

# 基于网络外部性和质量差异化的产品定价策略<sup>①</sup>

周雄伟<sup>1</sup>, 蔡丹<sup>1</sup>, 李世刚<sup>2\*</sup>, 周艳菊<sup>1</sup>, 陈晓红<sup>1</sup>

(1. 中南大学商学院, 长沙 410083; 2. 中山大学国际金融学院, 珠海 519082)

**摘要:** 随着互联网技术和电子商务的发展, 网络外部性对产品销售的作用愈发重要. 基于这一背景, 探究网络外部性对质量差异化产品定价策略的影响. 将网络外部性分为自身网络外部性和交互网络外部性两种类型, 分别考虑两者对差异化产品价格、需求和利润的影响. 结论如下: 第一, 仅存在自身网络外部性时, 网络外部性不影响差异化产品的定价, 但影响产品的需求和利润; 第二, 当自身网络外部性和交互网络外部性同时存在时, 网络外部性将同时影响产品的价格、需求和利润.

**关键词:** 网络外部性; 质量差异化; 定价

**中图分类号:** F272.3   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1007-9807(2019)08-0001-16

## 0 引言

消费者购买某种产品所获得的效用随购买该产品人数的增加而增大, 则说这种产品具有网络外部性, 生活中具有网络外部性的产品随处可见<sup>[1-5]</sup>. 例如, 一款多人在线电子游戏, 其他玩家的参与增加了游戏的趣味性和可玩性, 因此每个玩家的体验均随玩家数量的增加而更好. 随着电子商务的快速发展, 微博、微商、论坛等基于社区网络营销的兴起, 网络外部性对传统产品的销售也越来越重要<sup>[6-8]</sup>. 以小米手机为例, 小米社区的建立, 使消费者可以分享手机使用的经验和所遇问题的解决方案. 因此, 购买并加入小米社区的消费者数量越多, 消费者获得的效用越高.

由于消费者收入水平的不同, 企业的质量差异化产品策略可以满足更多消费者的需求, 进而提高企业的市场占有率和利润. 华为、小米、海信、海尔、通用、大众等企业均采用该策略. 低质量产品相对于高质量产品更具价格优势, 因此可以帮助企业迅速开拓市场, 为高质量产品的推广打下

基础, 尤其是对新制造或者进入新市场的品牌产品. 例如小米公司以小米系列手机开拓市场, 随后推出小米 note 系列进军高端市场. 而高质量产品可以提高消费者对低质量产品的感知水平, 促进低质量产品的销售. 例如苹果手机为了获得更大的市场占有率和利润, 积极开拓低端市场.

基于以上背景, 考察网络外部性对质量差异化产品定价策略的影响. 将网络外部性分为自身网络外部性和交互网络外部性两种类型, 分别考虑两者对差异化产品价格、需求和利润的影响. 结论如下: 第一, 仅存在自身网络外部性时, 网络外部性不影响差异化产品的定价, 但影响产品的需求和利润; 第二, 当自身网络外部性和交互网络外部性同时存在时, 网络外部性将同时影响产品的价格、需求和利润.

关于网络外部性定价策略的研究, 可以梳理归纳为以下三类: 同质化产品定价、差异化产品定价以及双边市场产品定价.

同质化产品的定价, Viswanathan<sup>[9]</sup>研究了渠道灵活性、网络外部性以及转换成本的差异对

<sup>①</sup> 收稿日期: 2017-11-12; 修订日期: 2019-05-28.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71871230; 71790615); 教育部人文社会科学基金资助项目(18YJC790089).

通讯作者: 李世刚(1987—), 男, 四川宜宾人, 博士, 副教授. Email: lsgangbnu2005@126.com

渠道(传统、线上和混合)竞争的影响,发现较强的网络外部性和线上渠道转移成本会导致赢者通吃的结果,但较高的市场份额并不总能转化为较高的利润. Cabral<sup>[10]</sup>考虑网络外部性对耐用品和新技术定价策略的影响,发现需求不确定或成本信息非对称时,若消费者基数较小,试销价是必要的. Lambertini<sup>[11]</sup>通过比较垄断商最优和社会福利最优两种情形下的定价策略,发现在未完全覆盖的市场中,网络外部性使垄断商过度供给产品质量. 潘晓军<sup>[12]</sup>探讨了网络外部性和不同边际成本形式对企业产品策略的影响,通过数值实验发现网络外部性可以改变产品的差异化水平. Adne'ne<sup>[13]</sup>基于汽车产业的现实场景,采用仿真方法对企业的定价策略进行研究,发现动态定价策略比静态定价策略更优. 而 Bayer<sup>[14]</sup>采用实验方法研究了惯性需求对双寡头市场中企业动态定价机制的影响,发现网络外部性存在时,产品的平均价格较低. Hashimoto<sup>[15]</sup>同时考虑网络外部性和商品折扣两个因素,通过研究垄断商两期动态定价策略,发现在消极网络外部性条件下价格策略依赖于商品的折扣. 此外,还有一些学者发现网络结构的不同,垄断商的定价策略也将有所不同<sup>[16-18]</sup>.

差异化产品的定价 Navon A<sup>[19]</sup>研究了网络外部性对垄断商价格竞争策略的影响,发现消极的网络外部性会减弱竞争并提升产品价格,而积极的网络外部性则会加剧竞争并降低产品价格. 曹韞建等<sup>[20]</sup>通过分析二次运输成本下两阶段横向差异化模型,发现网络外部性可以提高消费者的购买意愿,但会加剧企业间的竞争. 而 Baake<sup>[21]</sup>则证明垂直差异化产品策略可以缓和企业间的竞争,且高质量产品企业更倾向于生产非兼容性产品. Xie<sup>[22]</sup>研究了市场占有者和进入者的动态定价行为,发现网络外部性很强且占有者市场基础很大时进入者最好采用兼容性策略. 而占有者市场基础较小时,占有者因为兼容性企业的进入而获得更多的收益. 潘晓军<sup>[23]</sup>通过一个三阶段博弈模型,对单个垄断商垂直差异化产品的推出策略进行研究,发现网络外部性的存在不仅影响企业不同阶段垂直差异化产品的推出策略,还影响产品的价格和企业的利润. 考虑网络外部性对互补性服务定价策略的影响, Pang<sup>[24]</sup>发现相对于统一定价,垄断商更倾向于歧视定价. Cheng<sup>[25]</sup>对软件

企业的不同免费策略(限时免费和低质量永久免费)进行研究,发现网络外部性不是很强时,限时免费策略更好,而网络外部性较强时,企业采用低质量产品永久免费的策略可以获得更高的利润. Kalnins<sup>[26]</sup>通过对双渠道供应链价格变动的研究,发现基于价格的品牌外部性对不同质量品牌销售渠道的选择具有重大影响. 通过对存在盗版产品的市场中网络外部性对信息产品定价策略的研究,赵映雪<sup>[27]</sup>发现网络外部性较大时,盗版产品会迫使正版厂商通过降低价格来吸引更多的消费者,从而使正版厂商的收益降低.

双边市场产品的定价 通过对中介类型平台企业竞争策略的研究, Caillaud<sup>[28]</sup>发现收取使用费比接入费更有利于阻遏竞争对手进入市场. 与此不同, Armstrong<sup>[29]</sup>发现给定竞争对手的价格,平台企业存在多种使用费与接入费的组合定价策略. 通过分析竞争对双边媒体平台利润的影响, Kind<sup>[30]</sup>发现媒体企业内容差异化程度越小,企业收益中来自广告收入的比重越大. Hagiü<sup>[31]</sup>以操作系统为研究对象,将间接网络外部性作为内生变量对双边市场平台的定价结构进行研究,发现基于消费者多样性偏好和内容生产者竞争的网络外部性将直接影响操作系统企业的定价结构和竞争策略.

相较于已有文献,本研究的边际贡献如下:第一,已有研究在考虑网络外部性存在情况下的产品定价策略时,大多聚焦于信息产品,因此不考虑产品的边际成本. 然而,随着互联网技术的提升和电子商务的发展,越来越多的传统产品也受到网络外部性的影响,而这些传统产品生产的边际成本并不能被忽略. 考虑产品的边际成本,因此研究对象不再局限于信息产品,拓宽了网络外部性的研究范围. 第二,已有文献设定差异化产品的网络完全相互独立<sup>[21-23,24]</sup>,或者将他们作为一个整体进行研究<sup>[25-27]</sup>. 本研究将网络外部性分为自身网络外部性和交互网络外部性两种类型,并分别考虑两种外部性对差异化产品定价策略的影响,拓展并推进了网络外部性的相关研究.

## 1 模型假设

假设市场上仅有一个垄断商,每个消费者至

多购买一单位的产品,且消费者的支付意愿随产品固有质量  $q$  的增大而增大.消费者对质量的偏好程度  $\theta$  服从  $[0, 1]$  的均匀分布.消费者的效用与购买该产品消费者的数量  $N$  有关.假设网络外部性对消费者效用具有积极的影响,即消费者的效用随购买产品消费者数量的增加而增大.进一步,假设消费者对同一种产品网络外部性强度的感知无差异,均为  $\gamma$ ,且  $\gamma > 0$ .网络外部性对消费者效用的增加表示为  $\gamma Nq$  [21, 25, 27].消费者和垄断商均以自身利益最大化为目标,进行产品的购买和生产决策.不同于以往针对信息产品的网络外部性研究,研究对象为通过网络销售的传统产品.假设企业的固定成本为零,边际成本为  $\alpha q^2$  [32-35],其中  $q$  表示产品的质量, $\alpha \geq 0$  表示产品的生产效率,且  $\alpha$  越小,表示生产效率越高.各符号的含义如表 1 所示.

