

城市轨道交通环线投资决策模型及社会福利分析^①

程立, 李志纯*

(华中科技大学管理学院, 武汉 430074)

摘要: 在分析环形放射状城市系统均衡的基础上, 提出了城市轨道交通环线投资决策模型. 模型考虑了城市系统中不同参与者之间的相互作用: 政府通过优化轨道交通环线位置、环线数量、轨道交通线路车辆发车频率来实现社会福利最大化; 城市居民通过选择住宅位置和住房面积使其效用最大; 房地产开发商通过决策住房供应量来最大化净利润; 通勤者选择通勤费用最小的路线出行. 研究表明投资环线后整个城市面积扩大, 城市居住密度、房价和开发商住房投资强度在环线处出现“山峰”, 而家庭住房面积在环线处出现“山谷”; 环线投资建设使得城市居民和整个城市系统均受益; 平均居住密度、平均房价、平均土地价值和平均投资强度下降, 但平均住房面积增加. 此外, 轨道交通线路造价对环线投资决策带来重大影响.

关键词: 城市轨道交通; 环线投资; 城市系统均衡; 社会福利

中图分类号: F570 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2020)06-0059-14

0 引言

近年来, 经济的迅速增长和城市化进程的加快促使我国城市人口规模不断扩大. 以北京市为例, 根据《北京市 2017 年国民经济和社会发展统计公报》^[1] 的数据, 截至 2017 年年底, 北京市常住人口为 2 170.7 万, 比 5 年前(即 2012 年)增加约 100 万; 全市机动车保有量 584.8 万辆, 2012 年为 520 万辆, 5 年增加约 65 万辆. 交通需求的迅猛增长, 给现有的交通基础设施带来了巨大压力, 交通供需不平衡的矛盾日益尖锐, 城市交通拥挤和雾霾现象日趋严重, 在一定程度上制约着城市经济的可持续发展.

为应对城市扩张带来的日益严峻的交通和环境问题, 地方政府大力发展城市轨道交通投资项目. 例如, 截至 2017 年年底, 北京市开通轨道交通线路 22 条, 总里程达 608 km, 轨道交通线路网络形成环形放射状结构, 其中地铁 2 号线和 10 号线

为环形线路, 里程分别为 23.1 km 和 57.1 km. 2017 年 12 月, 成都市开通了地铁 7 号线, 是城市首条地铁环线, 全长 38.61 km.

轨道交通环线的投资建设对提高城市交通网络的可达性水平有重要的作用, 从而减少现有设施的交通压力和环境污染, 同时带来周边土地增值. 但环线投资建设需要巨大的投资成本. 例如, 北京地铁 10 号线每公里造价约 5 亿元. 如果投资的环线数目过多或位置不合理, 环线的通行能力得不到充分利用, 结果导致资源浪费. 如果环线数目投资过少, 则满足不了日益增长的交通需求, 对缓解城区的交通压力效果甚微. 对环线投资成本和收益的权衡, 提出了一些有趣而重要的问题: 一个城市应当建设多少条轨道交通环线最合理? 环线应建在什么位置? 环线投资建设如何影响城市居民住宅选址和城市房价? 本文将回答这些问题.

① 收稿日期: 2018-05-10; 修订日期: 2019-06-21.

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(71525003); 国家自然科学基金重大资助项目(71890974; 71890970); 国家自然科学基金中欧合作资助项目(71961137001).

通讯作者: 李志纯(1976—), 男, 江西高安人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: smzcli@hust.edu.cn

文献中, D'Este^[2]研究了二维放射状城市中通勤者的出行路径选择问题. Wong^[3]进一步将 D'Este 提出的模型表示为数学规划问题. Li 等^[4]研究了二维单中心城市放射状主干道密度优化问题. Li 和 Wang^[5]进一步研究了多方式二维单中心放射状城市系统均衡问题, 并对拥挤收费和巴士服务进行设计. 但这些研究考虑的是放射状城市结构, 而没有涉及到环路或环线投资优化问题. Saidi 等^[6]研究了二维环形放射状城市的公交环线投资问题, 他们假设城市边界是给定和固定的, 人口均匀分布且城市完全对称, 也没有考虑公交拥挤带来的负效应以及环线投资建设对城市居民重新分布和城市空间结构(住房市场)的影响. 本文将放松这些假设, 研究一般环形放射状城市中轨道交通环线位置、环线数目和轨道交通线路车辆发车频率联合优化问题, 建立的模型可以内生城市居民分布和住房市场结构, 也考虑了轨道交通环线投资对城市居民重新分布和城市规模的外部性影响.

1 基本假设

为建立模型的需要, 文中做如下假设:

A1 假设城市系统是封闭单中心的, 城市的总人口给定, 所有的工作机会集中在中心商业区(CBD). 假设现有的城市轨道交通网络呈放射状结构, 政府需要对环线投资进行决策, 所有的轨道交通环线是以 CBD 为中心的圆. 假设城市所有土地由系统外的地主拥有, 城市边界上的土地价值等于土地的机会成本(即农业地租). 在城市经济学领域, 这些假设是最基本的假设, 见文献[7~10].

A2 城市系统有 4 类参与者: 政府、城市居民、地产开发商和通勤者. 他们各自的决策变量和目标: 政府优化城市轨道交通环线的位置和数量、轨道交通发车频率, 以便实现城市系统社会福利最大化. 地产开发商通过决策住房供应量来最大化自己的净利润. 假定所有的房地产开发商通过柯布-道格拉斯函数来确定住房供应量(见文献[11, 12]). 交通出行者(通勤者)选择从居住地至 CBD(工作地)的最短路线出行^[13].

A3 城市居民具有同质属性, 即具有相同收

入水平和效用函数. 假定家庭的收入用于三方面: 住房消费、非住房商品消费和交通费用. 每个家庭在其收入约束下, 通过选择居住地理位置、住房面积和非住房商品的消费数量来最大化家庭的效用^[7~10].

A4 工作是一种强制性活动, 每个家庭的平均劳动力数量外生给定, 可以通过人口调查数据得到, 文中用 η 表示. 假定每位通勤者每天在居住地与 CBD(工作地)之间往返一次. 因此, 每个家庭前往 CBD 的日均旅行次数为 η . 为叙述方便, 不少相关研究假定每个家庭仅有一个劳动力^[14~16].

A5 放射状主干线和环线构成城市轨道交通系统骨架, 其通行能力大, 承载大量的交通流量, 具有拥挤效应. 城市内部为稠密的辅路, 其通行速度低, 交通量小, 拥挤效应可以忽略.

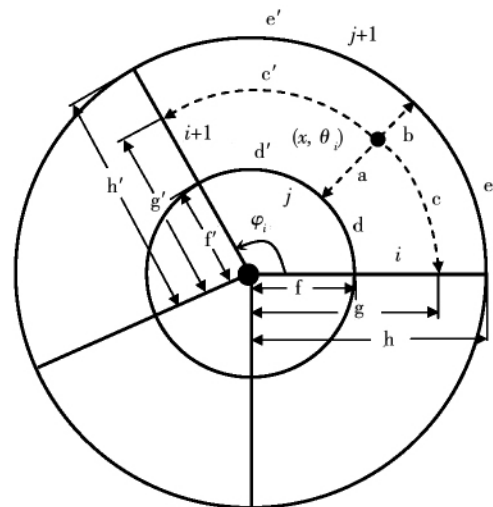


图1 (x, θ_i) 处居民的路线选择
Fig.1 Route choices of residents at (x, θ_i)

2 城市系统均衡

根据假设 A2, 城市系统中有 4 类参与者, 即政府、居民、地产开发商和通勤者. 这些参与者有各自的决策变量和目标, 这些决策不是独立的, 而是相互影响的, 共同构成相互作用、相互关联的均衡问题, 包括通勤者出行路线选择均衡、居民住宅区位选址均衡和住房市场供需均衡.

