

网上超市拆分订单合并打包策略经济决策模型^①

张源凯¹, 胡祥培¹, 黄敏芳², 孙丽君¹

(1. 大连理工大学系统工程研究所, 大连 116024; 2. 华北电力大学经济与管理学院, 北京 102206)

摘要: 针对“一地多仓型”网上超市面临的订单拆分难题,以减少订单的拆分包裹数为切入点,提出采用基于仓库的合并打包策略来履行拆分的订单,从而有效降低配送成本,减少顾客扰动和包装废弃物对环境的污染.首先分别建立订单拆分策略和合并打包策略下的履行成本模型,然后在此基础上构建合并打包策略的经济决策模型.从订单规模、平均拆单数这两个关键影响因素对该经济决策模型进行分析,从而得出合并打包策略的经济适用范围,给出管理启示.算例结果验证了模型分析的结论,为网上超市等电商零售企业采用合并打包策略解决拆单难题提供理论指导和决策支持.

关键词: 网上超市; 一地多仓; 订单拆分; 合并打包; 经济决策模型

中图分类号: C931; F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2019)10-0024-13

0 引言

近年来,电子商务行业蓬勃发展^[1,2],中国已经成为全球最大的网络零售市场.作为新兴电子商务迅速崛起的领头羊,网上超市(如京东超市、一号店、天猫超市等)通常销售使用频率最高的日常快速消费品,在给消费者带来巨大便利的同时,却面临着严重的订单拆分(拆单)问题.拆单是指将包含多种商品的订单(一单多品)按照同一区域内多个仓库(一地多仓)的商品库存拆分成若干个子订单,并由相应的仓库完成订单分拣、商品打包、包裹配送等作业^[3-5].拆单给企业带来高成本^[6],给顾客带来高扰动^[3,7],大量包装废弃物给环境造成高污染^[5].因此,拆单问题已经成为中国网上超市生存以及发展亟需解决的难题之一.

拆单问题已经引起国内外不少学者的关注,相关研究成果有网上零售订单分配^[6,8-12]、多仓

商品摆放^[3,4,13]和在途合并^[14,15].传统的订单分配方法主要应用在多供应商选择^[16,17]、多工厂/车间生产调度^[18]等方面,与之不同,网上零售环境下的订单分配方法主要是根据订单中商品在多个仓库的存储情况,对多品订单进行拆分并分配至各仓库以降低其拆单率和订单履行成本.代表性的研究有: Xu等^[19]利用订单履行的延迟时间对网上零售商的批量订单进行优化拆分及再分配; Acimovic和Graves^[6]采用收益管理的思想在对当前订单进行分配时就考虑对未来订单拆分的影响,从而降低总的订单履行成本;张源凯等^[12]研究了在一地多仓环境下网上超市对批量订单进行拆分及分配时,考虑仓库到配送站的物流配送环节,以最小化总的物流配送成本.多仓商品摆放的相关研究主要是通过对历史订单中商品的关联数据分析,优化商品最小库存单元(stock keeping unit, SKU)在多个仓库的摆放,从而降低拆单率.代表性的研究有: Catalán和Fisher^[13]分析了多仓

① 收稿日期: 2017-04-13; 修订日期: 2019-02-26.

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体资助项目(71421001); 国家自然科学基金资助项目(71571067).

作者简介: 张源凯(1991—),男,山西运城人,博士生. Email: ykzhang6635@126.com

商品摆放问题是 NP-hard 问题, 针对品类拆单问题, 设计了多种优化策略; 李建斌等^[4]在此基础上, 研究了考虑品类和数量的两类拆单问题, 并设计了环形算法进行有效求解. 上述两类研究成果对减少电子商务订单的拆分数进行了有益的探索. 但订单分配方面的研究成果应用前提是各仓库之间存储的商品有重合^[3], 难以直接应用于解决分品类仓间的订单履行问题. 另外, 实际应用中很难根据多仓商品摆放方面的研究成果对仓库的商品摆放进行频繁调整.

在途合并 (merge-in-transit) 主要是通过多个不同供应商/仓库分拣的商品转运到合并中心进行汇合然后一次送到顾客. 该方式物流配送成本低、顾客满意度高, 已经在电子、计算机等高科技行业的物流配送中得到广泛运用^[14], 而合并打包 (package consolidation)^[5] 可以看作是在途合并在网上零售订单履行作业中的拓展应用. 由于拆单问题是近几年随着网上零售业的快速发展而引起重视, 因此订单合并打包策略方面的研究才刚刚起步. 比较代表性的研究有: Zhang 等^[5] 建立了基于 SKU 转运和装箱的合并打包决策模型, 并设计了快速生成合并打包方案的求解算法. Cruz-Mejia 等^[20] 利用离散事件仿真研究了转运提前期对于合并打包运营决策的影响. 上述成果从企业运营层面出发研究如何生成合并打包方案, 而从企业战略角度出发, 根据订单拆分的情况来决策是否采用合并打包策略, 仍然是企业面临的一大难题, 也是本文将要研究的问题.

与订单拆分策略相比, 本文提出的合并打包策略将大大减少订单拆分的包裹数, 从而有效降低配送成本, 减少顾客扰动和环境污染, 它将是解决拆单难题的有效手段. 然而, 合并打包策略将增加额外的合并打包成本. 如何对现有的订单拆分策略和新型的合并打包策略进行经济性对比分析, 需要权衡增加的合并打包成本和减少的物流配送成本, 从而确定合并打包策略的经济适用范围. 根据调研, 电商企业比较关注订单规模和平均拆单数两个方面, 通常用两

者的乘积来衡量拆单带来的成本. 因此, 解决合并打包策略经济决策问题的关键点是如何确定合并打包策略在订单规模和平均拆单数两个方面的经济性临界值. 本文首先对网上超市订单拆分策略和合并打包策略的订单履行流程和成本构成进行分析, 然后分别建立基于订单拆分策略和基于合并打包策略的履行成本模型, 通过对比分析得到合并打包策略的经济决策模型. 接着从订单规模、平均拆单数这两个关键影响要素对该经济决策模型进行分析, 从而得出合并打包策略的经济适用范围, 给出管理启示, 为网上超市等电商企业利用合并打包方法解决拆单难题提供决策支持.

1 网上超市订单履行流程

订单履行总成本的核算与其流程密切相关, 通过分析流程中的作业以及各作业的资源消耗, 得出不同订单履行策略下的成本构成.

1.1 订单拆分策略

网上超市销售商品种类多达上百万种, 一般会在大型城市同一物流园区设立多个独立的分品类仓. 每个仓库可以独立运作, 均具有对订单商品进行分拣、打包等功能. 网上超市一般按波次批量处理订单, 本文所指的订单规模即 1 个作业波次中包含的订单数. 根据调研, 目前网上超市主要采用订单拆分策略履行 1 单多品订单, 即根据订单商品在多个仓库的仓储情况拆分成多个子订单, 子订单分别在相应的仓库进行分拣、打包, 由此导致 1 个订单被拆分成多个包裹分多次配送到顾客. 如订单 i 拆分成对应于不同仓库的 n_i 个子订单, 其作业流程图如图 1 (a) 所示. 本文以最小化订单履行总成本为目标对拆分订单履行问题进行成本分析. 该订单履行流程主要包括订单分拣、打包、包裹配送等作业环节, 因此订单拆分策略的订单履行成本 $g^{split} = (\text{订单分拣成本} + \text{订单打包成本}) + \text{包裹物流配送成本 } g_1^{split}$.

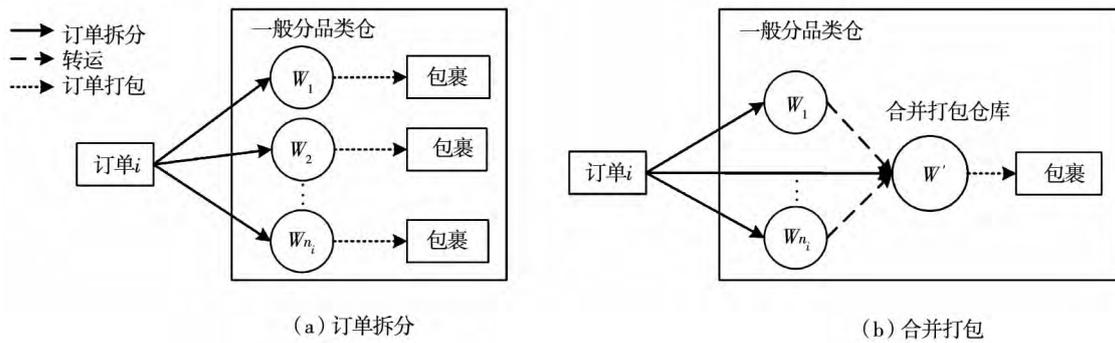


图1 订单拆分策略和合并打包策略的订单履行作业流程图

Fig. 1 Flowchart of splitting-based and package consolidation based order fulfillment

1.2 合并打包策略

合并打包策略是指拆分后的子订单在各相应的仓库分拣后,通过车辆将拣选商品转运到合并打包仓库(一般选取仓储容量较大、配置合流设备的中心仓库),然后将同一订单的多件商品汇合打包,再统一配送到顾客,对应图1(a)的订单合并履行作业流程如图1(b)所示(W' 为合并打包仓库).该策略主要应用于能满足订单履行时间、商品外形及商品间相容性3种要求的拆分订单.特殊订单(如需要紧急处理的订单)仍采用订单拆分策略,不在本文探讨范围之内.