表 1 各符号与含义

Table 1 Notation and meaning

符号	含义
$\theta$	消费者对质量的偏好程度,单位质量的增加消费者愿意支付的价格
$q_i$	表示产品 $i$ 的质量, $i = l, h$ , $l$ 表示低质量, $h$ 表示高质量
$\gamma$	消费者感知的同一种产品销售网络的网络外部性强度,定义为自身网络外部性强度
$\delta$	消费者感知的一种产品 $i/j$ 对另一种产品 $j/i$ 的网络外部性强度,定义为交互网络外部性强度, $i = l, h, j = l, h$
$N_i$	产品 $i$ 的销售网络大小,即消费者预期的产品 $i$ 销量
$U_i$	消费者购买产品 $i$ 时的效用
$p_i$	产品 $i$ 的市场价格
$\alpha$	企业的生产效率,且 $\alpha$ 越小,企业的生产效率越高
$\pi_i^*$	产品 $i$ 的销售利润

## 2 单一产品市场

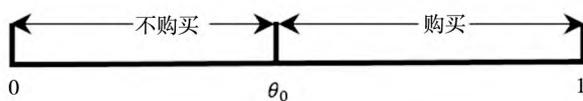


图 1 消费者购买产品图示

Fig. 1 Illustration of consumers buying the same product

垄断商通过网络渠道销售质量为  $q$ 、价格为  $p$  的单一产品,消费者的效用如下

$$U = (\theta + \gamma N)q - p \tag{1}$$

$\gamma$  表示边际网络外部性价值,即消费者对网络外部性的感知强度. $N$  表示产品网络规模的大小,即消费者预期的产品销售量.消费者至多购买一个单位的产品,且消费者仅在效用非负时购买.令  $U = 0$ ,可得消费者购买与不购买的无差异点:

$$\theta_0 = \frac{p}{q} - \gamma N$$

参与购买的消费者数量(即市场需求)为:  $N = 1 - \theta_0$ ,即  $N = \frac{q - p}{q(1 - \gamma)}$ .若  $1 - \gamma < 0$ ,当  $p \rightarrow \infty$  时,  $N \rightarrow \infty$ ,这与需求定理相矛盾,且  $\gamma \neq 1$ ,综上可得  $\gamma \in (0, 1)$ .垄断商的利润为

$$\max_p \pi = (p - \alpha q^2)N \tag{2}$$

通过一阶条件可得产品的最优价格

$$p^* = \frac{1}{2}q(1 + \alpha q) \tag{3}$$

将式 (3) 代入  $N = \frac{q - p}{q(1 - \gamma)}$ ,可得垄断商需求

求

$$N^* = \frac{q - p^*}{q(1 - \gamma)} = \frac{1 - \alpha q}{2(1 - \gamma)} \tag{4}$$

将式 (3) 代入式 (2) 可得垄断商利润

$$\pi^* = \frac{q(1 - \alpha q)^2}{4(1 - \gamma)} \tag{5}$$

当  $\gamma = 0$  时,即不考虑网络外部性的情况下,

垄断商最优价格为:  $p_0^* = \frac{1}{2}q(1 + \alpha q) = p^*$ ,市

场需求为:  $N_0^* = \frac{1 - \alpha q}{2} < N^*$ ,垄断商利润为

$$\pi_0^* = \frac{q(1 - \alpha q)^2}{4} < \pi^* .$$

命题 1 网络外部性并不影响产品的定价,但会提高产品的需求 ( $N^* > N_0^*$ ) 和利润 ( $\pi^* > \pi_0^*$ ),且产品的需求和利润均随网络外部性的增大而增大.

命题 1 说明对于单一产品市场,积极的网络外部性并不影响产品定价,但会使消费者获得额外的效用  $\gamma Nq$ ,因此消费者购买与不购买产品的无差异点向 0 点方向移动,进而使产品的需求扩大.虽然价格不变,但需求的增大使垄断商获得更多的利润.对于单一产品的垄断商或初创公司,网

络外部性可以提高企业的市场占有率和利润,因此企业应充分利用网络外部性对需求的积极影响,促进消费者感知的网络外部性强度的提升.

### 3 独立网络下质量差异化产品销售

为满足不同细分市场的需求,垄断商同时向市场提供两种不同质量的产品.例如华为公司同时推出华为和荣耀两种手机,且两种产品独立运营.虽然两种产品同属一家公司,但销售网络却各自独立,不同产品的消费者之间没有相互影响.垄断商生产质量为  $q_h$  和  $q_l$  的两种产品,且  $q_h > q_l$ . 假设消费者购买产品的支付意愿与产品的质量和购买同种产品的消费者数量有关,而与购买另一种产品的消费者数量无关.消费者均匀地分布在区间  $[0, 1]$  上,且仅购买使自身效用最高的一单位产品.如图 2 所示.

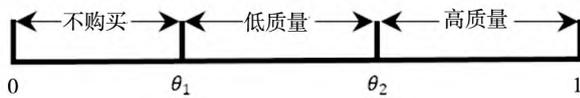


图 2 消费者购买差异化产品图示

Fig. 2 Illustration of consumers buying quality-differentiated products

$\theta_1$  表示消费者购买与不购买低质量产品的无差异点,  $\theta_2$  表示消费者购买高质量产品与低质量产品的无差异点.因此  $\theta_2 - \theta_1$  为低质量产品的市场需求,  $1 - \theta_2$  则为高质量产品的市场需求.如 Baake<sup>[21]</sup>、潘晓军<sup>[23]</sup> 等,消费者购买产品的效用为

$$U_i = (\theta + \gamma N_i) q_i - p_i \quad i = l, h$$

$\theta$  表示消费者异质性,  $\gamma$  表示网络外部性的强度,  $N_i$  表示产品  $i$  销售网络的大小.令  $U_l = 0$ , 可得  $\theta_1 = \frac{p_l}{q_l} - \gamma N_l$ . 令  $U_h = U_l$ , 可得  $\theta_2 = \frac{p_h - p_l}{q_h - q_l} - \gamma \left( \frac{N_h q_h - N_l q_l}{q_h - q_l} \right)$ . 由图 2 可知高、低质量产品的需求为

$$\begin{cases} N_l = \theta_2 - \theta_1 \\ N_h = 1 - \theta_2 \end{cases} \quad (6)$$

将  $\theta_1$  和  $\theta_2$  的表达式代入式 (6) 可得

$$\begin{cases} N_l = \frac{(\gamma - 1) p_l q_h + p_h q_l - \gamma q_h q_l}{((\gamma - 1)^2 q_h - q_l) q_l} \\ N_h = \frac{(\gamma - 1) p_h + p_l - \gamma q_h + q_h - q_l}{(\gamma - 1)^2 q_h - q_l} \end{cases} \quad (7)$$

垄断商总需求为

$$N = N_l + N_h \quad (8)$$

垄断商总利润为

$$\max_{p_l, p_h} \pi = (p_l - \alpha q_l^2) N_l + (p_h - \alpha q_h^2) N_h \quad (9)$$

$p_h$  和  $p_l$  分别表示高、低质量产品的销售价格,  $\alpha q_i^2$  表示产品  $i$  的边际生产成本. Baake<sup>[21]</sup>、潘晓军<sup>[23]</sup> 等针对信息产品进行研究,忽略边际成本的影响.将研究的产品类型拓展到一般产品,因此需要考虑边际成本.若要得到最优解,二阶条件需满足海塞矩阵负定.海塞矩阵如下

$$\begin{bmatrix} \frac{2(\gamma - 1) q_h}{((\gamma - 1)^2 q_h - q_l) q_l} & \frac{2}{(\gamma - 1)^2 q_h - q_l} \\ \frac{2}{(\gamma - 1)^2 q_h - q_l} & \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma - 1)^2 q_h - q_l} \end{bmatrix}$$

当  $\frac{2(\gamma - 1) q_h}{((\gamma - 1)^2 q_h - q_l) q_l} < 0$ , 且  $\frac{4(\gamma - 1)^2 q_h}{((\gamma - 1)^2 q_h - q_l)^2 q_l} - \frac{4}{((\gamma - 1)^2 q_h - q_l)^2} = \frac{4((\gamma - 1)^2 q_h - q_l)}{((\gamma - 1)^2 q_h - q_l)^2 q_l} > 0$  时,海塞矩阵负定.由此可得  $\gamma \in (0, 1 - \sqrt{\frac{q_l}{q_h}})$ . 通过利润方程的一阶条件,可求解出最优定价.

命题 2 垄断商不同质量产品的最优价格为

$$\begin{cases} p_l^* = \frac{1}{2} q_l + \frac{1}{2} \alpha q_l^2 \\ p_h^* = \frac{1}{2} q_h + \frac{1}{2} \alpha q_h^2 \end{cases};$$

产品需求为

$$\begin{cases} N_l^* = \frac{q_h((q_h + q_l(\gamma - 1))\alpha - \gamma)}{2(\gamma - 1)^2 q_h - 2q_l} \\ N_h^* = \frac{\alpha(\gamma - 1)q_h^2 - (\gamma - 1)q_h + \alpha q_l^2 - q_l}{2(\gamma - 1)^2 q_h - 2q_l} \end{cases};$$

企业总利润为  $\pi^* = \pi_l^* + \pi_h^*$  其中

$$\pi_l^* = \frac{(\alpha(\gamma - 1)q_l + \alpha q_h - \gamma)(1 - \alpha q_l)q_l q_h}{4((\gamma - 1)^2 q_h - q_l)}$$

$$\pi_h^* = \frac{(\alpha(\gamma - 1)q_h^2 + (1 - \gamma)q_h + \alpha q_l^2 - q_l)(1 - \alpha q_h)q_h}{4((\gamma - 1)^2 q_h - q_l)}$$

命题 2 表明,当两种不同质量产品的销售网络相互独立时,网络外部性并不影响产品的定价,但产品的需求和利润却会因网络外部性强度和生产效率的不同而不同.

为简化计算,且不失一般性,令  $q_l = 1, q_h = k$

$(k > 1)$ . 由  $p_h^* = \frac{1}{2}k + \frac{1}{2}\alpha k^2 > \alpha k^2$ , 可得  $\alpha < \frac{1}{k}$ . 总需求  $N^* = N_l^* + N_h^*$ , 因此两种产品的需求分别为:  $N_l^* = \frac{(\alpha(k + \gamma - 1) - \gamma)k}{2k(\gamma - 1)^2 - 2}$ ,  $N_h^* = \frac{\alpha(\gamma - 1)k^2 + (1 - \gamma)k + \alpha - 1}{2k(\gamma - 1)^2 - 2}$ . 垄断商总利润  $\pi^* = \pi_l^* + \pi_h^*$ , 其中低质量产品利润  $\pi_l^* = -\frac{k(\alpha(\gamma - 1) + \alpha k - \gamma)(\alpha - 1)}{4(k(\gamma - 1)^2 - 1)}$ , 高质量产品利润  $\pi_h^* = -\frac{(\alpha(\gamma - 1)k^2 + (1 - \gamma)k + \alpha - 1)(\alpha k - 1)k}{4(k(\gamma - 1)^2 - 1)}$ .

**命题 3** 低质量产品的需求、利润受网络外部性和生产效率的影响.

a. 当  $\alpha \in (0, \frac{1}{2k + 1}]$  时, 低质量产品的需求和利润随网络外部性的增大而减小;

b. 当  $\alpha \in (\frac{1}{2k + 1}, \frac{k + 1 - \sqrt{k}}{k^2 + k + 1})$  时, 存在一个  $\gamma_l^1$ , 使低质量产品的需求和利润随网络外部性强度的增大而先增大后减小;

c. 当  $\alpha \in [\frac{k + 1 - \sqrt{k}}{k^2 + k + 1}, \frac{1}{k})$  时, 低质量产品的需求和利润随网络外部性的增大而增大.