2.1 通勤者出行路线选择均衡

2.1.1 出行成本

如图 1 所示, 使用极坐标 (x, θ_i) 表示城市居

民居住位置,其中 i 表示第 i 条径向(或放射状)轨道交通主干线, x 表示位置 (x, θ_i) 到 CBD 的距离, θ_i 表示该位置与主干线 i 之间的夹角. 假设城市中已有 M_{RAD} 条主干线(不一定均匀分布), 下标“RAD”表示主干线(radial lines). 政府计划未来修建 M_{RIN} 条轨道交通环线, 下标“RIN”表示环线(ring lines). 通勤者从居住地 (x, θ_i) 出发前往 CBD, 有多条路线可供选择: 先沿圆弧到达主干线, 然后沿主干线到达 CBD; 或者先到达紧邻的环线, 然后沿着环线到达主干线, 最后沿着主干线到达 CBD. 对居住地 (x, θ_i) 的居民, 有 6 条备选路线, 见表 1.

表 1 从居住地 (x, θ_i) 到达 CBD 的备选路线集

Table 1 Alternative routes from (x, θ_i) to CBD

路线编号	路段组成部分	路线编号	路段组成部分
1	$a - d - f$	4	$a - d' - f$
2	$b - e - h$	5	$b - e' - h$
3	$c - g$	6	$c' - g$

为定义备选路线的旅行成本, 先定义路段 a 至 f 的旅行成本. 注意到路段 a, b, c 和 c' 为辅路, 由假设 A5, 辅路不拥挤, 采用的交通工具为自行车或步行等慢行方式. 令 $C_a(x, \theta_i)$ 、 $C_b(x, \theta_i)$ 、 $C_c(x, \theta_i)$ 和 $C_{c'}(x, \varphi_i - \theta_i)$ 分别为 (x, θ_i) 处的通勤者在路段 a, b, c 和 c' 的旅行成本, 定义为

$$\begin{cases} C_a(x, \theta_i) = \alpha_1 \frac{x - R_j}{V_w} \\ C_b(x, \theta_i) = \alpha_1 \frac{R_{j+1} - x}{V_w} \\ C_c(x, \theta_i) = \alpha_1 \frac{x\theta_i}{V_w} \\ C_{c'}(x, \varphi_i - \theta_i) = \alpha_1 \frac{x(\varphi_i - \theta_i)}{V_w} \end{cases} \quad (1)$$

其中 R_j 为环线 j 的半径, V_w 为辅路上的旅行速度, α_1 为辅路旅行时间价值, φ_i 为主干道 i 与 $i + 1$ 之间的夹角.

路段 d 为环线 j 上的路段, 具有拥挤效应, 即随着交通量的增加, 旅行成本增加. 令 $C_{d,j}(R_j, \theta_i)$ 为通勤者在路段 d 的旅行成本, 由等车时间、车内行驶时间和车内拥挤成本构成, 表示为

$$C_{d,j}(R_j, \theta_i) = \alpha_2 \frac{\gamma}{f_{\text{RIN},j}} + \alpha_3 \frac{R_j \theta_i}{V_{\text{RIN},j}} + \alpha_4 H_{\text{RIN}}(R_j, \theta_i) \quad (2)$$

其中 $f_{\text{RIN},j}$ 为环线 j 的发车频率, $\gamma/f_{\text{RIN},j}$ 为平均等车时间, γ 为参数. $V_{\text{RIN},j}$ 为环线 j 的车辆速度. α_2 为等车时间价值, α_3 为车内时间价值. $H_{\text{RIN}}(R_j, \theta_i)$ 表示从位置 (R_j, θ_i) 沿环线 j 行驶距离 $R_j \theta_i$ 到达主干线 i 的车内拥挤成本, α_4 为对应的折算系数. $H_{\text{RIN}}(R_j, \theta_i)$ 定义为

$$H_{\text{RIN}}(R_j, \theta_i) = \int_0^{\theta_i} h(Q(R_j, \theta_i)) t_{\text{RIN},j} R_j d\theta \quad (3)$$

其中 $t_{\text{RIN},j}$ 为环线 j 上车辆行驶单位距离的时间, $Q(R_j, \theta_i)$ 为 (R_j, θ_i) 处的累积乘客数. $h(Q(R_j, \theta_i))$ 为 (R_j, θ_i) 处地铁车内单位时间的拥挤成本, 定义为

$$h(Q(R_j, \theta_i)) = \delta_1 \left(\frac{Q(R_j, \theta_i)}{f_{\text{RIN},j} C_v} \right)^{\delta_2} \quad (4)$$

其中 δ_1 和 δ_2 为常数, C_v 为轨道交通车辆的容量.

类似地, 可以定义环线 $j + 1$ 上路段 e 的旅行成本 $C_{e,j+1}(R_{j+1}, \theta_i)$, 只要将 R_{j+1} 替代 $C_{d,j}(R_j, \theta_i)$ 中的 R_j 即可. 此外, 也可以定义环线 j 和 $j + 1$ 上路段 d' 和 e' 的旅行成本 $C_{d',j}(R_j, \varphi_i - \theta_i)$ 和 $C_{e',j+1}(R_{j+1}, \varphi_i - \theta_i)$. 只要将 $\varphi_i - \theta_i$ 替代 $C_{d,j}(R_j, \theta_i)$ 和 $C_{e,j+1}(R_{j+1}, \theta_i)$ 中的 θ_i 即可.

路段 g 为主干线 i 上的路段, 具有拥挤效应. 令 $C_{g,i}(x)$ 为居住地 (x, θ_i) 的通勤者沿主干线 i 的路段 g 的旅行成本. 它由等车时间、车内行驶时间和车内拥挤成本构成, 定义为

$$C_{g,i}(x) = \alpha_2 \frac{\gamma}{f_{\text{RAD},i}} + \alpha_3 \frac{x}{V_{\text{RAD},i}} + \alpha_4 H_{\text{RAD},i}(x) \quad (5)$$

其中 $f_{\text{RAD},i}$ 为主干线 i 的发车频率, $V_{\text{RAD},i}$ 为主干线 i 的车辆速度. $H_{\text{RAD},i}(x)$ 为主干线 i 上距离 CBD 为 x 的位置到达 CBD 所承受的车内拥挤成本, 定义为

$$H_{\text{RAD},i}(x) = \int_0^x h(Q_i(w)) t_{\text{RAD},i} dw \quad (6)$$

式中 $t_{\text{RAD},i}$ 为主干线 i 上车辆行驶单位距离的时间, $Q_i(x)$ 为主干线 i 上与 CBD 距离为 x 的位置的累积乘客数. $h(Q_i(x))$ 为主干线 i 上 x 处地铁车内单位时间的拥挤成本, 定义为

$$h(Q_i(x)) = \delta_1 \left(\frac{Q_i(x)}{f_{\text{RAD},i} C_v} \right)^{\delta_2} \quad (7)$$

类似地, 可以分别定义主干线 i 上路段 f 和 h

的旅行成本 $C_{f,i}(R_j)$ 和 $C_{h,i}(R_{j+1})$,以及主线 $i + 1$ 上路段 f' 、 g' 和 h' 的旅行成本 $C_{f',i+1}(R_j)$ 、 $C_{g',i+1}(x)$ 和 $C_{h',i+1}(R_{j+1})$.

基于上述路段成本的定义和表 1, 备选路线 1 ~ 路线 6 的旅行成本定义如下

$$\begin{cases} \psi_1(x, \theta_i) = C_a(x, \theta_i) + C_{d,j}(R_j, \theta_i) + C_{f,i}(R_j) + \hat{P} + \tau \\ \psi_2(x, \theta_i) = C_b(x, \theta_i) + C_e(R_{j+1}, \theta_i) + C_{h,i}(R_{j+1}) + \hat{P} + \tau \\ \psi_3(x, \theta_i) = C_c(x, \theta_i) + C_{g,i}(x) + \tau \\ \psi_4(x, \varphi_i - \theta_i) = C_a(x, \varphi_i - \theta_i) + C_{d',j}(R_j, \varphi_i - \theta_i) + C_{f',i+1}(R_j) + \hat{P} + \tau \\ \psi_5(x, \varphi_i - \theta_i) = C_b(x, \varphi_i - \theta_i) + C_e(R_{j+1}, \varphi_i - \theta_i) + C_{h',i+1}(R_{j+1}) + \hat{P} + \tau \\ \psi_6(x, \varphi_i - \theta_i) = C_c(x, \varphi_i - \theta_i) + C_{g',i+1}(x) + \tau \end{cases} \quad (8)$$

其中 τ 为乘坐轨道交通支付的票价, \hat{P} 为换乘惩罚.