与订单拆分策略的履行流程相比,合并打包流程增加了商品转运和合流等作业环节.合并打包通过减少配送包裹的数量,降低了订单的物流配送成本^[19],但同时也增加了额外的合并打包成本.根据实际调研发现,合并打包增加了派车成本、人力成本(装卸车、扫码、二次拣货等)以及合并打包设备运营成本.根据各项成本与订单SKU数量的关系可以划分为合并打包固定运营成本和合并打包变动运营成本两大类.合并打包固定运营成本随订单SKU数量的增加呈阶梯式的增加,包括派车成本、合并打包设备运营成本、人员固定工资等.而合并打包变动运营成本与订单中SKU数量成正比,主要包括装卸车、扫码、二次拣货等员工的绩效工资,同时车辆油耗成本也可通过转运的SKU数量来衡量,将它包括在这项成本中.因此:

合并打包策略的订单履行成本 $g^{con} = (\text{订单分拣成本} + \text{订单打包成本}) + \text{包裹物流配送成本}$

$g_1^{con} + \text{合并打包变动运营成本} g_2^{con} + \text{合并打包固定运营成本} g_3^{con}$.

由于订单分拣成本和订单打包成本与订单中SKU数量成正比,因此对于两种订单履行策略,这两部分成本无差异.其总成本之差为

$$\begin{aligned} \Delta g &= g^{split} - g^{con} \\ &= g_1^{split} - g_1^{con} - g_2^{con} - g_3^{con} \end{aligned}$$

2 合并打包策略的经济决策模型的构建

2.1 符号定义

符号定义如下:

o_i : 第 i 个订单, $1 \leq i \leq |I|$;

o_{ij} : 第 i 个订单的第 j 个子订单, $1 \leq i \leq |I|$;

I : 订单 o_i 集合, $o_j \in I$;

I_i : 订单 o_i 的拆分子订单的集合, $o_{ij} \in I_i$;

n_i : 集合 I_i 中拆分子订单的个数, $n_i = |I_i|$;

p_{ij} : 表示子订单 o_{ij} 的包裹数量, $\forall o_{ij} \in I_i$;

p_i^{con} : 订单 o_i 合并打包后的包裹数, $\forall o_i \in I$;

H^* : 一般仓库集合, $h \in H^*$; h' 表示合并打包的仓库, $H = h' \cup H^*$;

d_{ih} : 订单 i 的配送地址距离履行该订单的仓库 h 的距离, $\forall o_i \in I, h \in H$;

S : 商品 s 的集合, $s \in S$;

w_s : 商品 s 的重量, $\forall s \in S$;

S_{ij} : 子订单 o_{ij} 包含的SKU的集合, $S_{ij} \subset S, \forall o_{ij} \in I_i$;

F : 处理 1 个合并打包作业波次的固定运营成本;

Q : 1 个合并打包作业波次可处理的 SKU 规模;

C^{pack} : 平均每个 SKU 的合并打包成本;

α : 单个订单多个包裹同时配送的成本系数, ($0 \leq \alpha \leq 1$);

l : 关于 n_i, S_{ij}, p_{ij}, d_i 等变量的函数(见式(11)定义);

$B(X)$: 变量 X 的平均值;

y : 单个包裹的配送成本;

x_1 : 单个包裹重量(以 kg 为计量单位);

x_2 : 单个包裹配送的距离(以 km 为计量单位);

y' : 单个订单的物流配送成本;

p : 单个订单中包裹的数量;

x : 所有订单拆单数的平均值, $x = B(n_i)$, $x > 1$.

2.2 基于订单拆分的履行成本模型

包裹配送成本 y 与包裹重量 x_1 及配送距离 x_2 呈正相关^[11], 根据已有研究^[6, 11] 的拟合分析可以得到

$y = f(x_1, x_2) = \eta_1 x_1 + \eta_2 x_2 + \eta_3 x_1 x_2 + \eta_4$ 式中 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ 为系数, 均为非负数. 每个订单的配送成本 y' 与该订单拆分包裹数量 p 呈正相关, 可表示为

$$y' = (1 + \alpha(p - 1))f(x_1, x_2), 0 \leq \alpha \leq 1$$

式中 α 表示订单配送费用与包裹个数的相关性系数, 值越大表示两者越相关.

对于任意一个由仓库 h 履行的子订单 o_{ij} , 其包裹配送成本可表示为

$$(1 + \alpha(p_{ij} - 1))f\left(\sum_{s \in S_{ij}} w_s, d_{ih}\right) \quad (1)$$

在订单拆分策略下, 订单 o_i 的包裹配送成本为拆分后各个子订单 $o_{ij} \in I_i$ 的包裹配送成本之和, 则订单履行总成本可表示为

$$\text{Min } g^{\text{split}} = \sum_{o_i \in I} \sum_{o_{ij} \in I_i} (1 + \alpha(p_{ij} - 1))f\left(\sum_{s \in S_{ij}} w_s, d_{ih}\right) \quad (2)$$

2.3 基于合并打包的履行成本模型

在合并打包策略下, 由于订单 o_i 合并打包的包裹数为 p_i^{con} , 相关子订单集合 I_i 的商品重量之和为 $\sum_{o_{ij} \in I_i} \sum_{s \in S_{ij}} w_s$, 则订单 o_i 从合并打包仓库 h' 配送的成本为

$$g_1^{\text{con}}(I = \{o_i\}) = (1 + \alpha(p_i^{\text{con}} - 1))f\left(\sum_{o_{ij} \in I_i} \sum_{s \in S_{ij}} w_s, d_{ih'}\right) \quad (3)$$

合并打包变动运营成本与 SKU 数呈正相关, 则订单 o_i 的子订单集合 I_i 进行合并打包的变动运营成本为

$$g_2^{\text{con}}(I = \{o_i\}) = \sum_{o_{ij} \in I_i} |S_{ij}| \cdot C^{\text{pack}} \quad (4)$$

由于所有合并打包子订单的 SKU 数量为 $\sum_{o_i \in I} \sum_{o_{ij} \in I_i} |S_{ij}|$, 则相应的合并打包固定运营成本为

$$g_3^{\text{con}} = F \left\lceil \frac{\sum_{o_i \in I} \sum_{o_{ij} \in I_i} |S_{ij}|}{Q} \right\rceil \quad (5)$$

基于合并打包的订单履行总成本可表示为

$$\begin{aligned} \text{Min } g^{\text{con}} &= g_1^{\text{con}} + g_2^{\text{con}} + g_3^{\text{con}} \\ &= F \left\lceil \frac{\sum_{o_i \in I} \sum_{o_{ij} \in I_i} |S_{ij}|}{Q} \right\rceil + \sum_{o_i \in I} \sum_{o_{ij} \in I_i} |S_{ij}| \cdot C^{\text{pack}} + \\ &\quad \sum_{o_i \in I} (1 + \alpha(p_i^{\text{con}} - 1))f\left(\sum_{o_{ij} \in I_i} \sum_{s \in S_{ij}} w_s, d_{ih'}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

2.4 合并打包策略的经济决策模型

比较分析上述基于订单拆分和基于合并打包的履行成本模型, 可以得到合并打包策略的经济决策模型. 假设用符号 $B(X)$ 表示 X 的平均值, 则式(2)和式(6)可分别简化为式(7)和式(8)

$$\text{Min } g^{\text{split}} = |I|B(n_i)(1 + \alpha(B(p_{ij}) - 1)) \times f(B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{Min } g^{\text{con}} &= F \left\lceil \frac{|I|B(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q} \right\rceil + \\ &\quad |I|B(n_i)B(|S_{ij}|)C^{\text{pack}} + \\ &\quad |I|(1 + \alpha(B(p_i^{\text{con}}) - 1)) \times \\ &\quad f(B(n_i)B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) \end{aligned} \quad (8)$$

