \ln(D)) = N\left(-\frac{\ln\left(\frac{V}{D}\right) + (\mu - 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \quad (14)$$

这里  $V$  代表银行资产,  $\mu$  和  $\sigma$  分别是 BS 框架下银行资产收益的均值和标准差,  $T$  取一年. 在 GARCH 框架下, 由  $T$  时刻资产的特征函数可知, 银行的违约概率如下所示

$$P_{GARCH} = \text{Prob}(\ln(V) < \ln(D)) = 0.5 - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re}\left[\frac{D^{-i\varphi} f(i\varphi)}{i\varphi}\right] d\varphi \quad (15)$$

在式(14)和式(15)中  $D$  代表银行的负债, 若为负债总量  $K$ , 则上述两式计算的是银行的破产概率, 若为银行 A 类负债和 B 类负债的加和  $K_1 + K_2$ , 则上述两式计算的是银行存款遭受损失的概率。

表 4 报告了不同框架下银行的违约概率. 结果表明, 基于 BS 框架估计的银行违约概率(无论是破产概率还是存款受损失的概率)在 2008 年都远大于基于 GARCH 框架的结果; 而在 2009 年则明显小于基于 GARCH 框架的结果. 这表明, BS

框架的同方差假定确实导致银行违约概率在银行处于高风险阶段时被高估,而在低风险阶段却又被低估,这同样与前面的分析是一致的.

### 2.2 存款保险价格与银行资产过程参数

2.1 节的分析表明银行资产波动率的时变性确实会对存款保险价格造成影响,本节进一步分析存款保险价格对 GARCH 过程参数的敏感性.根据 Heston 和 Nandi<sup>[22]</sup> 在风险中性测度下,银行资产过程如下所示

$$\ln(V_t) = \ln(V_{t-1}) + r - \frac{1}{2}h_t + \sqrt{h_t}\varepsilon_t \quad (16)$$

$$h_t = \omega + \alpha(\varepsilon_{t-1} - (\gamma + \lambda)\sqrt{h_{t-1}})^2 + \beta h_{t-1} \quad (17)$$

由于参数  $\lambda$  和  $\gamma$  总是成对出现(如式(17)所示),它们对存款保险价格的影响是类似的,为了节省空间,这里只报告参数  $\gamma$  的结果.本文分别选取建设银行和平安银行在 2008 年的资产过程进行本部分的模拟,表 5 报告了数值模拟的参数值,包括 GARCH 过程的 5 个参数、2008 年底银行总资产  $V_0$  和资产收益波动率  $h_0$  以及总负债  $K$ .

表 4 银行违约概率

Table 4 Bank default probability

	破产概率				存款遭受损失概率			
	2008		2009		2008		2009	
	GARCH	BS	GARCH	BS	GARCH	BS	GARCH	BS
平安银行	0.249 8	0.834 8	4.34E-03	3.15E-06	0.100 7	0.657 9	1.41E-04	1.40E-08
宁波银行	0.137 1	0.850 0	1.03E-03	4.48E-09	0.074 3	0.762 2	1.78E-04	7.79E-11
浦发银行	0.236 4	0.850 0	4.49E-03	2.91E-06	0.086 7	0.706 4	9.55E-05	5.95E-09
华夏银行	0.237 8	0.658 3	4.66E-03	4.45E-05	0.067 8	0.366 1	6.87E-06	3.75E-09
民生银行	0.121 5	0.824 9	6.58E-04	5.04E-08	0.029 1	0.604 3	2.92E-06	8.98E-12
招商银行	0.203 5	0.832 1	4.49E-04	7.15E-07	0.107 5	0.714 9	7.02E-06	2.51E-09
南京银行	0.090 8	0.606 4	7.43E-03	5.97E-07	0.040 2	0.444 1	2.12E-03	1.60E-08
兴业银行	0.230 3	0.899 1	2.77E-03	8.63E-07	0.098 1	0.802 1	1.31E-04	5.48E-09
北京银行	0.111 2	0.657 1	3.87E-03	3.47E-07	0.046 7	0.483 7	8.32E-04	6.77E-09
交通银行	0.090 2	0.789 7	1.12E-04	1.24E-07	0.020 1	0.573 3	1.44E-07	1.52E-11
工商银行	0.040 3	0.522 3	1.62E-06	1.17E-10	0.007 5	0.262 3	3.31E-10	1.18E-15
建设银行	0.088 5	0.366 7	5.41E-04	6.73E-06	0.028 1	0.202 3	6.62E-06	1.60E-08
中国银行	0.030 9	0.594 5	8.03E-06	2.05E-09	0.002 8	0.248 7	7.48E-10	1.02E-14
中信银行	0.082 9	0.713 2	7.18E-05	7.51E-10	0.026 1	0.503 0	1.67E-06	9.00E-13