为方便叙述, 定义相邻的主干线 i 和 $i + 1$, 及相邻的环线 j 和 $j + 1$ 围成的区域为 ij . 表 2 给出了出行成本关于 θ_i 和位置 x 的比较静态分析. 它表明: 在区域 ij 内, 随着与第 i 条主干线夹角 θ_i

的增大, 路线 1, 路线 2, 路线 3 的成本呈现增加的趋势, 路线 4, 路线 5, 路线 6 则相反; 另一方面, 随着离 CBD 的距离 x 的增加, 路线 1, 路线 3, 路线 4, 路线 6 的成本增加, 路线 2, 路线 5 的成本下降.

表 2 出行成本的比较静态分析

Table 2 Comparative static analysis of travel cost

路线	关于 θ_i 的导数	关于 x 的导数
1	$\frac{\partial \psi_1(x, \theta_i)}{\partial \theta_i} = \alpha_3 \frac{R_j}{V_{\text{RIN}, j}} + \delta_1 \left(\frac{Q(R_j, \theta_i)}{f_{\text{RIN}, j} C_v} \right)^{\delta_2} > 0$	$\frac{\partial \psi_1(x, \theta_i)}{\partial x} = \alpha_1 \frac{1}{V_w} > 0$
2	$\frac{\partial \psi_2(x, \theta_i)}{\partial \theta_i} = \alpha_3 \frac{R_{j+1}}{V_{\text{RIN}, j+1}} + \delta_1 \left(\frac{Q(R_{j+1}, \theta_i)}{f_{\text{RIN}, j+1} C_v} \right)^{\delta_2} > 0$	$\frac{\partial \psi_2(x, \theta_i)}{\partial x} = -\alpha_1 \frac{1}{V_w} < 0$
3	$\frac{\partial \psi_3(x, \theta_i)}{\partial \theta_i} = \alpha_1 \frac{x}{V_w} > 0$	$\frac{\partial \psi_3(x, \theta_i)}{\partial x} = \alpha_1 \frac{\theta_i}{V_w} + \delta_1 \left(\frac{Q_i(x)}{f_{\text{RAD}, i} C_v} \right)^{\delta_2} > 0$
4	$\frac{\partial \psi_4(x, \theta_i)}{\partial \theta_i} = -\left(\alpha_3 \frac{R_j}{V_{\text{RIN}, j}} + \delta_1 \left(\frac{Q(R_j, \theta_i)}{f_{\text{RIN}, j} C_v} \right)^{\delta_2} \right) < 0$	$\frac{\partial \psi_4(x, \theta_i)}{\partial x} = \alpha_1 \frac{1}{V_w} > 0$
5	$\frac{\partial \psi_5(x, \theta_i)}{\partial \theta_i} = -\left(\alpha_3 \frac{R_{j+1}}{V_{\text{RIN}, j+1}} + \delta_1 \left(\frac{Q(R_{j+1}, \theta_i)}{f_{\text{RIN}, j+1} C_v} \right)^{\delta_2} \right) < 0$	$\frac{\partial \psi_5(x, \theta_i)}{\partial x} = -\alpha_1 \frac{1}{V_w} < 0$
6	$\frac{\partial \psi_6(x, \theta_i)}{\partial \theta_i} = -\alpha_1 \frac{x}{V_w} < 0$	$\frac{\partial \psi_6(x, \theta_i)}{\partial x} = \alpha_1 \frac{\varphi_i - \theta_i}{V_w} + \delta_1 \left(\frac{Q_{i+1}(x)}{f_{\text{RAD}, i+1} C_v} \right)^{\delta_2} > 0$

2.1.2 出行路线覆盖区域

假定所有通勤者选择出行成本最小的路线出行. 令 $\psi_{\min}(x, \theta_i)$ 表示从位置 (x, θ_i) 到 CBD 的最小成本, 即

$$\psi_{\min}(x, \theta_i) = \min\{\psi_l(x, \theta_i), l = 1, \dots, 6\} \quad (9)$$

如前所述, 相邻的主干线 i 和 $i + 1$, 及相邻的环线 j 和 $j + 1$ 围成的区域为 ij , 这样, 由 $i, i + 1, j - 1$ 和

j 围成的区域为 $i(j - 1)$, 以及由 $i - 1, i, j$ 和 $j + 1$ 围成的区域为 $(i - 1)j$. 当出行路线选择到达均衡状态时, 区域 ij 被划分为 6 个子区域 $I_{ij}, II_{ij}, III_{ij}, IV_{ij}, V_{ij}$ 和 VI_{ij} . 这些区域之间可能形成 9 条路线选择分界线, 如图 2 所示. 令 $B_{ij}^{(m)}$ 为区域 ij 内第 m 条分界线, $m = 1, 2, \dots, 9$. 在任意一条分界线上的任意一点, 沿竞争路线到达 CBD 的成本相等. 表 3

归纳了所有分界线满足的均衡条件. 应当指出, 图 2a 和图 2b 的区别是图 2a 包含分界线 $B_{ij}^{(9)}$, 而图 2b 包含分界线 $B_{ij}^{(9')}$, 这是由于模型中考虑到拥挤

以及城市不对称所造成的. 在完全对称条件下, 分界线 $B_{ij}^{(1)}$ 和 $B_{ij}^{(2)}$ 将会在一条直线上, 穿过城市的半径, 而分界线 $B_{ij}^{(9)}$ 和 $B_{ij}^{(9')}$ 将退化为一个点.

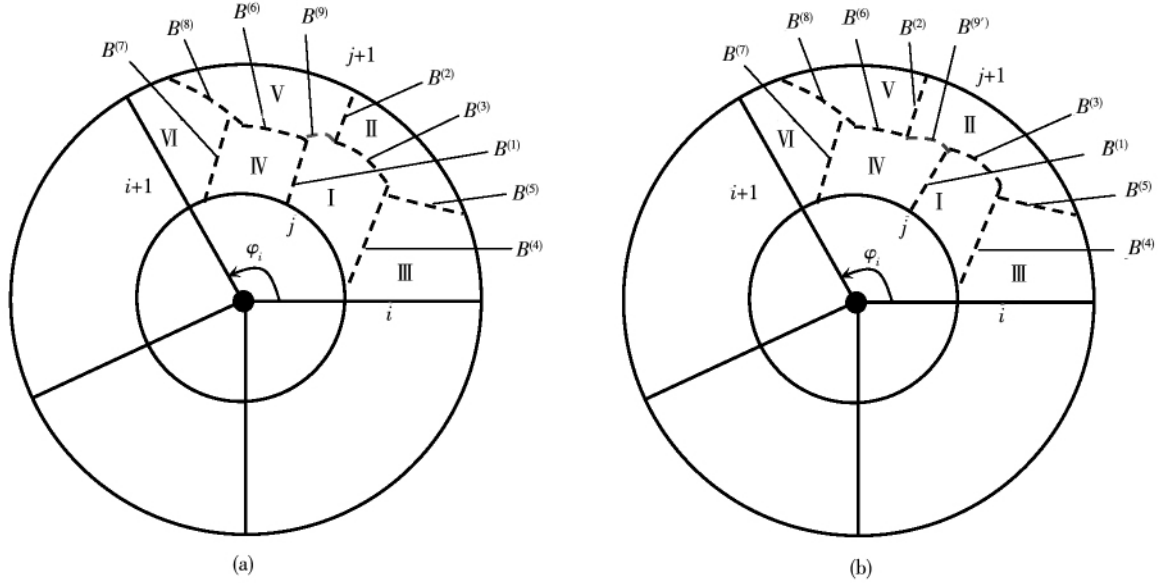


图 2 路线选择均衡下的区域划分

Fig. 2 Regional division under route choice equilibrium

表 3 路线选择均衡条件

Table 3 Conditions of route choice equilibrium

分界线	竞争路线	均衡条件
$B_{ij}^{(1)}$	路线 1 与路线 4	$\psi_1(x, \theta_i) = \psi_4(x, \varphi_i - \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(1)}$
$B_{ij}^{(2)}$	路线 2 与路线 5	$\psi_2(x, \theta_i) = \psi_5(x, \varphi_i - \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(2)}$
$B_{ij}^{(3)}$	路线 1 与路线 2	$\psi_1(x, \theta_i) = \psi_2(x, \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(3)}$
$B_{ij}^{(4)}$	路线 1 与路线 3	$\psi_1(x, \theta_i) = \psi_3(x, \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(4)}$
$B_{ij}^{(5)}$	路线 2 与路线 3	$\psi_2(x, \theta_i) = \psi_3(x, \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(5)}$
$B_{ij}^{(6)}$	路线 4 与路线 5	$\psi_4(x, \varphi_i - \theta_i) = \psi_5(x, \varphi_i - \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(6)}$
$B_{ij}^{(7)}$	路线 4 与路线 6	$\psi_4(x, \varphi_i - \theta_i) = \psi_6(x, \varphi_i - \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(7)}$
$B_{ij}^{(8)}$	路线 5 与路线 6	$\psi_5(x, \varphi_i - \theta_i) = \psi_6(x, \varphi_i - \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(8)}$
$B_{ij}^{(9)}$	路线 1 与路线 5	$\psi_1(x, \theta_i) = \psi_5(x, \varphi_i - \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(9)}$
$B_{ij}^{(9')}$	路线 2 与路线 4	$\psi_2(x, \theta_i) = \psi_4(x, \varphi_i - \theta_i), (x, \theta_i) \in B_{ij}^{(9')}$

