

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2021.03.002

垄断双边平台的价格策略和数量策略设计问题^①

陈斐然¹, 朱道立^{1,2*}

(1. 上海交通大学安泰经济与管理学院, 上海 200030; 2. 上海交通大学中美物流研究院, 上海 200030)

摘要: 考虑垂直差异化下双边参与者的选择行为, 利用无穷维多类别用户均衡分析方法建立了垄断双边平台企业的价格策略和数量策略的MPEC模型. 其中, 着重研究价格策略中双边平台市场均衡的多重性问题, 利用供应曲线和需求曲线综合分析用户均衡多重解的几何特征及价格可行集合. 针对非零用户均衡多重性的问题, 本文还讨论了乐观和悲观两种用户均衡预期下的最优价格策略设计方法及平台最优数量策略, 并发现了最优乐观价格策略和最优数量策略的对偶性. 为更好结合平台实际运营, 本文考虑平台具有一定的初始用户规模, 研究了双边平台用户均衡定点问题的用户规模轨迹迭代方程的极限解, 进而获得给定用户规模的平台最优价格策略, 为平台企业提供定价决策参考.

关键词: 双边市场; 垂直差异化; 价格策略; 数量策略; 多重用户均衡

中图分类号: F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2021)03-0018-14

0 引言

Rochet 和 Tirole^[1]提出的双边市场理论作为新经济时代研究平台企业策略行为以及商业运营模式的基础理论, 为双边市场平台研究奠定了基础, 也为平台型企业的发展提供了重要的指导意义. 很多传统行业都具备双边市场的典型特征.

双边平台的市场均衡多重性是影响平台企业决策的重要问题. 由于存在需求互补性, 平台在给定价格策略时, 会产生多个用户均衡的情况. 例如, “鸡蛋相生”问题^[2]是双边平台定价策略的经典问题, 即双边平台企业在发展初期, 平台一边的用户在考虑加入平台时需要平台具有需求互补的另一边用户满足一定的数量. 以电商平台为例, 买家在考虑加入平台时, 需要平台具有足够多的卖家, 从而满足购物需求, 否则不会加入平台. 而卖家在考虑是否加入平台时, 同样需要平台具有一定规模的买家, 否则也不会加入平台. 此时, 当平

台给定价格策略下, 除了出现非零用户均衡, 也会出现双边用户都是零的用户均衡. 为了打破平台发展初期“鸡蛋相生”的困境, Caillaud 和 Jullien^[2]提出了逐个击破(divided and conquer)策略, 通过免费或补贴策略, 先聚集一边的用户, 通过这边的用户再吸引另外一边的用户加入, 以发挥平台的规模效应, 保证用户规模的稳定增长.

而除了“鸡蛋相生”问题, 用户均衡内点解的多重性则更为复杂. 由于用户选择偏好的不确定性或效用函数关于用户差异化参数及用户规模之间的非线性关系, 作为定点问题的用户规模问题将会产生多个内点均衡解. 此时价格策略设计问题会比较困难. Caillaud 和 Jullien^[2]认为网络外部性是导致双边市场均衡出现多种用户均衡的重要原因. 为避免多重性, 他们提出了用户均衡为价格策略的非增函数的假设. 现有文献大多基于该假设, 规避了非零均衡多重性的问题; 文献[3, 4]利用期望可实现方法, 即假设用户存在一个期望的

① 收稿日期: 2018-12-30; 修订日期: 2020-07-15.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71871140; 71471112).

通讯作者: 朱道立(1945—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师. Email: dlzhu@sjtu.edu.cn

市场规模,并假设平台市场最终能够实现用户的期望市场规模,从而计算指定用户均衡下的最优价格策略.然而,由于双边平台的价格结构和用户的数量是动态相互影响的,期望可实现方法并不能保证得到的均衡解是最优的.在实践中,当平台企业在给定价格策略下,如有多个用户均衡解存在,当较低的用户均衡发生时,平台则无法获得达到预期的利润,甚至出现用户聚集失败(failure to launch)的情况^[5].现有文献虽发现了双边平台的市场均衡具有多重性,但并没有详细分析产生多重性的原因,也没有分析平台企业在面临多重均衡时,应如何进行价格策略设计的问题.

产品的水平差异化和垂直差异化是经济学的重要理论^[6].水平差异化的基本模型是 Hotelling 模型^[7],而垂直差异化的典型工作可见 Gabszewicz 和 Thisse^[8].随着平台经济的发展,基于两种差异化的产品需求理论成为双边市场研究的重要理论基础.在水平差异化方面,Armstrong^[9]将交叉网络外部性引到双边平台的研究中并提出了基于 Hotelling 模型的双平台竞争定价策略.目前仍有不少文献对该方法作了进一步的拓展和研究^[10-12].在 Hotelling 模型下,平台双边的用户均匀分布在“线性城市”的空间上.如考虑固定的运输成本,用户的效用函数是关于平台用户规模、价格和用户位置的线性函数.利用用户空间分布的性质,容易得到平台双边用户规模的表达式,它是另一边的用户规模和应付价格的线性表达式.从而得出的线性方程组在一定条件下,容易求解.双边平台的价格与平台用户均衡规模是一一对应的,利用一阶最优化条件容易求得双边平台管理者的最优价格策略.

而在基于垂直差异化的双边平台研究方面,Gabszewicz 和 Wauthy^[13]首先对垂直差异化下的垄断双边平台进行研究,对双平台的竞争研究论文则在 2014 年发表^[4].在垂直差异化理论中,不同的用户对企业提供的产品(或服务)的多个属性(如质量和应付价格等)具有差异化的偏好.由于存在网络外部性,平台提供产品(或服务)的某个属性(如质量)往往是网络规模的函数,即该属性带有了网络外部性,用户的效用函数含有偏好参数与用户规模函数的乘积项.根据用户偏好的分布性质得到的平台一边用户规模表达式,是另

一边用户规模和价格的非线性表达式.关于平台用户规模的非线性方程组成了一个定点问题.尽管在一定条件下可证明其用户均衡解的存在性,但是求解方法和收敛分析则是相当困难的.特别是对于同一个价格,会导致多重用户均衡,使得平台管理者在制定价格策略时面临很大困难.但是,由于垂直差异化能够深刻刻画用户选择行为,双边平台管理实践仍非常需要基于垂直差异化理论的双边平台理论和实际管理操作方法.

现有研究垂直差异化的双边平台国内研究中,大都是假设平台的服务质量是外生给定的,即服务质量不具有网络外部性^[14].而国外文献中 Roger^[15]考虑了单边具有交叉网络外部性的垂直差异化媒体平台中的价格策略.Gabszewicz 和 Wauthy^[4]考虑了给定用户期望数量下的一种特定情况下的双平台用户均衡.现有文献缺乏带网络外部性垂直差异化双边平台完整的研究,缺乏多重用户均衡对价格策略的影响.因此,本文研究基于网络外部性的产品垂直差异化双边平台用户均衡,分析双边平台在发生用户均衡多重性时,平台管理者合理的价格策略.

随着互联网经济的发展,平台经济也逐渐渗透到社会经济的各个领域.垂直差异化在平台企业中的影响也越来越重要,平台企业提供的产品(或服务)属性具有网络外部性的情况得到更大的重视,用户更愿意加入规模更大的平台以获得高质量的服务^[16].例如,商家越多的电商平台使得消费者能够购买的商品种类更加多样化;而消费者越多,商家商品能够出售的几率也越大.共享出行平台中,司机越多的平台使得乘客等待时间更短,呼叫范围更广;而乘客越多,司机的接单效率就越高.垂直差异化的垄断双边平台案例在实践中也有很多.例如中非跨境电子商务平台是我国唯一一家针对中国企业和非洲企业的跨境 B2B 电商平台,对于中非地区的买家和卖家企业跨境电商交易,平台提供的服务具有垄断的特点.平台型产业发展经常从竞争趋向垄断,呈现出一家或几家独大的局面.如共享出行平台中“快的打车”与“滴滴打车”平台的合并,车货匹配平台中“货车帮”与“运满满”平台的合并,在该领域内形成了一家独大的局面.但是,有的平台缺乏对多重用户均衡的分析,在给定价格策略下,平台用户逐渐

减少并趋向于零用户均衡. 平台企业考虑用户均衡的多重性, 合理选择价格策略, 使平台达到想要的用户均衡, 是平台企业亟需研究的问题.

本文研究垂直差异化下的垄断双边平台, 研究内容主要包括四个方面: 首先, 研究了带价格参数的双边平台用户均衡问题, 详细分析了平台用户均衡多重解的几何特征与本质; 第二, 针对非零用户均衡多重性的问题, 以及价格策略求解难的问题, 得到乐观和悲观两种用户均衡预期下的最优价格策略. 第三, 分析了平台利润最大化的最优数量策略, 并得出了乐观价格策略和数量策略的对偶关系, 为平台企业利润最大化提供运营思路; 第四, 为更好结合平台实际运营, 考虑平台具有一定的初始用户规模, 研究了双边平台用户均衡定点问题的用户规模轨迹迭代方程的极限解, 进而获得给定初始用户规模的最优价格策略, 从而为平台企业提供定价决策参考.