表 5 数值模拟参数值的设定

Table 5 Parameter values for simulation

	$\lambda$	$\omega$	$\alpha$	$\gamma$	$\beta$	$V_0$	$h_0$	$K$
建设银行	7.46	2.73E-08	2.82E-06	26.52	0.91	7 433.56	2.03E-05	6 844.10
平安银行	17.52	4.29E-10	3.64E-06	26.80	0.86	431.19	1.06E-05	423.08

图 1 描述了存款保险价格与 GARCH 过程参数的关系.图 1 显示,GARCH 过程的四个参数都与存款保险费率呈正相关关系.这说明,如式(17)所示,随着 GARCH 过程参数变大,在风险中性测度下银行资产波动率变大,因而存款保险费率增加.此外,单个参数的敏感性还受其余参数的

影响,如图 1(b)和图 1(c)所示, $\alpha$ 和 $\gamma$ 对平安银行存款保险费率的的影响均大于建设银行.这主要是因为,如式(17)所示, $\alpha$ 对资产收益波动率的影响与 $(\gamma + \lambda)$ 正相关, $\gamma$ 对资产收益波动率的影响与 $\alpha$ 正相关,而平安银行资产过程的参数 $\alpha$ 和 $(\gamma + \lambda)$ 都大于建设银行.