命题 3 的情形 a 表明, 当企业生产效率较高时, 高、低质量产品最优的价格分别为  $p_h^*$  和  $p_l^*$ . 由于  $\frac{\partial(p_h^* - p_l^*)}{\partial\alpha} > 0$ , 两种产品的价格之差随生产效率的增大而减小. 因此企业的生产效率较高时, 高、低质量产品的价格之差较小. 部分计划购买低质量产品的消费者, 转而购买高质量产品. 购买低质量产品消费者的效用, 因为预期购买人数的减少而降低, 且随着  $\gamma$  的增大, 单个消费者的流失导致其他消费者的效用降低,  $\gamma q$  也越多, 因此低质量产品的需求随网络外部性强度的增大而减小. 仅有自身网络外部性时, 产品的价格不受网络外部性的影响, 因此企业利润随网络外部性强度的变化与需求相同. 而当企业的生产效率一般时, 低质量产品的需求和利润随网络外部性强度的增大而先增大后减小, 如命题 3 的情形 b 所示.

当企业的生产效率较小时, 两种产品的价格之差较大, 部分计划购买高质量产品的消费者, 退

而求其次选择较低质量产品. 低质量产品消费者的效用因为预期购买人数的增加而增大, 且随着网络外部性强度的增大, 每个消费者的增加导致其他消费者效用的增大也就越大, 因此网络外部性越强, 低质量产品的需求越高. 低质量产品利润随网络外部性强度的变化趋势与需求相同, 即命题 3 的情形 c.

**命题 4** 高质量产品的需求、利润受网络外部性和生产效率的影响.

a. 当  $\alpha \in (0, \frac{k + 1 - \sqrt{k}}{k^2 + k + 1}]$  时, 高质量产品的需求和利润随网络外部性的增大而增大;

b. 当  $\alpha \in (\frac{k + 1 - \sqrt{k}}{k^2 + k + 1}, \frac{1}{k + 2})$  时, 存在一个  $\gamma_h^1$ , 使高质量产品的需求和利润随网络外部性的增大而先增大后减小;

c. 当  $\alpha \in [\frac{1}{k + 2}, \frac{1}{k})$  时, 高质量产品的需求和利润随网络外部性的增大而减小.

命题 4 的情形 a, 由于  $\frac{\partial(p_h^* - p_l^*)}{\partial\alpha} > 0$ , 当

企业的生产效率较高时, 高、低质量产品价格的差异相对较小. 部分计划购买低质量产品的消费者, 转而购买高质量产品. 由于网络外部性的存在, 消费者效用因为购买高质量产品人数的增加而增大. 且随着网络外部性强度的增大, 消费者效用的增加越明显, 因此高质量产品的需求随网络外部性强度的增大而增大. 仅有自身网络外部性时, 网络外部性对定价无影响, 因此高质量产品的利润随网络外部性强度的变化趋势与需求相同, 均随网络外部性强度的增大而增大. 而当企业的生产效率一般时, 高质量产品的需求和利润随网络外部性强度的增大而先增大后减小, 即命题 4 中的情形 b.

命题 4 的情形 c 表明, 当企业的生产效率较低时, 高、低质量产品的价格差异较大. 部分计划购买高质量产品的消费者, 因无法支付过高的价格, 而购买低质量产品, 导致预期购买高质量产品的消费者数量减少. 高质量产品消费者的效用, 因为购买高质量产品人数的减少而降低, 且随着网络外部性强度的增加, 每个消费者的流失导致其他消费者效用的减少越多, 所以高质量产品的需

求随网络外部性强度的增大而减小. 由于自身网络外部性并不影响产品的定价, 因此当企业的生产效率较低时, 高质量产品的利润也将随网络外部性强度的增大而减小.

推论 1 不同质量产品需求和利润的比较.

a. 当  $\alpha \in (0, \frac{1}{2k+1}]$  时, 高质量产品的需求大于低质量产品的需求. 当  $\alpha \in (\frac{1}{2k+1}, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$ , 且  $\gamma \in (0, 2 - \frac{1-\alpha}{\alpha k})$  时, 低质量产品的需求大于高质量产品的需求,  $\gamma \in (2 - \frac{1-\alpha}{\alpha k}, 1 - \frac{1}{\sqrt{k}})$  时, 高质量产品的需求大于低质量产品的需求. 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{1}{k})$  时, 低质量产品的需求大于高质量产品的需求.

b. 当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时, 高质量产品的利润高于低质量产品. 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{1}{k})$  时, 则高质量产品的利润低于低质量产品. 而两种产品的利润差均随网络外部性强度的增大而增大.

推论 1 的情形 a, 当企业的生产效率较高时, 高、低质量两种产品之间的价格差异不大, 消费者更倾向于购买高质量产品, 因此高质量产品的需求大于低质量产品. 且根据命题 3. a 和命题 4. a 可知, 高质量产品需求与低质量产品需求的差距, 随网络外部性的增大而增大. 证明见附录. 企业的生产效率一般, 且网络外部性强度相对较小时, 低质量产品的需求大于高质量产品; 网络外部性相对较大时, 低质量产品的需求则小于高质量产品.

两种产品需求相对大小的分界点, 即  $\gamma = 2 - \frac{1}{\alpha k} + \frac{1}{k}$ , 生产效率越低(即  $\alpha$  越大), 两种产品的质量差异  $k$  越大, 网络外部性强度的临界点越大, 低质量产品需求大于高质量产品的可能性越大. 当企业的生产效率较低时, 高质量产品的售价相对较高, 由于消费者消费水平的限制, 低质量产品的需求大于高质量产品的需求. 这与现实的情况一致, 如华为公司生产的荣耀和华为系列手机, 高质量

华为系列的手机销量往往低于低质量荣耀系列手机的销量.

由证明可知推论 1 的情形 b, 当企业的生产效率较高时, 高质量产品的利润总是大于低质量产品. 而当生产效率较低时, 高质量产品的利润小于低质量产品, 且无论企业的生产效率如何, 两种产品的利润差均随网络外部性强度的增大而增大.

推论 2 两种产品的总需求和利润受网络外部性和生产效率的影响.

a. 当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1})$  时, 存在一个  $\gamma^1$  使总需求随网络外部性的增大而先增大后减小; 当  $\alpha \in [\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{1}{k})$  时, 总需求随网络外部性的增大而增大.

b. 两种产品的总利润随着网络外部性的增大而增大.

对于推论 2 的情形 a, 当企业的生产效率较高, 而网络外部性强度较低, 即  $\gamma \in (0, \gamma^1]$  时, 总需求随网络外部性强度的增大而增大. 由命题 3 和命题 4 可知, 企业的生产效率较高时, 高质量产品的需求随网络外部性强度的增大而增大, 而低质量产品的需求总体上随网络外部性强度的增大而降低. 高质量产品的需求随网络外部性强度增大的幅度大于低质量产品需求减小的幅度, 因此总需求随着网络外部性的增大而增大. 而网络外部性强度较高, 即  $\gamma \in (\gamma^1, 1 - \frac{1}{\sqrt{k}})$  时, 低质量产

品的需求随网络外部性强度的增大而减小的幅度, 大于高质量产品需求随网络外部性的增大而增大的幅度, 因此总需求随网络外部性强度的增大而减小. 当企业的生产效率较低时, 低质量产品的需求随网络外部性强度增大而增大的幅度, 大于高质量产品需求随网络外部性强度增大而减小的幅度, 因此两种产品的总需求随着网络外部性强度的增大而增大. 企业的生产效率不同时, 虽然两种产品的利润随网络外部性强度的变化有所不同, 但两种产品的总利润却随网络外部性强度的增大而增大, 如推论 2 的情形 b 所示.

企业为了抢占市场, 获得更多非价格竞争优势, 纷纷采用质量差异化产品策略. 研究发现自身

网络外部性对产品的定价无影响,但对产品需求的影响各不相同.企业仍可以通过细致的努力,影响不同产品消费者对网络外部性的感知强度,间接提高企业的利润.对于生产效率较高的企业,低质量产品的需求和利润随网络外部性的增大而减小,高质量产品的需求和利润随网络外部性强度的增大而增大.因此企业应采取措施对不同质量产品的网络热度进行相应调控,抑制低质量产品网络热度,加强高质量产品网络热度,充分利用网络外部性的影响.而对生产效率较低的企业,高、低质量产品则应采取与上述相反的措施.若企业无法对每种产品网络外部性强度的感知进行细致调控,对于生产效率较高的企业,较低的网络外部性强度仍能促进两种产品需求的增加,因此可以将其两种产品网络外部性强度控制在一个较低的水平;而对于生产效率较低的企业,则可促进消费者对两种产品网络外部性的感知.

#### 4 交互网络下质量差异化产品销售

不同质量产品间的联系较为明确时,一种产品的推广和销售往往与另一种产品的销售有关.例如,在新开拓的市场中,低质量产品的销售可以扩大品牌的知名度,从而扩大高质量产品的销售;由于消费者攀比心理的存在,高质量产品能够提升品牌的感知价值,从而促进低质量产品的销售.这种情况下不仅需要考虑自身网络外部性,还需

要当 
$$\frac{2(\gamma-1)q_h}{((\gamma-1)^2q_h - (\delta q_h - q_l)(\delta-1))q_l} < 0$$
, 且 
$$\frac{4(\gamma-1)^2q_h}{((\gamma-1)^2q_h - (\delta q_h - q_l)(\delta-1))^2q_l} - \frac{((q_h + q_l)\delta - 2q_l)^2}{((\gamma-1)^2q_h - (\delta q_h - q_l)(\delta-1))^2q_l^2} > 0$$
 时,海塞矩阵负定.由于  $(\gamma-1)^2q_h > ((q_h + q_l)\delta - 2q_l)^2 / 4q_l > (\delta q_h - q_l)(\delta-1)$ , 因此有  $\gamma-1 < 0$ ,  $(1-\gamma)^2q_h - (\delta q_h - q_l)(\delta-1) >$

要考虑产品之间的交互网络外部性的影响.用  $\gamma$  表示产品  $i/j$  的销售对产品  $i/j$  的边际网络外部性价值,称作自身网络外部性强度;而用  $\delta$  表示产品  $j/i$  对产品  $i/j$  的边际网络外部性价值,称为交互网络外部性强度.一般情况下,  $0 < \gamma \leq \delta$  且  $\gamma \neq \delta$ .假设不同产品间的边际网络外部性价值相同均记为  $\delta$ ,可得消费者的效用

$$U_i = (\theta + \gamma N_i) q_i + \delta N_j q_j - p_i \quad i, j = l, h$$

当  $\delta = 0$ ,两种产品的销售网络相互独立,不存在网络外部性的相互影响,即为第 3 节所示情形.当  $\delta \neq 0$ ,则两种网络外部性同时存在.同第 3 节的方法,可得到消费者购买和不购买低质量产品的无差异点,  $\theta_1 = \frac{p_l - \gamma N_l q_l - \delta N_h q_h}{q_l}$ , 购买高质量和低质量产品的无差异点

$$\theta_2 = \frac{p_h - p_l + \gamma N_l q_l - \gamma N_h q_h + \delta N_h q_h - \delta N_l q_l}{q_h - q_l}$$

