

高频视角下股市波动预测的新方法: HARFIMA 模型^①

陈王¹, 魏宇^{2*}, 马锋³, 梅德祥⁴

(1. 长江师范学院财经学院, 重庆 408100; 2. 云南财经大学金融学院, 昆明 650221;
3. 西南交通大学经济管理学院, 成都 610031; 4. 重庆工商大学财政金融学院, 重庆 400067)

摘要: 异质自回归 (heterogeneous autoregressive, HAR) 及其拓展模型 (统称为 HAR-类模型) 能够刻画不同类型 (期限) 交易者的异质性对金融市场未来价格波动的“贡献”程度, 在实证研究中备受推崇, 并在预测金融市场波动率中取得了较好的效果. 研究发现, HAR-类模型虽然能够在一定程度上刻画金融市场中非常重要的长记忆特征, 但刻画能力明显比自回归分整移动平均 (ARFIMA) 模型差. HAR-类模型的主要优势在于对异质性的刻画, 而 ARFIMA 模型的主要优势在于对长记忆性的准确刻画. 因此, 基于这两个模型各自的优势提出了新的模型: 异质自回归分整移动平均 (HARFIMA) 模型, 并对新模型进行了拓展建模, 提出 HARFIMA-类模型. 将 HARFIMA-类模型运用于对标普 500 和上证综指的已实现波动率 (RV) 的建模和预测发现, HARFIMA-类模型能够更加准确地刻画金融市场的长记忆性, 更重要的是样本外的预测能力明显优于其他模型, 并且预测结果相当稳健.

关键词: 异质性; 长记忆特征; 已实现波动率; HARFIMA 模型

中图分类号: F830 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2020)11-0103-14

0 引言

对金融资产波动率的预测是现代金融研究的重要话题, 也是资产定价、投资组合优化、套期保值等重要问题的研究基础. 波动率是对资产价格波动不确定性的度量, 最早的估计方法是运用统计方法对历史数据计算方差^②. 然而, 研究发现, 金融市场波动具有典型的“聚集性”特征^[1, 2], 因此在不同时期波动率的大小具有明显的差别, 即方差具有时变性 (time varying), 因而称为异方差 (heteroscedasticity). 随后, 大量研究发现了金融市场更多的“典型事实” (stylized facts)^[3], 如收益分布的尖峰 (leptokurtic)、胖尾 (fat-tailed)、有偏

(skewed) 特征, 波动率的杠杆效应 (leverage effect)、长记忆性 (long memory) 等^[2, 4-6].

为了更加准确地刻画和预测波动率, 大量研究在考虑上述典型事实的基础上进行了建模分析, 其中广义自回归条件异方差 (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, GARCH) 及其拓展模型 (统称为 GARCH-类模型) 得到了最广泛的研究并取得了良好的效果. 然而, 这些模型都是在低频数据的框架下进行的研究, 虽然取得了良好的效果, 但是由于受到数据量的限制已经不太可能从低频数据中挖掘出更多有价值的信息, 因而对预测效果的改进十分有限.

① 收稿日期: 2018-12-05; 修订日期: 2019-07-16.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (71901041; 71671145; 71971191; 71701170); 教育部人文社会科学规划青年基金资助项目 (17YJC790105); 云南省高校科技创新团队资助项目 (201914); 云南省科技计划基础研究重点资助项目 (202001AS070018).

通讯作者: 魏宇 (1975-), 男, 四川攀枝花人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: weiyusy@126.com

② 在部分文献中波动率被定义为“标准差”, 为了与已实现波动率保持尺度上的一致, 这里的波动率指方差.

随着信息技术的飞速发展,数据的可获得性不断增强,大量研究试图从海量的数据资源中挖掘出更丰富的、更有价值的信息.其中,Andersen等^[7]提出的基于高频数据的已实现波动率(realized volatility, RV)的测度方法被广泛研究和应用,取得了极好的效果.该方法计算简单、无模型,并且具有无偏性和稳健性等优点.然而,RV仅仅是对单个交易日的波动率估计,并没有对其内在作用机制进行有效的描述,因此部分学者运用自回归分整移动平均(autoregressive fractionally integrated moving average, ARFIMA)模型对RV的系统动力学特征进行了建模分析^[8-10].虽然这些研究都取得了较好的效果,但是Corsi^[11]却认为ARFIMA仅仅是个便利的数学技巧,缺乏明确的经济含义,并且在构建分数差分算子时会损失相应的市场交易信息,因此作者在异质市场假说(heterogeneous market hypothesis, HMM)的基础上进一步提出了简单的异质自回归—已实现波动率(heterogeneous autoregressive model of realized volatility, HAR-RV)模型(简记为HAR).HAR模型不但具有明确的经济含义,而且还能近似刻画金融市场的长记忆特征,因此逐渐成为了学术界备受推崇的高频波动率模型之一.此后,大量学者对HAR模型进行了有益的拓展(统称为HAR类模型),取得了丰富的研究成果^[12-17].并且,HAR类模型在波动率预测及相关应用中有较好的实证效果^[18-21].

然而,经过长期思考和研究,发现ARFIMA模型和HAR类模型其实各有优劣.HAR类模型的优势在于能够刻画不同期限的投资者对市场波动的贡献,虽然备受推崇但在刻画长记忆性方面并非其优势,仅仅是以对滞后项加权的简化方式来近似刻画长记忆性^[22],这种近似的刻画和ARFIMA相比还是有所不足.HAR没有刻画长记忆性的参数,因此不能根据市场的具体表现进行灵活的调整,从而只能比较粗略地刻画,而ARFIMA可以通过分整(fractionally integrated)参数来刻画不同程度的长记忆性.从实证效果来看,Varneskov等^[22]与Baillie等^[23]都证明了在对长记

忆性的刻画方面,HAR类模型确实不如ARFIMA模型准确.所以,ARFIMA模型的优势在于采用分整方法对长记忆性的准确刻画,现有的大量研究也充分证明,刻画长记忆性最好的方法仍然是分整方法^[22-24-26].而ARFIMA模型的缺点在于仅对波动序列本身建立时间序列模型,没有考虑其他变量对市场波动的影响,尤其是不同期限的投资者对市场的影响,因此缺少明确的经济含义.

既然上述两个模型各有优劣,那么能否结合二者的优势建立新的模型?这样既能突出HAR类模型的经济意义,又能更准确地刻画波动率的长记忆性并适当地利用ARFIMA模型的“数学技巧”达到进一步优化模型的目的.新模型能否取得更好的实证效果呢?通过研究发现,ARFIMA模型和HAR类模型能够很好地结合起来,进一步的实证研究证实,新的模型取得了比ARFIMA模型和HAR类模型更好的实证效果.由于结合了HAR模型和ARFIMA模型两个模型,因此将新模型命名为异质自回归分整移动平均(heterogeneous autoregressive fractionally integrated moving average, HARFIMA)模型.相应地,其拓展模型统称为HARFIMA类模型.

考虑到波动率的杠杆效应、“跳跃”(jump)和市场恐慌(VIX指数可作为市场恐慌因素的代理变量)等因素对市场波动的影响,借鉴现有研究中对HAR模型的拓展方法,对HARFIMA模型也进行了相应的拓展,形成了考虑杠杆效应的LHARFIMA模型、考虑跳跃的HARFIMA-J模型、考虑市场恐慌的HARFIMA-V模型、同时考虑杠杆效应和跳跃的LHARFIMA-J模型、同时考虑杠杆效应和市场恐慌的LHARFIMA-V模型、同时考虑跳跃和市场恐慌的HARFIMA-JV模型和同时考虑上述3因素的LHARFIMA-JV模型.即共提出了7个HARFIMA的拓展模型.为了对比分析,同时还对HAR模型和ARFIMA模型进行了类似的拓展,包括LHAR模型、HAR-J模型和HAR-V模型、LHAR-J模型、LHAR-V模型和HAR-JV模型、LHAR-JV模型共7个HAR的拓展模型以及

ARFIMA-J 模型、ARFIMA-V 模型、ARFIMA-JV 模型共 3 个 ARFIMA 的拓展模型^③, 加上 HAR 模型、ARFIMA 模型和 HARFIMA 3 个未拓展的模型, 共计 20 个模型.