2.1.3 主干线和环线上任一位置的交通需求

定义 $q_0(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处每小时的潜在交通需求, η 为每个家庭前往 CBD 的日均旅行次数, ξ 为高峰时段交通量因子, 即高峰时段的车流量占全天车流量的比例. $q_0(x, \theta_i)$ 可以表示为

$$q_0(x, \theta_i) = \xi \eta n(x, \theta_i) = \lambda n(x, \theta_i) \quad (10)$$

其中 $\lambda = \xi \eta$ 表示每个家庭在高峰时段前往 CBD 的平均出行次数, $n(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处的居住密度, 即单位面积的家庭数量.

实际中, 轨道交通需求依赖于轨道交通服务

水平. 为此, 引入指数弹性需求函数

$$q(x, \theta_i) = q_0(x, \theta_i) \exp(-\omega \psi_{\min}(x, \theta_i)) \quad (11)$$

其中 $q(x, \theta_i)$ 为实际交通需求, ω 为需求对轨道交通通勤费用的敏感性参数.

下面定义环线上的交通需求. 令 $Q(R_j, \theta_i)$ 表示环线 j 上与主干线 i 夹角为 θ_i 的位置 (R_j, θ_i) 的交通需求. 由图 1, (R_j, θ_i) 可能落在 d 上, 也可能落在 d' 上. 若落在 d 上, 由图 2, 可知 (R_j, θ_i) 处的交通需求等于来自区域 ij 中的 I_{ij} 和区域 $i(j-1)$ 中的 $\Pi_{i(j-1)}$ 与 $\theta \geq \theta_i$ 共同构成区域上的累积需求; 若落在 d' 上, 则 (R_j, θ_i) 处的交通需求等于来自区域 ij 中的 IV_{ij} 和区域 $i(j-1)$ 中的 $V_{i(j-1)}$ 与 $\theta \leq \theta_i$ 共同构成区域上的累积需求. 因此, $Q(R_j, \theta_i)$ 可表示为

$$Q(R_j, \theta_i) = \begin{cases} \iint_{s=\{I_{ij} \cup \Pi_{i(j-1)} \cap \theta \geq \theta_i\}} q(x, \theta) ds, & \theta_i \leq \hat{\theta}_i \\ \iint_{s=\{IV_{ij} \cup V_{i(j-1)} \cap \theta \leq \theta_i\}} q(x, \theta) ds, & \theta_i > \hat{\theta}_i \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\hat{\theta}_i$ 是方程 $\psi_1(R_j, \hat{\theta}_i) = \psi_4(R_j, \varphi_i - \hat{\theta}_i)$ 的解, 表示环线 j 与分界线 $B_{ij}^{(1)}$ (即路线 1 与路线 4 的分界线) 的交点与主干线 i 之间的夹角.

类似地, 可以定义主干线上任意一点的交通需求. 令 $Q_i(\hat{x})$ 为主干线 i 上与 CBD 距离为 \hat{x} 的位置上的交通需求. 设 \hat{x} 位于环线 j 与 $j+1$ 之间, 那么 $Q_i(\hat{x})$ 由以下两部分构成: 1) 所有与主干线 i 毗邻的区域 III、区域 VI 与 $x > \hat{x}$ 共同围成区域的累积需求; 2) 满足 $x > \hat{x}$ 的所有环线经主干线 i 到达 CBD 的需求. 因此, $Q_i(\hat{x})$ 可表示为

$$Q_i(\hat{x}) = \iint_{s=\{\cup_{j=0}^{M_{RIN}} (III_{ij} \cup VI_{(i-1)j}) \cap x > \hat{x}\}} q(x, \theta) ds + \sum_{k=j+1}^{M_{RIN}} (Q(R_k, \varphi_{i-1}) + Q(R_k, 0)), \quad R_j < \hat{x} \leq R_{j+1} \quad (13)$$

其中 $j=0$ 表示 CBD. $Q(R_j, \varphi_{i-1})$ 表示相邻区域 $IV_{(i-1)j}$ 和 $V_{(i-1)(j-1)}$ 通过环线 j 经由主干线 i 到达 CBD 的累积需求. $Q(R_j, 0)$ 表示相邻区域 I_{ij} 和 $\Pi_{i(j-1)}$ 通过环线 j 经由主干线 i 到达 CBD 的累积

需求. $Q(R_j, \varphi_{i-1})$ 和 $Q(R_j, 0)$ 可分别通过令式 (12) 中的 $\theta_i = \varphi_{i-1}$ 和 $\theta_i = 0$ 计算得到.

2.2 住房市场均衡

2.2.1 家庭住宅区位选址行为

假定家庭的效用函数为拟线性函数形式^[17,18], 即

$$U(x, \theta_i) = z(x, \theta_i) + \alpha \ln g(x, \theta_i), \quad \alpha > 0 \quad (14)$$

其中 $U(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处的家庭的效用函数, $z(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处的家庭的非住房商品消费, 其价格标准化为 1, $g(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处的家庭的住房消费.

由假设 A3, 每个家庭在其收入预算约束下, 通过选择居住地位置、住房面积和非住房商品的消费来最大化家庭的效用. 家庭效用最大化问题可表示为

$$\begin{aligned} \max_{z, g} U(x, \theta_i) &= z(x, \theta_i) + \alpha \ln g(x, \theta_i) \quad (15) \\ \text{s. t. } z(x, \theta_i) + p(x, \theta_i) g(x, \theta_i) &= Y - E(x, \theta_i) \quad (16) \end{aligned}$$

其中 $p(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处的单位住房面积的房价, Y 为家庭的年收入, $E(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处的家庭平均每年的交通费用, 表示为

$$E(x, \theta_i) = 2\rho\psi_{\min}(x, \theta_i) \quad (17)$$

其中系数“2”表示每天在 (x, θ_i) 与 CBD 之间的往返出行, ρ 为家庭到达 CBD 的年均出行次数.

在均衡态, 城市所有家庭的效用相等. 令 u 表示均衡态下居民的效用水平, 有

$$\begin{aligned} u &= z(x, \theta_i) + \alpha \ln g(x, \theta_i) \\ &= Y - E(x, \theta_i) - \alpha + \alpha \ln g(x, \theta_i) \quad (18) \end{aligned}$$

由一阶最优性条件, 可以将 $g(\cdot)$ 和 $p(\cdot)$ 表示为居民效用水平 u 的函数

$$g(x, \theta_i, u) = \exp\left(\frac{1}{\alpha}(u - Y + E(x, \theta_i) + \alpha)\right) \quad (19)$$

$$p(x, \theta_i, u) = \alpha \exp\left(-\frac{1}{\alpha}(u - Y + E(x, \theta_i) + \alpha)\right) \quad (20)$$

上式表明住房价格随着通勤费用增加而降低, 住房面积随着通勤费用增加而增加.