1 垄断双边平台用户均衡, 双边平台价格策略和数量策略设计问题

研究基于用户垂直差异化选择行为的垄断双边平台用户均衡模型, 平台市场中有三个相关者:

1) 平台: 为买方和卖方市场提供产品或服务. 例如, 电商 B2B 平台是典型的市场创造型双边市场. 它通过交易平台, 为卖方企业提供产品展示服务; 为买方企业提供产品信息搜索与推荐服务, 从而提高买卖双方交易效率或交易匹配成功率, 以实现平台价值. 平台向买卖双方收取一定的费用 p_b, p_s , 例如会员费、交易费等.

2) 买方: 买方用户的类别群体用 $\{\alpha\}$ 来表示, 类别 α 分布在 $[0, \alpha_{\max}]$ 上, 买方用户的总量标准化为 1. 买方用户上平台的效用为

$$u_b(\alpha) = \alpha F_b(X_b, X_s, p_b, p_s) + G_b(X_b, X_s, p_b, p_s)$$

其中 F_b 表示买方用户上平台的使用效用, 例如产品的可选择性等, 而这些属性与双边的用户规模相关, 即存在网络外部性. G_b 表示买方上平台的相关费用, 包括平台收取的费用, 以及用户付出的其他成本费用. X_b, X_s 是平台双边用户的总流量, α 表示买方对平台产品的偏好参数. 假设 α 满足某种分布 $h_b(\alpha)$, 函数 $h_b(\alpha)$ 在 $[0, \alpha_{\max}]$ 上可

测, 几乎处处为正及平方可积

$$h_b(\alpha) \geq 0, \int_0^{\alpha_{\max}} h_b(\alpha) d\alpha = 1$$

3) 卖方: 卖方用户的类别群体用 $\{\beta\}$ 来表示, 类别 β 分布在 $[0, \beta_{\max}]$ 上, 卖方用户的总量标准化为 1. 卖方用户上平台的效用为

$$u_s(\beta) = \beta F_s(X_b, X_s, p_b, p_s) + G_s(X_b, X_s, p_b, p_s)$$

其中 F_s 表示卖方用户上平台的使用效用, 例如交易撮合能力等, 并和产品市场的规模 (即平台的买方用户规模) 极其相关. 而 G_s 表示卖方上平台的相关费用. β 表示卖方对平台的质量偏好参数. β 满足分布 $h_s(\beta)$, 函数 $h_s(\beta)$ 在 $[0, \beta_{\max}]$ 上可测, 几乎处处为正及平方可积

$$h_s(\beta) \geq 0, \int_0^{\beta_{\max}} h_s(\beta) d\beta = 1$$

对于买方 α , 若 $u_b(\alpha) > 0$, 则选择上平台, 产生流量 $x_b(\alpha) > 0$; 否则就不上平台, 流量 $x_b(\alpha) = 0$. 对于卖方 β , 若 $u_s(\beta) > 0$, 则选择上平台, 产生流量 $x_s(\beta) > 0$; 否则就不选择平台服务, 流量 $x_s(\beta) = 0$.

利用无穷维多类别用户网络均衡分析方法^[17], 可以得到垄断双边平台用户均衡的无穷维变分不等式系统

$$\begin{aligned} &\langle \alpha F_b(X_b^*, X_s^*, p_b, p_s) + G_b(X_b^*, X_s^*, p_b, p_s), \\ &x_b - x_b^* \rangle \geq 0, \forall x_b \in \Omega_b \\ &\langle \beta F_s(X_b^*, X_s^*, p_b, p_s) + G_s(X_b^*, X_s^*, p_b, p_s), \\ &x_s - x_s^* \rangle \geq 0, \forall x_s \in \Omega_s \end{aligned}$$

其中 X_b 和 X_s 是平台双边用户总流量, $x_b(\alpha)$ 和 $x_s(\beta)$ 是带偏好参数 α (或 β) 的用户流量

$$X_b = \int_0^{\alpha_{\max}} x_b(\alpha) d\alpha, X_s = \int_0^{\beta_{\max}} x_s(\beta) d\beta$$

Ω_b 和 Ω_s 分别是定义在 Hilbert 空间 $L^2(0, \alpha_{\max})$ 和 $L^2(0, \beta_{\max})$ 的非负区间约束 $\Omega_b = \{x_b \in L^2(0, \alpha_{\max}) : 0 \leq x_b(\alpha) \leq h_b(\alpha), \forall \alpha \in [0, \alpha_{\max}]\}$, $\Omega_s = \{x_s \in L^2(0, \beta_{\max}) : 0 \leq x_s(\beta) \leq h_s(\beta), \forall \beta \in [0, \beta_{\max}]\}$

定理 1 如 F_b, F_s 和 G_b, G_s 都是连续函数, 则双边平台的用户均衡解存在.

证明 见 Marcotte 和 Zhu 文献中的定理 1^[17].

在双边平台研究中, 有两个基本管理问题, 即双边平台价格策略设计和双边平台数量策略设计

问题,如图 1.

在双边平台价格策略设计问题里,平台管理者在考虑双边平台用户均衡基础上,为获得最大收益进行的价格策略设计. 设平台管理者的利润函数为 $\Pi(X_b, X_s, p_b, p_s)$, 则价格策略设计问题可表示为

$$\begin{aligned} \max_{(p_b, p_s) \in \Gamma_p} \Pi(X_b, X_s, p_b, p_s) &= p_b X_b + p_s X_s \\ \langle \alpha F_b(X_b, X_s, p_b, p_s) + G_b(X_b, X_s, p_b, p_s), y_b - x_b \rangle &\leq 0, \forall y_b \in \Omega_b \\ \langle \beta F_s(X_b, X_s, p_b, p_s) + G_s(X_b, X_s, p_b, p_s), y_s - x_s \rangle &\leq 0, \forall y_s \in \Omega_s \end{aligned}$$

其中 Γ_p 是价格策略可行性集合,即保证双边用户均衡解存在的价格策略集合.

在双边平台数量策略设计问题里,平台管理者的目的是要找到取得最大利益的数量策略,使

用作为反应函数的价格 (p_b, p_s) , 实现平台对双边用户给出数量的承诺,根据定点定理,保证了需要的数量 (X_b, X_s) 为用户均衡. 数量策略设计问题可表示为

$$\begin{aligned} \max_{(X_b, X_s) \in \Gamma_X} \Pi(X_b, X_s, p_b, p_s) &= p_b X_b + p_s X_s \\ \langle \alpha F_b(X_b, X_s, p_b, p_s) + G_b(X_b, X_s, p_b, p_s), y_b - x_b \rangle &\leq 0, \forall y_b \in \Omega_b \\ \langle \beta F_s(X_b, X_s, p_b, p_s) + G_s(X_b, X_s, p_b, p_s), y_s - x_s \rangle &\leq 0, \forall y_s \in \Omega_s \end{aligned}$$

其中 Γ_X 是数量策略可行性集合,即

$$\Gamma_X = \{ (X_b, X_s) \mid 0 \leq X_b \leq 1, 0 \leq X_s \leq 1, \text{存在 } (p_b, p_s) \text{ 使得 } (X_b, X_s) \text{ 为双边平台均衡} \}.$$

上述两个问题都是带均衡约束的数学规划问题,简称为 MPEC 问题.

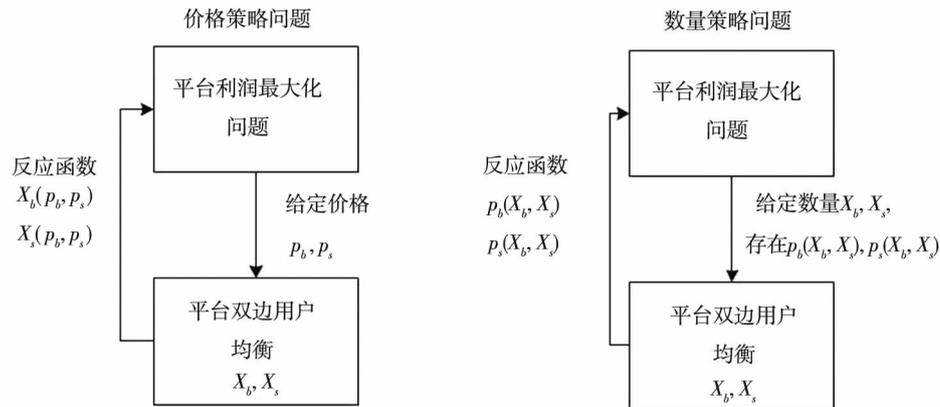


图 1 双边平台价格策略和数量策略的 MPEC 模型

Fig. 1 MPEC model of price strategy and network-size allocation strategy in two-sided platform

2 带价格参数的双边平台用户均衡问题

与文献[4]一样,本文将采用用户垂直差异化的线性效用函数来研究双边平台用户均衡^[4]. 假设买方企业的偏好参数 α 在 $[0, 1]$ 之间满足均匀分布 $h_b(\alpha)$. 买方的效用函数为 $u_b(\alpha) = \alpha X_s - p_b$, 其中 X_s 表示加入平台的卖方数量. 卖方企业的偏好参数 β 在 $[0, 1]$ 之间满足均匀分布 $h_s(\beta)$. 卖方的效用函数 $u_s(\beta) = \beta X_b - p_s$, 其中 X_b 表示加入平台的买方数量. 平台通过设定会员费 p_b, p_s 来实现利润最大化,会员费是指用户加入平台支付的一次性费用,如阿里巴巴 B2B 平台采

用了会员制的收费模式.