2 研究方法

2.1 预测模型

如上所述, 由于 RV 具有诸多优点被广泛地采用, 在金融风险管理中也得到了大量应用^[7 27 28]. RV 是求日内高频收益率平方和的结果, 即

$$RV_t = \sum_{j=1}^{1/\Delta} r_{tj}^2 \quad (1)$$

其中下标 t 表示第 t 个交易日; Δ 为采样频率, $1/\Delta$ 表示 1 个交易日可以分成的子区间数量; r_{tj} 表示第 t 个交易日第 j 个时刻的对数收益率. 在此基础上, Corsi^[11] 根据 Müller^[29] 提出的异质市场假说建立如下所示的 HAR 模型

$$RV_{t+1} = \beta_0 + \beta_d RV_t + \beta_w RV_{w_t} + \beta_m RV_{m_t} + \varepsilon_{t+1} \quad (2)$$

其中 β_0 、 β_d 、 β_w 和 β_m 为待估参数; RV_{w_t} 和 RV_{m_t} 分别表示 t 时刻计算出的周(5 个交易日)平均波动率和月(22 个交易日)平均波动率, 即

$$RV_{w_t} = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^4 RV_{t-i} \quad (3)$$

$$RV_{m_t} = \frac{1}{22} \sum_{i=0}^{21} RV_{t-i} \quad (4)$$

由此可见, HAR 模型的形式非常简单, 该模型分别度量了不同类型(即异质)、不同期限(短期、中期、长期)的交易者对整个波动率的边际贡献, 具有明确的经济含义. 而为了刻画波动率的长记忆特征, 基于系统动力学对 RV 建立的 ARFIMA(p d q) 模型如下所示

$$\Phi(L) (1-L)^d (RV_{t+1} - \beta_0) = \Theta(L) \varepsilon_{t+1} \quad (5)$$

其中 L 为滞后算子(lag operator) $(1-L)^d$ 是分数阶差分算子($-0.5 < d < 0.5$); d 是度量波动率长记忆性的参数, 若 $-0.5 < d \leq 0$, 则波动率不具有

记忆性, 若 $0 < d < 0.5$, 则波动率具有长记忆性; β_0 为常数项; $\Phi(L)$ 和 $\Theta(L)$ 分别为滞后 p 阶的自回归算子和滞后 q 阶的移动平均算子, 其表达式如下

$$\Phi(L) = 1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i L^i \quad (6)$$

$$\Theta(L) = 1 + \sum_{j=1}^q \theta_j L^j \quad (7)$$

如上所述, 如何结合上述两个模型各自的优势建立新的模型是最关键的问题. 可以发现 Baillie 等^[30] 最初提出的 ARFIMA 模型是包括附加解释变量的, 但是由于长期以来被用于对单一变量进行时间序列的建模分析, 因而忽视了其他变量的影响. 鉴于 HAR 模型的主要优势在于通过 RV_t 、 RV_{w_t} 和 RV_{m_t} 来刻画异质的交易者对市场波动的贡献, 因此可以将 HAR 模型中的解释变量作为 ARFIMA 模型的附加解释变量, 从而借助 ARFIMA 模型的研究框架和 HAR 模型的核心变量建立起如下所示的 HARFIMA(p d q) 模型(各变量的含义与 HAR 模型和 ARFIMA 模型一致)

$$\Phi(L) (1-L)^d (RV_{t+1} - \beta_0 - \beta_d RV_t - \beta_w RV_{w_t} - \beta_m RV_{m_t}) = \Theta(L) \varepsilon_{t+1} \quad (8)$$

换言之, 新模型是在传统的 ARFIMA 模型中加入 HAR 模型的解释变量. 需要特别指出的是, HAR 模型和 ARFIMA 模型分开建模时, 均含有解释变量 RV_t , 因此需要做出适当调整. 可以通过两种方法进行调整, 一是直接在公式中去掉 $\beta_d RV_t$ 这一项, 由于滞后算子中包含了 RV_{t+1} 的滞后项, 因此解释变量仍然包括 RV_t ; 二是 $\Phi(L)$ 的滞后阶数调整为 $p-1$, 由于公式中的解释变量已经进行了 1 阶滞后因此总的滞后阶数仍为 p . 这两种方法本质上是一致的, 为了使新模型的解释变量在形式上保持与 HAR 模型一致, 采用方法二进行调整. 由于滞后 1 阶的结果已经具有极高的精度因而实证中一般将 p 和 q 均设为 1, 再结合上述阶数的调整方法, 因而取 $p=0$ $q=1$, 此时 $\Phi(L) = 1$.

如前所述, 金融市场波动率存在着杠杆效应

^③ 由于研究发现 HAR 模型普遍优于 ARFIMA 模型, 因此重点在于对比 HARFIMA 类模型与 HAR 类模型的预测效果, 为避免不必要的重复研究对 ARFIMA 模型只提出了上述 3 个拓展模型, 若需更多拓展亦可展示.

的“典型事实”,为了刻画波动率的杠杆效应,采用文献[31]的方法建立 LHAR-RV 模型(简记为 LHAR),如下所示

$$RV_{t+1} = c + \beta_d RV_t + \beta_w RV_{wt} + \beta_m RV_{mt} + \gamma_d r_t^- + \gamma_w r_{wt}^- + \gamma_m r_{mt}^- + \varepsilon_{t+1} \quad (9)$$

其中 r_t^- 、 r_{wt}^- 、 r_{mt}^- 分别表示 t 时刻对应的日收益、周平均收益、月平均收益为负的取值,即

$$r_t^- = r_t I(r_t < 0) \quad (10)$$

其中 $I(\cdot)$ 为指示函数, r_{wt}^- 与 r_{mt}^- 的表达式同理可得.基于 LHAR 模型的原理,若考虑杠杆效应,对 HARFIMA 模型进行拓展,建立如下所示的 LHARFIMA 模型

$$\Phi(L)(1-L)^d(RV_{t+1} - \beta_0 - \beta_d RV_t - \beta_w RV_{wt} - \beta_m RV_{mt} - \gamma_d r_t^- - \gamma_w r_{wt}^- - \gamma_m r_{mt}^-) = \Theta(L)\varepsilon_{t+1} \quad (11)$$

研究表明跳跃对波动率具有至关重要的影响^[32,33].类似地,考虑到跳跃因素对波动率的影响,将 HAR 模型拓展为 HAR-J 模型,如下

$$RV_{t+1} = \beta_0 + \beta_d RV_t + \beta_w RV_{wt} + \beta_m RV_{mt} + \beta_j J_t + \varepsilon_{t+1} \quad (12)$$

其中 J_t 为跳跃变量,由下式定义

$$J_t = \max\{RV_t - BPV_t, 0\}$$

$$BPV_t = u_1^{-2} \sum_{j=2}^{1/\Delta} |r_{tj}| |r_{tj-1}| \quad (13)$$

$$u_1 = (2/\pi)^2 \approx 0.7979$$

其中 BPV 称为已实现二次幂变差(realized bipower variance).同理,考虑跳跃因素,对 HARFIMA 模型的拓展 HARFIMA-J 模型表达式如下^④

$$\Phi(L)(1-L)^d(RV_{t+1} - \beta_0 - \beta_d RV_t - \beta_w RV_{wt} - \beta_m RV_{mt} - \beta_j J_t) = \Theta(L)\varepsilon_{t+1} \quad (14)$$

如果同时考虑杠杆效应和跳跃因素的影响,可将 HAR 拓展为 LHAR-J 模型,其表达式如下

$$RV_{t+1} = c + \beta_d RV_t + \beta_w RV_{wt} + \beta_m RV_{mt} + \gamma_d r_t^- + \gamma_w r_{wt}^- + \gamma_m r_{mt}^- + \beta_j J_t + \varepsilon_{t+1} \quad (15)$$

基于以上分析,对 HARFIMA 模型进行同样的拓展,得到 LHARFIMA-J 模型,如下

$$\Phi(L)(1-L)^d(RV_{t+1} - \beta_0 - \beta_d RV_t - \beta_w RV_{wt} - \beta_m RV_{mt} - \gamma_d r_t^- - \gamma_w r_{wt}^- - \gamma_m r_{mt}^- - \beta_j J_t) = \Theta(L)\varepsilon_{t+1} \quad (16)$$