两种产品的需求:  $N_l = \theta_2 - \theta_1$ ;  $N_h = 1 - \theta_2$ .结合无差异点的表达式可得

$$N_l = \frac{p_h q_l - \delta p_h q_h - p_l q_h + \gamma p_l q_h + \delta q_h^2 - \gamma q_h q_l}{(q_h - q_l + \gamma^2 q_h - 2\gamma q_h - \delta^2 q_h + \delta q_h + \delta q_l) q_l}; N_h = \frac{q_h - q_l - p_h + p_l + \gamma p_h - \delta p_l - \gamma q_h + \delta q_l}{q_h - q_l + \gamma^2 q_h - 2\gamma q_h - \delta^2 q_h + \delta q_h + \delta q_l}$$

垄断商的利润为:  $\max_{p_l, p_h} \pi = (p_l - \alpha q_l^2) N_l + (p_h - \alpha q_h^2) N_h$ .为了最大化垄断商利润,二阶条件需满足海塞矩阵负定.海塞矩阵如下

$$\begin{bmatrix} \frac{(q_h + q_l)\delta - 2q_l}{((\gamma-1)^2q_h - (\delta q_h - q_l)(\delta-1))q_l} & \\ & \frac{2(\gamma-1)}{(\gamma-1)^2q_h - (\delta q_h - q_l)(\delta-1)} \end{bmatrix}$$

且根据反需求函数中替代品价格和需要的相互关系,可知  $\delta q_h - q_l < 0$ .令  $q_l = 1$ ,  $q_h = k$ ,那么  $\delta < \frac{1}{k}$ ,  $4k(1-\gamma)^2 - (2 - (k+1)\delta)^2 > 0$ ,由利润方程的一阶条件可得

$$p_l^\# = -\frac{1}{(2-\delta(k+1))^2 - 4(1-\gamma)^2 k} (\alpha(\delta-2) - \alpha(\delta^2 - 3\delta - 2(\gamma-1)^2)k - \delta^2 + 3\delta - 2 - k(\alpha\delta(\delta+\gamma-1) \times k + \delta^2 - \delta\gamma - 2(\gamma-1)^2) + k^2\delta(\gamma-1)(\alpha k - 1))$$

$$p_h^\# = \frac{k}{(2-\delta(k+1))^2 - 4(1-\gamma)^2 k} (\alpha\delta(1-\gamma) +$$

$$(2 + \delta^2 + (\gamma - 4)\delta)\alpha k + 2 + (\gamma - 2)\delta + ((\delta^2 - \delta - 2 \times (\gamma - 1)^2)\alpha k + \delta^2 - (\gamma + 2)\delta - 2(\gamma - 1)^2 k + \delta^2 k^2)$$

产品的售价要高于产品的成本,否则垄断商将失去生产的动力,因此  $p_l^\# > \alpha, p_h^\# > \alpha k^2$ , 可得  $\alpha < \alpha^* = \frac{1}{k} -$

$$\frac{\delta(k-1)^2(\gamma-1)}{k(k^3\delta^2 + (\delta^2 - 3\delta - 2(\gamma-1)^2)k^2 + (2-\delta\gamma)k + \delta(\gamma-1))} < \frac{1}{k}.$$

将产品的最优价格代入  $N_l, N_h$  表达式,得到两种产品的需求

$$N_l^\# = \frac{1}{(2 - \delta(k + 1))^2 - 4(1 - \gamma)^2 k} ((\alpha k^2 \delta - (\alpha(2 - \delta) + \delta)k + 2\alpha(1 - \gamma) - \delta + 2\gamma)k)$$

$$N_h^\# = \frac{1}{(2 - \delta(k + 1))^2 - 4(1 - \gamma)^2 k} (2\alpha(1 - \gamma)k^2 + (\alpha\delta - \delta + 2\gamma - 2)k + (2 - \delta)(1 - \alpha))$$

因此两种产品的总需求为  $N^\# = N_l^\# + N_h^\#$ . 垄断商的利润为

$$\pi^\# = \frac{k}{(2 - \delta(k + 1))^2 - 4(1 - \gamma)^2 k} \times (\alpha^2(\gamma - 1) - \alpha(\alpha(\delta - 2)k - \delta + 2\gamma) - \alpha^2 k^2 \delta + 2\alpha(\delta - 1)k - \delta + \gamma + 1 + (\alpha(\gamma - 1)k + \delta - \gamma + 1)(\alpha k - 1)k)$$

命题5 高、低质量产品价格受交互网络外部性强度和生产效率的影响.

a. 当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时,低质量产品的价格随交互网络外部性的增大而增大; 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{(1-\gamma)k-1}{(1-\gamma)k^2-1}]$  时,低质量产品的价格仍随交互网络外部性的增大而增大; 而当  $\alpha \in (\frac{(1-\gamma)k-1}{(1-\gamma)k^2-1}, \alpha^*)$  时,存在一个  $\delta_{pl}^1$  使低质量产品的价格随交互网络外部性的增大而先减小后增大.

b. 当  $\alpha \in (0, \frac{\gamma}{k+\gamma-1}]$  时,存在一个  $\delta_{ph}^1$  使高质量产品的价格随交互网络外部性的增大而先增大后减小; 而当  $\alpha \in (\frac{\gamma}{k+\gamma-1}, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1})$  时,高质量产品的价格随交互网络外部性的增大

而减小; 当  $\alpha \in [\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \alpha^*)$  时,高质量产品的价格随交互网络外部性的增大而减小.

若仅考虑自身网络外部性,产品的价格不受网络外部性的影响,如命题2. 同时考虑自身和交互网络外部性,低质量产品的价格与交互网络外部性的关系,如命题5的情形a所示. 当企业的生产效率较高时,生产能力能够满足市场的需求,消费者可以自由在产品之间进行选择,而不用担心缺货的风险. 高质量产品对低质量产品具有品牌和质量溢价的作用,因此低质量产品的价格随交互网络外部性强度的增大而增大. 而当企业的生产效率较低时,消费者的购买难度增大,对低质量产品消费者的购买产生消极影响. 当自身网络外部性强度较小,即  $\gamma \leq \frac{k-k^2\alpha+\alpha-1}{k(1-k\alpha)}$  时,购

买低质量产品的消极作用较小,而高质量产品的交互网络外部性对低质量产品的积极影响,大于低质量产品自身网络外部性产生的消极作用,因此低质量产品的价格随交互网络外部性强度的增大而增大; 而当自身网络外部性强度较大,即  $\gamma > \frac{k-k^2\alpha+\alpha-1}{k(1-k\alpha)}$  时,若交互网络外部性强度较低时,交互网络外部性的积极影响无法抵消自身网络外部性产生的消极影响,而当交互网络外部性强度较大时,交互网络外部性的积极影响大于自身网络外部性产生的消极影响. 所以当自身网络外部性强度较大时,低质量产品的价格在随交互网络外部性的增大而先减小后增大.

对于命题5的情形b,低质量产品的生产,会降低高质量产品消费者对产品质量的估值,使消费者对高质量产品的感知效用降低. 自身网络外部性强度较大,即  $\gamma \geq \frac{(k-1)\alpha}{1-\alpha}$  时,自身网络外部性对高质量产品感知效用的提升作用较大. 随着交互网络外部性强度的增大,消极作用逐渐大于自身网络外部性的积极作用,因此高质量产品的价格在自身网络外部性强度较大时,随交互网络外部性的增大而先增大后减小. 当企业的生产效率不是很高,自身网络外部性强度较低,即  $\gamma < \frac{(k-1)\alpha}{1-\alpha}$  时,自身网络外部性对高质量产品感知

效用的提升,无法抵消低质量产品对高质量产品估值的降低,因此高质量产品的价格随交互网络外部性的增大而减小。综上所述,当企业的生产效率较高时,高质量产品的价格总体上随交互网络外部性强度的增大而减小。当企业的生产效率较低时,消费者购买高质量产品的难度增大,以及低质量产品对高质量产品估值的消极影响,都会降低消费者对高质量产品的感知效用,因此高质量产品的价格随交互网络外部性强度的增大而减小。

命题 6 高、低质量产品需求受交互网络外部性强度和生产效率的影响。

a. 当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时,低质量产品的需求随交互网络外部性的增大而增大;当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{(1-\gamma)^2k+2\gamma-1}{(1-\gamma)^2k^2+k+2\gamma-1}]$  时,低质量产品的需求随交互网络外部性的增大而增大;当  $\alpha \in (\frac{(1-\gamma)^2k+2\gamma-1}{(1-\gamma)^2k^2+k+2\gamma-1}, \alpha^*)$  时,存在一个  $\delta_N^1$  使得低质量产品的需求随交互网络外部性的增大而先减小后增大。

b. 当  $\alpha \in (0, \frac{k\gamma^2-k+1}{(1-\gamma)^2k-2(1-\gamma)k^2+1})$  时,存在一个  $\delta_{N_h}^1$  使得高质量产品的需求随交互网络外部性的增大而先减小后增大;而当  $\alpha \in [\frac{k\gamma^2-k+1}{(1-\gamma)^2k-2(1-\gamma)k^2+1}, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1})$  时,高质量产品的需求随交互网络外部性的增大而增大;当  $\alpha \in [\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \alpha^*)$  时,高质量产品的需求随交互网络外部性的增大而增大。

对于命题 6 的情形 a,当企业的生产效率较高时,企业能够充分满足市场的需求。由于攀比心理的存在,低质量产品的消费者可以获得的身份地位的提升,因此高质量产品对低质量产品的销售具有积极影响。交互网络外部性越强,这种身份地位的提升效果越明显,因此低质量产品的需求随交互网络外部性强度的增大而增大。当企业的生产效率较小时,增大了消费者购买产品的难度,降低了消费者购买产品的预期,较小的交互网络外部性无法抵消这种消极的影响,而当交互网络外部性较强时,低质量产品消费者的攀比心理成

为消费者决策的关键因素,因此低质量产品的需求随交互网络外部性强度的增大而先减小后增大。

企业的生产效率较高,交互网络外部性强度较低时,低质量产品对企业知名度推广的积极影响,无法抵消低质量产品对高质量产品估值的消极影响;而当交互网络外部性强度较强时,低质量产品的销售对企业知名度推广的积极作用较大,足以抵消低质量产品的消极影响,因此高质量产品的需求随交互网络外部性强度的增大而先减小后增大。当企业的生产效率一般或较低时,低质量产品的销售有利于企业产品知名度的扩散,可以拓展高质量产品的市场,因此高质量产品的需求随交互网络外部性强度的增大而增大。例如对于新开发的市场,由于产能或者关税等原因,无法完全满足新市场高质量产品的需求,但是低质量产品的推广却扩展了品牌产品的潜在需求,增大了网络效应的影响,从而增大高质量产品在市场上的预期需求,即命题 6 中的情形 b。