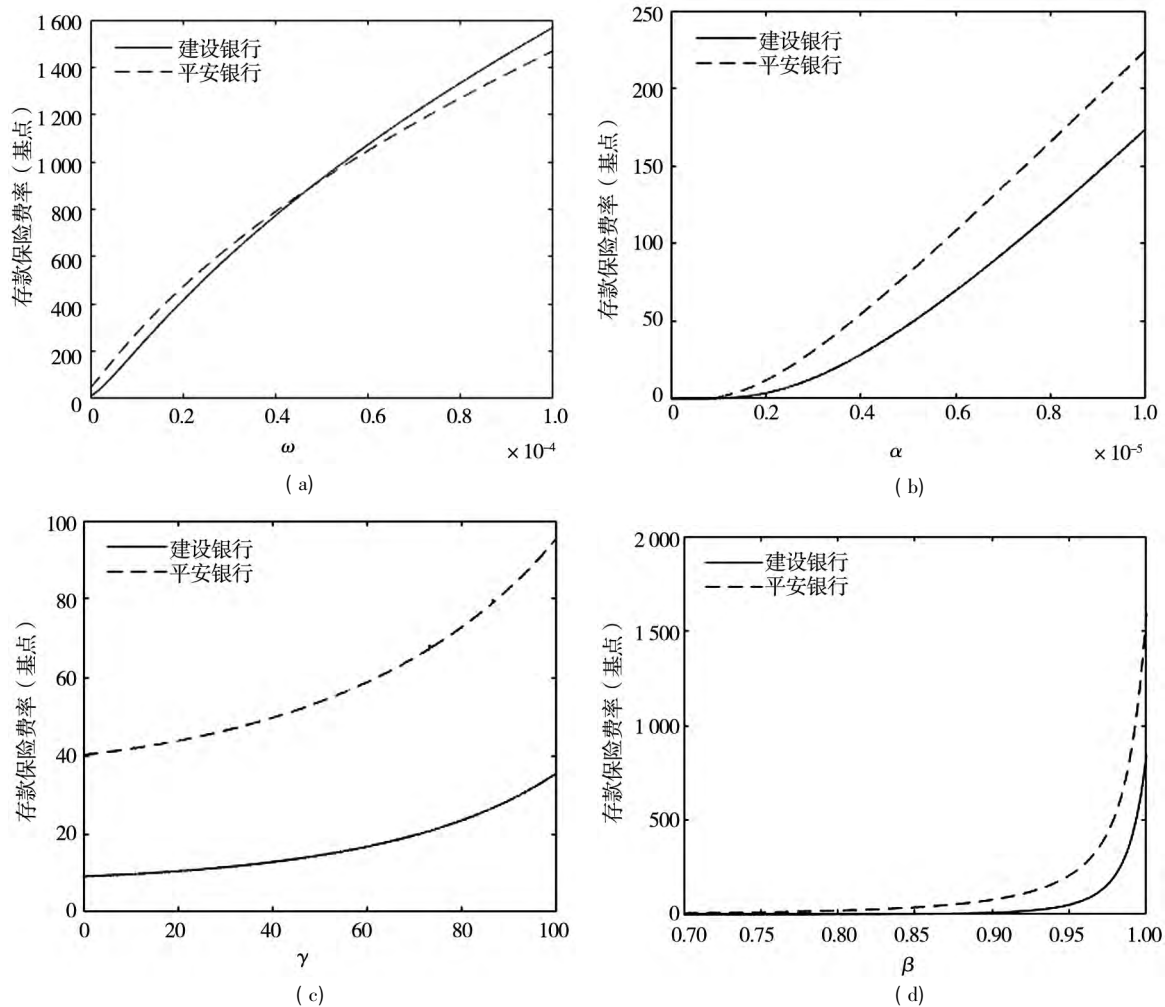


图 1 存款保险价格与银行资产过程参数的关系图

Fig. 1 Deposit insurance premium rate and parameters of bank asset process

### 2.3 存款保险价格与银行债务清偿结构

本节首先分析 A 类负债和 B 类负债与存款保险价格的关系, 然后考察忽视银行债务清偿顺序的差异对存款保险价格的影响. 这里同样选取建设银行和平安银行 2008 年的参数进行分析, 具体参数设置见表 5. 图 2 报告了存款保险价格  $g$  与 A 类负债  $K_1$  的关系, 此时固定 B 类负债在总负债中的占比为 75%. 图 2 的结果一致表明, 随着 A 类负债逐渐增加, 存款保险价格逐渐变大. 图 3 报告了存款保险价格  $g$  与 B 类负债的关系, 其中固定 A 类负债在总负债中的占比为 10%. 从图 3 中容易看出, B 类负债同样与存款保险价格呈正相关关系. 这主要是因为随着 A 类负债  $K_1$  或者 B 类负债  $K_2$  的增加, A 类负债和 B 类负债的总量  $K_1 + K_2$  随之增加, 存款遭受损失的风险  $\text{Prob}(V_T < K_1 + K_2)$  变大, 因而存款保险价格  $g$  逐

渐变大.

将图 2 和图 3 的结果进行比较, 可以看出, 在图 2 中当没有 C 类负债时(此时 A 类负债和 B 类负债分别占总负债的 25% 和 75%), 两家银行的存款保险费率大约分别为 50 个基点和 160 个基点; 而在图 3 中当没有 C 类负债时(此时 A 类负债和 B 类负债分别占总负债的 10% 和 90%), 两家银行的存款保险费率大约分别为 40 个基点和 140 个基点. 这表明, 虽然两类负债都与存款保险价格正相关, 但 A 类负债的影响可能更大. 这是因为, A 类负债的增加不仅导致存款遭受损失的概率增加  $\text{Prob}(V_T < K_1 + K_2)$ , 还会导致存款全部损失的风险  $\text{Prob}(V_T < K_1)$  增加, 这可能进一步的推高存款保险费率  $g$ . 为了验证这一点, 本文固定 A 类负债和 B 类负债之和  $K_1 + K_2$  在总负债中的占比为 95%, 继续考察存款保险价格与 A 类

负债的关系. 图 4 报告了相关结果, 从中可以看出, 当固定了存款遭受损失的风险时 (固定  $\text{Prob}(V_T < K_1 + K_2)$ ), 存款保险价格仍然随着 A 类负债的增加而增加.