同理,若考虑市场恐慌因素对市场波动的影响,可以将市场恐慌作为波动模型的解释变量,借鉴 Koopman 等^[9]与 Fernandes 等^[34]等的研究,用 VIX 指数作为市场恐慌的代理变量.在这里需要特别说明的是, Sarwar^[35]的研究表明 VIX 指数不仅可以作为美国的市場恐慌指数,而且与中国等“金砖国家”的市場呈现显著的相关性,因此也可作为中国市場的恐慌指数.因此,将 VIX 指数作为解释变量,可提出 HAR-V 模型、ARFIMA-V 模型、HARFIMA-V 模型、LHAR-V 模型和 LHARFIMA-V 模型.表达式与带跳跃的模型形式一致,只是在上述模型中将跳跃变量 J_t 替换成 VIX_t ,对应的系数记为 β_v .如果同时将跳跃和市場恐慌作为解释变量,则可提出 HAR-JV 模型、ARFIMA-JV 模型、HARFIMA-JV 模型、LHAR-JV 模型和 LHARFIMA-JV 模型.由于形式上的差异不大,在此不再一一列出表达式.

2.2 预测方向是否正确的检验

由于预测结果可能存在预测方向的错误,比如以第 t 日的已实现波动率 RV_t 为基准,第 $t+1$ 日的已实现波动率 RV_{t+1} 可能大于 RV_t 也可能小于 RV_t .若预测的与真实的已实现波动率均大于(或均小于) RV_t ,可认为预测方向正确.基于这一思想,参考 Degiannakis 等^[36]提出的预测方向正确率的计算方法,进一步提出对预测方向正确性的检验方法.首先,建立预测方向正确与否的 0-1 变量序列

$$Right_{t+h} = \begin{cases} 1, & RV_{t+h} > RV_t \text{ 和 } RV_{t+h+1} > RV_t \\ 1, & RV_{t+h} < RV_t \text{ 和 } RV_{t+h+1} < RV_t \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (17)$$

其中 RV_{t+h} 是真实的已实现波动率, RV_{t+h+1} 是在 t 时刻预测的已实现波动率.即相对于 t 时刻来看,如果波动率的预测方向与实际变动方向相同,就认为预测方向正确,否则预测方向错误.因此,预

④ ARFIMA-J 的表达式即在式(14)中去掉 RV_t 、 RV_{wt} 、 RV_{mt} 3 个解释变量.

测方向的正确率为

$$R = \sum_{t=1}^T \frac{Right_{t+h}}{T} \quad (18)$$

其中 T 为预测期的样本容量. 其次, 在 Degiannakis 等^[36]的基础上提出两种统计检验方法, 两种检验方法采用相同的原假设, 如下.

H_0 预测方向是错误的.

第一种检验方法: 基于 H_0 这一前提, 那么在预测方向是错误的情况下可以推论出预测的方向具有随机性, 因此 $Right_{t+h}$ 取值为 0 或 1 的概率相同, 那么序列 $Right_{t+h}$ 的均值应该为 0.5, 因此可以通过 t 统计量检验序列 $Right_{t+h}$ 的均值是否显著异于 0.5 来检验 H_0 . 根据统计学知识构建如下所示的 t 统计量(服从自由度为 $n-1$ 的学生 t 分布)

$$t = \frac{(\bar{X} - 0.5)}{S/\sqrt{T}} \sim t(T-1) \quad (19)$$

其中 T 为样本容量, S 为样本方差.

第二种方法: 借鉴似然比(likelihood ratio, LR)检验的原理进行 LR 检验^[37]. 检验时, 构建如下所示的 LR 统计量(服从自由度为 1 的 χ^2 分布)

$$LR = -2 \ln \frac{(1-p)^{T_0} p^{T_1}}{(1-R)^{T_0} R^{T_1}} \sim \chi^2(1) \quad (20)$$

其中 p 表示在原假设下序列(17)取值为 1 的理论概率. 根据以上分析可知此处 $p = 0.5$, T_0 和 T_1 分别表示序列(17)中取值分别为 0 和 1 的实际样本数.

2.3 预测精度的 MCS 检验

上述对预测方向的检验仅仅是定性的检验, 在预测方向正确的情况下, 还需要更加准确的检验哪一个模型预测的效果最好, 即还需要进一步的定量检验. 在定量分析中, 需要首先确定预测值与真实值之间的“差异”大小如何计量, 即建立合理的损失函数(loss function). 现有研究中并没有建立损失函数的统一标准, 参考现有研究中被广泛使用的损失函数, 采用以下 4 种损失函数

$$MSE = T^{-1} \sum_{t=1}^T (RV_t - \widehat{RV}_t)^2 \quad (21)$$

$$MAE = T^{-1} \sum_{t=1}^T |RV_t - \widehat{RV}_t| \quad (22)$$

$$QLIKE = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\ln \widehat{RV}_t + RV_t / \widehat{RV}_t) \quad (23)$$

$$R2Log = T^{-1} \sum_{t=1}^T \ln^2(RV_t / \widehat{RV}_t) \quad (24)$$

上述损失函数中 RV_t 和 \widehat{RV}_t 分别代表 t 时刻 RV 的真实值和预测值. 在损失函数的基础上, 采用 Hansen 等^[38]提出的模型可信集(model confidence set, MCS)检验来进行严格的统计检验, 从中选出最佳预测模型. MCS 检验不需要基础模型, 检验的条件较为宽松, 检验结果具有较强的稳健性. 基本原理如下: 所有预测模型构成一个信息集 M_0 , 每次检验时假设 M_0 中的某两个模型具有相同的预测能力, 建立如下原假设.

H_{0M} 对所有 $u, v \in M \subset M_0$, $E(d_{i,uv}) = 0$ (25)

其中 M 是可信集, $d_{i,uv}$ 是模型 u 和 v 在损失函数 i 下的损失函数的差值. 第一次检验时 $M = M_0$, 如果在显著性水平 α 下显著拒绝原假设(25) 则从 M_0 中剔除表现较差的一个模型, 一直进行这一过程直到不再有模型被剔除为止. 那么最终可能有多个幸存的(surviving)模型, 仍然难以直接比较模型之间的差异, 因此根据 Hansen 等^[38]的研究建立如下所示的半二次方统计量(semi-quadratic statistic)^⑤

$$T_{SQ} = \max_{u, v \in M} \frac{(\bar{d}_{i,uv})^2}{\text{Var}(\bar{d}_{i,uv})} \quad (26)$$

其中 $\bar{d}_{i,uv}$ 是 $d_{i,uv}$ 的平均值. 由于 T_{SQ} 的分布极其复杂, 将采用自举法(bootstrap)计算 T_{SQ} 对应的 p 值. 假设显著性水平 $\alpha = 0.1$, 那么 p 值小于 0.1 的预测模型将被剔除, p 值大于 0.1 的模型将予以保留, 因此 p 值越大表明该模型的预测精度越高.

3 实证分析

3.1 数据样本

为了证明新模型的实用性, 选择美国股市的标准普尔 500 指数(S&P 500)和上海股市的上证

⑤ 常用的统计量还有范围统计量(range statistic), 由于二者结果极为接近且结论完全一致, 因此仅报告半二次方统计量.

综合指数(SSEC)作为研究对象进行实证研究. 其中: S&P 500的样本区间为2000-01-03~2016-04-29,共4 014个交易日,高频数据的采样频率为5 min,因此共计 $4\ 014 \times 80 = 321\ 120$ 笔高频数据. 数据来源于Thomson Reuters Tick History Database; SSEC的样本期为2000-01-04~2015-05-29,共计 $3\ 724 \times 48 = 178\ 752$ 笔高频

数据. 数据来源于Wind金融数据. 由于在上述模型中还涉及外生的解释变量VIX指数,因此将VIX指数的数据分别和S&P 500、SSEC的交易日进行匹配^⑥,VIX数据来源于芝加哥期权交易所(Chicago Board Options Exchange, CBOE). 在整个样本区间两个指数一些重要变量的描述性统计分析见表1^⑦.