命题 7 两种质量产品的总需求和利润受交互网络外部性强度和生产效率的影响。

a. 当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时,总需求随交互网络外部性的增大而增大;当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{k^2(1-\gamma)^2+(\gamma^2+2\gamma-2)k+1}{k^3(1-\gamma)^2+k^2(2\gamma-1)+k(\gamma^2-1)+1}]$  时,总需求随交互网络外部性的增大而增大;而当  $\alpha \in (\frac{k^2(1-\gamma)^2+(\gamma^2+2\gamma-2)k+1}{k^3(1-\gamma)^2+k^2(2\gamma-1)+k(\gamma^2-1)+1}, \alpha^*)$  时,存在一个  $\delta_N^1$  使总需求随交互网络外部性的增大而先减小后增大。

b. 当  $\alpha \in (0, \frac{\gamma}{k+\gamma-1})$  时,存在一个  $\delta_\pi^1$  使总利润随交互网络外部性的增大而先减小后增大;当  $\alpha \in [\frac{\gamma}{k+\gamma-1}, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时,总利润随交互网络外部性的增大而增大;当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{k\gamma-k+1}{k^2\gamma-k^2+1}]$  时,总利润随交互网络外部性的增大而增大;当  $\alpha \in (\frac{k\gamma-k+1}{k^2\gamma-k^2+1},$

$\alpha^*$ ) 时, 存在一个  $\delta_\pi^2$  使总利润随交互网络外部性的增大而先减小后增大。

如命题 7 的情形 a, 当企业的生产效率较高时, 由命题 6 可知, 总体上高、低质量产品的需求均随交互网络外部性强度的增大而增大, 因此两种产品的总需求随交互网络外部性强度的增大而增大。而当企业的生产效率较低, 且交互网络外部性强度较小时, 随交互网络外部性强度的增大, 高质量产品的需求增大的速率小于低质量产品需求减小的速率, 因此两种产品的总需求随交互网络外部性强度的增大而减小。而当交互网络外部性强度较大时, 高、低质量两种产品的需求均增大, 所以总需求随交互网络外部性强度的增大而增大。综上所述, 当企业的生产效率较小时, 企业的总需求随交互网络外部性强度的增大而先减小后增大。

当企业的生产效率较高时, 低质量产品的价格和利润均随交互网络外部性强度的增大而增大, 因此低质量产品的利润也将随交互网络外部性强度的增大而增大。高质量产品的价格随交互网络外部性的增大而先增大后减小, 需求则先减小后增大。当交互网络外部性较小, 即  $\delta \leq \delta_\pi^1$  时, 交互网络外部性对高质量产品利润的消极影响大于对低质量产品利润的积极影响; 而当交互网络外部性较大, 即  $\delta > \delta_\pi^1$  时, 交互网络外部性对低质量产品利润的影响大于对高质量产品利润的影响。因此当企业的生产效率较高时, 企业的利润随交互网络外部性强度的增大而先减小后增大。当企业的生产效率较低时, 低质量产品的价格和利润均随网络外部性强度的增大而先减小后增大。高质量产品的价格随交互网络外部性强度的增大而减小, 而需求则随交互网络外部性的增大而增大。由于交互网络外部性对低质量产品利润的影响要大于对高质量产品利润的影响。因此当企业生产效率较低时, 企业的总利润也将随交互网络外部性的增大而先减小后增大。当企业的生产效率一般时, 低质量产品的价格和利润均随交互网络外部性强度的增大而增大, 虽然高质量产品的价格随交互网络外部性强度的增大而减小, 需求则随交互网络外部性强度的增大而增大, 总的利润仍随交互网络外部性的增大而增大。综上所述, 当企业的生产效率较高或较低时, 企业获得的总利润均随交互网络外部性强度的增大而先减小后

增大, 当企业的生产效率一般时, 随交互网络外部性强度的增大而增大, 如命题 7 的情形 b 所示。

企业的质量差异化产品策略, 不仅要考虑产品自身网络效应, 还需要考虑两种产品间交互网络效应的影响。由前文可知, 不论高、低生产效率的企业, 低质量产品的价格总体上随交互网络外部性的增大而增大, 而高质量产品的价格随交互网络外部性的增大而减小。交互网络外部性会提高消费者对低质量产品的期望, 因此当交互网络外部性增强时, 企业可以相应提高低质量产品的定价。相反地, 交互网络外部性会降低消费者对高质量产品的期望, 当交互网络外部性增强时, 企业应降低高质量产品的定价。因此考虑交互网络外部性对差异化产品的影响, 企业的质量差异化策略应有针对性地进行产品定价。对于生产效率较高的企业, 总需求随交互网络外部性的增大而增大, 为了能够迅速占领市场应加强两种产品的联系, 提高消费者交互网络外部性的感知强度。对于生产效率较低的企业, 总需求随交互网络外部性的增大而先减小后增大。为了能够取得更大的市场份额, 对于生产效率较低的企业, 可以采取将消费者感知的网络外部性强度控制在相对较低或较高的水平。由命题 7 可知, 当企业的生产效率较高或者较低时, 企业的总体利润随交互网络外部性强度的增大而先减小后增大。若企业欲利用网络外部性提高利润, 应采取措施将消费者感知的交互网络外部性强度维持在相对较低或较高的水平。而对生产效率一般的企业, 应加强消费者对交互网络外部性强度的感知, 从而提高企业的总体利润。

## 5 存在交互网络研究的比较

Cheng<sup>[25]</sup> 和赵映雪<sup>[27]</sup> 等关于网络外部性对质量差异化产品策略影响的研究, 均将不同质量产品的销售网络作为一个整体进行考虑。消费者购买不同质量产品的效用为  $U_i = (\theta + \gamma N) q_i - p_i$ ,  $i = l, h$ 。消费者购买和不购买低质量产品的无差异点由  $U_l = (\theta_l + \gamma N) q_l - p_l = 0$ , 可得:  $\theta_l = \frac{p_l}{q_l} - \gamma N$ 。消费者购买高、低质量产品的无差异点由  $U_h = U_l$ , 可得  $\theta_h = \frac{p_h - p_l}{q_h - q_l} - \gamma N$ 。其中  $N$  为预期网

络规模,即两种产品的总需求  $N = 1 - \theta_l$ , 可得:

$$N = \frac{q_l - p_l}{q_l(1 - \gamma)}, \theta_l = \frac{p_l - q_l\gamma}{q_l(1 - \gamma)}. \text{ 因此 } N_l =$$

$$\frac{p_h - p_l}{q_h - q_l} - \frac{p_l}{q_l}, N_h = \frac{q_l - p_l\gamma}{q_l(1 - \gamma)} - \frac{p_h - p_l}{q_h - q_l}.$$

垄断商的利润为  $\max_{p_l, p_h} \pi = p_l N_l + p_h N_h$ , 由一

$$\text{阶条件可得零售商最优价格为: } p_l^* = \frac{q_l(2q_l - q_h\gamma - q_l\gamma)}{(2 - \gamma)^2 q_l - \gamma^2 q_h}, p_h^* = \frac{2q_l q_h(1 - \gamma)}{(2 - \gamma)^2 q_l - \gamma^2 q_h};$$

$$N_l^* = \frac{q_h\gamma}{(2 - \gamma)^2 q_l - \gamma^2 q_h}, N_h^* = \frac{q_l(2 - \gamma)}{(2 - \gamma)^2 q_l - \gamma^2 q_h}, \pi^* =$$

$$\frac{q_l q_h}{(2 - \gamma)^2 q_l - \gamma^2 q_h}. \text{ 该情形下, 低质量产品的价格}$$

随网络外部性强度的增大而减小, 而高质量产品的价格随网络外部性强度的增大而增大. 高、低质量产品的市场份额, 垄断商的总需求和利润均随网络外部性强度的增大而增大.

用  $N$  表示两种产品总的销售量, 即  $N = N_l + N_h$ . 将该式代入效用方程可得:  $U_i = \theta q_i + \gamma N_i q_i + \gamma N_j q_i - p_i, i, j = l, h$ . 该效用方程中  $\theta q_i$  表示消费者对质量为  $q_i$  产品  $i$  的感知价值,  $\gamma N_i q_i$  表示  $i$  产品销售网络对消费者产生的网络效用. 而  $\gamma N_j q_i$  则可以解释为产品  $j$  的销售对产品  $i$  销售产生的交互网络效应. 该模型隐含假设——消费者对一种产品自身销售的网络效应, 与另一种产品对该产品销售的网络效应的感知强度相同, 均记为  $\gamma$ . 然而通常情况下, 消费者对一种产品自身销售网络和不同产品间交互网络的感知强度并不相同, 如第 4 节所述. 且交互网络效应对消费者效用的增加前人用  $\gamma N_j q_i$  表示, 用  $q_i$  而非  $q_j$  并不准确.

通过对第 3 节和第 4 节中结论的比较发现, 当考虑产品的边际成本时, 无论产品的价格、需求以及利润均受生产效率的影响. 当生产效率不同时, 产品的价格, 市场需求及利润随网络外部性强度的变化呈现不同的变化趋势. 仅存在自身网络外部性时, 两种产品的价格受生产效率和产品质量的影响, 而与网络外部性的大小无关. 企业生产效率较高或较低时, 产品的需求和利润随自身网络外部性强度的变化趋势相反, 与不考虑生产成本时的单一变化趋势不同, 然而产品的总需求总体上均随网络外部性强度的增大而增大. 当企业的生产效率较高时, 总需求随自身网络外部性强

度的变化趋势还与网络外部性强度大小有关. 无论是否考虑产品的生产成本, 垄断商的利润均随自身网络外部性强度的增大而增大.

同时考虑自身网络外部性与交互网络外部性的相关研究, 均将不同质量产品的销售网络视为一个整体, 未对不同产品的销售网络进行区分, 且假设消费者对自身网络效应和交互网络效应的感知强度相同. 当放松这种假设, 发现两种产品的价格随交互网络外部性强度总体的变化趋势, 与前人研究随整体网络外部性的变化趋势相反. 而两种产品的市场份额和利润随交互网络外部性强度的变化趋势, 受企业生产效率的影响, 与现有文献的结果有所不同. 将不同产品销售网络作为整体进行研究时, 产品的总需求和利润随网络外部性强度的增大而呈单调变化. 而将整体网络分为自身和交互两种类型时, 两种产品的总需求和利润随网络外部性强度的变化趋势, 与两种网络外部性强度的大小及企业生产效率有关.

## 6 结束语

随着互联网技术和电子商务的发展, 越来越多的传统产品表现出网络外部性的特点. 基于此, 研究网络外部性对于质量差异化产品定价策略的影响. 研究发现, 仅考虑自身网络外部性的影响时, 产品的最优价格仅与产品的质量 and 生产效率有关. 同时考虑交互网络外部性时, 产品的最优价格将无法忽略网络外部性的影响. 对于生产效率不同的企业, 产品的需求随交互网络外部性强度的变化趋势有所不同, 总体上两种产品的需求均随交互网络外部性强度的增大而增大. 而产品的总利润不仅需要考虑网络外部性的影响, 还需要考虑企业的生产效率.