2.2.2 房地产开发商的住房开发行为

由假设 A2, 地产开发商通过决策住房供给 (或投资强度) 来最大化自己的净利润. 假定房地

产开发商的住房生产服从柯布-道格拉斯函数, 表示为

$$h(S(x, \theta_i)) = \mu \cdot (S(x, \theta_i))^b, 0 < b < 1 \quad (21)$$

其中 $h(S(x, \theta_i))$ 为 (x, θ_i) 处单位土地面积的住房供应量, $S(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处单位土地面积投资的资金量(也称为资金投资强度). μ 和 b 为正的参数.

地产开发商的利润等于总的住房销售收入减去获得土地的资金成本和住房建设资金的机会成本. 地产开发商的利润最大化问题可表示为

$$\max_s \Lambda(x, \theta_i) = p(x, \theta_i) h(S(x, \theta_i)) - (r(x, \theta_i) + kS(x, \theta_i)) \quad (22)$$

其中 $\Lambda(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处地产开发商通过土地开发获得的净利润. $r(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处单位面积土地的价值, k 为货币的利息率.

由一阶最优性条件, 得到资金投资强度 S 也是效用水平 u 的函数, 即

$$S(x, \theta_i, u) = \left[\alpha \mu b k^{-1} \exp\left(-\frac{1}{\alpha}(u - Y + E(x, \theta_i) + \alpha)\right) \right]^{\frac{1}{1-b}} \quad (23)$$

假定房地产市场是完全竞争市场, 那么, 均衡状态下所有房地产开发商的净利润为零, 即 $\Lambda(x, \theta_i) = 0$. 因此, 可得

$$\begin{aligned} r(x, \theta_i) &= \mu p(x, \theta_i) (S(x, \theta_i))^b - kS(x, \theta_i) \\ &= k \left(\frac{1}{b} - 1 \right) \left(\alpha \mu b k^{-1} \exp\left(-\frac{1}{\alpha}(u - Y + E(x, \theta_i) + \alpha)\right) \right)^{\frac{1}{1-b}} \end{aligned} \quad (24)$$

上式表明, 随着通勤费用或货币利息率上升, 资金投资强度和土地价值均下降, 反之亦然.

2.2.3 住房供需均衡

住房供需均衡意味着城市每个位置的住房需求量等于该处住房供给量, 表示为

$$h(S(x, \theta_i, u)) = n(x, \theta_i) g(x, \theta_i, u) \quad (25)$$

其中 $n(x, \theta_i)$ 为 (x, θ_i) 处的家庭居住密度. $n(x, \theta_i)$ 可表示为

$$\begin{aligned} n(x, \theta_i) &= \frac{h(S(x, \theta_i, u))}{g(x, \theta_i, u)} \\ &= \left(\mu \left(\alpha b k^{-1} \right)^b \exp\left(-\frac{1}{\alpha}(u - Y + E(x, \theta_i) + \alpha)\right) \right)^{1/(1-b)} \end{aligned} \quad (26)$$

由假设 A1, 本文考虑的城市是一个封闭系统, 意味着所有的居民在城市内部, 即

$$\sum_{i=1}^{M_{RAD}} \int_0^{\varphi_i} \int_0^{\bar{x}_i(\theta)} n(x, \theta) x dx d\theta = N \quad (27)$$

其中 $\bar{x}_i(\theta)$ 表示与主干线 i 夹角为 θ 的径向城市边界长度. N 为城市总的家庭数量.

另一方面, 由假设 A1, 在城市的边界 $(\bar{x}_i(\theta), \theta)$ 上, 土地的租金等于农业地租 R_A , 即

$$r(\bar{x}_i(\theta), \theta, u) = R_A \quad (28)$$

利用式(24), 式(28)可以重写为

$$k \left(\frac{1}{b} - 1 \right) \left(\alpha \mu b k^{-1} \exp\left(-\frac{1}{\alpha}(u - Y + E(\bar{x}_i(\theta), \theta) + \alpha)\right) \right)^{\frac{1}{1-b}} = R_A \quad (29)$$

方程组式(27)和式(29)含有的未知量包括效用水平 u 和城市边界 $\bar{x}_i(\theta)$, 通过求解这个方程组, 可以得到这两个未知量的值.

该方程组求解过程如下: (i) 给定居民密度 $n(x, \theta_i)$, 根据通勤者路线选择均衡可以确定系统中轨道交通任意一点累积流量 $Q(R_j, \theta_i)$ 和 $Q_i(x)$, 根据式(1)~式(9), 得到 $\psi_{\min}(x, \theta_i)$, 并确定对应路线选择. (ii) 在住房市场均衡中, 给定出行成本 $\psi_{\min}(x, \theta_i)$, 可以逐步确定 $n(x, \theta_i)$, $p(x, \theta_i)$, $g(x, \theta_i)$, $S(x, \theta_i)$, $r(x, \theta_i)$ 以及居民效用水平 u 和城市边界 $\bar{x}_i(\theta)$ 的值. 迭代过程可描述为

$$n^{(0)} \rightarrow \psi^{(0)} \rightarrow n^{(1)} \rightarrow \psi^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow (n^*, \psi^*) \quad (30)$$

其中 $\psi = \{\psi_{\min}(x, \theta_i)\}$ 和 $n = \{n(x, \theta_i)\}$ 表示均衡时的出行成本和居民密度向量.

3 环线投资社会福利最大化模型

政府通过对城市轨道交通环线数目和环线

位置以及车辆发车频率进行决策,来最大化整个城市系统的社会福利. 社会福利(SW)是城市系统中所有参与者净收益的和,包括全部家庭的效用,土地所有者从房地产开发商手中获得的土地租金总额,轨道交通票价总收入,减去环线投资总成本和轨道交通系统的运营成本. 社会福利最大化问题可表示为

$$\begin{aligned} \max_{M_{RIN}, R_j, f_{RAD}, i, f_{RIN}, j} SW = & uN + \sum_{i=1}^{M_{RAD}} \int_0^{\varphi_i} \int_0^{\bar{x}_i(\theta)} (r(x, \theta) - \\ & R_A) x d\theta dx + \frac{2\rho}{\eta} \sum_{i=1}^{M_{RAD}} \frac{Q_i(0)}{\xi} - \\ & \frac{1}{y} \sum_{j=1}^{M_{RIN}} \Phi_j - \left(\sum_{i=1}^{M_{RAD}} \Theta_i + \sum_{j=1}^{M_{RIN}} \Theta_j \right) \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $2\rho/\eta$ 为通勤者每年从 (x, θ_i) 到 CBD 的往返次数, $Q_i(0)$ 为每小时经由主干线 i 到达 CBD 的总流量, $Q_i(0)/\xi$ 为每天经由主干线 i 到达 CBD 的总流量, y 为轨道交通环线的使用年限. Φ_j 为第 j 条环路的建设成本,定义为

$$\Phi_j = \gamma_1 + \gamma_2(2\pi R_j) \quad (32)$$

其中 γ_1 和 γ_2 分别为环线建设成本中的固定和可变成成本参数.

Θ_i 为轨道交通主干线 i 的运营成本, Θ_j 为轨道交通环线 j 的运营成本,分别定义为

$$\Theta_i = \zeta_1 + 2\zeta_2 \frac{L_i}{V_{RAD}} f_{RAD, i} \quad (33)$$

$$\Theta_j = \zeta_1 + 2\zeta_2 \frac{2\pi R_j}{V_{RIN}} f_{RIN, j} \quad (34)$$

其中 L_i 为主干线 i 的长度, ζ_1 和 ζ_2 分别为运营成本的固定和可变成成本参数.

模型(31)为一个混合整数规划问题,决策变量包括轨道交通环路数量、环路半径(或位置)、轨道交通发车频率. 由于目标函数是多维度、高度非线性,通常很难得到全局最优解. 本文采用 Hooke-Jeeves 方法来求解,它不需要目标函数的梯度信息,求解的基本思想是依次执行探测性搜索和模式搜索. 理论表明 Hooke-Jeeves 方法可以收敛于模型的最优解^[19].