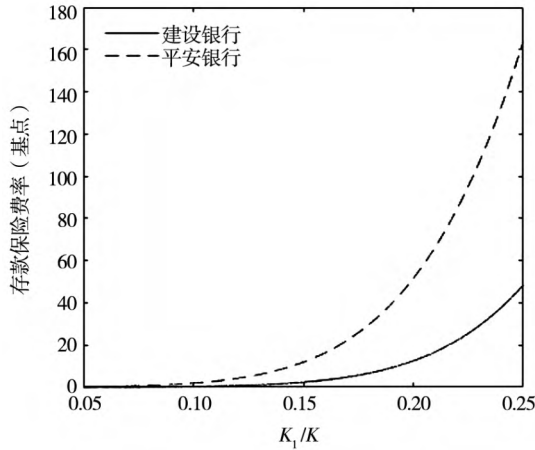


图 2 存款保险价格与 A 类债务的关系

Fig. 2 Deposit insurance premium rate and liabilities of category A

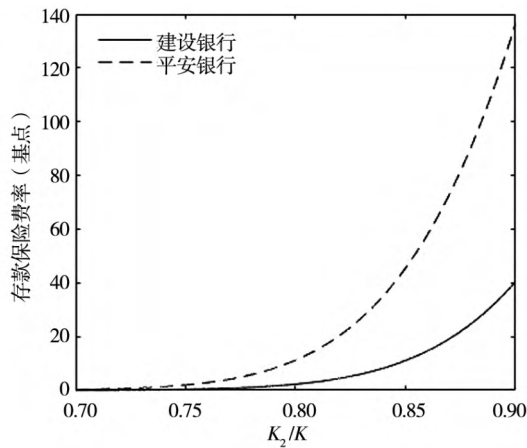


图 3 存款保险价格与 B 类负债关系

Fig. 3 Deposit insurance premium rate and liabilities of category B

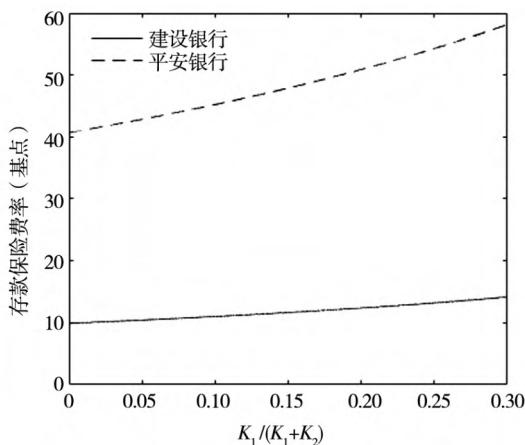


图 4 存款保险价格与 A 类负债关系(2)

Fig. 4 Deposit insurance premium rate and liabilities of category A (2)

前面的分析表明不同优先级的负债对存款保险价格的影响确实存在差异, 如果忽视债务清偿顺序的差异 (即认为所有负债的优先级与存款相同) 将会对存款保险价格产生两种不同的效应, 一方面, 由于 A 类负债对存款保险价格的影响大于 B 类负债, 那么将 A 类负债等同于存款将会导致存款保险价格被低估; 另一方面, 由于 C 类负债本质上并不会影响存款保险价格, 将此类负债等同于存款将会加大银行存款的违约边界进而导致存款保险价格被高估. 那么忽视银行债务清偿顺序的差异究竟会对存款保险价格造成什么影响呢? 接下来同样利用建设银行和平安银行 2008 年的参数 (见表 5) 进行检验. 为了保证结果的稳健性, 假定以下两种情形: 第一, B 类负债占比为 90% 且保持不变, A 类负债占比从 10% 逐渐下降至 1%; 第二, B 类负债占比为 80% 且保持不变, A 类负债占比从 20% 逐渐下降至 2%. 针对不同的债务清偿结构分别计算银行存款保险价格并将它们与不考虑债务清偿结构的存款保险价格进行对比, 后者按照 Liu 等<sup>[27]</sup> 的定价公式进行测算.

表 6 报告了相关测算结果, 其中 Panel A 和 Panel B 分别对应情形一和情形二. Panel A 中两家银行的结果一致显示, 随着 A 类负债的占比逐渐减小, 存款保险费率逐渐降低, 这与图 2 分析的结果一致. 当银行债务结构中没有 C 类负债时, 考虑债务清偿结构的存款保险费率 (分别为 40.43 基点和 136.5 基点) 大于不考虑债务清偿结构的费率 (分别为 36.39 基点和 122.85 基点), 这表明忽视 A 类负债的清偿顺序确实会导致存款保险费率被低估, 这与前面的分析是一致的. 而随着 C 类负债的占比增加, 即使只占总负债的 1%, 考虑债务清偿结构的存款保险费率 (分别为 31.54 基点和 110.79 基点) 已经低于不考虑债务清偿结构的费率, 而且随着 C 类负债的占比继续增大, 这种差异逐渐加大. 这表明将 C 类负债等同于存款确实会导致存款保险费率被高估, 而且这一效应远大于 A 类负债的效应. Panel B 的结果与 Panel A 基本一致. 总之, 表 6 的结果表明忽视银行债务清偿顺序的差异会对存款保险价格产生两种不同的效应, 但是由于 C 类负债的效应更加显著, 因而忽视债务清偿顺序的差异往往导致存款保险价格被严重高估.