表1 描述性统计分析

Table 1 Descriptive statistical analysis

统计值	S&P 500				SSEC			
	Return	RV	Jump	VIX	Return	RV	Jump	VIX
均值	8.48×10^{-5}	1.24×10^{-4}	2.74×10^{-5}	1.99×10^{-4}	3.26×10^{-4}	1.68×10^{-4}	1.82×10^{-5}	2.03×10^{-4}
标准差	0.012 8	2.64×10^{-4}	8.04×10^{-5}	2.19×10^{-4}	0.015 7	2.45×10^{-4}	4.25×10^{-5}	2.25×10^{-4}
偏度	-0.159 6***	10.778***	13.001***	4.510 7***	-0.119 6***	5.228 9***	5.682 5***	4.443 7***
超额峰度	7.655 8***	2.05×10^2 ***	2.80×10^2 ***	29.460***	4.534 0***	48.876***	45.974***	28.232 3***
J-B	9.82×10^3 ***	7.09×10^6 ***	1.32×10^7 ***	1.59×10^5 ***	3.20×10^3 ***	3.88×10^5 ***	3.48×10^5 ***	1.36×10^5 ***
Q(5)	42.790***	7.26×10^3 ***	8.06×10^2 ***	1.76×10^4 ***	17.374***	5.30×10^3 ***	9.26×10^2 ***	1.63×10^4 ***
Q(22)	81.846***	2.08×10^4 ***	2.84×10^3 ***	6.44×10^4 ***	62.604***	1.35×10^4 ***	3.54×10^3 ***	5.93×10^4 ***
Q ² (5)	1.78×10^3 ***	8.66×10^2 ***	38.667***	1.38×10^4 ***	2.79×10^2 ***	1.08×10^3 ***	1.41×10^2 ***	1.24×10^4 ***
Q ² (22)	6.23×10^3 ***	1.94×10^3 ***	3.33×10^2 ***	4.30×10^4 ***	8.66×10^2 ***	1.48×10^3 ***	5.31×10^2 ***	3.92×10^4 ***
BDS	28.246***	41.907***	20.909***	91.759***	16.875***	56.544***	23.727***	90.163***
ADF	-49.392***	-6.331 2***	-9.149 8***	-4.978 3***	-58.921***	-6.073 0***	-7.597 7***	-4.566 3***

注: ***表示在1%的显著性水平下显著; J-B表示Jarque-Bera统计量; Q(n)为滞后n阶的Ljung-Box Q统计量; BDS为Brack等^[39]的检验统计量; ADF为Augmented Dickey-Fuller单位根检验.

从表1可以看出,S&P 500的平均收益和波动都小于SSEC,但跳跃却大于SSEC,二者的VIX指数平均值由于样本区间不一致因此略有差异. 所有变量都呈现出显著的尖峰和有偏特征,并拒绝正态分布假设;滞后5阶和22阶的Q统计量及Q²统计量均表明所有变量拒绝无自相关假设; ADF检验表明所有序列均为平稳序列,因而可以直接用于回归分析. 以上这些描述性统计结果为进一步的建模分析提供了统计学上的建模依据.

3.2 样本内参数估计与长记忆检验

为了从参数中分析模型的特征,因此对模型进

行整个样本区间的参数估计,即样本内的参数估计,结果见表2^⑧. 从表2可以看出,所有含有长记忆参数的模型其长记忆参数都在1%下显著,说明波动率存在着显著的长记忆特征. 根据Corsi^[11]的研究可知HAR模型这样简单的模型也可以在一定程度上近似刻画长记忆特征,但在新的HARFIMA模型和LHARFIMA模型中,即使加入了HAR模型的解释变量,长记忆参数仍然显著,这说明HAR类模型对长记忆特征的刻画十分有限. 为了进一步验证这一结论,对原始序列和上述模型得到的残差序列进行了长记忆检验,结果见表3.

⑥ 匹配时,S&P 500的每个交易日都能找到对应交易日的VIX指数,SSEC的交易日若无对应的VIX指数数据则视为VIX指数的数据和其上一交易日一致,即用上一交易日的数据代替. 另外,由于VIX指数的原始数据是百分比数据,同时表示的是年度化的“标准差”,因此做了如下转换:除以100后平方再除以252.

⑦ 这里展示的是变量原始值的统计情况,在回归过程中RV及其周和月平均、VIX都取对数再回归,Jump+1后取对数.

⑧ 由于模型是否实用重点在于预测效果,样本内的参数结果并不是特别重要,这里只提供了不含跳跃和VIX指数的模型的参数估计结果. 若有需要者可提供所有估计结果;表中ARFIMA模型的参数 β_0 是指式(6)中的参数 φ_1 ,由于 β_0 和 φ_1 都是滞后1阶的参数因此表中合并报告.

表 2 样本内参数估计结果
Table 2 In-sample parameter estimation results

模型	β_0	β_d	β_w	β_m	d	θ_1	γ_d	γ_w	γ_m
S&P 500									
HAR	-0.660 1***	0.346 1***	0.399 1***	0.194 5***					
ARFIMA	-9.635 6***	-0.305 6***			0.497 5***	0.200 9*			
HARFIMA	-0.459 7***	0.965 6***	-0.056 5***	0.043 5***	0.187 5***	-0.740 7***			
LHAR	-1.732 8***	0.242 8***	0.356 1***	0.242 9***			-10.443 4***	-31.198 4***	-24.650 8***
LHARFIMA	-1.176 3***	0.842 9***	-0.010 4	0.055 9***	0.187 6***	-0.747 9***	-18.180 6***	-4.832 8**	-3.070 2
SSEC									
HAR	-0.574 7***	0.415 6***	0.284 0***	0.246 6***					
ARFIMA	-9.241 4***	0.952 9***			0.431 4***	-0.921 0***			
HARFIMA	-5.724 5***	-0.192 0***	0.085 9*	0.500 3***	0.391 9***	0.211 2			
LHAR	-0.969 9***	0.353 0***	0.303 0***	0.256 0***			-11.162 9***	-4.808 0*	-2.620 2
LHARFIMA	-4.481 0***	0.162 3***	0.046 5	0.327 7***	0.396 5***	-0.188 6***	-10.564 8***	-8.929 8***	-29.954 4***

注: *、**、*** 分别表示在 10%、5%、1% 的显著性水平下显著。

表 3 对原始序列 RV 及各模型残差的长记忆检验
Table 3 Long memory test of original sequence RV and model residuals

模型	S&P 500				SSEC			
	Hurst	V	V(5)	V(22)	Hurst	V	V(5)	V(22)
RV	0.864 5	7.129 3***	3.062 7***	1.705 1*	0.885 5	11.955 9***	4.659 5***	2.599 0***
HAR	0.583 0	2.176 4***	2.086 1***	2.043 4***	0.608 0	2.358 3***	2.313 5***	2.161 8***
LHAR	0.614 3	2.534 3***	2.457 2***	2.336 8***	0.632 3	2.837 7***	2.739 2***	2.450 1***
ARFIMA	0.553 0	1.564 5	1.500 7	1.352 6	0.512 8	1.403 9	1.403 6	1.389 1
HARFIMA	0.538 7	1.300 9	1.295 0	1.306 8	0.529 7	1.518 0	1.518 5	1.524 7
LHARFIMA	0.582 5	1.566 1	1.561 0	1.559 5	0.526 8	1.511 7	1.515 0	1.506 7

注: * 和 *** 分别表示在 10% 和 1% 的显著性水平下显著; V 为 Hurst 指数的统计量, V(5)、V(22) 分别表示滞后阶数为 5 阶和 22 阶的 Lo^[40] 提出的修正的 Hurst 指数统计量。

从表 3 可以看出, 无论对于 S&P 500 还是 SSEC, HAR 模型、LHAR 模型的残差序列以及原始序列 RV 都可以检验到非常显著的长记忆特征, 从 Hurst 指数的数值大小来看(大于 0.5 代表具有长记忆性, 数值越大表明长记忆性越强), 原始序列的长记忆性最明显, HAR 模型和 LHAR 模型虽然能够在较大程度上降低序列的长记忆, 但在残差序列中仍然能够观察到长记忆特征(1% 下显著), 而含有分整(FI)的所有模型残差在 1% 的显著性水平下都不再具有长记忆特征, 说明分整模型的确能够更好地刻画波动率的长记忆特征, 这也是改进 HAR 类模型提出 HARFIMA 类模型最重要的动机。