研究可扩展的方向如下: 第一, 通过建立理论模型, 考察网络外部性对质量差异化产品定价策略的影响, 后续研究可以通过经验研究或者实验来检验这些结论; 第二, 考虑交互网络外部性时, 仅考虑积极外部性的影响, 后续研究可以考虑消极外部性的影响; 第三, 仅考虑两种质量等级的产品, 后续研究可以将产品质量差异拓展到更多等级.

## 参考文献:

- [1] Leibenstein H. Bandwagon, snob and veblen effects in the theory of consumers' demand [J]. *The Quarterly Journal of Economics*, 1950, 64(2): 183 - 207.
- [2] Katz M, Shapiro C. Network externalities, competition, and compatibility [J]. *American Economic Review*, 1985a, 75(3): 424 - 440.
- [3] Katz M, Carl S. Technology adoption in the presence of network externalities [J]. *Journal of Political Economy*, 1985b, 94(4): 822 - 841.
- [4] Katz M, Carl S. Systems competition and network effects [J]. *Journal of Economic Perspectives*, 1994, 8(2): 93 - 115.
- [5] Wolf J R, Portegys T E. Technology adoption in the presence of network externalities: A web-based classroom game [J]. *INFORMS Transactions on Education*, 2007, 8(1): 49 - 54.
- [6] Du C, Cooper W L, Wang Z. Optimal pricing for a multinomial logit choice model with network effects [J]. *Operations Research*, 2016, 64(2): 441 - 455.
- [7] 刘晓婧, 艾兴政, 唐小我. 基于网络外部性与产品替代的链与链纵向结构选择 [J]. *控制与决策*, 2016, 31(5): 863 - 868.  
Liu Xiaojing, Ai Xingzheng, Tang Xiaowo. Control structure of chain to chain competition under network externality and product substitutability [J]. *Control and Decision*, 2016, 31(5): 863 - 868. (in Chinese)
- [8] Francisco J, Molina C. Product quality and new product performance: The role of network externalities and switching costs [J]. *Journal of Product Innovation Management*, 2011, 28(6): 915 - 929.
- [9] Viswanathan S. Competing across technology-differentiated channels: The impact of network externalities and switching costs [J]. *Management Science*, 2005, 51(3): 483 - 496.
- [10] Cabral L M B, Salant D J, Woroch G A. Monopoly pricing with network externalities [J]. *International Journal of Industrial Organization*, 1999, 17(2): 199 - 214.
- [11] Lambertini L, Orsini R. Network externalities and the overprovision of quality by a monopolist [J]. *Southern Economic Journal*, 2001, 67(4): 969 - 982.
- [12] 潘晓军, 陈宏民. 基于网络外部性的规模收益与产品差异化 [J]. *管理科学学报*, 2003, 6(3): 28 - 34.  
Pan Xiaojun, Chen Hongmin. Return of scale and product differentiation with network externality [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2003, 6(3): 28 - 34. (in Chinese)
- [13] Adne' ne H, Robert P. Dynamical pricing models for ERP systems under network externality [J]. *International Journal of Production Economics*, 2012, 135(2): 708 - 715.
- [14] Bayer R C, Chan M. Network externalities, demand inertia and dynamic pricing in an experimental oligopoly market [C]. *Econometric Society 2004 Australasian Meetings*, Econometric Society, 2004: 405 - 415.
- [15] Hashimoto K, Matsubayashi N. A note on dynamic monopoly pricing under consumption externalities [J]. *Economics Letters*, 2014, 124(1): 1 - 8.
- [16] Candogan O, Bimpikis K, Ozdaglar A. Optimal pricing in networks with externalities [J]. *Operations Research*, 2012, 60(4): 883 - 905.
- [17] Bloch F, Quérou N. Pricing in social networks [J]. *Games & Economic Behavior*, 2013, 80(80): 243 - 261.
- [18] Syam N B, Pazgal A. Co-creation with production externalities [J]. *Marketing Science*, 2013, 32(5): 805 - 820.
- [19] Navon A, Shy O, Thisse J F. Product differentiation in the presence of positive and negative network effects [J]. *Working Paper*, 1995.
- [20] 曹韞建, 顾新一. 一类存在网络外部性的水平差异模型 [J]. *管理科学学报*, 2002, 5(1): 59 - 64.  
Cao Yunjian, Gu Xinyi. Horizontal differentiation model with network externality [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2002, 5(1): 59 - 64. (in Chinese)
- [21] Baake P, Boom A. Vertical product differentiation, network externalities, and compatibility decisions [J]. *International Journal of Industrial Organization*, 2001, 19(1-2): 267 - 284.

- [22] Xie J, Sirbu M. Price competition and compatibility in the presence of positive demand externalities [J]. *Management Science*, 1995, 41(5): 909–926.
- [23] 潘晓军, 陈宏民. 产品差异化与序贯推出的策略选择 [J]. *系统工程理论与实践*, 2002, 22(8): 61–67.  
Pan Xiaojun, Chen Hongmin. Research on strategic choice of product differentiation and sequential introduce [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2002, 22(8): 61–67. (in Chinese)
- [24] Pang M S, Etzion H. Analyzing pricing strategies for online services with network effects [J]. *Information Systems Research*, 2012, 34(4): 1364–1377.
- [25] Cheng H K, Liu Y. Optimal software free trial strategy: The impact of network externalities and consumer uncertainty [J]. *Information Systems Research*, 2012, 23(2): 488–504.
- [26] Kalnins A. Pricing variation within dual-distribution chains: The different implications of externalities and signaling for high-and low-quality brands [J]. *Management Science*, 2017, 63(1): 139–152.
- [27] 赵映雪, 聂佳佳, 代 壮. 存在盗版下网络外部性对信息产品定价的影响 [J]. *系统工程理论与实践*, 2017, 37(3): 620–630.  
Zhao Yingxue, Nie Jiajia, Dai Zhuang. Effect of network externality on pricing of information goods with intrusion of piracy [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2017, 37(3): 620–630. (in Chinese)
- [28] Caillaud B, Jullien B. Chicken & Egg: Competition among intermediation service providers [J]. *The RAND Journal of Economics*, 2003, 34(2): 309–328.
- [29] Armstrong M. Competition in two-sided markets [J]. *The RAND Journal of Economics*, 2006, 37(3): 668–691.
- [30] Kind H J, Nilssen T, Sorgard L. Business models for media firms: Does competition matter for how they raise revenue? [J]. *Marketing Science*, 2009, 28(6): 1112–1128.
- [31] Hagiu A. Pricing and commitment by two-sided platforms [J]. *The RAND Journal of Economics*, 2006, 37(3): 720–737.
- [32] Moorthy K S. Product and price competition in a duopoly [J]. *Marketing Science*, 1988, 7(2): 141–168.
- [33] Rhee B D. Consumer heterogeneity and strategic quality decisions [J]. *Management Science*, 1996, 42(2): 157–172.
- [34] Villas-Boas J M. Product line design for a distribution channel [J]. *Marketing Science*, 1998, 17(2): 156–169.
- [35] Desai P S. Quality segmentation in spatial markets: When does cannibalization affect product linedesign? [J]. *Marketing Science*, 2001, 20(3): 265–283.

## Monopoly pricing strategy of quality-differentiated products with network externality

ZHOU Xiong-wei<sup>1</sup>, CAI Dan<sup>1</sup>, LI Shi-gang<sup>2\*</sup>, ZHOU Yan-ju<sup>1</sup>, CHEN Xiao-hong<sup>1</sup>

1. School of Business, Central South University, Changsha 410083, China;

2. International School of Business & Finance, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China

**Abstract:** With the development of internet technology and e-commerce, the effect of network externality on the sales of products becomes more and more important. Against this background, we explore the effect of network externality on pricing strategy. In this paper, we separate network externality into self-network externality and interactive network externality. We study on the impacts of different kinds of network externalities on the optimal market prices, market shares and profits. The main conclusions can be drawn as follows. Firstly, if only self-network externality exists, it has no effect on the optimal prices, while a significant influence on market shares and profits of different products. Secondly, if self and interactive network externality co-exist, the prices, market shares and profits of different products are all influenced by network externality.

**Key words:** network externality; quality-differentiated products; pricing

附录

命题3 证明 低质量产品需求相对网络外部性  $\gamma$  的一阶导数

$$\frac{\partial N_l^*}{\partial \gamma} = \frac{(1-\alpha)k^2\gamma^2 - 2\alpha k^2(k-1)\gamma + (2\alpha k^2 - (\alpha+1)k - \alpha + 1)k}{2(k(\gamma-1)^2 - 1)^2}$$

令  $f_M(\gamma) = (1-\alpha)k^2\gamma^2 - 2\alpha k^2(k-1)\gamma + (2\alpha k^2 - (\alpha+1)k - \alpha + 1)k$ . 二次方程  $f_M(\gamma) = 0$  的判别式  $\Delta_M = 4k^3(k-1)((k^2 + k + 1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)$ . 当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1})$  时,  $\Delta_M > 0$ , 二次方程  $f_M(\gamma) = 0$  的两个根分别为  $\gamma_l^1 =$

$$\frac{\alpha k(1-k) + \sqrt{k(k-1)((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)}}{k(\alpha-1)}, \gamma_l^2 = \frac{\alpha k(1-k) - \sqrt{k(k-1)((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)}}{k(\alpha-1)}. \text{ 且}$$

有  $\frac{\partial \gamma_l^1}{\partial \alpha} > 0, \frac{\partial \gamma_l^2}{\partial \alpha} < 0$ . 当  $\alpha = \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}$  时,  $\gamma_l^1 = \gamma_l^2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{k}}$ . 否则  $\gamma_l^2 > \gamma_l^1$ . 令  $\gamma_l^1 = 0$  得  $\alpha = \frac{1}{2k+1}$ . 当  $\alpha \in (0, \frac{1}{2k+1}]$

时,  $\frac{\partial N_l^*}{\partial \gamma} < 0$ . 当  $\alpha \in (\frac{1}{2k+1}, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1})$  时, 若  $\gamma \in (0, \gamma_l^1]$ ,  $\frac{\partial N_l^*}{\partial \gamma} > 0$ ; 若  $\gamma \in (\gamma_l^1, 1 - \frac{1}{\sqrt{k}})$  时,  $\frac{\partial N_l^*}{\partial \gamma} < 0$ . 当  $\alpha \in$

$[\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{1}{k})$  时, 判别式  $\Delta_M < 0$  因此  $\frac{\partial N_l^*}{\partial \gamma} > 0$ . 同理可证 低质量产品创造的利润与网络外部性变化的关系与低质量产

品需求随网络外部性变化的趋势相同.

证毕.