平台结构如图 2 所示:

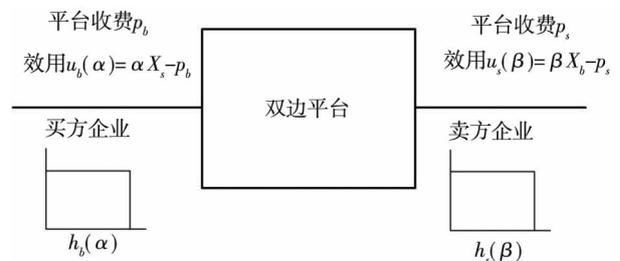


图 2 双边平台结构

Fig. 2 Structure of the two-sided platform

给定非负价格 p_s 和 p_b , 假设买方知道卖方总量 X_s . 由效用函数,若 $X_s \leq p_b$, 那么所有买方效用非正,即 $u_b(\alpha) \leq 0$. 这样所有买方都不上平台. 若 $X_s > p_b$, 则买方的偏好临界点 $\hat{\alpha} = \frac{p_b}{X_s}$. 显

然 $0 < \hat{\alpha} \leq 1$. 显然,具有正效用的买方 $\alpha \in [\hat{\alpha}, 1]$ 选择上平台,总量为 $1 - \frac{p_b}{X_s}$;买方 $\alpha \in [0, \hat{\alpha}]$ 的效用非正,从而不上平台.

加入平台的买方总量为

$$Y_b(X_s, p_b) = \begin{cases} 0, & \text{当 } X_s \leq p_b \text{ 时} \\ 1 - \frac{p_b}{X_s}, & \text{当 } X_s > p_b \text{ 时} \end{cases} \quad (1)$$

对卖方作同样的分析,加入平台的卖方总量为

$$Y_s(X_b, p_s) = \begin{cases} 0, & \text{当 } X_b \leq p_s \text{ 时} \\ 1 - \frac{p_s}{X_b}, & \text{当 } X_b > p_s \text{ 时} \end{cases} \quad (2)$$

进一步得到双边平台用户均衡的定点问题表示如下

$$X_b = Y_b(X_s, p_b), X_s = Y_s(X_b, p_s) \quad (3)$$

根据式(1)~式(3),得到双边平台用户均衡的两个基本结论:

(i) $X_b = 0, X_s = 0$ 是用户均衡解,它是为平台带来零收益的奇异解.

(ii) 双边平台的用户均衡非零解必定具有两个非零分量,即 $X_b > 0, X_s > 0$.

下面给出购买需求曲线和供应需求曲线及产生非零用户均衡解的价格可行集合的概念.

对于给定的 (p_b, p_s) , 购买需求曲线 Φ_b 由点 $(Y_b(X_s, p_b), X_s)$ 所构成,它描述了平台的买方需求数量 Y_b 与给定价格 p_b 和卖方数量 X_s 的关系.

$$\Phi_b: \{(Y_b(X_s, p_b), X_s), 0 \leq X_s \leq 1\}$$

供应需求曲线是由点 $(X_b, Y_s(X_b, p_s))$ 所构成,它描述了卖方的需求数量 Y_s 与给定价格 p_s 和买方数量 X_b 的关系.

$$\Phi_s: \{(X_b, Y_s(X_b, p_s)), 0 \leq X_b \leq 1\}$$

根据定点定理,曲线 Φ_b 和曲线 Φ_s 的交点一定是双边平台用户均衡点. 而保证双边平台存在非零用户均衡解的价格可行集合为(见图3)

$$\begin{aligned} \Gamma_p &= \{(p_b, p_s) \mid 0 \leq p_b \leq 1, 0 \leq p_s \leq 1\} \\ &= \Gamma_{11} \cup \Gamma_{12} \cup \Gamma_{13} \cup \Gamma_2 \end{aligned}$$

不同区域所对应的曲线 Φ_b , 曲线 Φ_s 及其用户均衡解的分析如下

(i) $(p_b, p_s) \in \Gamma_{13} = \{(p_b, p_s) \mid 0 \leq p_b < 1, 0 \leq p_s < 1, [1 - (p_b - p_s)]^2 - 4p_s = 0\}$ 和 $(p_b, p_s) \in \Gamma_2 = \{(p_b, p_s) \mid 0 \leq p_b < 1, 0 \leq$

$p_s < 0, [1 - (p_b - p_s)]^2 - 4p_s > 0\}$ 此时平台对双边企业同时收取会员费.

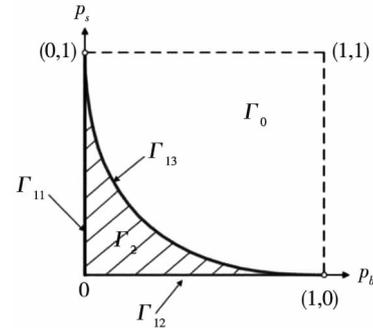


图3 双边平台用户非零均衡价格可行集合

Fig. 3 Price feasible set of non-zero equilibrium of two-sided platform

在这两种情况中,则有

$$Y_b(X_s, p_b) = \begin{cases} 0, & \text{当 } 0 \leq X_s \leq p_b \text{ 时} \\ 1 - \frac{p_b}{X_s}, & \text{当 } p_b < X_s \leq 1 \text{ 时} \end{cases} \quad (4)$$

$$Y_s(X_b, p_s) = \begin{cases} 0, & \text{当 } X_b \leq p_s \text{ 时} \\ 1 - \frac{p_s}{X_b}, & \text{当 } X_b > p_s \text{ 时} \end{cases} \quad (5)$$

非零均衡解满足

$$\begin{cases} X_s - X_b X_s - p_b = 0 \\ X_b - X_b X_s - p_s = 0 \end{cases} \quad (6)$$

因而 X_b 满足下列二次方程

$$X_b^2 - [1 - (p_b - p_s)]X_b + p_s = 0 \quad (7)$$

当 $(p_b, p_s) \in \Gamma_{13} \cup \Gamma_2$ 时,可计算得到

$$\begin{cases} X_b = \frac{[1 - (p_b - p_s)] \pm \sqrt{[1 - (p_b - p_s)]^2 - 4p_s}}{2} \\ X_s = \frac{[1 + (p_b - p_s)] \pm \sqrt{[1 - (p_b - p_s)]^2 - 4p_s}}{2} \end{cases} \quad (8)$$

在 $(p_b, p_s) \in \Gamma_{13}$ 时,有唯一非零解

$$X_b^* = \frac{1 - (p_b - p_s)}{2}, X_s^* = \frac{1 + (p_b - p_s)}{2}$$

而当 $(p_b, p_s) \in \Gamma_2$ 时,将会得到两个非零解. 图4(a)和(b)分别表示这两种情况的曲线 Φ_b 和 Φ_s , 其交点对应了零解和非零解.

(ii) $(p_b, p_s) \in \Gamma_{11} = \{(p_b, p_s) \mid p_b = 0, 0 \leq p_s < 1\}$.

即平台对买方企业采用免费策略,对卖方企业收费. 此时有

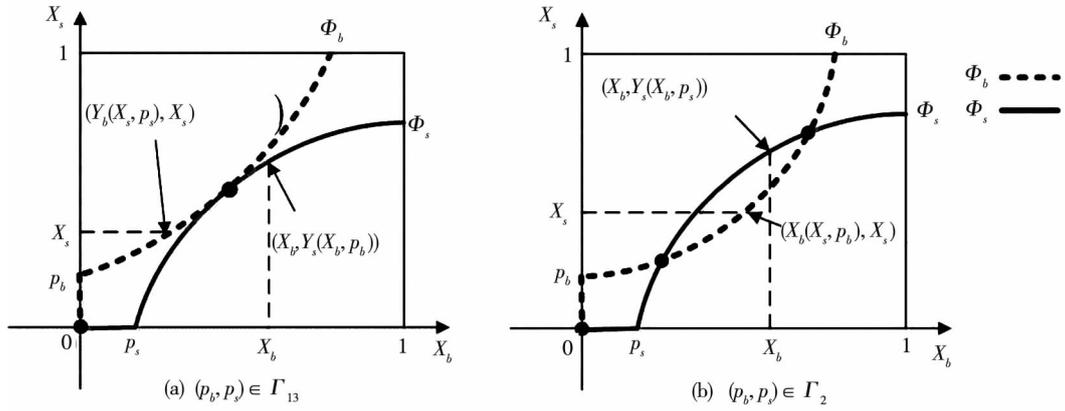


图 4 区域 Γ_{13} 和 Γ_2 对应的曲线 Φ_b 和 Φ_s 及其均衡交点

Fig. 4 The equilibrium intersections of curves Φ_b and Φ_s in area Γ_{13} and Γ_2

$$Y_b(X_s, p_b) = \begin{cases} 0, & \text{当 } X_s = 0 \text{ 时} \\ 1, & \text{当 } 0 < X_s \leq 1 \text{ 时} \end{cases}$$

$$Y_s(X_b, p_s) = \begin{cases} 0, & \text{当 } 0 \leq X_b \leq p_s \text{ 时} \\ 1 - \frac{p_s}{X_b}, & \text{当 } p_s < X_b \leq 1 \text{ 时} \end{cases}$$

可得到平台非零均衡解 $X_b^* = 1, X_s^* = 1 - p_s$.