表6 债务清偿结构对存款保险价格的影响

Table 6 Impacts of debt discharge structure on deposit insurance premium

Panel A. B类负债占比90%											
A类负债占比	10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	
建设银行	40.43	31.54	24.33	18.57	14.02	10.46	7.71	5.62	4.04	2.87	36.39
平安银行	136.50	110.79	88.95	70.62	55.41	42.97	32.91	24.89	18.59	13.70	122.85
Panel B. B类负债占比80%											
A类负债占比	20%	18%	16%	14%	12%	10%	8%	6%	4%	2%	
建设银行	45.49	27.38	15.77	8.67	4.55	2.27	1.07	0.48	0.20	0.08	36.39
平安银行	153.56	100.07	62.34	37.02	20.91	11.20	5.68	2.72	1.23	0.52	122.85

注: 最右侧一列为不考虑债务清偿结构的存款保险费率. 所有存款保险费率的单位为基点.

### 3 结束语

银行资产波动率的时变性以及债务清偿顺序的差异都会影响存款保险价格,然而现有存款保险定价研究却很少考虑这两类因素. 鉴于此, 本文结合银行资产时变波动率和银行债务清偿结构进行存款保险定价研究. 采用非对称 GARCH 过程刻画银行资产的时变波动率, 将银行负债划分为 A 类负债(清偿顺序优于存款)、B 类负债(清偿顺序与存款相同, 包含存款)以及 C 类负债(清偿顺序低于存款), 得到了解析的存款保险价格公式, 并给出了参数的极大似然估计方法. 利用 A 股市场上市银行的观测数据估计银行资产过程, 并据此进行数值分析, 结果显示: 1) 资产波动率的时变性对存款保险定价存在影响, 但依赖于银行的风险状态: 在高风险阶段, 忽视资产波动率的时变性会导致存款保险价格被高估, 而在低风险阶段, 则导致存款保险价格被低估; 2) 存款保险

费率与 GARCH 过程的参数呈正相关关系; 3) A 类负债和 B 类负债均与存款保险价格正相关, 但由于 A 类负债还与存款全部损失的风险相关, 其对存款保险价格的影响大于 B 类负债; 4) 忽视债务清偿顺序的差异会对存款保险价格产生两种不同的影响, 但是由于 C 类负债的效应更加显著, 往往导致存款保险价格被严重高估.

本文的研究结果为存款保险定价的实证研究提供了一个有益的工具, 同时对业界实践也具有重要的启示或参考价值. 首先, 存款保险机构在确定存款保险价格时应当考虑银行资产的异方差性, 否则, 在高风险阶段会因为定价偏高而增加银行负担, 而在低风险阶段则会因为定价偏低导致无法为存款提供充分的保险. 其次, 仅仅关注银行总负债的存款保险定价方式同样会引致定价偏差, 应该更进一步关注银行债务的构成. 最后, 银行应当充分利用存款保险价格对资产过程的敏感性, 通过主动的资产管理, 并结合债务的合理配置, 以降低存款保险费率, 增强自身竞争力.

### 参考文献:

- [1] Merton R. An analytic derivation of the cost of deposit insurance and loan guarantees: An application of modern option pricing theory [J]. *Journal of Banking & Finance*, 1977, 1(1): 3-11.
- [2] Ronn E, Verma A. Pricing risk-adjusted deposit insurance: An option-based model [J]. *Journal of Finance*, 1986, 41(4): 871-895.
- [3] Pennacchi G. Risk-based capital standards, deposit insurance, and procyclicality [J]. *Journal of Financial Intermediation*, 2005, 14(4): 432-465.
- [4] So J, Wei J Z. Deposit insurance and forbearance under moral hazard [J]. *Journal of Risk and Insurance*, 2004, 71(4): 707-735.
- [5] Lee S C, Lin C T, Tsai M S. The pricing of deposit insurance in the presence of systematic risk [J]. *Journal of Banking & Finance*, 2015, 51: 1-11.
- [6] Zhang Y J, Shi B S. Systematic risk and deposit insurance pricing: Based on market model and option pricing theory [J].