3.3 预测方向是否正确的检验

以上分析说明 HARFIMA 类模型在样本内的表现极好, 特别是对长记忆特征的刻画效果比较理想, 并且兼具 HAR 类模型的经济意义, 但这仅限于样本内的分析, 只有经过样本外预测能力的分析才能说明模型的实际应用价值, 因此, 首先对 S&P 500 和 SSEC 两个市场分别进行样本外预测, 然后对预测结果进行定性和定量的统计检验, 预测方法为样本外 1 步滚动预测, 预测的窗口宽度(窗口宽度指拟合参数时的数据量) 设置为固定的 3 000 天, 因此 S&P 500 预测了 1 014 天, SSEC 预测了 724 天, 对预测方向是否正确的统计检验结果见表 4。

表4 预测方向是否正确的统计检验
Table 4 The statistical test of the direction of forecasting

模型	<i>R</i>	<i>t</i>	<i>LR</i>	<i>R</i>	<i>t</i>	<i>LR</i>
	S&P 500			SSEC		
HAR	0.632 8	8.762 2***	72.296 5***	0.630 7	7.277 2***	49.985 3***
ARFIMA	0.649 6	9.971 9***	92.033 0***	0.626 6	7.030 1***	46.827 2***
HARFIMA	0.650 5	10.044 2***	93.271 6***	0.640 4	7.860 6***	57.770 8***
LHAR	0.653 5	10.262 1***	97.039 2***	0.658 4	8.972 7***	73.796 7***
LHARFIMA	0.662 4	10.924 0***	108.814 4***	0.644 5	8.113 8***	61.287 2***
HAR-J	0.629 8	8.552 4***	69.069 9***	0.634 9	7.526 0***	53.250 3***
ARFIMA-J	0.651 5	10.116 7***	94.518 8***	0.621 0	6.703 1***	42.781 8***
HARFIMA-J	0.642 6	9.469 2***	83.605 7***	0.627 9	7.112 2***	47.868 1***
HAR-V	0.679 2	12.210 4***	133.015 5***	0.639 0	7.776 7***	56.622 7***
ARFIMA-V	0.713 7	15.041 1***	191.176 4***	0.626 6	7.030 1***	46.827 2***
HARFIMA-V	0.696 0	13.551 3***	159.836 1***	0.637 6	7.692 9***	55.486 6***
LHAR-J	0.659 4	10.702 0***	104.810 4***	0.645 9	8.198 7***	62.483 5***
LHARFIMA-J	0.669 3	11.447 7***	118.466 9***	0.647 3	8.283 7***	63.691 8***
LHAR-V	0.684 1	12.598 8***	140.628 7***	0.648 7	8.369 0***	64.912 3***
LHARFIMA-V	0.705 8	14.369 3***	176.867 5***	0.658 4	8.972 7***	73.796 7***
HAR-JV	0.677 2	12.056 4***	130.033 8***	0.634 9	7.526 0***	53.250 3***
ARFIMA-JV	0.704 8	14.286 4***	175.121 8***	0.625 2	6.948 1***	45.798 2***
HARFIMA-JV	0.696 9	13.632 1***	161.497 0***	0.634 9	7.526 0***	53.250 3***
LHAR-JV	0.688 1	12.912 9***	146.883 7***	0.640 4	7.860 6***	57.770 8***
LHARFIMA-JV	0.705 8	14.369 3***	176.867 5***	0.650 1	8.454 5***	66.144 9***

注: ***表示在1%的显著性水平下显著。

从表4可以看出,上述20个模型在预测方向上的差异并不大,在大多数情况下(约60%~70%)都能预测正确波动率的变动方向,所有情况下均拒绝“不能正确预测方向”的原假设(1%下显著),说明所有模型都具有一定的预测效果。由于对预测方向的检验主要为定性的判断,这里的正确率并不作为评价模型优劣的标准^⑨,因此还需要进行定量的精度检验。

3.4 不同解释变量下的最佳预测模型

由于不同模型考虑的解释变量不完全一致,为了让不同模型之间具有可比性,因此将20个模型分为4组分别比较,即不含跳跃和VIX指数、

含跳跃、含VIX指数、同时含跳跃和VIX指数4组。这4组的MCS检验结果见表5。

从表5可以清楚地看出,在不含跳跃和VIX指数的模型中(平板A),所有损失函数下都是LHARFIMA模型预测效果最佳,其他4个模型没有一个能在所有损失函数下通过MCS检验。在含跳跃的模型中(平板B),仅有LHARFIMA-J模型能够在所有损失函数下通过MCS检验,且在绝大多数情况下是预测效果最好的模型。在含VIX指数的模型中(平板C),S&P 500和SSEC略有差异。SSEC在所有损失函数下都是LHARFIMA-V模型预测效果最佳,S&P 500在MSE和R2Log下

^⑨ 因为仅仅从方向的变化上来判断是否更准确是比较草率的,比如第*t*和*t*+1日的真实波动率分别为10个基点、11个基点,现有*t*+1日的两个预测值9和20,虽然20的预测方向正确,但从精度来看的话9更接近真实值因而更精确。

HARFIMA-V 模型预测效果最好,而在 MAE 和 QLIKE 下 LHARFIMA-V 模型预测效果最好.二者都属于 HARFIMA-类模型,区别在于模型是否刻画了杠杆效应.结合表 2 的参数估计结果可知杠

杆效应在 S&P 500 中并不是特别明显,因而在预测中杠杆效应并不是影响模型精度的关键因素.在同时含跳跃和 VIX 指数的模型中(平板 D),结果与含 VIX 指数的模型(平板 C)一致.

表 5 样本外预测精度的 MCS 检验

Table 5 MCS test of out-of-sample forecasting accuracy

平板 A: 不含跳跃和 VIX 的模型								
模型	S&P 500				SSEC			
	MSE	MAE	QLIKE	R2Log	MSE	MAE	QLIKE	R2Log
HAR	0.243 7	0.003 1	0.024 7	0.000 0	0.621 8	0.559 2	0.024 5	0.010 0
ARFIMA	0.249 9	0.053 4	0.024 7	0.000 3	0.552 4	0.667 1	0.024 5	0.015 8
HARFIMA	0.249 9	0.018 0	0.024 7	0.000 1	0.621 8	0.667 1	0.090 1	0.019 8
LHAR	0.249 9	0.018 0	0.024 7	0.000 1	0.621 8	0.667 1	0.024 5	0.043 6
LHARFIMA	<u>1.000 0</u>							
平板 B: 含跳跃的模型								
模型	S&P 500				SSEC			
	MSE	MAE	QLIKE	R2Log	MSE	MAE	QLIKE	R2Log
HAR-J	0.345 6	0.001 3	0.062 3	0.000 0	0.663 3	0.530 0	0.039 5	0.012 7
ARFIMA-J	0.497 1	0.124 1	0.062 3	0.000 5	0.601 3	0.931 2	0.039 5	0.017 6
HARFIMA-J	0.363 5	0.006 7	0.062 3	0.000 2	0.663 3	0.931 2	0.124 5	0.022 5
LHAR-J	<u>1.000 0</u>	0.124 1	0.062 3	0.000 2	0.663 3	0.673 5	0.039 5	0.089 1
LHARFIMA-J	0.786 4	<u>1.000 0</u>						
平板 C: 含 VIX 的模型								
模型	S&P 500				SSEC			
	MSE	MAE	QLIKE	R2Log	MSE	MAE	QLIKE	R2Log
HAR-V	0.481 0	0.034 3	0.046 7	0.000 0	0.637 1	0.342 9	0.018 7	0.003 8
ARFIMA-V	0.328 5	0.118 4	0.061 7	0.009 2	0.502 3	0.547 5	0.018 7	0.009 1
HARFIMA-V	<u>1.000 0</u>	0.134 3	0.493 4	<u>1.000 0</u>	0.637 1	0.547 5	0.070 5	0.032 8
LHAR-V	0.458 6	0.020 3	0.036 4	0.000 0	0.803 6	0.342 9	0.018 7	0.009 1
LHARFIMA-V	0.602 5	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	0.108 4	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>
平板 D: 同时含跳跃和 VIX 的模型								
模型	S&P 500				SSEC			
	MSE	MAE	QLIKE	R2Log	MSE	MAE	QLIKE	R2Log
HAR-JV	0.212 4	0.055 4	0.040 8	0.000 0	0.615 1	0.392 1	0.035 8	0.011 2
ARFIMA-JV	0.304 6	0.275 4	0.042 8	0.012 3	0.514 5	0.851 7	0.035 8	0.021 9
HARFIMA-JV	<u>1.000 0</u>	0.275 4	0.492 1	<u>1.000 0</u>	0.593 2	0.851 7	0.072 1	0.042 6
LHAR-JV	0.196 3	0.037 7	0.034 8	0.000 0	0.987 3	0.392 1	0.035 8	0.021 9
LHARFIMA-JV	0.395 3	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	0.139 7	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>