图 5(a) 表示这种情况的曲线 Φ_b 和曲线 Φ_s ,

其交点为零解 $(0,0)$ 及非零解 $(1, 1 - p_s)$.

(iii) $(p_b, p_s) \in \Gamma_{12} = \{(p_b, p_s) \mid 0 \leq p_b < 1, p_s = 0\}$ 即平台对卖方企业免费, 对买方企业收费.

同理, 可得到非零解 $X_b^* = 1 - p_b, X_s^* = 1$.

图 5(b) 表示相应的曲线 Φ_b 和 Φ_s , 其交点为零解 $(0,0)$ 及非零解 $(1 - p_b, 1)$.

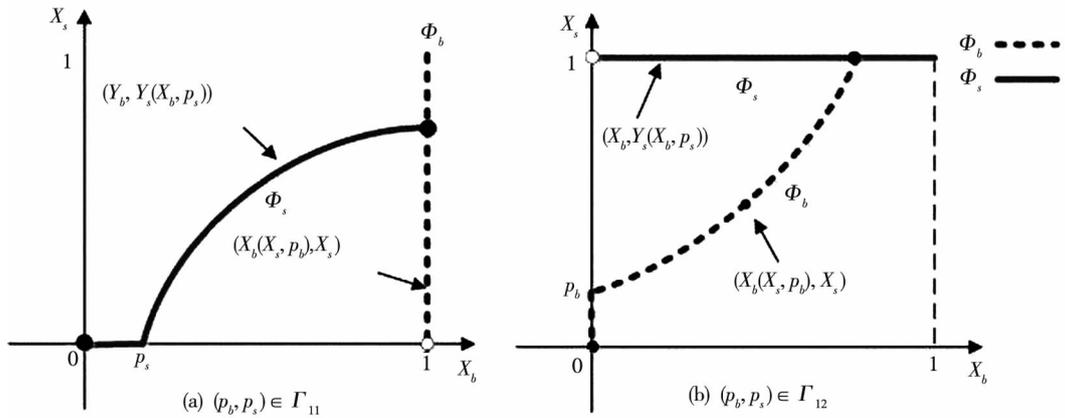


图 5 区域 Γ_{11} 和 Γ_{12} 对应的曲线 Φ_b 和 Φ_s 及其均衡交点

Fig. 5 The equilibrium intersections of curves Φ_b and Φ_s in area Γ_{11} and Γ_{12}

(iv) $(p_b, p_s) \in \Gamma_0 = \{(p_b, p_s) \mid 0 < p_b \leq 1,$

$$0 < p_s \leq 1, [1 - (p_b - p_s)]^2 - 4p_s < 0\}$$

二次方程(7)无解, 只有零均衡解.

(v) 特殊点 $(p_b, p_s) = (0, 1)$ 或 $(p_b, p_s) = (1, 0)$. 只有零均衡解.

在不同区域, 双边平台的用户均衡解如下表 1:

表 1 不同价格区域对应的用户均衡

Table 1 User equilibria in different price areas

(p_b, p_s) 的不同区域	零均衡解	非零均衡解 (X_b^*, X_s^*)
Γ_{11}	$(0,0)$	$(1, 1 - p_s)$
Γ_{12}	$(0,0)$	$(1 - p_b, 1)$
Γ_{13}	$(0,0)$	$\left(\frac{1 - (p_b - p_s)}{2}, \frac{1 + (p_b - p_s)}{2}\right)$
Γ_2	$(0,0)$	两个非零解, 见式(8)
Γ_0	$(0,0)$	无
$(0,1)$ 或 $(1,0)$	$(0,0)$	无

由表 1 可以看到,当价格策略在不同区域时,会导致不同的结果,甚至出现用户均衡零解. 企业若采用了错误的价格决策,则可能导致亏损. 因此,研究非零均衡解多重性的问题,对平台企业的价格决策具有重大意义.

下面将针对非零均衡多重性的问题,详细分析双边平台运营者在乐观和悲观两种用户均衡预期下的最优价格策略设计方法. 讨论了平台价格策略设计的非凸优化问题,并提出平台的最优价格策略以及最优利润的计算方案.

3 双边平台的最优价格策略设计

为简化分析,假设平台的变动成本和固定成本为零,平台的利润函数为

$$\Pi(X_b, X_s, p_b, p_s) = p_b X_b + p_s X_s \quad (9)$$

根据上节分析,双边平台用户均衡满足下列定点问题方程

$$X_b = Y_b(X_s, p_b) \quad (10)$$

$$X_s = Y_s(X_b, p_s)$$

由于 $(X_b, X_s) = (0, 0)$ 带来的平台利润为零,只需考虑非零用户均衡解.

这样双边平台价格策略问题可表示为

$$\max_{(p_b, p_s) \in \Gamma_p} \Pi(X_b, X_s, p_b, p_s) = p_b X_b + p_s X_s \quad (11.1)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} X_b = Y_b(X_s, p_b) \\ X_s = Y_s(X_b, p_s) \end{cases} \quad (11.2)$$

根据上节分析,得到:

对于 $(p_b, p_s) \in \Gamma_2$, 将会产生两个双边平台非零用户均衡解,将会导致双边平台产生不同的利润,从而导致双边平台价格设计决策的困难. 下面将针对双边平台的乐观和悲观两种用户均衡状态,详细讨论可行域 $(\Gamma_{13} \cup \Gamma_2)$ 上的平台利润最大的价格策略求解方法,进而研究双边平台的最优价格策略设计方法.

3.1 双边平台的乐观价格策略设计(max-max 策略)

假设激进的双边平台管理者采用 max-max 的策略. 对任意给定一对价格策略 $(p_b, p_s) \in (\Gamma_{13} \cup \Gamma_2)$, 平台管理者在双边平台用户均衡中考虑那个产生较大利润的乐观用户均衡状态,作为对价格的反应函数

$$\begin{cases} \hat{X}_b(p_b, p_s) = \frac{[1 - (p_b - p_s)] + \sqrt{[1 - (p_b - p_s)]^2 - 4p_s}}{2} \\ \hat{X}_s(p_b, p_s) = \frac{[1 + (p_b - p_s)] + \sqrt{[1 - (p_b - p_s)]^2 - 4p_s}}{2} \end{cases} \quad (12)$$

双边平台在 $\Gamma_{13} \cup \Gamma_2$ 上,乐观价格策略设计问题可转换为下述的单层优化问题

$$\max_{(p_b, p_s) \in (\Gamma_{13} \cup \Gamma_2)} \Pi(\hat{X}_b(p_b, p_s), \hat{X}_s(p_b, p_s), p_b, p_s) \quad (13)$$

上述优化问题是非凸优化问题,很难求解. 因此,引入参数 $\gamma \in [0, 1]$, 通过集合和的运算,得到

$$\Gamma_{13} \cup \Gamma_2 = \bigcup_{0 \leq \gamma \leq 1} \Gamma_p^\gamma \quad (14)$$

其中 $\Gamma_p^\gamma = \{(p_b, p_s) \mid 0 \leq p_b \leq 1, 0 \leq p_s \leq 1, [1 - (p_b - p_s)]^2 - 4p_s = \gamma^2\}$ 或 $\Gamma_p^\gamma = \{p_s \mid 0 \leq p_s \leq 1 - \gamma, p_b = 1 + p_s - \sqrt{\gamma^2 + 4p_s}\}$.