总成本之差 Δg 可表示为式(9)

$$\begin{aligned} \Delta g &= g^{\text{split}} - g^{\text{con}} \\ &= |I|B(n_i)(1 + \alpha(B(p_{ij}) - 1)) \times \\ &\quad f(B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) - \\ &\quad F \left\lceil \frac{|I|B(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q} \right\rceil - \\ &\quad |I|B(n_i)B(|S_{ij}|)C^{\text{pack}} - \\ &\quad |I|(1 + \alpha(B(p_i^{\text{con}}) - 1)) \times \\ &\quad f(B(n_i)B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) \quad (9) \end{aligned}$$

从经济性角度出发,如果 $\Delta g > 0$,企业应选择合并打包策略;否则,企业应维持订单拆分策略。

对于网上超市企业而言,订单规模 $|I|$ 和平均拆单数 $B(n_i)$ 是影响订单履行成本的关键因素.从式(7)和式(8)可以看出,两种订单履行策略下的成本都是关于 $|I|$ 和 $B(n_i)$ 的增函数,而在两者比较的式(9)中却很难判断函数值随 $|I|$ 和 $B(n_i)$ 的变化趋势.因此,下文将从订单规模和平均拆单数两方面对合并打包的经济性进行分析。

3 订单规模和平均拆单数对经济决策模型的影响分析

3.1 订单规模对经济决策模型的影响分析

为了分析订单规模的影响,将式(9)中订单规模 $|I|$ 看作变量,其余看作常量进行分析. Δg 是关于 $|I|$ 的函数,即

$$\Delta g(|I|) = l \cdot |I| - F \left\lceil \frac{|I|B(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q} \right\rceil \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} l &= B(n_i)(1 + \alpha(B(p_{ij}) - 1)) \times \\ &\quad f(B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) - \\ &\quad B(n_i)B(|S_{ij}|)C^{\text{pack}} - (1 + \alpha(B(p_i^{\text{con}}) - 1)) \times \\ &\quad f(B(n_i)B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) \quad (11) \end{aligned}$$

将式(10)可以表示为

$$\Delta g(|I|) = \Delta g_1(|I|) - \Delta g_2(|I|)$$

式中 $\Delta g_1(|I|) = l \cdot |I|$ 是关于 $|I|$ 的线性函数,

$$\Delta g_2(|I|) = F \left\lceil \frac{|I|B(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q} \right\rceil \text{ 是 关 于 } |I| \text{ 的 取 整 函 数, 这 两 部 分 的 函 数 图 像 如 图 2 所 示.}$$

由于 $\Delta g(|I|)$ 随着 l 取值的不同变化差异较大,因此结合 l 的取值范围划分为 3 个区域,即:区域 1: $l \geq l_1$; 区域 2: $l_n < l < l_1$; 区域 3: $l \leq l_n$. 其中 $l_1 = \frac{2FB(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q}$, $l_n = \frac{FB(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q}$.

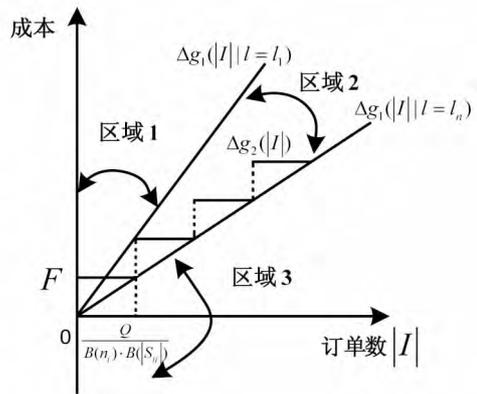


图 2 $\Delta g_1(|I|)$ 和 $\Delta g_2(|I|)$ 的函数图像

Fig. 2 Graphs of the function $\Delta g_1(|I|)$ and the function $\Delta g_2(|I|)$

通过分析,得到如下命题。

命题 1 如果 $l \geq l_1$, 当 $|I| > F/l$ 时, $g^{\text{con}} < g^{\text{split}}$; 而当 $0 < |I| \leq F/l$ 时, $g^{\text{split}} \leq g^{\text{con}}$ 。

证明见附录。

$l \geq l_1$ 可以化简为 $C^{\text{pack}} + F/Q \leq C_{\text{bound}} - F/Q$, 其中 F/Q 为合并打包单位固定运营成本, C^{pack} 为合并打包单位变动运营成本, 则 $C^{\text{pack}} + F/Q$ 表示合并打包单位运营成本. C_{bound} 是单位合并打包成本最大临界值, 它与平均拆单数等因素相关, 可表示为

$$\begin{aligned} C_{\text{bound}} &= \frac{1}{B(n_i)B(|S_{ij}|)} (B(n_i)(1 + \alpha(B(p_{ij}) - 1)) \times \\ &\quad f(B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) - (1 + \alpha(B(p_i^{\text{con}}) - 1)) \times \\ &\quad f(B(n_i)B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih}))) \end{aligned}$$

因此命题 1 表明: 当单位合并打包运营成本较小时, 订单规模只要大于 F/l , 采用合并打包策略就更加经济; 而如果订单规模小于 F/l , 则应维持现有的订单拆分策略。

命题 2 若 $l \leq l_n$, 则 $g^{\text{split}} \leq g^{\text{con}}$ 。

证明详见附录.

与命题 1 类似, $l \leq l_n$ 可以化简为 $C^{\text{pack}} + F/Q \geq C_{\text{bound}}$. 因此命题 2 表明: 当单位合并打包运营成本较大时, 无论订单规模多大, 维持订单拆分策略更加经济.

命题 3 如果 $l_n < l < l_1$, 当 $\frac{mF}{l} < |I| \leq \frac{mQ}{B(n_i) B(|S_{ij}|)}$, $\forall m = 1, \dots, n-1, n \geq 2$ 或者 $|I| > \frac{mF}{l}$, $m = n, n \geq 2$ 时, $g^{\text{con}} < g^{\text{split}}$; 当 $\frac{(m-1)Q}{B(n_i) B(|S_{ij}|)} < |I| \leq \frac{mF}{l}$, $\forall m = 1, \dots, n, n \geq 2$ 时, $g^{\text{split}} \leq g^{\text{con}}$.

证明详见附录.

同样, $l_n < l < l_1$ 可以化简为 $C_{\text{bound}} - F/Q < C^{\text{pack}} + F/Q < C_{\text{bound}}$. 命题 3 表明: 当单位合并打包变动运营成本和单位合并打包固定运营成本处于两个临界值中间水平时, 订单规模在 $\frac{mF}{l} < |I| \leq$

$\frac{mQ}{B(n_i) B(|S_{ij}|)}$, $\forall m = 1, \dots, n-1, n \geq 2$ 或者 $|I| > \frac{mF}{l}$, $m = n, n \geq 2$ 范围之内时采取合并打

包策略更加经济; 否则, 应维持现有的订单拆分策略. 当不在合并打包经济范围内时, 企业也可采取合并打包策略, 但并不能节约成本. 因此, 成本较优的方式是在订单集合 I 中选择 $\frac{(m-1)Q}{B(n_i) B(|S_{ij}|)}$ 个订单进行合并, 而对其他订单仍然按照订单拆分策略履行. 具体的选择方法可以根据拆分订单单独合并后能够节省的成本进行降序排列来确定进行合并的订单集合, 通过混合使用两种订单履行策略, 为合适的订单选用合适的订单履行策略, 最小化订单履行总成本.

综上, 3 个命题可通过图 3 来进一步描述. 采用合并打包策略的前提是合并打包单位运营成本小于最大临界值 C_{bound} . 在此前提下, 如果合并打包单位运营成本小于 $C_{\text{bound}} - F/Q$, 由于具备一地多仓配置的网上超市处理的订单规模较大, 较易达到 $|I| > F/l$, 企业则倾向于采用合并打包; 否则, 企业需要结合订单规模等实际情况有选择地采用合并打包策略.

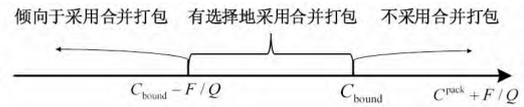


图 3 合并打包经济性选择决策与单位合并打包成本变化关系

Fig. 3 Economic decision of package consolidation strategy vs. the unit package consolidation cost

3.2 平均拆单数对经济决策模型的影响分析

接下来, 为了分析平均拆单数的影响, 将式 (11) 看作是变量平均拆单数 $x = B(n_i)$, $x > 1$ 的函数, 则式 (11) 可表示为

$$l(x) = xr^\alpha - m^\alpha \quad (12)$$

其中

$$m^\alpha = (1 + \alpha(B(p_i^{\text{con}}) - 1)) (\eta_2 B(d_{ih}) + \eta_4),$$

$$r^\alpha = (1 + \alpha(B(p_{ij}) - 1)) \times$$

$$f(B(|S_{ij}|) B(w_s), B(d_{ih})) - B(|S_{ij}|) C^{\text{pack}} -$$

$$(1 + \alpha(B(p_i^{\text{con}}) - 1)) \times$$

$$(\eta_1 B(|S_{ij}|) B(w_s) + \eta_3 B(|S_{ij}|) B(w_s) B(d_{ih}))$$

由式 (9) 和式 (12) 可得如下命题.