注: 粗体表示 p 值大于 0.25 的模型(p 值越大模型精度越高),下划线表示在该组内最优的模型.

综合上述分析可知,预测效果最好的模型都是 HARFIMA-类模型,该模型既能够准确地刻画金融市场波动率的长记忆性,又能够刻画不同交易者类型的异质性,具有较强的经济含义,并且样本外的预测能力非常突出,显著优于其他模型,因而具有较强的应用价值.

4 稳健性检验

上述实证结果表明新提出的 HARFIMA-类模型具有非常优秀的样本外预测能力,为了更充分地证明这一结论的正确性,进一步进行模型的稳健性检

验是非常必要的. 采用 3 种方式检验模型的稳健性, 一是调整预测时的窗口宽度进行重新预测; 二是考虑到中国沪深股市的特殊行情因而更新样本数据重新检验模型的预测精度; 三是用已实现核波动(real-

ized kernel, RK) 来代替真实的波动率, 观察所得结论是否与前文一致. 将预测窗口的宽度调整为 2 000 的 MCS 检验见表 6 所示(调整窗口宽度后 S&P 500 预测了 2 014 天, SSEC 预测了 1 724 天).

表 6 所有模型 MCS 检验结果(预测时的窗口宽度为 2 000)

Table 6 MCS test results for all models (the forecasting window width is 2 000)

模型	S&P 500				SSEC			
	MSE	MAE	QLIKE	R2Log	MSE	MAE	QLIKE	R2Log
HAR	0.529 5	0.123 2	0.003 7	0.000 0	0.273 8	0.182 6	0.110 6	0.011 5
ARFIMA	0.346 3	0.635 1	0.006 3	0.000 0	0.256 5	0.043 8	0.139 2	0.005 2
HARFIMA	0.455 4	0.398 6	0.004 4	0.000 0	0.264 6	0.033 3	0.243 9	0.007 3
LHAR	0.214 5	0.078 9	0.002 7	0.000 0	0.415 4	0.143 7	0.346 5	0.072 8
LHARFIMA	0.177 9	0.223 8	0.004 4	0.000 0	0.346 4	0.107 1	0.715 4	0.525 6
HAR-J	0.353 4	0.174 3	0.004 6	0.000 0	0.415 4	0.359 1	0.161 5	0.048 9
ARFIMA-J	0.311 6	0.457 2	0.006 5	0.000 0	0.346 4	0.077 6	0.226 0	0.008 1
HARFIMA-J	0.265 7	0.074 2	0.004 4	0.000 0	0.415 4	0.027 3	0.612 4	0.006 5
LHAR-J	0.203 8	0.315 4	0.003 7	0.000 0	<u>1.000 0</u>	0.417 6	0.572 1	0.525 6
LHARFIMA-J	0.437 4	0.635 1	0.004 4	0.000 0	0.415 4	0.158 2	0.980 0	0.585 8
HAR-V	0.749 6	0.718 0	0.004 4	0.000 0	0.281 7	0.417 6	0.083 8	0.017 2
ARFIMA-V	0.688 7	0.477 7	0.009 4	0.000 2	0.258 8	0.032 3	0.161 5	0.014 6
HARFIMA-V	0.749 6	0.891 3	0.027 9	0.029 1	0.258 8	0.055 2	0.346 5	0.035 7
LHAR-V	0.346 3	0.468 6	0.005 5	0.000 0	0.415 4	0.417 6	0.161 5	0.295 8
LHARFIMA-V	0.688 7	0.867 4	0.070 7	0.054 0	0.302 2	0.122 0	0.851 7	0.585 8
HAR-JV	0.749 6	0.882 4	0.004 4	0.000 0	0.415 4	0.417 6	0.127 2	0.098 5
ARFIMA-JV	0.749 6	0.718 0	0.037 6	0.015 3	0.415 4	0.050 2	0.460 4	0.023 6
HARFIMA-JV	<u>1.000 0</u>	0.989 6	0.192 9	0.564 9	0.415 4	0.026 7	0.715 4	0.031 7
LHAR-JV	0.749 6	0.989 6	0.006 5	0.000 0	0.575 6	<u>1.000 0</u>	0.254 4	0.585 8
LHARFIMA-JV	0.889 7	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	0.415 4	0.245 0	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>

注: 粗体表示 p 值大于 0.25 的模型(p 值越大模型精度越高), 下划线表示在所有模型中最优的模型.

从表 6 中可以发现, 大多数情况下仍然是 LHARFIMA-JV 模型的预测能力最佳, 总的来讲 HARFIMA 类模型的预测能力比较突出, 因此第一种稳健性检验的结论与上文一致. 第二种稳健性检验方式是考虑到 2015 年 ~ 2017 年中国沪深股市如“过山车”式的大起大落这一特殊行情, 因此更新 SSEC 的样本后对 2015 年 ~ 2017 年的 RV 进行预测, 检验各模型在 2015 年 ~ 2017 年对 SSEC 的 RV 预测精度. 更新样本后新样本截止 2017 年 12 月 29 日, 新增样本 634 个交易日, 所有样本共计 4 358 个交易日, 其中 2015 年 ~ 2017 年共计 732 个交易日, 因此预测时的窗口宽度设为 $4\ 358 - 732 = 3\ 626$. 所有模型在 2015 年 ~ 2017 年对 SSEC 的预测效果的 MCS 检验结果见表 7.

从表 7 可以看出, 无论是哪一个损失函数下,

都是新提出的 HARFIMA 类模型预测效果最好, 只有 LHARFIMA-V 模型在所有损失函数下都通过了 MCS 检验. 这些都说明 HARFIMA 类模型具有相当优秀的样本外预测能力, 即使在中国这样的新兴市场的某些特殊波动时期仍然表现卓越. 第三种稳健性检验方式是用 RK 来代替真实的波动率, 这样做的依据在于高频数据存在一定噪音, 而存在噪音时 RK 比 RV 更稳健^[41]. 基于 RK 的所有模型预测效果的 MCS 检验结果见表 8.

从表 8 可以看出, 对于 S&P 500 来说, 结论与前文完全一致, 预测效果最好的模型为 HARFIMA-JV 模型或 LHARFIMA 模型. 对于 SSEC 来说, 只有 LHARFIMA-V 模型和 LHARFIMA-JV 模型在所有损失函数下均通过了 MCS 检验, ARFIMA-JV 模型虽然在 MAE 损失函数下取得了最佳预测效果, 但在

QLIKE 和 R2Log 下无法通过 MCS 检验, 因此具有一定的偶然性. 总的来说, 仍然是 HARFIMA-类模型的预测精度最高, 因此第三种稳健性检验方式得出的结论仍然与上文一致.