- China Finance Review International ,2017 ,7(4) : 390 - 406.
- [7]Hwang D Y , Shie F S , Wang K , et al. The pricing of deposit insurance considering bankruptcy costs and closure policies [J]. Journal of Banking and Finance ,2009 ,33(10) : 1909 - 1919.
- [8]张金宝,任若恩. 未保险存款的利率对存款保险定价的影响[J]. 系统工程,2007,25(4) : 88 - 91.  
Zhang Jinbao , Ren Ruoen. The impact of uninsured deposit rate on the deposit insurance pricing [J]. Systems Engineering , 2007 ,25(4) : 88 - 91. ( in Chinese)
- [9]李敏波. 基于银行担保的存款保险费率测算——以中国 16 家上市商业银行为例 [J]. 金融研究,2015 ,(4) : 162 - 175.  
Li Minbo. Deposit insurance premium estimation based on implicit guarantee: Evidence from Chinese listed commercial banks [J]. Journal of Financial Research ,2015 ,(4) : 162 - 175. ( in Chinese)
- [10]Boyle G , Stover R , Tiwana A , et al. The impact of deposit insurance on depositor behavior during a crisis: A conjoint analysis approach [J]. Journal of Financial Intermediation ,2015 ,24(4) : 590 - 601.
- [11]王永钦,陈映辉,熊雅文. 存款保险制度如何影响公众对不同银行的信心? ——来自中国的证据 [J]. 金融研究,2018 ,(6) : 109 - 122.  
Wang Yongqin , Chen Yinghui , Xiong Yawen. How does deposit insurance system affect different banks? Evidence from China [J]. Journal of Financial Research ,2018 ,(6) : 109 - 122. ( in Chinese)
- [12]Anginer D , Demircuc-Kunt A , Zhu M. How does deposit insurance affect bank risk? Evidence from the recent crisis [J]. Journal of Banking & Finance ,2014 ,48: 312 - 321.
- [13]Liu L , Zhang G , Fang Y. Bank credit default swaps and deposit insurance around the world [J]. Journal of International Money and Finance ,2016 ,69: 339 - 363.
- [14]Lambert C , Noth F , Schüwer U. How do insured deposits affect bank risk? Evidence from the 2008 emergency economic stabilization act [J]. Journal of Financial Intermediation ,2017 ,29: 81 - 102.
- [15]郭 晔,赵 静. 存款保险制度、银行异质性与银行个体风险 [J]. 经济研究,2017 ,52(12) : 134 - 148.  
Guo Ye , Zhao Jing. Deposit insurance , heterogeneous banks and bank idiosyncratic risk [J]. Economic Research Journal , 2017 ,52(12) : 134 - 148. ( in Chinese)
- [16]Shy O , Stenbacka R , Yankov V. Limited deposit insurance coverage and bank competition [J]. Journal of Banking & Finance ,2016 ,71: 95 - 108.
- [17]赵尚梅,刘 娜,贺 江,等. 存款保险限额研究——银行风险承担视角 [J]. 管理评论,2017 ,29(10) : 9 - 20.  
Zhao Shangmei , Liu Na , He Jiang , et al. Study on deposit insurance coverage limit for bank risk-taking minimization [J]. Management Review ,2017 ,29(10) : 9 - 20. ( in Chinese)
- [18]Bollerslev T , Chou R , Kroner K. ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence [J]. Journal of Econometrics ,1992 ,52(1-2) : 5 - 59.
- [19]陈荣达,王 泽,李泽西,等. 厚尾分布情形下的信用资产组合风险度量 [J]. 管理科学学报,2017 ,20(3) : 46 - 55.  
Chen Rongda , Wang Ze , Li Zexi , et al. Risk measurement for portfolio credit risk with risk factors with heavy-tailed distribution [J]. Journal of Management Sciences in China ,2017 ,20(3) : 46 - 55. ( in Chinese)
- [20]吴鑫育,任森春,马超群,等. 中国股票市场的时变杠杆效应研究——基于随机 Copula 模型的实证分析 [J]. 管理科学学报,2017 ,20(9) : 70 - 84.  
Wu Xinyu , Ren Senchun , Ma Chaoqun , et al. Time-varying leverage effects in Chinese stock markets: Empirical analysis based on stochastic Copula models [J]. Journal of Management Sciences in China ,2017 ,20(9) : 70 - 84. ( in Chinese)
- [21]Duan J. The GARCH option pricing model [J]. Mathematical Finance ,1995 ,5(1) : 13 - 32.
- [22]Heston S , Nandi S. A closed-form GARCH option valuation model [J]. Review of Financial Studies ,2000 ,13(3) : 585 - 625.
- [23]Christoffersen P , Jacobs K , Ornathanalai C , et al. Option valuation with long-run and short-run volatility components [J]. Journal of Financial Economics ,2008 ,90(3) : 272 - 297.
- [24]Barone-Adesi G , Engle R , Mancini L. A GARCH option pricing model with filtered historical simulation [J]. Review of Fi-