为评价投资环线前后城市系统的性能,定义

如下指标

$$\text{城市总的面积} = \sum_{i=1}^{M_{RAD}} \int_0^{\varphi_i} \int_0^{\bar{x}_i(\theta)} x dx d\theta$$

$$\text{平均家庭居住密度} = N/\text{city area}$$

$$\text{平均家庭住房面积} =$$

$$\sum_{i=1}^{M_{RAD}} \int_0^{\varphi_i} \int_0^{\bar{x}_i(\theta)} g(x, \theta) n(x, \theta) x dx d\theta / N$$

$$\text{平均房价} =$$

$$\sum_{i=1}^{M_{RAD}} \int_0^{\varphi_i} \int_0^{\bar{x}_i(\theta)} p(x, \theta) x dx d\theta / \text{city area}$$

$$\text{平均土地价值} =$$

$$\sum_{i=1}^{M_{RAD}} \int_0^{\varphi_i} \int_0^{\bar{x}_i(\theta)} r(x, \theta) x dx d\theta / \text{city area}$$

$$\text{平均资金投资强度} =$$

$$\sum_{i=1}^{M_{RAD}} \int_0^{\varphi_i} \int_0^{\bar{x}_i(\theta)} S(x, \theta) x dx d\theta / \text{city area}$$

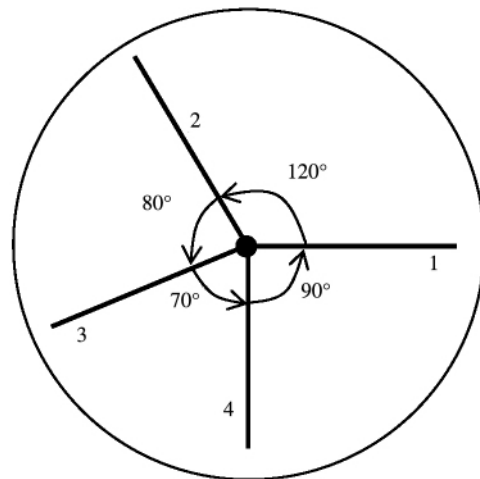


图3 无环放射状城市结构

Fig. 3 Radial city structure without ring rail line

4 算例

如图3所示,考虑一个4条主干线的城市,长度 L_i 分别为 19.3 km, 22.5 km, 20.4 km 和 21.3 km. 4条主干线之间的夹角分别为 $120^\circ, 80^\circ, 70^\circ$ 和 90° , 将城市划分成4个扇形,显然,该城市具有非对称结构. 为简化问题,假设网络中所有的主干线、环线分别具有相同的旅行速度和车辆容量. 模型参数的值见表4.

表 4 算例输入参数

Table 4 Input parameters for numerical example

模型参数	基准值
V_w (慢行交通速度 km/h)	5.4
$V_{RAD, j}, V_{RIN, j}$ (主干线、环线轨道交通旅行速度 km/h)	30 和 45
$t_{RAD, i}, t_{RIN, i}$ (主干线、环线轨道交通单位距离旅行时间 h/km)	1/30 和 1/45
γ (等车时间参数)	0.5
α_1 (辅路旅行时间价值/(元/h))	20
α_2 (等车时间价值/(元/h))	30
α_3 (车内旅行时间价值/(元/h))	40
α_4 (车内拥挤价值)	40
δ_1, δ_2 (车内拥挤成本参数)	0.02 和 2.0
C_v (轨道交通车辆容量/(人/车))	1 200
τ (轨道交通票价/(元))	3
\hat{P} (地铁换乘的惩罚成本/(元))	10
ξ (高峰时段交通需求比例系数)	10%
η (每户家庭往返 CBD 的日均次数)	1.0
ω (需求对轨道交通通勤费用的敏感性参数)	0.003
Y (家庭年均收入/(元/年))	100 000
α (家庭效用函数中的参数)	20 000
ρ (家庭往返 CBD 的年均次数)	365
b, μ (住房生产函数中的参数)	0.7 和 2×10^{-2}
k (利息率)	5%
R_A (城市边界的农业地租/(元/km ²))	300 000
N (城市的家庭总数/户)	5 000 000
ζ_1, ζ_2 (轨道交通运营的固定、可变成本参数/(元/年和元/车辆-年))	1.3×10^7 和 2.5×10^7
γ_1, γ_2 (环线建设的固定、可变成本参数/(元和元/km))	1.8×10^7 和 7×10^8
γ (轨道交通环线生命周期/年)	120

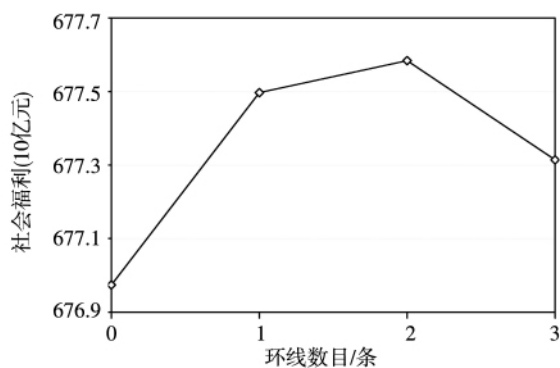


图 4 投资的轨道交通环线数对社会福利的影响

Fig. 4 The effect of the number of ring rail lines to be invested on social welfare

图 4 给出了投资的轨道交通环线数对社会福利的影响. 它表明随着环线数增加, 社会福利首先增加, 然后下降, 当环线数为 2 时, 社会福利的值

达到最大, 为 6 775.8 亿元. 因此, 该城市投资的轨道交通环线最佳数目为 2. 表 5 给出了没有环线和具有两个环线的城市的最优解. 它表明环线 1 和环线 2 的最佳位置与 CBD 的距离分别为 9.3 km 和 14.3 km.

图 5 给出了投资环线前和投资两个环线后居民的路线选择分布, 图中区域 S1 表示直接到达 CBD; 区域 S2 表示先沿圆弧到达主干线, 然后沿主干线到达 CBD; 区域 S3 和区域 S4 分别表示先到达环线 1 和环线 2, 然后通过环线到达主干线再到达 CBD. 比较图 5a 和图 5b 可以发现, 投资环线前, 通勤者只有两种途径到达 CBD, 居民集中分布在主干线两侧. 投资环线后, 通勤者到达 CBD 的途径多样化, 居民分布分散化, 城市面积扩大.

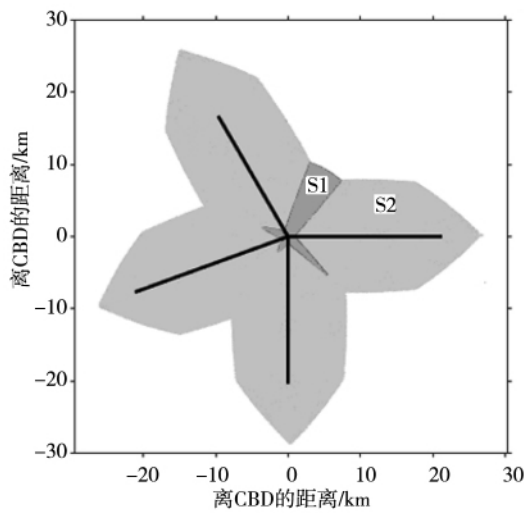
图 6(a) ~ 图 6(d) 和图 6(a') ~ 图 6(d') 分别表示投资环线前后居住密度(家庭/km²)、房价(元/m²)、居民的住房面积(m²/家庭)以及资金投资强度(10⁶元/km²)的分布. 图 6(a) ~ 图 6(d) 表明, 投资环线前, 城市居住密度、房价和开发商投资强度从 CBD 往城市外围依次单调下降, 家庭住房面积依次单调上升. 但投资环线后, 这种单调

性被打破(如图 6(a') ~ 图 6(d')), 投资环线后, 城市居住密度、房价和开发商投资强度从 CBD 往城市外围先下降, 但在接近环线时这些指标上升, 在远离环线往城市外围又开始下降, 从而在环线处形成“山峰”; 家庭住房面积正好相反, 先上升, 在接近环线时下降, 在远离环线往城市外围又上升, 结果在环线处形成“山谷”.