表 7 2015 年 ~ 2017 年 SSEC 预测效果的 MCS 检验

Table 7 MCS test for forecasting performance of SSEC during 2015 ~ 2017

模型	SSEC			
	MSE	MAE	QLIKE	R2Log
HAR	0.600 6	0.225 0	0.119 8	0.002 0
ARFIMA	0.451 3	0.378 8	0.407 6	0.021 8
HARFIMA	0.488 0	0.378 8	0.385 7	0.021 8
LHAR	0.689 9	0.489 9	0.142 5	0.006 8
LHARFIMA	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	0.879 4	0.070 9
HAR-J	0.398 3	0.169 0	0.119 8	0.003 0
ARFIMA-J	0.516 4	0.348 2	0.119 8	0.006 8
HARFIMA-J	0.409 3	0.280 0	0.130 2	0.021 8
LHAR-J	0.689 9	0.589 7	0.119 8	0.003 0
LHARFIMA-J	0.689 9	0.777 5	0.385 7	0.033 2
HAR-V	0.600 6	0.187 1	0.119 8	0.002 5
ARFIMA-V	0.666 9	0.421 3	0.694 1	0.033 2
HARFIMA-V	0.689 9	0.629 3	0.385 7	0.034 6
LHAR-V	0.689 9	0.378 8	0.212 8	0.003 4
LHARFIMA-V	0.689 9	0.777 5	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>
HAR-JV	0.392 6	0.158 6	0.119 8	0.003 4
ARFIMA-JV	0.601 3	0.370 7	0.119 8	0.021 8
HARFIMA-JV	0.387 8	0.335 0	0.119 8	0.021 8
LHAR-JV	0.689 9	0.421 3	0.119 8	0.003 0
LHARFIMA-JV	0.689 9	0.777 5	0.407 6	0.044 0

注: 粗体表示 p 值大于 0.25 的模型 (p 值越大模型精度越高), 下划线表示在所有模型中最优的模型.

表 8 所有模型 MCS 检验结果 (RK 为真实值)

Table 8 MCS test results for all models (RK as the real volatility)

模型	S&P 500				SSEC			
	MSE	MAE	QLIKE	R2Log	MSE	MAE	QLIKE	R2Log
HAR	0.115 7	0.001 6	0.000 0	0.000 0	0.400 8	0.020 6	0.026 4	0.000 3
ARFIMA	0.694 6	0.085 1	0.000 0	0.000 0	0.840 2	0.491 3	0.206 5	0.003 5
HARFIMA	0.347 6	0.011 2	0.000 0	0.000 0	0.595 6	0.073 1	0.031 8	0.002 3
LHAR	0.264 5	0.020 3	0.000 0	0.000 0	0.595 6	0.092 8	0.031 8	0.009 2
LHARFIMA	0.254 0	0.009 7	0.000 0	0.000 0	0.956 8	0.396 6	0.922 7	0.030 2
HAR-J	0.167 5	0.000 3	0.000 0	0.000 0	0.528 3	0.008 6	0.020 2	0.000 2
ARFIMA-J	0.480 9	0.018 4	0.000 2	0.000 0	0.956 8	0.733 0	0.031 8	0.003 5
HARFIMA-J	0.210 9	0.005 5	0.000 0	0.000 0	0.840 2	0.045 1	0.031 8	0.001 1
LHAR-J	0.149 3	0.000 8	0.000 0	0.000 0	0.744 3	0.171 0	0.031 8	0.009 2
LHARFIMA-J	0.694 6	0.079 3	0.000 0	0.000 0	0.972 5	0.420 2	0.971 3	0.051 1
HAR-V	0.628 5	0.059 5	0.000 0	0.000 0	0.451 9	0.031 1	0.022 2	0.001 2
ARFIMA-V	0.201 7	0.127 9	0.008 5	0.008 1	0.678 9	0.491 3	0.113 1	0.009 2
HARFIMA-V	0.694 6	0.295 0	0.492 7	0.083 3	0.553 1	0.290 0	0.031 8	0.003 5
LHAR-V	0.202 1	0.059 5	0.000 0	0.000 0	0.553 1	0.054 6	0.031 8	0.003 5
LHARFIMA-V	0.778 4	0.456 3	0.421 2	0.021 0	0.966 5	0.491 3	0.971 3	<u>1.000 0</u>
HAR-JV	0.796 6	0.245 4	0.000 0	0.000 0	0.539 3	0.014 1	0.018 9	0.000 7
ARFIMA-JV	0.628 5	0.195 8	0.046 3	0.026 5	0.947 7	<u>1.000 0</u>	0.031 8	0.009 5
HARFIMA-JV	<u>1.000 0</u>	0.456 3	<u>1.000 0</u>	<u>1.000 0</u>	0.678 9	0.242 6	0.031 8	0.003 5
LHAR-JV	0.694 6	0.059 0	0.000 0	0.000 0	0.693 8	0.097 9	0.031 8	0.003 5
LHARFIMA-JV	0.796 6	<u>1.000 0</u>	0.492 7	0.083 3	<u>1.000 0</u>	0.491 3	<u>1.000 0</u>	0.869 6

注: 粗体表示 p 值大于 0.25 的模型 (p 值越大模型精度越高), 下划线表示在所有模型中最优的模型.

5 结束语

HAR 考虑了不同期限的交易者对波动率的“贡献程度”,即具有异质特征的交易者分别对市场的波动率贡献,具有较强的经济含义;ARFIMA 模型能够更加准确地刻画金融市场波动非常重要的“长记忆”特征,二者各有优劣,结合二者的优势,提出新的 HARFIMA 模型,并对该模型进行了进一步的拓展,提出 7 个拓展模型.将 HARFIMA-类模型用于对 S&P 500 和 SSEC 的波动率预测取得了较好的预测效果.实证结果表明,无论是在相对成熟的美国市场,还是中国这样的新兴市场,

HAR-类模型虽然在一定程度上能刻画波动的长记忆特征,但其刻画能力非常有限,而新提出的 HARFIMA-类模型能够更加准确地刻画金融市场波动的长记忆特征,并且具有 HAR-类模型的经济含义.综合了两类模型的优点.在样本外的预测精度检验中, HARFIMA-类模型明显优于其他模型,并且在改变预测的窗口宽度、预测特殊波动时期的 RV 以及用 RK 作为真实波动率的稳健性检验中都得出了同样的结论.综上所述,新提出的 HARFIMA-类模型既具有理论上的支撑,又在实证中取得了极好的效果,在金融市场波动预测中可以显著改进现有模型的预测能力,具有重要的理论与实践价值.

参 考 文 献:

- [1] Bollerslev T, Chou R Y, Kroner K F. ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence [J]. *Journal of Econometrics*, 1992, 52(1/2): 5-59.
- [2] Ding Z, Granger C W J, Engle R F. A long memory property of stock market returns and a new model [J]. *Journal of Empirical Finance*, 1993, 1(1): 83-106.
- [3] Cont R. Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues [J]. *Quantitative Finance*, 2001, 1(2): 223-236.
- [4] Lothian J R. Some new stylized facts of floating exchange rates [J]. *Journal of International Money and Finance*, 1998, 17(1): 29-39.
- [5] Laurent S. Asymmetry and Fat-tails in Financial Time Series [D]. Martinique: Maastricht University, 2002.
- [6] Li X M, Rose L C. The tail risk of emerging stock markets [J]. *Emerging Markets Review*, 2009, 10(4): 242-256.
- [7] Andersen T G, Bollerslev T. Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts [J]. *International Economic Review*, 1998, (39) 4: 885-905.
- [8] Andersen T G, Bollerslev T, Diebold F X, et al. Modeling and forecasting realized volatility [J]. *Econometrica*, 2003, 71(2): 579-625.
- [9] Koopman S J, Jungbacker B, Hol E. Forecasting daily variability of the S&P 100 stock index using historical, realised and implied volatility measurements [J]. *Journal of Empirical Finance*, 2005, 12(3): 445-475.
- [10] 魏 宇. 沪深 300 股指期货的波动率预测模型研究 [J]. *管理科学学报*, 2010, 13(2): 66-76.
Wei Yu. Volatility forecasting models for CSI300 Index Futures [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2010, 13(2): 66-76. (in Chinese)
- [11] Corsi F. A simple approximate long-memory model of realized volatility [J]. *Journal of Financial Econometrics*, 2009, 7(2): 174-196.
- [12] Chen X, Ghysels E. News-good or bad and its impact on volatility predictions over multiple horizons [J]. *Review of Financial Studies*, 2011, 24(1): 46-81.
- [13] Patton A J, Sheppard K. Good volatility, bad volatility: Signed jumps and the persistence of volatility [J]. *Review of Economics and Statistics*, 2015, 97(3): 683-697.
- [14] Prokopczuk M, Symeonidis L, Wese S C. Do jumps matter for volatility forecasting? Evidence from energy markets [J]. *Journal of Futures Markets*, 2016, 36(8): 758-792.
- [15] 文凤华, 唐海如, 刘晓群, 等. 中国证券市场的 HAR-BACD-V 模型及其应用 [J]. *系统工程理论与实践*, 2012, 32