命题4 证明 高质量产品的需求相对网络外部性  $\gamma$  的一阶导数 同命题3 证明类似, 可证当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1})$

时, 有  $\frac{\partial N_h^*}{\partial \gamma} > 0$ . 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{1}{k+2})$ ,  $\gamma_h^1 > 0$ . 若  $\gamma \in (0, \gamma_h^1]$  时,  $\frac{\partial N_h^*}{\partial \gamma} > 0$ ; 若  $\gamma \in (\gamma_h^1, 1 - \frac{1}{\sqrt{k}})$  时,  $\frac{\partial N_h^*}{\partial \gamma} < 0$

其中  $\gamma_h^1 = \frac{\alpha k^2 - k - \alpha + 1 + \sqrt{-(k-1)((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)}}{k(\alpha k - 1)}$ . 当  $\alpha \in [\frac{1}{k+2}, \frac{1}{k})$  时,  $\frac{\partial N_h^*}{\partial \gamma} < 0$  恒成

立. 同理可证 高质量产品利润随网络外部性的变化趋势与高质量产品需求的变化趋势相同.

证毕.

推论1 证明 比较两种不同质量产品需求的大小.

令  $N_{cha} = N_h^* - N_l^* = \frac{(\alpha(\gamma-2)k - \alpha + 1)(k-1)}{2k(\gamma-1)^2 - 2} = 0$ , 可得  $\gamma = 2 - \frac{1-\alpha}{\alpha k}$ . 当  $\alpha \in (0, \frac{1}{2k+1}]$  时,  $2 - \frac{1-\alpha}{\alpha k} \leq$

0, 因此  $\gamma > 2 - \frac{1-\alpha}{\alpha k}$  恒成立, 即  $N_h^* > N_l^*$ ; 当  $\alpha \in (\frac{1}{2k+1}, \frac{1}{k+\sqrt{k}+1}]$ ,  $0 < 2 - \frac{1-\alpha}{\alpha k} \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{k}}$ , 因此若  $\gamma \in (0, 2 -$

$\frac{1-\alpha}{\alpha k})$  时,  $N_h^* < N_l^*$ ; 若  $\gamma \in (2 - \frac{1-\alpha}{\alpha k}, 1 - \frac{1}{\sqrt{k}})$  时,  $N_h^* > N_l^*$ ; 若  $\alpha \in (\frac{1}{k+\sqrt{k}+1}, \frac{1}{k})$  时,  $\gamma < 2 - \frac{1-\alpha}{\alpha k}$  恒成立,

因此  $N_h^* < N_l^*$ .  $\pi_{cha} = \pi_h^* - \pi_l^* = \frac{k((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)(k-1)(1-\gamma)}{4k(\gamma-1)^2 - 4}$ . 当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时,

$\pi_{cha} \geq 0$ ; 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{1}{k})$  时,  $\pi_{cha} < 0$ .  $\frac{\partial \pi_{cha}}{\partial \gamma} = \frac{k((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)(k-1)(1+k(1-\gamma)^2)}{4(k(\gamma-1)^2 - 1)^2}$ ,

因为  $k > 1$  且  $1+k(1-\gamma)^2 > 0$ , 所以当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时,  $\frac{\partial \pi_{cha}}{\partial \gamma} \geq 0$ ; 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{1}{k})$  时,  $\frac{\partial \pi_{cha}}{\partial \gamma} < 0$ .

证毕.

推论2 证明 两种产品的总需求相对网络外部性  $\gamma$  的一阶导数 同命题3 和命题4 的证明类似, 可证当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1})$  时, 若  $\gamma \in (0, \gamma^1]$  时,  $\frac{\partial N^*}{\partial \gamma} > 0$ ; 若  $\gamma \in (\gamma^1, 1 - \frac{1}{\sqrt{k}})$  时,  $\frac{\partial N^*}{\partial \gamma} < 0$ , 其中  $\gamma^1 =$

$\frac{(\alpha-1+\sqrt{(k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1})(k-1)}{k(\alpha k + \alpha - 2)}$ . 当  $\alpha \in [\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{1}{k})$  时,  $\frac{\partial N^*}{\partial \gamma} > 0$  恒成立. 同理可证  $\frac{\partial \pi^*}{\partial \gamma} > 0$  恒

成立.

证毕.

命题 5 证明 低质量产品价格相对于交互网络外部性强度求偏导

$$\frac{\partial p_l^\#}{\partial \delta} = \frac{(k-1)}{((2-(k+1)\delta)^2 - 4(1-\gamma)^2 k)^2} ((k+1)^2 ((1-\gamma)(1-\alpha k)k + 1 - \alpha)\delta^2 + 4(k+1)(1-\alpha)(k(1-\gamma)^2 - 1)\delta + 4(k(1-\gamma)^2 - 1)((1-\gamma)(1-\alpha k)k + \alpha - 1))$$

令  $g_{pl}(\delta) = (k+1)^2(\alpha(\gamma-1)k^2 + (1-\gamma)k + 1 - \alpha)\delta^2 + 4(k+1)(1-\alpha)(k(1-\gamma)^2 - 1)\delta + 4(k(1-\gamma)^2 - 1)(\alpha(\gamma-1)k^2 + (1-\gamma)k + \alpha - 1)$ . 二次方程  $g_{pl}(\delta) = 0$  的判别式为  $\Delta_{pl} = -16k(k-1)(k+1)^2(k(1-\gamma)^2 - 1)((k^2 + k + 1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)(1-\gamma)^2$ . 由于  $\gamma < 1 - \frac{1}{\sqrt{k}}$  所以  $k(1-\gamma)^2 - 1 > 0$  所以当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时,  $\Delta_{pl} \leq 0$  且因为  $\alpha(\gamma-1)k^2 + (1-\gamma)k + 1 - \alpha > 0$  所以  $\frac{\partial p_l^\#}{\partial \delta} > 0$ . 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \alpha^*)$  时,  $\Delta_{pl} > 0$ . 二次方程  $g_{pl}(\delta) = 0$  的两个根分别为

$$\delta_{pl}^1 = \frac{2(1-\gamma) \sqrt{-k(k-1)((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)(k(1-\gamma)^2 - 1)} + 2(k(1-\gamma)^2 - 1)(\alpha - 1)}{(k+1)(\alpha(\gamma-1)k^2 + (1-\gamma)k - \alpha + 1)},$$

$$\delta_{pl}^2 = \frac{-2(1-\gamma) \sqrt{-k(k-1)((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)(k(1-\gamma)^2 - 1)} + 2(k(1-\gamma)^2 - 1)(\alpha - 1)}{(k+1)(\alpha(\gamma-1)k^2 + (1-\gamma)k - \alpha + 1)},$$

因为  $\alpha(\gamma-1)k^2 + (1-\gamma)k - \alpha + 1 > 0$  则  $\delta_{pl}^2 < 0$ . 经验证  $\frac{\partial \delta_{pl}^1}{\partial \alpha} > 0$ , 当  $\alpha = \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}$  时,  $\delta_{pl}^1 = \frac{2(\sqrt{k}(\gamma-1)+1)}{k+1} < 0$ .

令  $\delta_{pl}^1 = 0$  则  $\alpha = \frac{(1-\gamma)k-1}{(1-\gamma)k^2-1}$ . 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{(1-\gamma)k-1}{(1-\gamma)k^2-1}]$  时, 即  $\gamma \leq \frac{k-k^2\alpha+\alpha-1}{k(1-k\alpha)}$ ,  $\frac{\partial p_l^\#}{\partial \delta} > 0$ . 当  $\alpha \in (\frac{(1-\gamma)k-1}{(1-\gamma)k^2-1}, \alpha^*)$  时, 即  $\gamma > \frac{k-k^2\alpha+\alpha-1}{k(1-k\alpha)}$  若  $\delta \in (0, \delta_{pl}^1]$  时,  $\frac{\partial p_l^\#}{\partial \delta} < 0$ ; 若  $\delta \in (\delta_{pl}^1, \frac{1}{k})$  时,  $\frac{\partial p_l^\#}{\partial \delta} > 0$ .

高质量产品价格相对于交互网络外部性强度求偏导, 证明过程同上, 可得当  $\alpha \in (0, \frac{\gamma}{k+\gamma-1}]$  时, 即  $\gamma \geq \frac{(k-1)\alpha}{1-\alpha}$ ,

若  $\delta \in (0, \delta_{ph}^1]$  时,  $\frac{\partial p_h^\#}{\partial \delta} > 0$ ; 若  $\delta \in (\delta_{ph}^1, \frac{1}{k})$  时,  $\frac{\partial p_h^\#}{\partial \delta} < 0$  其中

$$\delta_{ph}^1 = \frac{2(1-\gamma) \sqrt{(k-1)((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)(k(1-\gamma)^2 - 1)} + 2(k(1-\gamma)^2 - 1)(k\alpha - 1)}{(k+1)((\alpha-1)\gamma - (k+1)\alpha + 2)}.$$

当  $\alpha \in (0, \frac{\gamma}{k+\gamma-1})$  时,  $\frac{\partial p_h^\#}{\partial \delta} < 0$ .

当  $\alpha \in [\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \alpha^*)$  时,  $\frac{\partial p_h^\#}{\partial \delta} < 0$ .

证毕.

命题 6 证明 低质量产品的需求相对于交互网络外部性强度求偏导.

$$\frac{\partial N_l^\#}{\partial \delta} = -\frac{k(k+1)}{((2-(k+1)\delta)^2 - 4k(1-\gamma)^2)^2} ((k+1)^2(\alpha k - 1)\delta^2 + 4(\alpha(1-\gamma)^2 k^2 + (\alpha - (1-\gamma)^2)k - 4(k+1)(k\alpha + (\alpha-1)\gamma - \alpha)\delta + 2(\alpha-1)\gamma - 2\alpha + 1)$$

令  $g_{Nl}(\delta) = (k+1)^2(\alpha k - 1)\delta^2 - 4(k+1)(k\alpha + (\alpha-1)\gamma - \alpha)\delta + 4(\alpha(1-\gamma)^2 k^2 + (\alpha - (1-\gamma)^2)k + 2(\alpha-1)\gamma - 2\alpha + 1)$ .