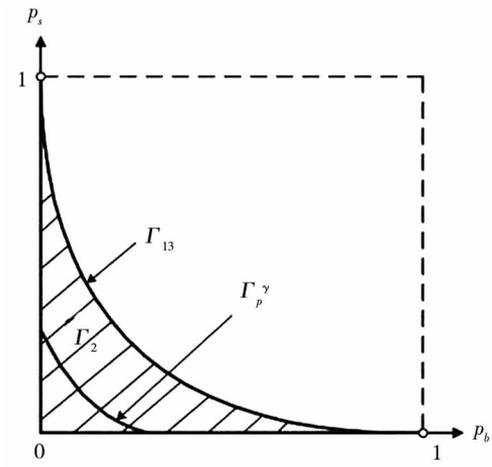


图 6 (p_b, p_s) 的非零均衡解的可行集合

Fig. 6 Feasible set of non-zero equilibrium solutions of (p_b, p_s)

因此,问题式 (14) 可写成

$$\begin{aligned} \max_{0 \leq \gamma \leq 1} \max_{(p_b, p_s) \in \Gamma_p^\gamma} \Pi(\hat{X}_b(p_b, p_s), \hat{X}_s(p_b, p_s), p_b, p_s) \\ = \max_{0 \leq \gamma \leq 1} \max_{0 < p_s \leq 1 - \gamma} \pi_H^\gamma(p_s) \\ = \frac{(1 - \gamma)(\sqrt{\gamma^2 + 4p_s} - 2p_s + \gamma)}{2} \end{aligned} \quad (15)$$

由于 $0 \leq \gamma \leq 1$, $\pi_H^\gamma(p_s)$ 是 p_s 上的严格凹函数,易求得 $\max_{0 < p_s \leq 1 - \gamma} \pi_H^\gamma(p_s)$ 的唯一最优解为 $p_s = \frac{1 - \gamma^2}{4}$.

这样,关于 (p_b, p_s) 的非凸优化问题式(13)可转换为关于 γ 的凹优化问题

$$\max_{0 \leq \gamma \leq 1} \pi_H = \frac{(1+\gamma)(1-\gamma^2)}{4}$$

容易得到唯一最优解 $\gamma^* = \frac{1}{3}$, 其相应的乐观价格策略 $(p_b^H, p_s^H) = (\frac{2}{9}, \frac{2}{9})$ 及乐观用户均衡解 $(\hat{X}_b^H, \hat{X}_s^H) = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$. 此时平台在 $\Gamma_{13} \cup \Gamma_2$ 上获得最优利润 $\hat{\pi}_H = \frac{8}{27}$.

由于 $(p_b, p_s) \in \Gamma_{11} \cup \Gamma_{12}$ 时,平台产生的最大利润为 $\frac{1}{4}$. 因此,双边平台乐观用户均衡的最优价格为 $(p_b^H, p_s^H) = (\frac{2}{9}, \frac{2}{9})$, 平台产生的最大利润为 $\frac{8}{27}$.

命题2 在乐观用户均衡状态下,平台管理者的最优价格策略为 $(p_b^H, p_s^H) = (\frac{2}{9}, \frac{2}{9})$, 平台产生的最大利润为 $\frac{8}{27}$.

3.2 双边平台的悲观价格策略设计(max-min策略)

假设保守的双边平台管理者采用 max-min 的策略. 对任意给定一对价格策略如 $(p_b, p_s) \in \Gamma_{13} \cup \Gamma_2$ 时,平台运营者会考虑双边平台用户均衡中选取产生较小利润的悲观用户均衡状态,作为平台用户对价格的反应函数

$$\begin{cases} \tilde{X}_b(p_b, p_s) = \frac{[1-(p_b-p_s)] - \sqrt{[1-(p_b-p_s)]^2 - 4p_s}}{2} \\ \tilde{X}_s(p_b, p_s) = \frac{[1+(p_b-p_s)] - \sqrt{[1-(p_b-p_s)]^2 - 4p_s}}{2} \end{cases} \quad (16)$$

考虑下面的单层优化问题

$$\max_{(p_b, p_s) \in (\Gamma_{13} \cup \Gamma_2)} \Pi(\tilde{X}_b(p_b, p_s), \tilde{X}_s(p_b, p_s), p_b, p_s) \quad (17)$$

利用乐观价格策略设计类似的分析得到最优解为 $(p_b^L, p_s^L) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$. 其对应的用户流量为 $(\tilde{X}_b^H, \tilde{X}_s^H)$,

$(\tilde{X}_s^H) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 双边平台的最优利润为 $\tilde{\pi}_L = \frac{1}{4}$.

注意到若采取价格策略 $(p_b, p_s) = (0, \frac{1}{2}) \in \Gamma_{11}$ 和 $(p_b, p_s) = (\frac{1}{2}, 0) \in \Gamma_{12}$, 获得的利润同样为 $\frac{1}{4}$, 与悲观策略 $(p_b^L, p_s^L) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \in \Gamma_{13} \cup \Gamma_2$ 获取的利润相等. 而对所有属于 Γ_2 的可行价格策略来说,其悲观情况获得利润均小于 $\frac{1}{4}$.

命题3 在悲观用户均衡状态下,平台管理者的最优价格策略有三个,分别是 $(p_b^L, p_s^L) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \in \Gamma_{13}$, $(0, \frac{1}{2}) \in \Gamma_{11}$ 和 $(\frac{1}{2}, 0) \in \Gamma_{12}$, 它们为平台带来的利润均为 $\frac{1}{4}$.

通过上述两小节的乐观和悲观用户均衡的价格策略设计讨论,结合命题3,得到以下结论:

1) 在乐观用户均衡下,平台运营者的最优价格策略为 $(p_b^H, p_s^H) = (\frac{2}{9}, \frac{2}{9}) \in \Gamma_2$, 此时乐观用户均衡为 $(\hat{X}_b^H, \hat{X}_s^H) = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$, 获得最大利润为 $\hat{\pi}_H = \frac{8}{27}$.

2) 在悲观用户均衡下,平台运营者获得的最大利润为 $\frac{1}{4}$. 相应的最优价格策略分别是 $(p_b^L, p_s^L) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \in \Gamma_{13}$, $(0, \frac{1}{2}) \in \Gamma_{11}$ 和 $(\frac{1}{2}, 0) \in \Gamma_{12}$.

3) 当平台管理者采取最优价格策略 $(p_b^H, p_s^H) = (\frac{2}{9}, \frac{2}{9}) \in \Gamma_2$ 时,因为双边平台用户均衡有多重性,可能发生悲观情况的均衡 $(\tilde{X}_b^H, \tilde{X}_s^H) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$, 此时平台的利润仅为 $\tilde{\pi}_H = \frac{4}{27}$.

因此,当激进的平台运营者采用最优乐观价格策略时,可能得到最大的利润 $\hat{\pi}_H$, 也可能得到上述三种情况中最小的利润 $\tilde{\pi}_H$. 而保守的平台运营者采用最优悲观价格策略,他们能得到相对中等的利润 $\tilde{\pi}_L$. 这反映了平台运营者的激进或

保守行为会导致不同的决策结果,见图 7.

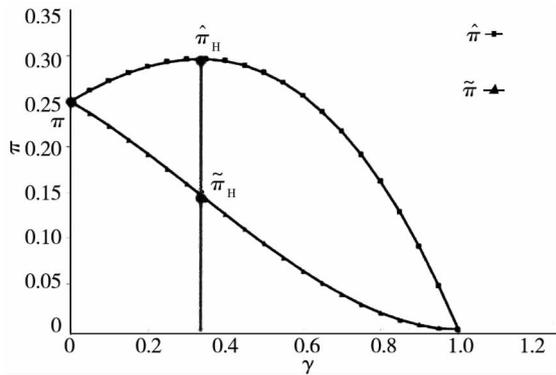


图 7 乐观价格策略和悲观价格策略下的利润

Fig. 7 Profit of optimistic price strategy and pessimistic price strategy

4 双边平台的数量策略设计以及与乐观价格策略的对偶性

目前,大部分双边市场文献采用价格策略的思路研究双边平台,较少文献研究平台的数量策略.而实际上,数量策略是平台实践中更常用的方法.平台的数量策略是指平台通过制定最佳的用户规模策略,使得在该双边用户数量下的市场均衡对应的利润达到最大.平台先找到最佳的数量规模,后采用不同方法实现自己想要的用户规模. Gabszewicz 和 Wauthy^[4] 基于数量策略,提出了承诺用户规模的方法,即平台先向用户承诺能够达到的用户规模,并致力于实现该用户规模.此时每组数量规模对应一组市场出清价格 (p_b, p_s) 使得双边平台达到均衡.用户根据平台承诺的数量规模以及价格反应函数,决定是否加入平台. Jain 等^[18] 提出了合同数量策略,平台通过与双边用户签订合同,每份合同代表用户加入平台时双边用户的数量,平台通过制定合同的价格和合同的数量,用户根据合同中的双边用户数量以及价格决定是否购买合同加入平台.阿里巴巴在成立初期,也是通过与一些买方和卖方企业签订合同,承诺这些商家在加入平台的时候能够满足一定规模的买方企业,从而为平台上获得了初始的用户. Weyl^[19] 提出的隔离定价思想,能够帮助平台将用户数量调整到想要的用户规模.此外,大量平台采用“烧钱策略”来快速增加用户规模,即平台企业不计成本的将价格定在较低的水平,甚至是高额

补贴的方式提高用户加入平台的效用,从而快速占领市场.如滴滴平台在市场扩张期对乘客提供“一元打车”福利,对司机的“高额补贴”的方式,快速占领市场;淘宝在成立初期一直采用免注册费和免交易费的策略,并经常提供红包奖励,促进用户消费频率,吸引了大量的用户.