- (3): 608 – 613.
Wen Fenghua, Tang Hairu, Liu Xiaoqun, et al. HAR-BACD-V model and its application to Chinese stock market [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2012, 32(3): 608 – 613. (in Chinese)
- [16] 陈浪南, 杨 科. 中国股市高频波动率的特征、预测模型以及预测精度比较 [J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(2): 296 – 307.
Chen Langnan, Yang Ke. High-frequency volatility features, forecast model and performance evaluation [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2013, 33(2): 296 – 307. (in Chinese)
- [17] 罗嘉雯, 陈浪南. 基于 TVS-MHAR 模型金融市场高频多元波动率的预测 [J]. *系统工程理论与实践*, 2018, 38(7): 1677 – 1689.
Luo Jiawen, Chen Langnan. Multivariate realized volatility forecasts of financial markets based on TVS-MHAR model [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2018, 38(7): 1677 – 1689. (in Chinese)
- [18] 唐 勇, 黄志刚. 多分形视角下的金融市场波动建模研究 [J]. *系统科学与数学*, 2015, 35(6): 667 – 684.
Tang Yong, Huang Zhigang. Volatility modeling for financial market: Based on the views of multifractal [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2015, 35(6): 667 – 684. (in Chinese)
- [19] 贺志芳, 杨 鑫, 龚 旭, 等. 股指期货市场波动率的预测研究 [J]. *系统科学与数学*, 2016, 36(8): 1160 – 1174.
He Zhifang, Yang Xin, Gong Xu, et al. Predicting stock index futures market volatility [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2016, 36(8): 1160 – 1174. (in Chinese)
- [20] 唐 勇, 崔金鑫. 中国股票市场最优套期保值比率研究——基于高阶矩 HAR 模型 [J]. *系统科学与数学*, 2018, 38(9): 1036 – 1054.
Tang Yong, Cui Jinxin. Research on optimal hedging ratio of Chinese stock market based on higher moments HAR model [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2018, 38(9): 1036 – 1054. (in Chinese)
- [21] Qiu Yue, Xie Tian. Forecasting foreign exchange realized volatility: A least square model averaging approach [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences(English Series)*, 2018, 38(6): 725 – 744.
- [22] Varneskov R T, Perron P. Combining long memory and level shifts in modelling and forecasting the volatility of asset returns [J]. *Quantitative Finance*, 2018, 18(3): 371 – 393.
- [23] Baillie R T, Calonaci F, Cho D, et al. Long Memory, Realized Volatility and HAR Models [R]. London: Queen Mary University of London School of Economics and Finance, 2019.
- [24] Baillie R T, Bollerslev T, Mikkelsen H O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity [J]. *Journal of Econometrics*, 1996, 74(1): 3 – 30.
- [25] Barros C P, Gil-Alana L A, Payne J E. Evidence of long memory behavior in US renewable energy consumption [J]. *Energy Policy*, 2012, 41: 822 – 826.
- [26] Haldrup N, Valdés J E V. Long memory, fractional integration, and cross-sectional aggregation [J]. *Journal of Econometrics*, 2017, 199(1): 1 – 11.
- [27] Christoffersen P, Feunou B, Jacobs K, et al. The economic value of realized volatility: Using high-frequency returns for option valuation [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2014, 49(3): 663 – 697.
- [28] Wang Y, Ma F, Wei Y, et al. Forecasting realized volatility in a changing world: A dynamic model averaging approach [J]. *Journal of Banking & Finance*, 2016, 64: 136 – 149.
- [29] Müller U A, Dacorogna M M, Dave R D, et al. Fractals and intrinsic time: A challenge to econometricians [C] // 39th International AEA Conference on Real Time Econometrics, 1993.
- [30] Baillie R T, Chung C F, Tieslau M A. Analysing inflation by the fractionally integrated ARFIMA-GARCH model [J]. *Journal of Applied Econometrics*, 1996, 11(1): 23 – 40.
- [31] 文凤华, 刘晓群, 唐海如, 等. 基于 LHAR-RV-V 模型的中国股市波动性研究 [J]. *管理科学学报*, 2012, 15(6): 59 – 67.
Wen Fenghua, Liu Xiaoqun, Tang Hairu, et al. Research on China's stock market fluctuations based on LHAR-RV-V model [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2012, 15(6): 59 – 67. (in Chinese)
- [32] 朱 莉, 刘向丽. 高频股指期货现货市场波动跳跃及跳跃溢出检验——基于集合经验模式分解和小波降噪 [J]. *系统*

科学与数学, 2017, 37(6): 1509 – 1523.

Zhu Li, Liu Xiangli. High-frequency data stock index future-spot market volatility jumps and jumps overflow test-based on EEMD and wavelet denoising [J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2017, 37(6): 1509 – 1523. (in Chinese)

[33] 龚 旭, 林伯强. 跳跃风险、结构突变与原油期货价格波动预测 [J]. 中国管理科学, 2018, 26(11): 11 – 21.

Gong Xu, Lin Boqiang. Jump risk, structural breaks and forecasting crude oil futures volatility [J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(11): 11 – 21. (in Chinese)

[34] Fernandes M, Medeiros M C, Scharth M. Modeling and predicting the CBOE market volatility index [J]. Journal of Banking & Finance, 2014, 40: 1 – 10.

[35] Sarwar G. Is VIX an investor fear gauge in BRIC equity markets? [J]. Journal of Multinational Financial Management, 2012, 22(3): 55 – 65.

[36] Degiannakis S, Filis G. Forecasting oil price realized volatility using information channels from other asset classes [J]. Journal of International Money and Finance, 2017, 76: 28 – 49.

[37] Christoffersen P F. Evaluating interval forecasts [J]. International Economic Review, 1998, 39(4): 841 – 862.

[38] Hansen P R, Lunde A, Nason J M. The model confidence set [J]. Econometrica, 2011, 79(2): 453 – 497.

[39] Brock W A, Scheinkman J A, Dechert W D, et al. A test for independence based on the correlation dimension [J]. Econometric reviews, 1996, 15(3): 197 – 235.

[40] Lo A W. Long-term memory in stock market prices [J]. Econometrica, 1991, 59(5): 1279 – 1313.

[41] Barndorff-Nielsen O E, Hansen P R, Lunde A, et al. Designing realized kernels to measure the ex post variation of equity prices in the presence of noise [J]. Econometrica, 2008, 76(6): 1481 – 1536.

A new method of stock market volatility forecasting in high-frequency perspective: HARFIMA model

CHEN Wang¹, WEI Yu^{2*}, MA Feng³, MEI De-xiang⁴

1. College of Finance and Economics, Yangtze Normal University, Chongqing 408100, China;

2. School of Finance, Yunnan University of Finance and Economics, Kunming 650221, China;

3. School of Economics & Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

4. School of Finance, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China

Abstract: HAR-type models can be used to describe the proportion of contributions by different class of traders (Heterogeneous). They are widely used in empirical study and their performance is good in financial market volatility forecasting. The empirical results show the HAR-type models can be used to partly capture the long memory which is very important for financial market, but the performance is very limited. However, ARFIMA models are very good at describing long memory. Therefore, based on the advantages of above mentioned two models, a new model: HARFIMA is proposed and developed further into an HARFIMA-type model. Then the HARFIMA-type model is used to forecast the realized volatility (RV) of S&P 500 and SSEC. The empirical results show that our HARFIMA-type model can be used to capture long memory more accurately, and that the out-sample forecasting performance is better than other models. This conclusion is also robust.

Key words: heterogeneous; long memory; realized volatility (RV); HARFIMA model