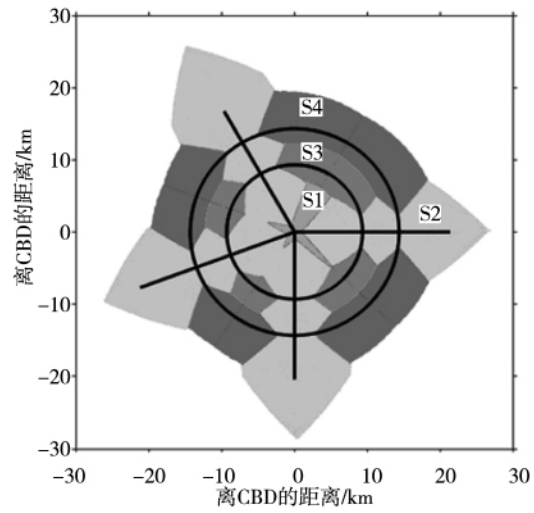
表 5 无环和两环下最优解的比较

Table 5 The comparison of optimal solutions without ring rail line and with two ring rail lines

模型解	无环				两个环					
主干线	1	2	3	4	1	2	3	4	环线 1	环线 2
频率(车/h)	54.0	52.6	50.9	48.9	47.5	49.4	47.4	52.2	7.7	7.1
位置/(km)									9.3	14.3



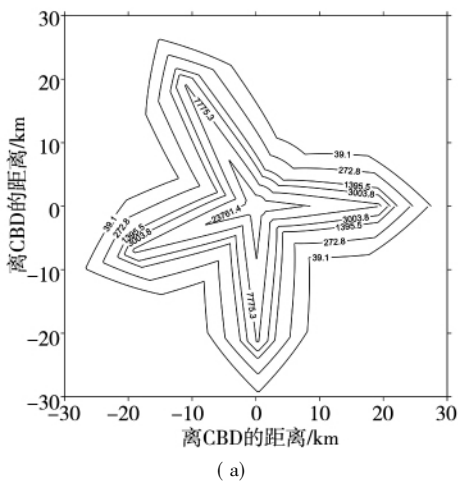
(a) 投资环线前
(a) Before investing ring rail lines



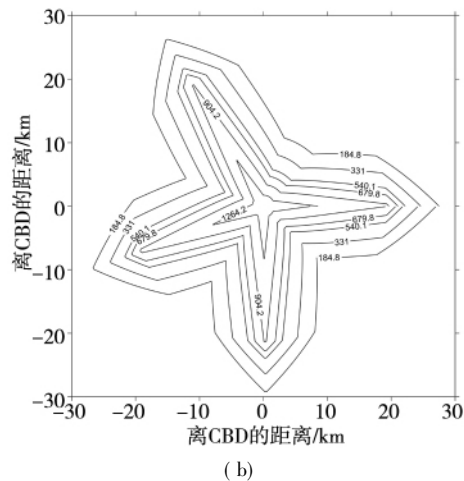
(b) 投资两个环线后
(b) After investing two ring rail lines

图 5 主干线和环线覆盖区域

Fig. 5 Coverage areas of radial main lines and ring rail lines



(a)



(b)

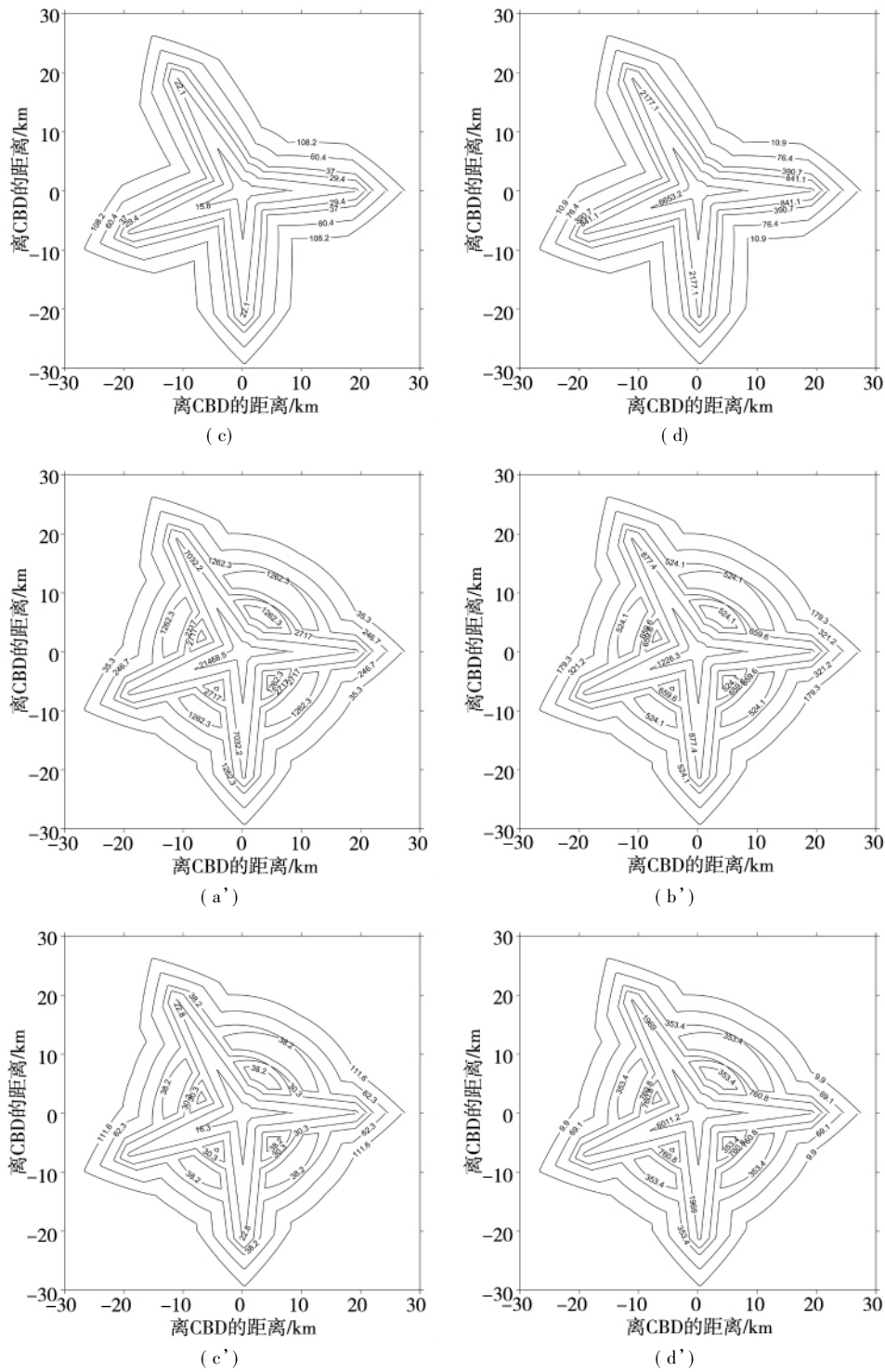


图 6 投资环线前后的指标: a 和 a' 为居住密度 (家庭/km²), b 和 b' 为房价 (元/m²), c 和 c' 为住房面积 (m²/家庭), d 和 d' 为资金投资强度 (10⁶元/km²)

Fig. 6 Indicators before and after investing ring rail lines: a and a' represent household residential density (households/km²), b and b' represent housing price (RMB/m²), c and c' represent housing space per household (m²/household), and d and d' represent capital investment intensity (million RMB/km²)

表6 无环和两环下城市系统性能的比较

Table 6 Comparison of urban system performances without ring rail line and with two ring rail lines

城市系统性能	无环	两个环
城市面积/(km^2)	1298	1 529
平均居住密度/(家庭/ km^2)	3852	3 269
平均住房面积/(m^2 /家庭)	22.08	23.54
平均房价/(元/ m^2)	571	559
平均土地价值/(10^7 元/ km^2)	2.31	1.96
平均资金投资强度/(10^9 元/ km^2)	1.08	0.92
家庭效用/(10^4 元)	12.897 0	12.944 9
社会福利/(10^{11} 元)	6.769 7	6.775 8

表6比较了投资环线前和投资两个环线后城市系统的性能.可以看出:投资建设两个环线后,整个城市的面积扩张,城市平均居住密度下降,平均住房面积增加,平均房价下跌,平均土地价值随之下降,从而地产开发者的平均资金投资强度也下降.结果,城市居民效用和总的社会福利增加.因此,环线投资建设将使得城市居民和整个城市系统均受益.