假设平台运营者通过用户上平台的用户规模的设计和控制,以获得平台利润最大化.最优数量策略设计可归纳为以下的 MPEC 模型

$$\begin{aligned} \max_{(X_b, X_s) \in \Gamma_X} \quad & \Pi(X_b, X_s, p_b, p_s) = p_b X_b + p_s X_s \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} X_b = Y_b(X_s, p_b) \\ X_s = Y_s(X_b, p_s) \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $\Gamma_X = \{(X_b, X_s) \mid 0 \leq X_b \leq 1, 0 \leq X_s \leq 1\}$, 存在 (p_b, p_s) 使得 (X_b, X_s) 为双边平台均衡.

由于只考虑双边平台非零用户均衡,所以价格反应函数可表示为

$$\begin{aligned} p_b &= p_b(X_b, X_s) = X_s - X_b X_s \\ p_s &= p_s(X_b, X_s) = X_b - X_b X_s \end{aligned} \quad (19)$$

将式(19)代入 MPEC 模型中上层的目标利润函数,得到双边平台最优数量策略设计的单层优化问题模型

$$\begin{aligned} \max_{(X_b, X_s) \in \Gamma_X} \quad & \Pi(X_b, X_s, p_b, p_s) = p_b X_b + p_s X_s \\ & = \max_{0 < X_b, X_s \leq 1} 2X_s X_b - X_s^2 X_b - X_s X_b^2 \end{aligned} \quad (20)$$

容易求解优化问题式(20),进而获得下面结论:

命题 4 双边平台最优数量策略为 $(X_b^*, X_s^*) = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$, 相应的价格为 $(p_b^*, p_s^*) = (\frac{2}{9}, \frac{2}{9})$, 为平台带来最优利润为 $\Pi = \frac{8}{27}$.

定理 2 给出了双边平台的数量策略和乐观价格策略之间的对偶关系.

定理 2 假设 (X_b^*, X_s^*) 是双边平台的最优数量策略,令 $p_b(X_b, X_s)$ 和 $p_s(X_b, X_s)$ 为其对应的价格映射,那么 $p_b(X_b^*, X_s^*), p_s(X_b^*, X_s^*)$ 一定是双边平台的最优乐观价格策略.

证明 限于篇幅证明从略.

定理 2 主要说明了最优数量策略对应的价格反应函数一定是最优乐观价格函数.而由命题 3 可知当平台企业采用最优乐观价格策略时,可能会出现最大利润,也可能出现比最优悲观价格策略更低的利润,而当平台采用最优数量策略时,只

会出现唯一的最优利润.

5 初始用户规模下平台用户均衡及价格策略

上面从静态用户均衡出发, 得到在非零用户均衡多重性的情况下的最优价格策略以及数量策略. 而现实中, 平台运营往往存在初始用户规模. 下面将在给定平台用户初始规模下, 导出用户规模轨迹的迭代方程及平台的价格策略.

设平台用户初始规模为 (X_b^0, X_s^0) , 其对应的均衡价格为 (p_b^0, p_s^0) , 即 $p_b^0 = X_s^0 - X_b^0 X_s^0$, $p_s^0 = X_b^0 - X_s^0 X_b^0$. 平台考虑价格策略 $(p_b, p_s) \in (\Gamma_{13} \cup \Gamma_2)$. 假设平台上的买方和卖方用户都能动态地看到对方的用户数量. 例如在电商平台中, 消费者可以通过主页搜索功能自主查询商家数量和商品类型, 商家也可向平台获取注册用户数量和日活跃用户数量. 由式(1)和式(2)可得到平台用户均衡定点问题式(3)的迭代方程

$$X_b^{k+1} = \begin{cases} 0, & \text{当 } 0 \leq X_s^k \leq p_b \text{ 时} \\ 1 - \frac{p_b}{X_s^k}, & \text{当 } p_b < X_s^k \text{ 时} \end{cases} \quad (21)$$

$k = 0, 1, 2, \dots$

$$X_s^{k+1} = \begin{cases} 0, & \text{当 } 0 \leq X_b^k \leq p_s \text{ 时} \\ 1 - \frac{p_s}{X_b^k}, & \text{当 } p_s < X_b^k \text{ 时} \end{cases} \quad (22)$$

$k = 0, 1, 2, \dots$

方程(21)和方程(22)可被看成平台上的买方和卖方在观察到平台另一边用户的数量以及平台对该边的价格策略后的双边用户规模反应函数. 在一定条件下, 平台用户规模轨迹序列 (X_b^k, X_s^k) 会趋向一个极限 (X_b^∞, X_s^∞) . 该极限一定是平台用户均衡, 称其为给定初始用户规模下的平台用户均衡. 下面命题指出了, 对于给定初始用户规模, 不同的平台价格策略会导致不同的用户均衡:

命题 5 (给定初始用户规模下的平台用户均衡) 当平台用户初始规模为 (X_b^0, X_s^0) 时, 若平台采用价格策略 $(p_b, p_s) \in (\Gamma_{13} \cup \Gamma_2)$, 如下结论成立:

(i) 若平台采用的价格 $p_b \geq X_s^0$ 或 $p_s \geq X_b^0$, 则 $X_b^k = 0, X_s^k = 0, k \geq 1$, 即平台用户规模轨迹为

均衡点 $(0, 0)$;

(ii) 若平台采用的价格 $(p_b, p_s) = (p_b^0, p_s^0)$, 则 $X_b^k = X_b^0, X_s^k = X_s^0, k \geq 0$, 即平台用户规模轨迹始终留在均衡点 (X_b^0, X_s^0) ;

(iii) 若平台采用的价格 $p_b < p_b^0, p_s < p_s^0$, 则 $\{X_b^k\}, \{X_s^k\}$ 单调递增, 平台用户规模轨迹将收敛到均衡点 (X_b^∞, X_s^∞) ;

(iv) 若平台采用的价格 $p_b^0 < p_b < X_s^0, p_s^0 < p_s < X_b^0$, 则 $\{X_b^k\}, \{X_s^k\}$ 单调递减, 平台用户规模轨迹将收敛到均衡点 (X_b^∞, X_s^∞) .

证明 (i) 若 $p_b \geq X_s^0$ 或 $p_s \geq X_b^0$, 由式(21)和式(22)可得 $X_b^k = 0, X_s^k = 0, k \geq 1$.

(ii) 若 $p_b = p_b^0$ 且 $p_s = p_s^0$, 则 $X_b^k = X_b^0, X_s^k = X_s^0, k \geq 0$.

(iii) 若 $p_b < p_b^0, p_s < p_s^0$, 则有

$$\begin{cases} p_b < p_b^0 = X_s^0(1 - X_b^0) \\ p_s < p_s^0 = X_b^0(1 - X_s^0) \end{cases}$$

根据式(21)和式(22)可得 $X_b^1 > X_b^0$ 和 $X_s^1 > X_s^0$. 由数学归纳法, 可证得

$$\begin{cases} X_b^{k+1} > X_b^k, \forall k \geq 0 \\ X_s^{k+1} > X_s^k, \forall k \geq 0 \end{cases}$$

即序列 $\{X_b^k\}, \{X_s^k\}$ 单调递增, 由于它有上界, 必存在极限 (X_b^∞, X_s^∞) , 并且它是平台用户均衡.

(iv) 若 $p_b > p_b^0, p_s > p_s^0$, 采用类似(iii)的证明过程, 得到相应结论.

为导出更深入的结论, 只考虑对称情况, 即 $X_b^0 = X_s^0 = X^0$ 和 $p_b = p_s = p$. 根据命题5, 对于给定初始用户规模的平台用户均衡, 有下面推论:

推论 1 (对称情况下初始用户规模的平台用户均衡). 当平台的用户初始规模为 $X_b^0 = X_s^0 = X^0$ 时, 对平台采用价格策略 $p_b = p_s = p$, 存在两个用户均衡: 悲观用户均衡 $\tilde{X}(p) = (\tilde{X}_b(p), \tilde{X}_s(p))$ 及乐观用户均衡 $\hat{X}(p) = (\hat{X}_b(p), \hat{X}_s(p))$. 则下述结论成立:

1) 若 $X^0 < \tilde{X}(p)$ 时, 则有 $\lim_{k \rightarrow \infty} X^k = X^\infty = 0$.

2) 若 $X^0 = \tilde{X}(p)$ 时, 则有 $X^k = \tilde{X}(p), k \geq 0$.

3) 若 $\tilde{X}(p) < X^0 \leq \hat{X}(p)$ 时, 则有 $\lim_{k \rightarrow \infty} X^k = X^\infty = \hat{X}(p)$.

4) 若 $X^0 > \hat{X}(p)$ 时, 则有 $\lim_{k \rightarrow \infty} X^k = X^\infty = \hat{X}(p)$.