- nancial Studies, 2008, 21(3): 1223 - 1258.
- [25] 陈淼鑫, 武晨. 随机跳跃强度与期权隐含风险溢价[J]. 管理科学学报, 2018, 21(4): 28 - 42.  
Chen Miaoxin, Wu Chen. Stochastic jump intensity and option implied risk premiums [J]. Journal of Management Sciences in China, 2018, 21(4): 28 - 42. (in Chinese)
- [26] Duan J, Yu M. Capital standard, forbearance and deposit insurance pricing under GARCH [J]. Journal of Banking & Finance, 1999, 23(11): 1691 - 1706.
- [27] Liu H, Li R, Yuan J. Deposit insurance pricing under GARCH [J]. Finance Research Letters, 2018, 26: 242 - 249.
- [28] 张金宝, 任若恩. 银行债务的清偿结构与存款保险定价[J]. 金融研究, 2007, (6): 35 - 43.  
Zhang Jinbao, Ren Ruoen. Deposit insurance pricing and the repayment structure of bank's debt [J]. Journal of Financial Research, 2007, (6): 35 - 43. (in Chinese)
- [29] 刘海龙, 杨继光. 基于银行监管资本的存款保险定价研究[J]. 管理科学学报, 2011, 14(3): 73 - 82.  
Liu Hailong, Yang Jiguang. Study of deposit insurance pricing based on the regulatory capital of commercial banks [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(3): 73 - 82. (in Chinese)
- [30] Duan J. Maximum likelihood estimation using price data of the derivative contract [J]. Mathematical Finance, 1994, 4(2): 155 - 167.

## Deposit insurance pricing based on time-varying volatility

YUAN Jin-jian, LIU Hai-long\*, LIU Xiao-tao

Antai College of Economics and Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China

**Abstract:** Scientific pricing of deposit insurance is important for maintaining financial stability. However, the heteroscedasticity of bank asset return and the discharge order of bank debt are rarely taken into account in previous deposit insurance pricing studies. This paper characterizes the time-varying volatility of asset return with GARCH process, and develops a closed-form deposit insurance pricing formula considering debt discharge structures. A maximum likelihood estimation method for formula parameters is also presented. Bank asset processes are estimated with the data of banks listed in the A-share market. Then, through numerical simulation, the paper investigates the impacts of the heteroscedasticity of bank asset returns and debt discharge orders on the deposit insurance premium. The results show that, ignoring the heteroscedasticity of asset returns, the deposit insurance would be overvalued during high risk periods and undervalued during low risk periods. High priority debt and normal debt (including deposits) are positively related to deposit insurance premiums, but the impact of the former is larger. Due to the impact of subordinated debt, the deposit insurance is always overvalued without considering the debt discharge order.

**Key words:** deposit insurance pricing; time-varying volatility; debt discharge order; Black-Scholes framework; GARCH framework

附录

命题证明:

根据正式式(6)所示的期末支付函数,存款保险机构在风险中性测度下的期望支付如下所示

$$\begin{aligned}
 E_t^Q [G(V_T)] &= \int_{K_1}^{K_1+K_2} \frac{\rho K_D}{K_2} (K_1 + K_2 - V_T) dF(V_T) + \int_0^{K_1} \rho K_D dF(V_T) \\
 &= \int_{\ln(K_1)}^{\ln(K_1+K_2)} \frac{\rho K_D}{K_2} (K_1 + K_2 - e^x) p(x) dx + \int_{-\infty}^{\ln(K_1)} \rho K_D p(x) dx \\
 &= \frac{\rho K_D}{K_2} (K_1 + K_2) \int_{\ln(K_1)}^{\ln(K_1+K_2)} p(x) dx - \frac{\rho K_D}{K_2} \int_{\ln(K_1)}^{\ln(K_1+K_2)} e^x p(x) dx + \rho K_D \int_{-\infty}^{\ln(K_1)} p(x) dx
 \end{aligned} \tag{A1}$$