命题 4 当 $r^\alpha \leq r_{l_n}$ 时, 则 $g^{\text{split}} \leq g^{\text{con}}$. 当 $r^\alpha > r_{l_1}$ 时, 如果 $1 < x \leq x_{l_n}^\alpha$, 则 $g^{\text{split}} \leq g^{\text{con}}$.

如果 $x \geq \max\{x_{l_1}^\alpha, \frac{Q}{2|I| \cdot B(|S_{ij}|)}\}$, 则 $g^{\text{con}} < g^{\text{split}}$; 否则, g^{con} 和 g^{split} 的大小关系不定. 当 $r_{l_n} < r^\alpha \leq r_{l_1}$ 时, 如果 $1 < x \leq x_{l_n}^\alpha$, 则 $g^{\text{split}} \leq g^{\text{con}}$; 否则, g^{con} 和 g^{split} 之间的大小关系不定. 其中

$$x_{l_n}^\alpha = \frac{Qm^\alpha}{Qr^\alpha - FB(|S_{ij}|)}, x_{l_1}^\alpha = \frac{Qm^\alpha}{Qr^\alpha - 2FB(|S_{ij}|)},$$

$$r_{l_1} = \frac{2FB(|S_{ij}|)}{Q}, r_{l_n} = \frac{FB(|S_{ij}|)}{Q}$$

证明详见附录.

在命题 4 中, r^α 与 r_{l_n} 、 r_{l_1} 的大小关系可以看作是单位合并打包成本相对大小, 如 $r^\alpha \leq r_{l_n}$, 可化简为 $F/Q + C^{\text{pack}} \geq C_{\text{bound}2}$, $C_{\text{bound}2}$ 表示单位合并打包成本最大临界值, 此时 $C_{\text{bound}2}$ 与平均拆单数无关, 并且 $C_{\text{bound}2} \geq C_{\text{bound}}$, 其中

$$C_{\text{bound}2} = \frac{1}{B(|S_{ij}|)} [(1 + \alpha(B(p_{ij}) - 1)) \times$$

$$f(B(|S_{ij}|) B(w_s), B(d_{ih})) -$$

$$(1 + \alpha(B(p_i^{\text{con}}) - 1)) (\eta_1 B(|S_{ij}|) B(w_s) +$$

$$\eta_3 B(|S_{ij}|) B(w_s) B(d_{ih}))]$$

该命题的结论可通过图 4 来进一步描述. 当单位合并打包成本较高(大于 C_{bound2}) 时, 网上超市维持订单拆分策略较为经济; 当单位合并打包成本较低, 如果平均拆单数较大, 采用合并打包策略较为经济; 如果平均拆单数较小, 仍需维持订单拆分策略; 其他情况还需要根据订单规模等因素来权衡采用何种策略更加经济.

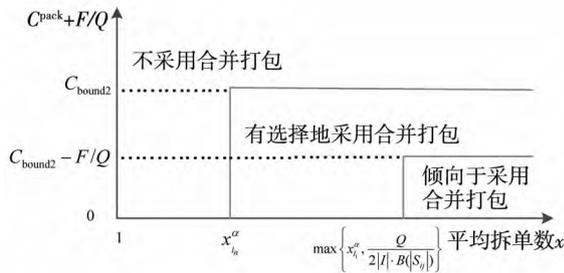


图 4 合并打包策略基于平均拆单数的经济性选择决策图
Fig. 4 Economic decision of package consolidation strategy vs. the average number of split orders

x_n^α 可以看作是 企业采用合并打包策略的平均拆单数临界值, 即当平均拆单数大于 x_n^α 时, 网上超市才会考虑采用合并打包策略. 接下来, 进一步分析 α 对该临界值的影响.

推论 1 当

$$B(p_{ij}^{con}) > B(p_{ij}) +$$

$$\frac{(B(p_{ij}) - 1)(\eta_2 B(d_{ih}) + \eta_4)}{\eta_1 B(|S_{ij}|) B(w_s) + \eta_3 B(|S_{ij}|) B(w_s) B(d_{ih})}$$

时, 随着 $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ 逐渐增大, x_n^α 增大.

证明详见附录.

α 表示订单包裹个数对配送成本的影响程度. 随着 α 逐渐增大, 订单配送费用逐渐增加. 推论 1 表明, 当订单包裹数达到一定条件时, 随着 α 不断增大, 是否采用合并打包策略的平均拆单数临界值增大了, 即增加了合并打包的难度.

进一步从合并包裹数 $B(p_i^{con})$ 角度分析平均拆单数临界值的变化.

推论 2 当 $B(p_i^{con})$ 增大时, x_n^α 增大, 其中

$$B(p_i^{con}) \leq B(n_i) B(p_{ij}) .$$

证明详见附录.

采用合并打包策略的关键是能够将拆分订单一起打包从而降低订单中包裹的数量, 如果合并后的包裹数不能降低, 则采用合并打包策略的优势不复存在. 因此, 推论 2 表明, 如果合并后的平

均包裹数越小, 越有利于合并打包策略的实施.

3.3 管理启示

基于上述分析结果, 从企业实践应用的角度出发, 是否采用合并打包策略不仅与其订单规模、平均拆单数密切相关, 还与合并打包运营成本等要素密切相关. 如当企业实际的订单规模小于 F/I , 或者平均拆单数小于 x_n^α 或者合并打包单位运营成本大于 C_{bound} 时, 企业不应采用合并打包策略; 而当合并打包单位运营成本小于 $C_{bound} - F/Q$ 或者平均拆单数大于 $\max\{x_n^\alpha, \frac{Q}{2|I| \cdot B(|S_{ij}|)}\}$ 时, 企业可采用合并打包策略.

理论上讲, 决定经济适用范围的临界值会随着其构成参数的变化而变化, 这些变化趋势可以根据临界值与参数之间的函数关系确定, 如根据 C_{bound} 与 $B(p_i^{con})$ 的负相关关系可以推断出 C_{bound} 随着 $B(p_i^{con})$ 增加而降低, 即表示合并包裹数的增加会导致是否采取合并打包策略的单位合并打包成本的临界值下降.

在实际应用中, 各临界值所涉及的参数可按以下两种途径获取: 与订单相关的参数可以结合企业某个时间段的销售记录统计得到(如 x , $B(|S_{ij}|)$), 与企业成本相关的参数可以结合订单履行流程中所涉及的各部分成本统计得来(如 F 等于单位时间内企业处理规模 Q 的 SKU 所产生的固定派车成本、合并打包设备运营成本、人员固定工资等的和).

4 算例分析

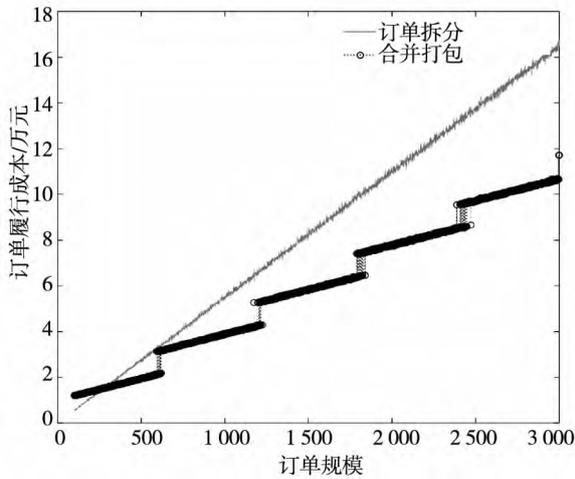
为了进一步论证合并打包策略和拆分策略的经济性, 通过算例分析验证上述结论. 结合实际调研, 以某大型网上超市为例, 取以下参数值: $|I| = 3000$, $|H| = 10$, $B(w_s) = 0.5$, $Q = 5000$, $F = 10000$, $\alpha = 0.2$, $C^{pack} = 0.5$. 对于每个订单, 子订单数 n_i 从 $U(2, 9)$ 中随机生成, 其它参数 P_{ij} 、 P_i^{con} 、 S_{ij} 、 d_{ih} 也分别从 $U(1, 2)$ 、 $U(1, 5)$ 、 $U(1, 2)$ 、 $U(0, 35)$ 中生成. 包裹配送费用函数 $y = \eta_1 x_1 + \eta_2 x_2 + \eta_3 x_1 x_2 + \eta_4$ 的参数可以进行线性回归分析得到^[11] $\eta_1 = 0.423$, $\eta_2 = 0$, $\eta_3 = 0.000541$, $\eta_4 = 8.759$.