二次方程  $g_{Nl}(\delta) = 0$  的判别式为  $\Delta_{Nl} = -16(k-1)(k+1)^2(1-\gamma)^2((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)$  当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$

时,  $\Delta_{Nl} \leq 0$  因为  $(k+1)^2(\alpha k - 1) < 0$  所以  $\frac{\partial N_l^\#}{\partial \delta} > 0$ . 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \alpha^*)$  时,  $\Delta_{Nl} > 0$  二次方程  $g_{Nl}(\delta) = 0$  的两根为

$$\delta_{Nl}^1 = \frac{-2(1-\gamma) \sqrt{-(k-1)((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)} + 2(\alpha-1)\gamma + 2(k-1)\alpha}{(k+1)(\alpha k - 1)},$$

$$\delta_{Nl}^2 = \frac{2(1-\gamma) \sqrt{-(k-1)((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)} + 2(\alpha-1)\gamma + 2(k-1)\alpha}{(k+1)(\alpha k - 1)}.$$

可验证  $\frac{\partial \delta_{Nl}^1}{\partial \alpha} > 0$ ,  $\frac{\partial \delta_{Nl}^2}{\partial \alpha} < 0$ . 且由于  $\alpha = \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}$  时,  $\delta_{Nl}^1 = \delta_{Nl}^2 = \frac{2(\sqrt{k}(\gamma-1)+1)}{k+1} < 0$ ,  $\delta_{Nl}^2$  在可行域内小于零. 当  $\alpha =$

$\frac{(1-\gamma)^2 k + 2\gamma - 1}{(1-\gamma)^2 k^2 + k + 2\gamma - 1}$  时,  $\delta_{N_1}^1 = 0$ , 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{(1-\gamma)^2 k + 2\gamma - 1}{(1-\gamma)^2 k^2 + k + 2\gamma - 1}]$  时,  $\frac{\partial N_1^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 当  $\alpha \in (\frac{(1-\gamma)^2 k + 2\gamma - 1}{(1-\gamma)^2 k^2 + k + 2\gamma - 1}, \alpha^*)$ , 若  $\delta \in (0, \delta_{N_1}^1]$  时,  $\frac{\partial N_1^{\#}}{\partial \delta} < 0$ ; 若  $\delta \in (\delta_{N_1}^1, \frac{1}{k})$  时,  $\frac{\partial N_1^{\#}}{\partial \delta} > 0$ .

高质量产品的需求相对于交互网络外部性强度求偏导, 证明过程同上, 可得当  $\alpha \in (0, \frac{k\gamma^2 - k + 1}{(1-\gamma)^2 k - 2(1-\gamma)k^2 + 1})$  若  $\delta \in (0, \delta_{N_h}^1]$ ,  $\frac{\partial N_h^{\#}}{\partial \delta} < 0$ ; 若  $\delta \in (\delta_{N_h}^1, \frac{1}{k})$  时,  $\frac{\partial N_h^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 其中

$$\delta_{N_h}^1 = \frac{-2(1-\gamma) \sqrt{k(k-1)((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)} + 2\alpha(\gamma-1)k^2 + 2(1-\gamma)k - 2(1-\alpha)}{(k+1)(\alpha-1)}$$

当  $\alpha \in [\frac{k\gamma^2 - k + 1}{(1-\gamma)^2 k - 2(1-\gamma)k^2 + 1}, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时,  $\frac{\partial N_h^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 当  $\alpha \in [\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \alpha^*)$  时,  $\frac{\partial N_h^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 证毕.

**命题7 证明 两种产品的总需求相对于交互网络外部性强度求偏导**

$\frac{\partial N^{\#}}{\partial \delta} = -\frac{k+1}{((2-(k+1)\delta)^2 - 4k(1-\gamma))^2} (4\alpha(\gamma-1)^2 k^3(-4\gamma^2 + 8(1+\alpha)\gamma - 4(1+\alpha))k^2 + (k+1)^2(\alpha k^2 + \alpha - k - 1)\delta^2 + 4((\alpha-1)\gamma^2 - 2\gamma - \alpha + 2)k + \alpha - 1 - 4(k+1)(\alpha k^2\gamma + ((\alpha-2)\gamma - \alpha + 1)k + \alpha - 1)\delta)$   
 令  $g_N(\delta) = (k+1)^2(\alpha k^2 + \alpha - k - 1)\delta^2 - 4(k+1)(\alpha k^2\gamma + ((\alpha-2)\gamma - \alpha + 1)k + \alpha - 1)\delta + 4\alpha(\gamma-1)^2 k^3(-4\gamma^2 + 8(1+\alpha)\gamma - 4(1+\alpha))k^2 + 4((\alpha-1)\gamma^2 - 2\gamma - \alpha + 2)k + \alpha - 1$ . 二次方程  $g_N(\delta) = 0$  的判别式为  $\Delta_N = -16k \times (k-1)^2 \times (k+1)^2(1-\gamma)^2((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)$ . 当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$  时,  $\Delta_N \leq 0$ , 且因为  $(k+1)^2(\alpha \times k^2 + \alpha - k - 1) < 0$ , 所以  $\frac{\partial N^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \alpha^*)$  时,  $\Delta_N > 0$ , 二次方程  $g_N(\delta) = 0$  的两根分别为

$$\delta_N^1 = \frac{-2\sqrt{k}(k-1)(1-\gamma) \sqrt{-((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)} + 2k(\alpha - 2 + \alpha k)\gamma + 2(1-\alpha)k + 2(\alpha - 1)}{(k+1)(\alpha k^2 + \alpha - k - 1)}$$

$$\delta_N^2 = \frac{2\sqrt{k}(k-1)(1-\gamma) \sqrt{-((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)} + 2k(\alpha - 2 + \alpha k)\gamma + 2(1-\alpha)k + 2(\alpha - 1)}{(k+1)(\alpha k^2 + \alpha - k - 1)}$$
. 可验证  $\frac{\partial \delta_N^1}{\partial \alpha} > 0$

$0, \frac{\partial \delta_N^2}{\partial \alpha} < 0$ . 当  $\alpha = \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}$  时,  $\delta_N^1 = \delta_N^2 = \frac{2(\sqrt{k}(\gamma-1) + 1)}{k+1} < 0$ , 所以  $\delta_N^2$  在可行域内小于零. 令  $\delta_N^1 = 0$ , 则  $\alpha =$

$\frac{k^2(1-\gamma)^2 + (\gamma^2 + 2\gamma - 2)k + 1}{k^3(1-\gamma)^2 + k^2(2\gamma - 1) + k(\gamma^2 - 1) + 1}$ . 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{k^2(1-\gamma)^2 + (\gamma^2 + 2\gamma - 2)k + 1}{k^3(1-\gamma)^2 + k^2(2\gamma - 1) + k(\gamma^2 - 1) + 1}]$  时,  $\frac{\partial N^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 当

$\alpha \in (\frac{k^2(1-\gamma)^2 + (\gamma^2 + 2\gamma - 2)k + 1}{k^3(1-\gamma)^2 + k^2(2\gamma - 1) + k(\gamma^2 - 1) + 1}, \alpha^*)$  若  $\delta \in (0, \delta_N^1]$ ,  $\frac{\partial N^{\#}}{\partial \delta} < 0$ ; 若  $\delta \in (\delta_N^1, \frac{1}{k})$ ,  $\frac{\partial N^{\#}}{\partial \delta} > 0$ .

**两种产品的总利润相对于交互网络外部性强度求偏导**

$\frac{\partial \pi^{\#}}{\partial \delta} = \frac{-k(k+1)}{((2-\delta(k+1))^2 - 4(1-\gamma)^2 k)^2} ((k+1)^2(\alpha k - 1)(1-\alpha)\delta^2 - 4((1+(\gamma-1)k^2)\alpha + 2(k+1)((\gamma-1)k^3 + 2k + \gamma - 1)\alpha^2 + 2((1-\gamma)k^2 - k - \gamma)\alpha + (\gamma-1)k + \gamma + 1)\delta - 1 + (1-\gamma)k)((k+\gamma-1)\alpha - \gamma))$

令  $g_{\pi}(\delta) = 2(k+1)((\gamma-1)k^3 + 2k + \gamma - 1)\alpha^2 + 2((1-\gamma)k^2 - k - \gamma)\alpha + (\gamma-1)k + \gamma + 1)\delta + (k+1)^2(\alpha k - 1)(1-\alpha) \times \delta^2 - 4((1+(\gamma-1)k^2)\alpha - 1 + (1-\gamma)k)((k+\gamma-1)\alpha - \gamma)$ . 二次方程  $g_{\pi}(\delta) = 0$  的其判别式为  $\Delta_{\pi} = 4(k-1)^2(k+1)^2((k^2+k+1)\alpha^2 - 2(k+1)\alpha + 1)^2(1-\gamma)^2 > 0$ . 二次方程  $g_{\pi}(\delta) = 0$  关于  $\delta$  的两个根分别为

$$\delta_{\pi}^1 = \frac{2(k\alpha + \alpha\gamma - \alpha - \gamma)}{(k+1)(\alpha k - 1)}, \delta_{\pi}^2 = \frac{2(\alpha(\gamma-1)k^2 + (1-\gamma)k + \alpha - 1)}{(k+1)(\alpha - 1)}$$
. 经验证  $\frac{\partial \delta_{\pi}^1}{\partial \alpha} < 0$ , 而  $\frac{\partial \delta_{\pi}^2}{\partial \alpha} > 0$ . 且当  $\alpha =$

$\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}$  时,  $\delta_{\pi}^1 = \delta_{\pi}^2 = \frac{2(\gamma-1)\sqrt{k} + 2}{k+1} < 0$ . 当  $\alpha \in (0, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1})$  时,  $\delta_{\pi}^1 > \delta_{\pi}^2, \delta_{\pi}^2 < 0$ . 当  $\alpha = \frac{\gamma}{k+\gamma-1}$ ,  $\delta_{\pi}^1 =$

$0$ . 当  $\alpha \in (0, \frac{\gamma}{k+\gamma-1})$  时,  $\delta_{\pi}^1 > 0$ . 若  $\delta \in (0, \delta_{\pi}^1]$ ,  $\frac{\partial \pi^{\#}}{\partial \delta} < 0$ ; 若  $\delta \in (\delta_{\pi}^1, \frac{1}{k})$ ,  $\frac{\partial \pi^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 当  $\alpha \in [\frac{\gamma}{k+\gamma-1}, \frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}]$

时,  $\frac{\partial \pi^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \alpha^*)$  时,  $\delta_{\pi}^1 < \delta_{\pi}^2$ ,  $\delta_{\pi}^1$  在可行域内小于零, 由于  $\frac{\partial \delta_{\pi}^2}{\partial \alpha} > 0$ , 令  $\delta_{\pi}^2 = 0$ , 则  $\alpha =$

$\frac{k\gamma - k + 1}{k^2\gamma - k^2 + 1}$ . 当  $\alpha \in (\frac{k+1-\sqrt{k}}{k^2+k+1}, \frac{k\gamma - k + 1}{k^2\gamma - k^2 + 1}]$  时,  $\frac{\partial \pi^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 当  $\alpha \in (\frac{k\gamma - k + 1}{k^2\gamma - k^2 + 1}, \alpha^*)$  时, 若  $\delta \in (0, \delta_{\pi}^2]$ ,  $\frac{\partial \pi^{\#}}{\partial \delta} < 0$ ;

若  $\delta \in (\delta_{\pi}^2, \frac{1}{k})$ ,  $\frac{\partial \pi^{\#}}{\partial \delta} > 0$ . 证毕.