由推论 1 可知, 平台采用同样的价格调整策略时, 不同的初始用户规模会导致不同的用户均衡结果.

下面定理将给出对于给定平台初始用户规模 X^0 , 平台应采取的最优价格策略.

定理 3 假设平台的用户初始规模为 $X_b^0 = X_s^0 = X^0$, 并采取对称价格策略 $p_b = p_s = p$, 那么下面结论成立:

1) 当 $X^0 > \frac{1}{3}$ 时, 平台的最优价格策略为 $p^* = \frac{2}{9}$;

2) 当 $X^0 \leq \frac{1}{3}$ 时, 平台应采取价格策略 $\hat{p} = p^0 - \delta(1 - 2X^0 + \delta)$, (其中 δ 为保证使 $\hat{p} > 0$ 的正数), 平台用户规模轨迹将趋向于均衡点 $\hat{X}(\hat{p}) = 1 - X^0 + \delta > \frac{2}{3}$, 平台用户规模将增加 $1 - 2X^0 + \delta$.

证明 由命题(2)平台最优乐观价格策略为 $p_b = p_s = p = \frac{2}{9}$, 乐观用户均衡解 $\hat{X}_b = \hat{X}_s = \hat{X}(\frac{2}{9}) = \frac{2}{3}$, 此时平台获最大利润. 假设平台用户初始规模为 X^0 .

1) 当 $X^0 \geq \hat{X}(\frac{2}{9})$, 由命题 5 (iv) 可得, $X^k(\frac{2}{9})$ 单调下降. 有 $X^\infty(\frac{2}{9}) = \hat{X}(\frac{2}{9}) = \frac{2}{3}$; 当 $\frac{1}{3} = \tilde{X}(\frac{2}{9}) < X^0 < \hat{X}(\frac{2}{9}) = \frac{2}{3}$, 由推论 1(ii) 和推论 1(iii), 有 $X^\infty(\frac{2}{9}) = \hat{X}(\frac{2}{9}) = \frac{2}{3}$. 因此, 当 $X^0 > \frac{1}{3} = \tilde{X}(\frac{2}{9})$ 时, 平台可采取最优价格策略为 $p^* = \frac{2}{9}$.

2) 当 $X^0 \leq \frac{1}{3}$ 时, 令 $p^0 = X^0(1 - X^0)$, 一定有 $X^0 = \hat{X}(p^0)$ 或 $X^0 = \tilde{X}(p^0)$. 若 $X^0 = \hat{X}(p^0)$, 而 $\hat{X}(p^0) = \frac{1 + \sqrt{1 - 4p^0}}{2} > \frac{1}{2}$, 这与 $X^0 \leq \frac{1}{3}$ 矛盾,

因此该情况不存在. 所以 $X^0 = \tilde{X}(p^0)$.

由于 $\tilde{X}(p) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4p}}{2}$ 是严格单调上升

的, 所以

$$\begin{cases} \tilde{X}(p) > X^0 = \tilde{X}(p^0), & \text{当 } p > p^0 \\ \tilde{X}(p) \leq X^0 = \tilde{X}(p^0), & \text{当 } p \leq p^0 \end{cases}$$

如平台采用对称价格策略 p , 在初始用户规模 X^0 下, 平台用户规模轨迹趋向于用户均衡 $X^\infty(p)$. 根据不同选择的 p , 均衡状态有下述三种情况:

(a) 若 $p > p^0$, 根据 $\tilde{X}(p)$ 的单调上升性和推论 5(i), 则 $\tilde{X}(p) > X^0 = \tilde{X}(p^0)$ 和 $X^\infty(p) = 0$;

(b) 若 $p = p^0$, 由命题 5(ii), 则 $\tilde{X}(p) = X^0$, $X^\infty(p) = X^0$;

(c) 若 $p < p^0$, 根据推论 1(ii) 以及 $\tilde{X}(p)$ 的单调上升性, 有 $\tilde{X}(p) < X^0 = \tilde{X}(p^0)$. 根据推论 1(ii), 有 $X^\infty(p) = \hat{X}(p)$.

如考虑平台利润函数为 $\hat{X}(p)$ 的函数, 即 $\Pi(p) = 2p\hat{X}(p) = p(1 + \sqrt{1 - 4p})$. 其导数为 $\nabla\Pi(p) = \frac{\sqrt{1 - 4p} + (1 - 6p)}{\sqrt{1 - 4p}}$. 因而 $\frac{2}{9}$ 是极值点, 即 $\nabla\Pi(\frac{2}{9}) = 0$. 函数 $\Pi(p)$ 在 $[0, \frac{2}{9}]$ 上严格上升, 在 $[\frac{2}{9}, \frac{1}{4}]$ 上严格下降.

注意到 $X^0 \leq \frac{1}{3}$ 时, 一定有 $p^0 \leq \frac{2}{9}$. 根据上述(a)~(c)三种情况的分析, 平台应采取价格策略 $\hat{p} = p^0 - \delta(1 - 2X^0 + \delta)$, 其中 δ 为足够小的正数, 可保证 $\hat{p} \in (0, p^0)$. 如实施价格 \hat{p} , 对应初始用户规模 X^0 平台的用户均衡即为

$$\begin{aligned} X^\infty(\hat{p}) &= \hat{X}(\hat{p}) = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\hat{p}}}{2} \\ &= \frac{1 + \sqrt{1 - 4[X^0(1 - X^0) - \delta(1 - 2X^0 + \delta)]}}{2} \\ &= \frac{1 + \sqrt{(1 - 2X^0 + 2\delta)^2}}{2} \geq 1 - X^0 + \delta > \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(因为 $X^0 \leq \frac{1}{3}$ 和 $\delta > 0$). 证毕.

Evans 等^[5]认为, 加入平台的用户太少, 是新用户拒绝加入平台的主要原因. 在给定平台价格的情况下, 当平台的用户规模超过一定的临界值

后,网络外部性才会对平台用户产生正向反馈机制,从而继续扩大规模.而当用户规模小于临界值时,网络外部性会给平台的用户带来负向反馈机制,导致用户规模逐渐缩减,最终在市场上消失.这个临界值称为临界规模.其中交叉网络外部性和用户偏好是影响达到临界规模的主要因素.同时,Evans也指出了有必要进一步研究临界规模与价格策略问题.现有文献虽然也有研究临界用户规模对平台定价的影响,但并没有考虑用户初始规模对临界用户规模以及价格策略的影响^[20].

根据定理3,可以给出对于给定的初始用户规模的平台价格策略.当平台的初始用户规模 $X^0 > \frac{1}{3}$ 时,平台采用 $p^* = \frac{2}{9}$ 的价格策略,此时平台用户规模轨迹趋向于 $p^* = \frac{2}{9}$ 对应的乐观用户均衡 $\frac{2}{3}$.而当初始规模 $X^0 < \frac{1}{3}$ 时,若平台仍然采用 $\frac{2}{9}$ 的价格策略,就会产生 Evans 说的负反馈机制,使平台的用户规模轨迹趋向于 0 均衡点.针对 $X^0 < \frac{1}{3}$ 的情况,可采取两阶段价格调整策略:第一阶段 ($X^0 < \frac{1}{3}$),取 $\hat{p} = p^0 - \delta(1 - 2X^0 + \delta)$,使得平台用户规模轨迹趋向于均衡点 $\hat{X}(\hat{p}) > \frac{1}{3}$.第二阶段 ($\hat{X}(\hat{p}) > \frac{1}{3}$),采取价格策略 $p^* = \frac{2}{9}$,保证平台初始规模 $\hat{X}(\hat{p})$ 的用户均衡达到 $\frac{2}{3}$,从而获得最优利润.例如,当平台初始用户规模为 $X^0 = \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ 时,若此时平台采用价格策略 $p = \frac{2}{9}$,则 $X^\infty(\frac{2}{9}) = 0$.而平台若采用价格策略 $p = 0.18 < p^0 = 0.1875$, $X^\infty(p) = 0.7646$,此时利润为 0.1376.当平台的用户规模达到给定价格策略的乐观用户均衡 $X^\infty(p) = \hat{X}(p) > \frac{1}{3}$ 后,可采取 $p^* = \frac{2}{9}$ 的价格策略,从而获得最优的利润.由定理3的分析, $\frac{1}{3}$ 可以看成平台对称价格策略下

的一个临界规模.