从订单规模、拆单数等方面展开数值分析.

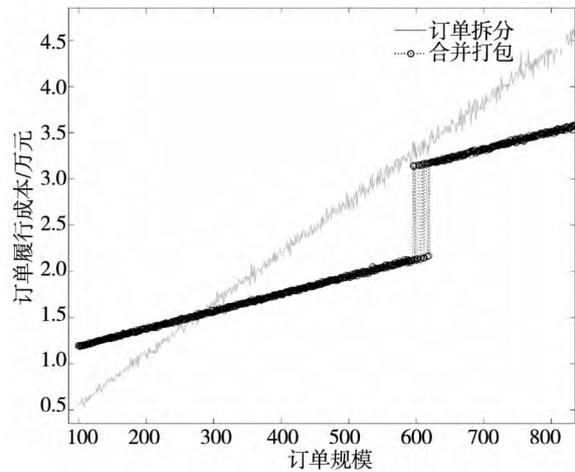
1) 订单规模变化

将订单规模 $|I|$ 从 100 增加到 3 000, 得到订单拆分和合并打包两种订单履行策略下订单履行成本的变化, 如图 5 (a) 所示. 图 5 (b) 为图 5 (a) 在订单规模 100 ~ 800 的局部放大图. 可以看到, 二者有交点(订单规模为 280 左右), 当订

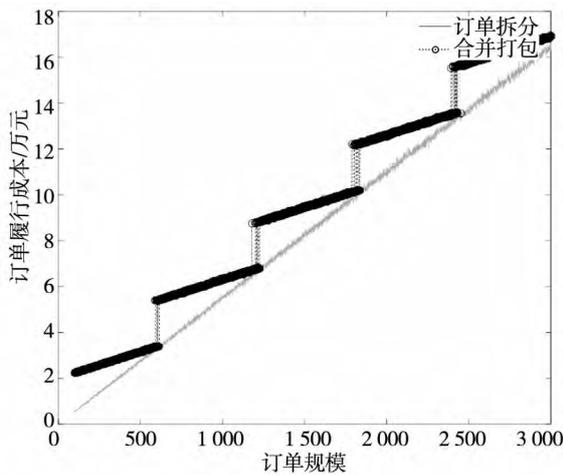
单规模小于该交点值时, 采用订单拆分策略更加经济. 而当订单规模大于该交点值时, 采用合并打包策略更加经济. 此时, $l_n = 16.4$, $l_1 = 32.9$, $l = 35.7$, 由于 $l > l_1$, 则根据命题 1, 当 $|I| > F/l = 279.87$ 时, $g^{con} < g^{split}$; 而当 $0 < |I| \leq F/l$ 时, $g^{split} \leq g^{con}$. 因此, 该数据实验验证了命题 1 的结论.



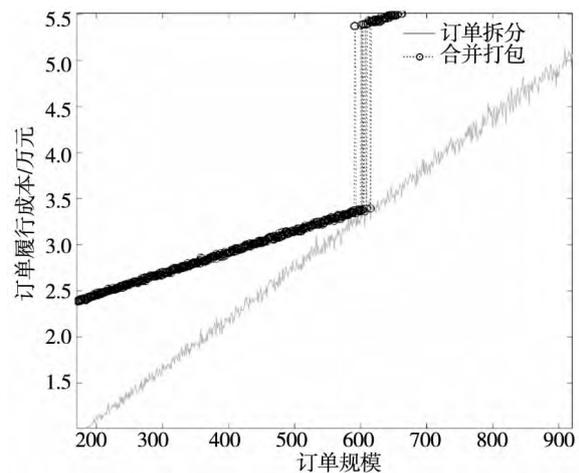
(a) $F = 10\ 000, C^{pack} = 0.5, |I| \leq 3\ 000$



(b) $F = 2\ 000, C^{pack} = 1, 200 < |I| \leq 900$



(c) $F = 20\ 000, C^{pack} = 1, |I| \leq 3\ 000$



(d) $F = 20\ 000, C^{pack} = 1, 200 < |I| \leq 900$

图 5 两种订单履行策略下订单履行成本随订单规模变化图

Fig. 5 Graph of order fulfillment costs under two order fulfillment strategies vs. the number of orders

接下来将单位合并打包成本增大 1 倍, 即 $F = 20\ 000, C^{pack} = 1$, 得到两种策略的订单履行成本如图 5 (c) 所示. 图 5 (d) 为图 5 (c) 在订单规模为 200 ~ 900 的局部放大图. 此时 $l = 32.6$, $l_n = 33.5$, $l < l_n$, 则根据命题 2, 不论订单规模多大, 都要维持订单拆分策略. 从图中也可以看出合并策略的履行成本总高于订单拆分策略的履行成本, 由此验证了命题 2 的结论.

两组实验说明, 两种策略在订单规模方面的经济性与单位合并打包成本密切相关, 当单位合并打包成本较低时, 在较小的订单规模下就能够实现合并打包策略的经济性; 而当合并打包成本较高时, 不论多大的订单规模下, 拆分策略都更加经济.

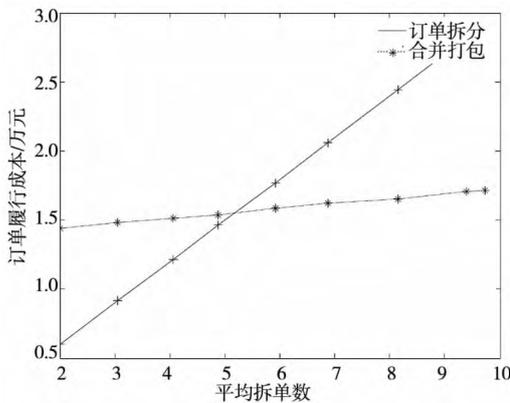
2) 平均拆单数变化

将拆单数 n_i 从 $U(2, 9)$ 增长到 $U(2, 19)$, 选

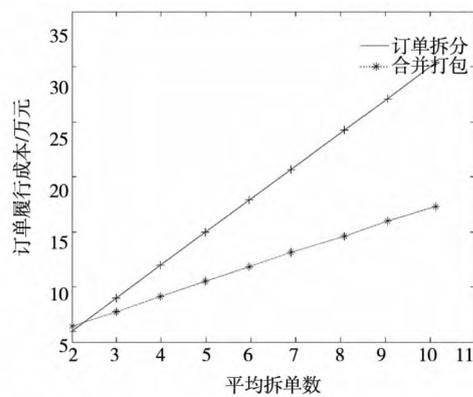
取订单规模为 300 和 3 000 两组进行测试,得到两种策略的订单履行成本的变化趋势图,如图 6(a) 和图 6(b) 所示. 在图 6(a) 中,当订单规模设置为 300、平均拆单数小于等于 5 时,维持订单拆分策略较为经济; 否则,应该采用合并打包策略. 即如果网上超市处理订单的规模较小,但是当平均拆单数达到一定阈值的时候,采用合并打包策略较经济. 在这种情况下, $r^\alpha = 8.8$, $r_{l_1} = 6.0$, $r_{l_n} = 3.0$, $r^\alpha > r_{l_1} > r_{l_n}$, $x_{l_n}^\alpha = 2.2$, $x_{l_1}^\alpha = 4.6$, $\frac{Q}{2|I| \cdot B(|S_{ij}|)} = 5.5$, 根据命题 4, 当 $1 < x \leq x_{l_n}^\alpha = 2.2$, $g^{\text{split}} \leq g^{\text{con}}$; 当 $x \geq \max\left\{x_{l_1}^\alpha, \frac{Q}{2|I| \cdot B(|S_{ij}|)}\right\} = 5.5$, $g^{\text{con}} < g^{\text{split}}$, 这两点均通过该数据实验得到了验证. 另外当 $2.2 < x < 5.5$ 时, 从图 6(a) 中可以得到在此订单规模下, $g^{\text{split}} \leq g^{\text{con}}$. 当订单规模设置为 3 000 时, 根据命题 4,

当 $x \geq \max\left\{x_{l_1}^\alpha, \frac{Q}{2|I| \cdot B(|S_{ij}|)} = 0.6\right\} = 4.6$, $g^{\text{con}} < g^{\text{split}}$, 从图 6(b) 可以验证该结论. 而当 $2.2 < x < 4.6$ 时, 根据此时的订单规模, $g^{\text{con}} < g^{\text{split}}$. 通过订单规模为 300 与 3 000 两组实验的对比, 可以得出命题 4 中基于平均拆单数无法判断订单拆分策略和合并打包策略的经济性时, 还需要结合订单规模等实际因素进行分析.