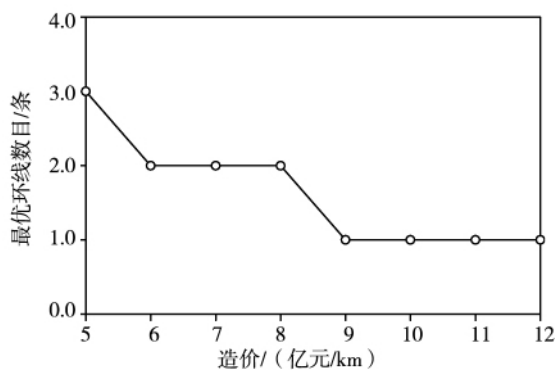


图7 轨道交通线路造价对最优环线数目的影响

Fig. 7 The effect of rail line construction cost on the optimal number of ring rail lines

实际中,由于地质条件的不同,不同城市轨道交通线路的造价 γ_2 存在较大的差异,这对环线的投资建设可能带来影响.图7表明了轨道交通线路造价对最佳环线数目的影响.它表明:当造价为每公里5亿元时,建造的最佳环数为3条,当造价为每公里6亿元~8亿元时,最佳的环数为2条,当造价在9亿元以上时,最佳方案是建造1条环线.因此,在规划轨道交通环线投资时,要因地制宜,充分考虑区域的实际情况,制定适合地方经济可持续发展的轨道交通投资决策方案.

5 结束语

研究了城市轨道交通环线投资决策问题,包括优化环线位置、环线数量和发车频率等.在分析城市系统中政府、城市居民、地产开发商和通勤者相互关系的基础上,建立了城市系统均衡模型,包括通勤者路线选择均衡、居民住宅选址均衡、城市住房市场均衡.然后,建立了城市轨道交通环线投资决策模型,使得城市系统的社会福利最大.模型可以内生确定城市居住密度、住房价格、家庭住房面积、土地价值、资金投资强度等.研究表明环线投资后整个城市面积扩大,城市居住密度、房价和开发商投资强度在环线处出现“山峰”,而家庭住房面积在环线处出现“山谷”.这在一定程度上解释了实际中地铁环线附近住房市场的变化规律.就城市平均性能而言,平均居住密度、平均房价、平均土地价值和平均投资强度下降,但平均住房面积增加.总体来说,环线投资建设使得城市居民和整个城市系统均受益.

本研究主要针对单中心城市结构和轨道交通方式,在进一步研究中,可将其扩展到多中心城市结构和多种竞争的交通方式,包括私家车和公交车.文中提出的模型是确定性、静态模型,适用于中长期城市规划和投资评价目的.实际中,存在各种随机不确定性因素,而且城市人口规模在动态发生变化,因此,进一步研究中将考虑动态、不确定性因素的影响.文中假定出行者总是选择费用最小的路线出行,近来的研究

表明,在出行路线选择中有必要考虑出行者的心理行为^[20, 21],这也是我们下一步的研究方向。此外,本文假定城市居民是同质的,也没有考虑

企业选址行为和就业岗位等,未来研究中,将进一步考虑城市居民的异质性以及企业选址和就业岗位布局等问题。

参考文献:

- [1]北京市统计局.北京市2017年国民经济和社会发展统计公报[EB/OL].http://tjj.beijing.gov.cn/bwtt/201802/t20180227_393406.html
Beijing Municipal Bureau of Statistics. Statistic Bulletin on National Economic and Social Development of Beijing in 2017 [EB/OL]. http://tjj.beijing.gov.cn/bwtt/201802/t20180227_393406.html. (in Chinese)
- [2]D'Este G. Trip assignment to radial major roads[J]. *Transportation Research Part B*, 1987, 21(6): 433-442.
- [3]Wong S C. An alternative formulation of D'Este's trip assignment model[J]. *Transportation Research Part B*, 1994, 28(3): 187-196.
- [4]Li Z C, Chen Y J, Wang Y D, et al. Optimal density of radial major roads in a two-dimensional monocentric city with endogenous residential distribution and housing prices[J]. *Regional Science and Urban Economics*, 2013, 43(6): 927-937.
- [5]Li Z C, Wang Y D. Analysis of multimodal urban system equilibrium for cordon toll pricing and bus service design[J]. *Transportation Research Part B*, 2018, 111(2): 1-52.
- [6]Saidi S, Wirasinghe S C, Kattan L. Long-term planning for ring-radial urban rail transit networks[J]. *Transportation Research Part B*, 2016, 86: 128-146.
- [7]Alonso W. *Location and Land Use: Toward a General Theory of Land Rent* [M]. Cambridge: Harvard University Press, 1964.
- [8]Fujita M. *Urban Economic Theory: Land Use and City Size* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [9]Mills E S. *Urban Economics* [M]. Scott Foresman, Glenview, Illinois, Foresman and Company, 1980.
- [10]Kraus M. Monocentric cities [A]. In: Arnott R J, McMillan D P (Eds.), *A Companion to Urban Economics*, Oxford: Blackwell Publishing, 2006: 96-108.
- [11]Beckmann M J. Spatial equilibrium in housing market[J]. *Journal of Urban Economics*, 1974, 1(1): 99-107.
- [12]Quigley J M. The production of housing services and the derived demand for residential energy[J]. *The RAND Journal of Economics*, 1984, 15(4): 555-567.
- [13]黄海军. 城市交通网络平衡分析: 理论与实践[M]. 北京: 人民交通出版社, 1994.
Huang Haijun. *Urban Transportation Network Equilibrium Analysis: Theory and Practice* [M]. Beijing: China Communications Press, 1994. (in Chinese)
- [14]Anas A, Xu R. Congestion, land use, and job dispersion: A general equilibrium model[J]. *Journal of Urban Economics*, 1999, 45(3): 451-473.
- [15]Li Z C, Lam W H K, Wong S C. Modeling intermodal equilibrium for bimodal transportation system design problems in a linear monocentric city[J]. *Transportation Research Part B*, 2012a, 46(1): 30-49.
- [16]Li Z C, Lam W H K, Wong S C, et al. Modeling the effects of integrated rail and property development on the design of rail line services in a linear monocentric city[J]. *Transportation Research Part B*, 2012b, 46(6): 710-728.
- [17]Kono T, Joshi K K, Kato T, et al. Optimal regulation on building size and city boundary: An effective second-best remedy for traffic congestion externality[J]. *Regional Science and Urban Economics*, 2012, 42(4): 619-630.
- [18]Peng Y T, Li Z C, Choi K. Transit-oriented development in an urban rail transportation corridor[J]. *Transportation Research Part B*, 2017, 103: 269-290.
- [19]Bazaraa M S, Sherali H D, Shetty C M. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms* [M]. Hoboken: Wiley, 2006.
- [20]李梦,黄海军. 基于后悔理论的出行路径选择行为研究[J]. *管理科学学报*, 2017, 20(11): 1-9.
Li Meng, Huang Haijun. Modeling route choice behavior based on regret theory[J]. *Journal of Management Sciences in*

China, 2017, 20(11): 1–9. (in Chinese)

[21] 徐红利, 周 晶, 徐 薇. 基于累积前景理论的随机网络用户均衡模型[J]. 管理科学学报, 2011, 14(7): 1–7.

Xu Hongli, Zhou Jing, Xu Wei. Cumulative prospect theory-based user equilibrium model for stochastic network [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(7): 1–7. (in Chinese)

Investment in ring rail transit lines and its social welfare

CHENG Li, LI Zhi-chun*

School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: Based on an analysis of urban system equilibrium of a ring-radial city, a decision model for investing in urban ring rail transit lines is proposed. In the proposed model, the interactions among different parties in the urban system are considered. The local authorities determine the optimal location and number of the ring rail lines, and the optimal frequency of vehicles on the rail transit lines to maximize the social welfare of the system. The households choose residential locations and housing space to maximize their own utility. The property developers seek to maximize their own net profit by determining the housing supply. The commuters choose the routes with minimum travel cost for commute. The findings show that the investment in ring rail lines will expand the total area of the city and cause the “peaks” of residential density, housing price, and investment intensity to appear on the ring rail lines, but the “valleys” of household housing space to appear on the ring rail lines. The investment in the ring rail lines can benefit both the urban residents and the urban system. The average residential density, average housing price, average land value, and average investment intensity all decrease, whereas the average housing area increases. In addition, the construction cost of the rail transit lines has significant effects on the investment decisions of the ring rail transit lines.

Key words: urban rail transit; ring rail transit line investment; urban system equilibrium; social welfare