对于电商平台企业,在初始用户规模较小时,应采用较低的价格策略,使得用户规模增加.当平台用户规模达到临界规模后,再利用交叉网络外部性带来的正向反馈机制,采取最优价格策略,以获得最大的利润.阿里巴巴是我国最大的电商平台,根据研究公司 eMarketer 的报告显示,2018 年阿里巴巴占据了 58.2% 的国内电商市场份额,并长年维持市场份额第一的地位.由于学习成本,消费习惯、契约关系等原因,新用户 in 加入平台时会产生转移成本.为了克服转移成本对用户带来的负效用,突破“鸡和蛋”的困境,阿里巴巴采用“逐个击破”策略^[2],分别与买卖双方的商家用户签订合作合约,并提供补贴和优惠政策,使平台两边上有了的初始用户规模.为了突破临界规模,该平台在 1999 年成立初期到 2002 年一直采用免费会员制的方式吸引商家企业加入平台,免费提供商品展示、行业资讯等一系列信息服务.由命题 5(iii)可知,若初始用户 $X^0 > 0$,当平台采用 $p = 0$ 的价格策略时,平台的用户均衡便趋向于 $X^\infty(0) = 1$.阿里巴巴通过免费的价格策略,再加上一系列的市场推广与宣传活动,它实现了用户不断增长的结果,在 2001 年 12 月用户便超过了 100 万,成为全球首家会员数达到 100 万的电商平台.直到 2002 年 3 月,平台的用户达到相当规模后,平台才推出了诚信通收费会员服务.随后,在交叉网络外部性带来的正向反馈机制下,阿里巴巴的付费会员每年都能实现稳定的增长,平台利润也在不断的增加,始终保持行业领先的位置.

然而,大量的电商平台在平台发展过程中,由于用户规模无法突破实现盈利价格下的临界规模而最终消失.例如,拍拍网是原腾讯旗下的电商 C2C 平台,于 2005 年 9 月创立.在创立初期,依托腾讯大量的用户群和资源,在平台的低价策略与补贴政策下,很快积累了大量的注册用户,上线 100 天便列入“全球网站流量前 500 强”.然而,由于平台的服务并没有针对用户的偏好形成良好的粘性,卖家和买家之间的交叉网络外部性强度不足,使拍拍网始终难以突破实现盈利价格下的临界规模.由于缺乏足够的资金,不能维持价格补贴,导致用户逐渐流失,最终在 2016 年彻底关停了所有业务.

6 结束语

本文综合运用双边市场理论及无穷维多类别用户网络均衡分析方法,深入研究基于用户垂直差异化双边平台用户均衡以及平台的管理策略.主要结论如下:首先,本文综合分析了价格策略中的用户均衡多重解和几何特征,详细分析了平台双边用户的供应曲线和需求曲线及关于产生非零用户均衡解的价格可行集合,丰富了对双边平台市场均衡多重解的本质探讨.第二,当非零均衡多重解发生时,平台价格策略设计问题是一个非凸优化问题,难以求解,本文基于乐观和悲观两种用户均衡预期,得到了平台利润最大化的最优价格策略.同时,发现当平台采用数量策略的方法,其价格反应函数是唯一的,不会发生多重性的问题.通过对价格策略和数量策略进行分析比较,发现了乐观价格策略和数量策略的对偶关系,且最优数量策略的利润与最优乐观价格策略的利润相等.第三,在给定平台初始用户规模的情况下,利用刻画平台用户规模轨迹的迭代方程,深入分析用户规模轨迹趋向极限的用户均衡;进而根据初

始用户规模的大小(与临界规模的关系),获得相应的平台价格策略.当用户规模低于最优价格策略对应的临界规模时,平台应采用比当前用户规模对应的均衡价格更低的价格,使用户规模趋向乐观用户均衡;而当用户规模超过最优价格策略对应的临界规模后,才可采用最优乐观价格策略,以获得最大的利润.在不同的平台初始规模和资金预算情况下,平台如何选择合理的策略是个重要的管理问题.

基于垂直差异化下的垄断双边平台的用户均衡多重性及价格策略研究能够帮助平台企业更好的进行运营决策.而在竞争环境下,平台企业之间用户均衡多重性问题将更为复杂.利用本文方法,对 Gabszewicz 和 Wauthy^[4] 信用卡双边平台竞争模型初步分析发现:在给定双平台价格策略下,除所有用户都不上平台的零用户均衡外,还会发生五种不同的用户竞争均衡;同时,双平台的初始规模也会导致不同的竞争均衡.双边平台竞争均衡的求解以及价格策略的计算难度也将会提高.今后将在不同的平台应用背景下,进一步研究各种类型的双边平台价格策略和数量策略.

参 考 文 献:

- [1] Rochet J C, Tirole J. Platform competition in two-sided markets[J]. Journal of the European Economic Association, 2003, 1(4): 990 - 1029.
- [2] Caillaud B, Jullien B. Chicken & egg: Competition among intermediation service providers[J]. RAND Journal of Economics, 2003, 34(2): 309 - 328.
- [3] Katz M L, Shapiro C. Network externalities, competition, and compatibility[J]. The American Economic Review, 1985, 75(3): 424 - 440.
- [4] Gabszewicz J J, Wauthy X Y. Vertical product differentiation and two-sided markets[J]. Economics Letters, 2014, 123(1): 58 - 61.
- [5] Evans D S, Schmalensee R. Failure to launch: Critical mass in platform businesses[J]. Review of Network Economics, 2010, 9(4): 1 - 26.
- [6] Tirole J. The Theory of Industrial Organization[M]. Boston: MIT Press, 1988.
- [7] Hotelling H. Stability in competition[J]. The Economic Journal, 1929, 39: 41 - 57.
- [8] Gabszewicz J J, Thisse J F. Price competition, quality and income disparities[J]. Journal of Economic Theory, 1979, 20(3): 340 - 359.
- [9] Armstrong M. Competition in two-sided markets[J]. The RAND Journal of Economics, 2006, 37(3): 668 - 691.
- [10] Jung D, Kim B C, Park M, et al. Innovation and policy support for two-sided market platforms: Can government policy makers and executives optimize both societal value and profits? [J]. Information Systems Research, 2019, 30(3): 1037 - 1050.
- [11] Wang S, Chen H, Wu D. Regulating platform competition in two-sided markets under the O2O era[J]. International Journal of Production Economics, 2019, 215: 131 - 143.

- [12] 胥 莉, 陈宏民, 潘小军. 具有双边市场特征的产业中厂商定价策略研究[J]. 管理科学学报, 2009, 12(5): 10–17.
Xu Li, Chen Hongmin, Pan Xiaojun. Research on price strategy of firms in two-sided markets[J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(5): 10–17. (in Chinese)
- [13] Gabszewicz J J, Wauthy X Y. Two-Sided Markets and Price Competition With Multi-Homing[R]. Louvain-la-Neuve: CORE, Discussion Paper 2004030, Louvain-la-Neuve University, 2004.
- [14] 万 兴, 高觉民. 纵向差异化双边市场中平台策略[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(4): 934–941.
Wan Xing, Gao Juemin. Platform strategy in vertically differentiated two-sided markets[J]. System Engineering: Theory & Practise, 2013, 33(4): 934–941. (in Chinese)
- [15] Roger G. Two-sided competition with vertical differentiation[J]. Journal of Economics, 2017, 120(3): 193–217.
- [16] 周雄伟, 蔡 丹, 李世刚, 等. 基于网络外部性和质量差异化的产品定价策略[J]. 管理科学学报, 2019, 22(8): 1–16.
Zhou Xiongwei, Cai Dan, Li Shigang, et al. Monopoly pricing strategy of quality-differentiated products with network externality[J]. Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(8): 1–16. (in Chinese)
- [17] Marcotte P, Zhu D L. Equilibria with Infinitely Many Differentiated Classes of Customers[M]. Philadelphia: SIAM Press, 1997: 234–258.
- [18] Jain A K, Townsend R. The economics of platforms in a walrasian framework[J]. Economics Theory, 2020, <https://doi.org/10.1007/s00199-020-01309-6>.
- [19] Weyl E G. A price theory of multi-sided platforms[J]. American Economic Review, 2010, 100(4): 1642–1672.
- [20] 段文奇, 柯玲芬. 利用临界用户规模提升平台利润的定价策略[J]. 管理科学学报, 2019, 22(12): 40–55.
Duan Wenqi, Ke Lingfen. Pricing strategy to increase two-sided platform profit by exploiting critical mass[J]. Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(12): 40–55. (in Chinese)

Price strategy and network-size allocation strategy in monopoly two-sided platform

CHEN Fei-ran¹, ZHU Dao-li^{1, 2*}

1. Antai College of Economics & Management, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China;
2. Sino-US Global Logistics Institute, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China

Abstract: This paper establishes an MPEC model by using infinitely many differentiated classes of customers equilibrium method to analyze price strategy and network-size allocation strategy for a two-sided monopoly platform taking into account the choice behaviour of vertical differential two-sided users. Considering the multiple market equilibria problem, supply curve and demand curve are applied to analyzing the geometric features and feasible region of the multiple equilibria. The optimal price strategies are derived under both optimistic and pessimistic preferences for the multiple equilibria problem. The optimal network-size allocation strategies are also derived under these two preferences and the duality for optimistic price strategy and network-size allocation strategy is evidenced. In order to provide helpful suggestions and references for platform companies, assuming an initial network-size, the limit solution of the network-size trajectory iterative equation for solving equilibrium fixed-point problem of two-sided platform users is studied, and the optimal price strategies for a given network sizes are obtained.

Key words: two-sided market; vertical differentiation; price strategy; allocation strategy; multiple user equilibria