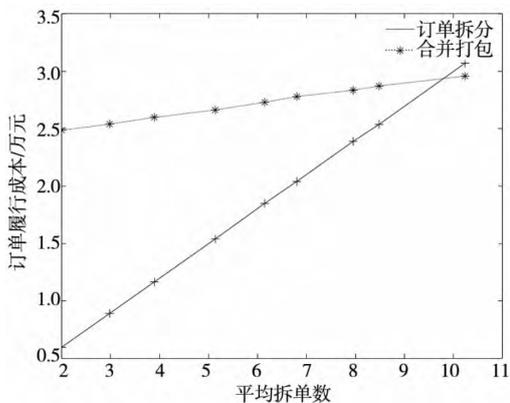
若将单位合并打包成本增大 1 倍, 即 $F = 20\,000$, $C^{\text{pack}} = 1$, 则得到订单规模为 300 与 3 000 的订单履行成本变化情况, 如图 6(c) 和图 6(d) 所示. 此时 $r^\alpha = 8.0$, $r_{l_1} = 12.0$, $r_{l_n} = 6.0$, $r_{l_1} > r^\alpha > r_{l_n}$. 根据命题 4, 当 $1 < x \leq x_{l_n}^\alpha = 6.0$ 时, 订单拆分策略更加经济, 与图中结论吻合. 而当 $x > x_{l_n}^\alpha$ 时, 在不同的订单规模(300 与 3 000) 下都验证了命题 4 的结论的正确性.



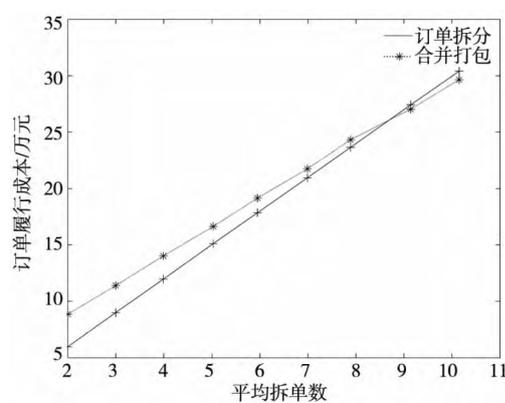
(a) $|I| = 300, F = 10\,000, C^{\text{pack}} = 0.5$



(b) $|I| = 3\,000, F = 10\,000, C^{\text{pack}} = 0.5$



(c) $|I| = 300, F = 20\,000, C^{\text{pack}} = 1$



(d) $|I| = 3\,000, F = 20\,000, C^{\text{pack}} = 1$

图 6 两种订单履行策略下订单履行成本随着平均拆单数变化图

Fig. 6 Graph of order fulfillment costs under two order fulfillment strategies vs. the number of average split orders

5 结束语

高拆单率导致的多次零散配送问题所带来的高成本、高扰动、高污染等难题已经成为大型网上超市的经营者、顾客、政府管理部门的一大难题,以减少零散配送次数为目标的订单合并打包作业已成为大型网上超市生存和发展的迫切任务. 本文的理论与实践成果总结如下: 1) 针对面临拆单困境的大型网上超市是否要采用合并打包策略这一管理决策难题,提出了新的合并打包策略经济决策模型,为提高新型网上零售环境下电商企业决策的科学性提供了重要的理论依据,也为政府制定科学有效的电子商务与物流发展战略以缓解拆单带来的环境污染问题提供重要参考; 2) 针对已有的订单履行成本模型无法准确反映合并打包实际作业成本这一不足,提出了新的基于合并打包的订单履行成本模型,可以更加科学地刻画不同策略下订单履行成本构成的差异,丰富并完善了网上零售环境下订单履行成本核算的研究成果; 3) 利用控制变量法分析得到企业实践所关注

的订单规模和平均拆单数方面的经济性临界值,为分析订单履行策略的经济适用范围提供了新手段,有助于提高模型的实用价值,同时对于其他行业对比分析不同运营策略的经济性有重要的借鉴作用,如外卖行业的最后 1 公里配送中驻店模式与共享经济模式的经济性分析.

未来研究方向: 1) 本文分别从订单规模和平均拆单数两方面分析了提出的经济决策模型,得到若干个临界值. 如果这两个因素同时起作用,现有基于平均拆单数的临界值以及 C_{bound2} 不会改变,而基于订单规模的临界值以及 C_{bound1} 则会随着平均拆单数而改变,但是由于这两个要素的经济决策分析均与合并打包单位运营成本密切相关,此时的决策空间将会变成由订单规模、平均拆单数以及合并打包单位运营成本组成的 3 维空间,可能会生成临界曲面进行决策,还需进一步深入研究; 2) 合并打包策略主要是通过减少拆分包裹数来降低订单履行成本,在现实中还存在对多个订单采用合并运输策略^[21]降低成本,在未来的研究中可以进一步考虑将合并打包策略与合并运输策略结合进行经济性分析.

参考文献:

- [1] 池毛毛, 赵晶, 李延晖, 等. 电子商务平台吸附能力的影响机制研究——平台柔性和控制机制的交互效应 [J]. 管理科学学报, 2018, 21(7): 35-51.
Chi Maomao, Zhao Jing, Li Yanhui, et al. Effect of e-business platform attractive capabilities: The interaction of effects of platform flexibility and control mechanisms [J]. Journal of Management Sciences in China, 2018, 21(7): 35-51. (in Chinese)
- [2] 王聪, 杨德礼. 电商平台折扣券对制造商双渠道策略的影响研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(6): 1525-1535.
Wang Cong, Yang Deli. A study of the influence of the platform coupons on the dual-channel supply chain strategy of manufacturers [J]. System Engineering: Theory & Practice, 2018, 38(6): 1525-1535. (in Chinese)
- [3] Co H C, Miller R H, Xu X. Clustering of skus to reduce split delivery cost and improve on-time delivery in online merchandising [J]. California Journal of Operations Management, 2007, 6(1): 45-51.
- [4] 李建斌, 李乐乐, 黄日环. 最小化拆单率的在线零售商多仓商品摆放优化策略研究 [J]. 管理工程学报, 2017, 31(3): 167-173.
Li Jianbin, Li Lele, Huang Rihuan. Inventory allocation policy to distribution centers with minimum split orders in online retailing [J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2017, 31(3): 167-173. (in Chinese)
- [5] Zhang Y, Huang M, Hu X, et al. Package consolidation approach to the split-order fulfillment problem of online supermarkets [J]. Journal of the Operational Research Society, 2018, 69(1): 127-141.
- [6] Acimovic J, Graves S C. Making better fulfillment decisions on the fly in an online retail environment [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2015, 17(1): 34-51.

- [7] Zhang Y, Sun L, Hu X, et al. Order consolidation for the last-mile split delivery in online retailing [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2019, 122: 309–327.
- [8] Li S, Jia S. A benders decomposition algorithm for the order fulfillment problem of an e-tailer with a self-owned logistics system [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2019, 122: 463–480.
- [9] Ishfaq R, Bajwa N. Profitability of online order fulfillment in multi-channel retailing [J]. *European Journal of Operational Research*, 2019, 272(3): 1028–1040.
- [10] Lei Y M, Jasin S, Sinha A. Joint dynamic pricing and order fulfillment for ecommerce retailers [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2018, 20(2): 269–284.
- [11] Jasin S, Sinha A. An LP-based correlated rounding scheme for multi-item ecommerce order fulfillment [J]. *Operations Research*, 2015, 63(6): 1336–1351.
- [12] 张源凯, 黄敏芳, 胡祥培. 网上超市订单分配和物流配送联合优化方法 [J]. *系统工程学报*, 2015, 30(2): 251–258.
Zhang Yuankai, Huang Minfang, Hu Xiangpei. Integrated optimization approach to order allocation and delivery problem of online supermarket [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(2): 251–258. (in Chinese)
- [13] Catalán A, Fisher M. Assortment allocation to distribution centers to minimize split customer orders [J]. *SSRN Electronic Journal*, 2012. doi: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2166687>.
- [14] Guastaroba G, Speranza M G, Vigo D. Intermediate facilities in freight transportation planning: A survey [J]. *Transportation Science*, 2016, 50(3): 763–789.
- [15] Song H, Hsu V N, Cheung R K. Distribution coordination between suppliers and customers with a consolidation center [J]. *Operations Research*, 2008, 56(5): 1264–1277.
- [16] Govindan K, Sivakumar R. Green supplier selection and order allocation in a low-carbon paper industry: Integrated multi-criteria heterogeneous decision-making and multi-objective linear programming approaches [J]. *Annals of Operations Research*, 2016, 238(1/2): 243–276.
- [17] 潘 伟. 基于供应中断风险的模糊多目标订单分配模型 [J]. *管理科学学报*, 2015, 18(3): 45–51.
Pan Wei. Fuzzy multi-objective order allocation model with supply disruption [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(3): 45–51. (in Chinese)
- [18] Zhou X, Yu N, Tu Y, et al. Bi-level plant selection and production allocation model under type-2 fuzzy demand [J]. *Expert Systems with Applications*, 2017, 86: 87–98.
- [19] Xu P J, Allgor R, Graves S C. Benefits of reevaluating real-time order fulfillment decisions [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2009, 11(2): 340–355.
- [20] Cruz-Mejia O, Marmolejo J A, Vasant P. Lead time performance in a internet product delivery supply chain with automatic consolidation [J]. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*. 2018, 9(3): 867–874.
- [21] 曾银莲, 李 军, 冯海荣. 随机需求环境下零担货物运输合作 [J]. *管理科学学报*, 2015, 18(7): 48–58.
Zeng Yinlian, Li Jun, Feng Hairong. Collaboration in less-than-truckload transportation with stochastic demand [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(7): 48–58. (in Chinese)