其中  $F(V_T)$  表示银行资产  $V_T$  的累积概率分布函数, 第二个等式做了变量转换, 令  $x = \ln(V_T)$ ,  $p(x)$  表示  $x$  的概率密度函数.

$p(x)$  对应的矩母函数为  $f(\varphi)$ , 令  $q(x) = \frac{e^x p(x)}{f(1)}$ , 则  $q(x)$  也是一个概率密度, 因为 i)  $q(x) \geq 0$ ; ii)  $\int_{-\infty}^{+\infty} q(x) dx = \frac{1}{f(1)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^x p(x) dx = 1$ . 那么  $q(x)$  的矩母函数如下所示

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\varphi x} q(x) dx = \frac{1}{f(1)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{(\varphi+1)x} p(x) dx = \frac{f(\varphi+1)}{f(1)} \quad (\text{A2})$$

根据傅里叶变换可以计算两个概率密度函数的概率, 如下所示

$$\int_Y^{+\infty} p(x) dx = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ \frac{e^{-i\varphi Y} f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi \quad (\text{A3})$$

$$\int_Y^{+\infty} q(x) dx = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ \frac{e^{-i\varphi Y} f(i\varphi+1)}{i\varphi f(1)} \right] d\varphi \quad (\text{A4})$$

利用式(A3)和式(A4)可以计算式(A1)中的积分

$$\begin{aligned} \int_{\ln(K_1)}^{\ln(K_1+K_2)} p(x) dx &= \int_{\ln(K_1)}^{+\infty} p(x) dx - \int_{\ln(K_1+K_2)}^{+\infty} p(x) dx \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

$$\begin{aligned} \int_{\ln(K_1)}^{\ln(K_1+K_2)} e^x p(x) dx &= f(1) \int_{\ln(K_1)}^{\ln(K_1+K_2)} q(x) dx \\ &= f(1) \left( \int_{\ln(K_1)}^{+\infty} q(x) dx - \int_{\ln(K_1+K_2)}^{+\infty} q(x) dx \right) \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi+1)}{i\varphi} \right] d\varphi$$

$$\int_{-\infty}^{\ln(K_1)} p(x) dx = 1 - \int_{\ln(K_1)}^{+\infty} p(x) dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ \frac{e^{-i\varphi \ln(K_1)} f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi \quad (\text{A7})$$

将式(A5)~式(A7)代入式(A1)可得

$$\begin{aligned} E_t^Q [G(V_T)] &= \frac{\rho K_D (K_1 + K_2)}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi - \\ &\quad \frac{\rho K_D}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi+1)}{i\varphi} \right] d\varphi + \\ &\quad \rho K_D \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ \frac{e^{-i\varphi \ln(K_1)} f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi \right) \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

银行支付的存款保险的保费  $P$  应当等于存款保险机构期望支付的现值

$$\begin{aligned} P &= e^{-r(T-t)} E_t^Q [G(V_T)] \\ &= \frac{e^{-r(T-t)} \rho K_D (K_1 + K_2)}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi - \\ &\quad \frac{e^{-r(T-t)} \rho K_D}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi+1)}{i\varphi} \right] d\varphi + \\ &\quad e^{-r(T-t)} \rho K_D \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ \frac{e^{-i\varphi \ln(K_1)} f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi \right) \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

单位存款的保险费率可以表示为

$$\begin{aligned} g &= \frac{P}{e^{-r(T-t)} \rho K_D} = \frac{K_1 + K_2}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi - \\ &\quad \frac{1}{\pi K_2} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ (e^{-i\varphi \ln(K_1)} - e^{-i\varphi \ln(K_1+K_2)}) \frac{f(i\varphi+1)}{i\varphi} \right] d\varphi + \\ &\quad \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{Re} \left[ \frac{e^{-i\varphi \ln(K_1)} f(i\varphi)}{i\varphi} \right] d\varphi \end{aligned} \quad (\text{A10})$$