Economic decision model for package consolidation in fulfilling split orders of online supermarkets

ZHANG Yuan-kai¹, HU Xiang-pei¹, HUANG Min-fang², SUN Li-jun¹

1. Institute of Systems Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Economic and Management, North China Electric Power University, Beijing 102206, China

Abstract: Order splitting is one of the challenging problems faced by online supermarkets with multiple warehouses in one metropolitan areas. This paper proposes a package consolidation strategy, aimed to reduce the

number of packages splitted, to fulfill split orders, which can effectively reduce the shipping cost, customer disturbance, and environmental pollution by the packages. To minimize the total order fulfillment cost, the paper models for the split strategy and the package consolidation strategy respectively, based upon which establishes the economic decision model. The economic decision model is analyzed in terms of the number of orders and the average number of split orders and the conditions when the the package consolidation strategy is applicable is derived. Managerial insights are also given. The numerical experiments verify the analytical results and managerial insights, which may guide online supermarkets in applying the package consolidation strategy in practice.

Key words: online supermarkets; multi-warehouse system; split order; package consolidation; economic decision model

附录:

1. 命题 1 证明

当 $l \geq l_1, l_1 = \frac{2FB(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q}$, $\Delta g(|I|)$ 的两部分函数的图像如图 A1(a) 所示, 此时两部分函数图像有 1 个交点 $(\frac{F}{l}, F)$, 该交点在 x 轴的变化范围为 $\frac{F}{l} \in (0, \frac{Q}{2B(n_i)B(|S_{ij}|)}]$, 从函数图像可以看出: 当 $|I| > \frac{F}{l}$ 时, $g_1(|I|) < g_2(|I|)$, 则 $\Delta g(|I|) > 0$, 即 $g^{con} < g^{split}$; 当 $0 < |I| \leq \frac{F}{l}$ 时, $g_1(|I|) \geq g_2(|I|)$, 则 $\Delta g(|I|) \leq 0$, 即 $g^{split} \leq g^{con}$.

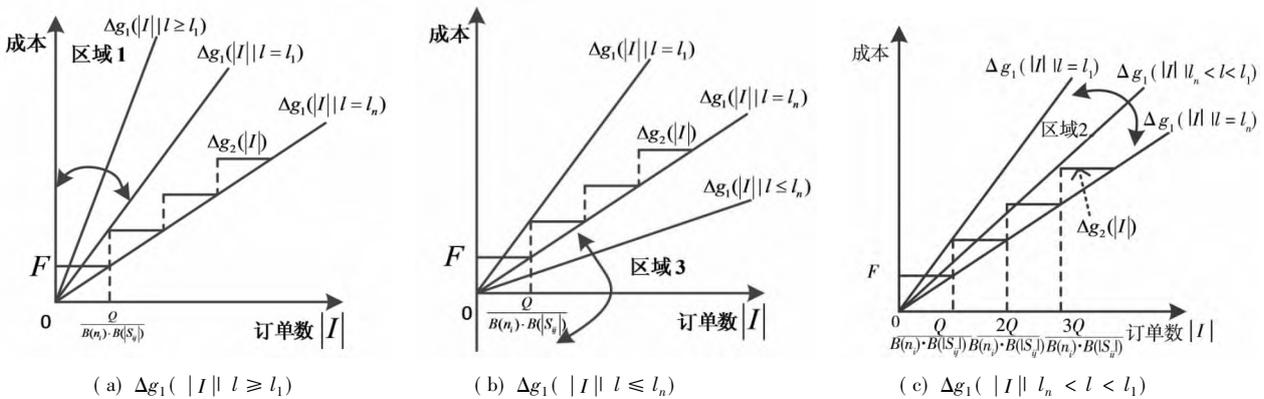


图 A1 $\Delta g_1(|I|)$ 和 $\Delta g_2(|I|)$ 函数图像

Fig. A1 Graphs of the function $\Delta g_1(|I|)$ and the function $\Delta g_2(|I|)$

2. 命题 2 证明

当 $l \leq l_n, l_n = \frac{FB(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q}$ 时, $\Delta g(|I|)$ 中两部分函数图像无交点, 如图 A1(b) 所示, 但是 $l \cdot |I|$ 函数均在 $F \left[\frac{|I| \cdot B(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q} \right]$ 函数的下方, 因此, $g_1(|I|) \geq g_2(|I|)$, $\Delta g(|I|) \leq 0$, 即 $g^{split} \leq g^{con}$.

3. 命题 3 证明

当 $l_n < l < l_1, l_1 = \frac{2FB(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q}, l_n = \frac{FB(n_i)B(|S_{ij}|)}{Q}$, 则 $\Delta g(|I|)$ 中两部分函数图像有 $n (n \geq 2)$ 个交点, 如图 A1(c) 所示. 此时, 对于任意第 $m (1 \leq m < n)$ 个交点, 如果 $\frac{mF}{l} < |I| \leq \frac{mQ}{B(n_i)B(|S_{ij}|)}, \forall m = 1, \dots, n-1$, 则

可以得到 $g_1(|I|) < g_2(|I|)$, $\Delta g(|I|) > 0$, 即 $g^{con} < g^{split}$; 如果 $\frac{(m-1)Q}{B(n_i)B(|S_{ij}|)} < |I| \leq \frac{mF}{l}$, $\forall m = 1, 2, 3, \dots, n-1$, 则可以得到 $g_1(|I|) \geq g_2(|I|)$, $\Delta g(|I|) \leq 0$, 即 $g^{split} \leq g^{con}$.

而对于第 m ($m = n$) 个交点, 如果 $|I| > \frac{mF}{l}$, 则 $g_1(|I|) < g_2(|I|)$, $\Delta g(|I|) > 0$, 即 $g^{con} < g^{split}$; 如果 $\frac{(m-1)Q}{B(n_i) \cdot B(|S_{ij}|)} < |I| \leq \frac{mF}{l}$, 则可以得到 $g_1(|I|) \geq g_2(|I|)$, 则 $\Delta g(|I|) \leq 0$, 即 $g^{split} \leq g^{con}$.

汇总上述两种情况, 得证.

4. 命题 4 证明

在 $l(x) = r^\alpha x - m^\alpha$ 中

$$m^\alpha = (1 + \alpha(B(p_i^{con}) - 1))(\eta_2 B(d_{ih}) + \eta_4),$$

$$r^\alpha = (1 + \alpha(B(p_{ij}) - 1))f(B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) - B(|S_{ij}|)C^{pack} -$$

$$(1 + \alpha(B(p_i^{con}) - 1))(\eta_1 B(|S_{ij}|)B(w_s) + \eta_3 B(|S_{ij}|)B(w_s)B(d_{ih}))$$

由于 $\eta_2, \eta_4, B(d_{ih})$ 均大于 0, $B(p_i^{con})$ 大于 1, 则可以得到 $-m^\alpha < 0$.

令 $r_{l_n} = \frac{FB(|S_{ij}|)}{Q}$, $r_{l_1} = \frac{2FB(|S_{ij}|)}{Q}$, 则 $l_n(x) = \frac{FB(|S_{ij}|)}{Q}x = r_{l_n}x$, $l_1(x) = \frac{2FB(|S_{ij}|)}{Q}x = r_{l_1} \cdot x$. 接下来根据

$l(x)$ 与 $l_n(x)$ 、 $l_1(x)$ 的交点数分 3 种情况:

1) 如果 $r^\alpha > r_{l_1}$, 此时 $l(x)$ 与 $l_n(x)$ 、 $l_1(x)$ 分别都有交点, 其图像如图 A2(a) 所示, 分别令 $l(x) = l_n$ 和 $l(x) = l_1$, 可以得到 $x_{l_n}^\alpha = \frac{Qm^\alpha}{Qr^\alpha - FB(|S_{ij}|)}$, $x_{l_1}^\alpha = \frac{Qm^\alpha}{Qr^\alpha - 2FB(|S_{ij}|)}$. 结合命题 1、命题 2、命题 3 可得: 当 $1 < x \leq x_{l_n}^\alpha$ 时, $l(x) \leq l_n$, 则 $\Delta g(|I|) \leq 0$, 即 $g^{split} \leq g^{con}$; 当 $x_{l_n}^\alpha < x < x_{l_1}^\alpha$ 时, $l_n < l(x) < l_1$, 此时需要结合订单规模等因素才能判定 g^{con} 和 g^{split} 的大小; 当 $x \geq x_{l_1}^\alpha$ 时, $l(x) \geq l_1$, 则根据命题 1, 只要 $|I| > \frac{Q}{2xB(|S_{ij}|)}$, 就可以得到 $\Delta g(|I|) > 0$, 即 $g^{con} < g^{split}$,

此时即 $x \geq \max\{x_{l_1}^\alpha, \frac{Q}{2|I|B(|S_{ij}|)}\}$.

2) 如果 $r_{l_n} < r^\alpha \leq r_{l_1}$, 此时 $l(x)$ 与 $l_n(x)$ 有交点、与 $l_1(x)$ 无交点. 则当 $1 < x \leq x_{l_n}^\alpha$ 时, $l(x) \leq l_n$, $\Delta g(|I|) \leq 0$, 即 $g^{split} \leq g^{con}$; 当 $x > x_{l_n}^\alpha$ 时, $l_n < l(x) < l_1$, 此时需要结合订单规模等因素才能判定 g^{con} 和 g^{split} 的大小;

3) 如果 $r^\alpha \leq r_{l_n}$, 此时 $l(x)$ 与 $l_n(x)$ 、 $l_1(x)$ 都没有交点. 此时, $l(x) \leq l_n$, 则 $\Delta g(|I|) \leq 0$, 即 $g^{split} \leq g^{con}$.

汇总上述 3 种情况, 得证.

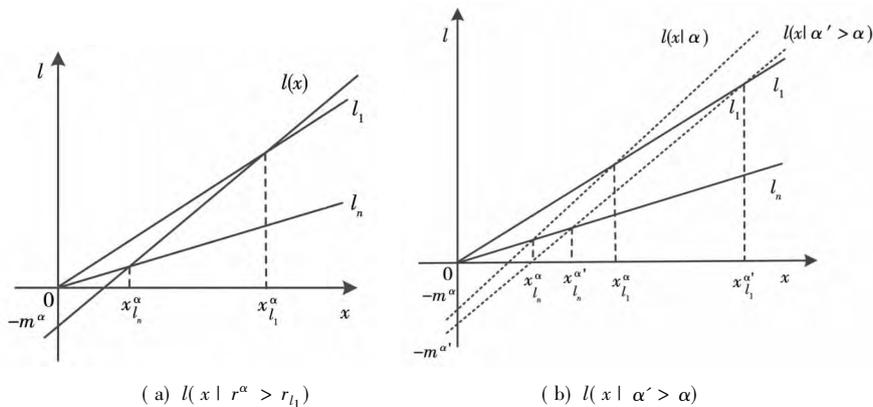


图 A2 $l(x)$ 函数图像

Fig. A2 Graph of function $l(x)$

(下转第 100 页)

Does the target information asymmetry affect performance guarantee in mergers and acquisitions in China?

*SHEN Hua-yu*¹, *WANG Xing*², *WU Xiao-hui*^{2*}

1. School of Economics and Management, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

2. School of Management, Xiamen University, Xiamen 361005, China

Abstract: Voluntary performance guarantee in mergers and acquisitions is a unique phenomenon in China, which has become one of the hottest topics among academia and media. However, the research on the voluntary performance guarantee in mergers and acquisitions is rare. From the cost-revenue perspective, this paper introduces game theory into the analysis of this topic. The results show that the likelihood, as well as the amount, of the voluntary performance guarantee increase with the target firms' information asymmetry. The above results are still robust after using instrumental variables in a two stage regression, the PSM test, substituting independent variables, and the two-way clustering test. Further studies show that institutional investors in the target firm can weaken the positive effect of the information asymmetry on both the likelihood and the amount of voluntary performance guarantee. These conclusions may be helpful in bringing some inspirations to governments, listed and target firms, and individual investors.

Keywords: merge and acquisitions; performance guarantee; information asymmetry; private placement; institutional investor

(上接第36页)

5. 推论 1 证明

根据 $l(x) = r^\alpha x - m^\alpha$, $m^\alpha = (1 + \alpha(B(p_i^{\text{con}}) - 1))(\eta_2 B(d_{ih}) + \eta_4)$, 由于 $\eta_2, \eta_4, B(d_{ih})$ 均大于 0, $B(p_i^{\text{con}})$ 大于 1, 可以得到 $(B(p_i^{\text{con}}) - 1)(\eta_2 B(d_{ih}) + \eta_4) > 0$, 则 $-m^\alpha$ 随着 α 逐渐增大而减小. 而

$$r^\alpha = \alpha(B(p_{ij}) - 1)f(B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) - (B(p_i^{\text{con}}) - 1)(\eta_1 B(|S_{ij}|)B(w_s) + \eta_3 B(|S_{ij}|)B(w_s)B(d_{ih})) + f(B(|S_{ij}|)B(w_s), B(d_{ih})) - (\eta_1 B(|S_{ij}|)B(w_s) + \eta_3 B(|S_{ij}|)B(w_s)B(d_{ih})) - B(|S_{ij}|)C^{\text{pack}}$$

可以看出, r^α 随着 α 是呈单调的. 令 r^α 的系数为 k_r , 另外由于仓库位于同一物流园区距离较近, 则 $B(d_{ih}) \approx B(d_{ih}), k_r$ 可以化简为

$$k_r = (B(p_{ij}) - B(p_i^{\text{con}}))(\eta_1 B(|S_{ij}|)B(w_s) + \eta_3 B(|S_{ij}|)B(w_s)B(d_{ih})) + (B(p_{ij}) - 1)(\eta_2 B(d_{ih}) + \eta_4)$$

此处, 隐含一个条件, 即 $B(p_i^{\text{con}}) \geq B(p_{ij}) \geq 1$, 它的意义为平均每个订单的包裹数至少为 1, 同时由于合并打包往往会同时打包更多的 SKU, 因此合并打包的平均包裹数要大于拆单情况下的平均包裹数.

如果 $k_r < 0$, 则 $B(p_i^{\text{con}}) > B(p_{ij}) + \frac{(B(p_{ij}) - 1)(\eta_2 B(d_{ih}) + \eta_4)}{\eta_1 B(|S_{ij}|)B(w_s) + \eta_3 B(|S_{ij}|)B(w_s)B(d_{ih})}$. 在此条件下, r^α 随着 α 是呈单调递减的, $-m^\alpha$ 随着 α 单调递减, 如图 A2(b) 所示, $x_{in}^\alpha < x_{in}^{\alpha'} (\alpha' > \alpha)$, 即 x_{in}^α 增大了.

6. 推论 2 证明

对于 $x_{in}^\alpha = \frac{Qm^\alpha}{Qr^\alpha - FB(|S_{ij}|)}$, 将 m^α 展开代入, 则分子 $Qm^\alpha = Q(1 + \alpha(B(p_i^{\text{con}}) - 1))(\eta_2 B(d_{ih}) + \eta_4)$. 由于 $Q > 0, \alpha > 0, \eta_2 B(d_{ih}) + \eta_4 > 0, B(p_i^{\text{con}}) - 1 > 0$, 则随着 $B(p_i^{\text{con}})$ 增大, 分子 Qm^α 也增大.

对于分母中的 r^α , 将 $y = f(x_1, x_2) = \eta_1 x_1 + \eta_2 x_2 + \eta_3 x_1 x_2 + \eta_4$ 代入并展开, 化简可得 $r^\alpha = (1 + \alpha(B(p_{ij}) - 1))(\eta_2 x_2 + \eta_4) + (B(p_{ij}) - B(p_i^{\text{con}}))(\eta_1 x_1 + \eta_3 x_1 x_2) - B(|S_{ij}|)C^{\text{pack}}$. 可以看出, 随着 $B(p_i^{\text{con}})$ 增大, $-B(p_i^{\text{con}})(\eta_1 x_1 + \eta_3 x_1 x_2)$ 减小, 则 r^α 减小, 分母 $Qr^\alpha - FB(|S_{ij}|)$ 减小. 因而对于 $x_{in}^\alpha = \frac{Qm^\alpha}{Qr^\alpha - FB(|S_{ij}|)}$, 随着 $B(p_i^{\text{con}})$ 增大, 分子增加, 分母减小, 所以 x_{in}^α 增大.