

doi: 10.19920/j.cnki.jmsc.2022.07.003

存在 P2P 二手产品市场时企业以旧换新策略研究^①

李四杰, 郑 斌

(东南大学经济管理学院, 南京 211189)

摘要: 在可持续发展的背景下, 本文以实现可持续供应链为目标, 在考虑消费者细分的情形下研究 P2P 二手产品市场(即个人二手产品市场)存在时的以旧换新策略, 并探讨了交易费率对企业开通 P2P 二手产品市场的影响。研究发现, P2P 二手产品市场出现后, 企业的市场销售策略受到市场客户比例和老客户复购率的影响, 企业并非一定降低新产品价格和以旧换新折扣; 但是, 新产品的需求总是减少, 以旧换新需求受到旧产品残值的影响。此外, 当老客户复购率较低(或者复购率较高且旧产品残值较大)时, P2P 二手产品市场总会损害企业收益; 但当老客户复购率较高且旧产品残值较小时, P2P 二手产品市场反而对企业有利。最后, 通过数值分析, 当 P2P 二手产品市场存在交易费时, 是否收取交易费以及交易费率受到老客户复购率的影响。

关键词: P2P 二手产品市场; 以旧换新; 消费者细分; 交易费率

中图分类号: F272.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2022)07-0029-12

0 引 言

随着社会的发展和经济的进步, 市场竞争日益激烈; 同时, 为满足消费者快速变化和多样化的需求, 企业不断加快产品更新换代。在此背景下, 大量废弃、闲置产品带来的资源浪费和环境污染等问题日益突出。据德勤发布的《2018 中国移动消费者调研》显示, 中国手机持有率和替换频率均位居全球第一。过去 10 年我国累计闲置手机数量已超过 23 亿部。因此, 解决旧产品回收和再利用, 提高社会资源利用率, 推动供应链可持续发展刻不容缓。在此背景下, 以旧换新的营销模式逐渐兴起, 越来越受到消费者和企业的青睐^[1, 2]。例如, Apple 推出的“Apple Trade In”换购计划, 消费者可将持有的旧设备送到实体店或通过线上平台进行评估, 根据耗损情况, 获得相应的优惠券以购买新产品。华为、三星、戴尔、京东和苏宁等企业也都推出了以旧换新服务。除资源再利用、保护环境

外^[3], 以旧换新服务还有助于企业提高市场占有率, 增强市场竞争力^[4]。一方面, 以旧换新降低消费者购买成本, 刺激消费者更新产品; 另一方面, 回收利用旧产品, 可获得残值并增加收益^[5]。以汽车业为例, 一半以上的新车是通过以旧换新出售^[6]; 大众汽车通过重新利用回收的汽车引擎和零部件, 使生产成本降低 70%^[7]。可见, 以旧换新已成为企业增加销售和回收资源的重要手段, 推动了可持续供应链的实现。

此外, 随着电子商务和信息技术的广泛应用和共享经济下消费观念的转变, P2P 二手产品市场(即个人二手产品市场, 如 eBay、Amazon.com、Craigslist.org、拍拍和闲鱼等)快速发展, 降低了信息搜索成本和交易成本, 越来越被消费者所接受。据万物新生大数据研究院发布的《2020 二手 3C 消费年度报告》显示, 2020 年二手闲置市场规模达到 1 万亿元。P2P 二手产品市场中, 消费者直接

① 收稿日期: 2019-09-27; 修订日期: 2021-03-09。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71871058; 71531010)。

作者简介: 李四杰(1979—), 男, 河南周口人, 博士, 教授, 博士生导师。Email: sjli@seu.edu.cn

通过平台进行旧产品交易,既可买到便宜且满足需求的旧产品,也可出售拥有的闲置产品。

P2P 二手产品市场中的“旧产品交易”意味着旧产品与企业的新产品直接竞争,并且企业以旧换新需求可能会被蚕食。新客户除了从供应链渠道购买新产品外,还可以选择在二手市场购买旧产品;而原本可以参与以旧换新的老客户则可能转向二手市场出售旧产品,企业可能会造成损失。但从另一方面来看,P2P 二手产品市场在一定程度上也可能促进消费者更新产品,会为企业带来收益。因此,面对 P2P 二手产品市场为企业带来的“二律背反”现象,企业是否一定会遭受损失?如何进行新产品的价格和以旧换新策略的决策?这是两个值得研究的问题。

相关研究主要有两个方面:1) 以旧换新策略;2) P2P 二手产品市场对企业决策和绩效的影响。

Ray 等^[8]将消费者分为首次购买的新客户和持有产品的老客户,研究了耐用品企业实施以旧换新时应如何定价。在 Ray 等^[8]的基础上,颜波等^[9]研究了市场细分和旧产品折旧程度对企业定价、以旧换新策略选择和供应链效率的影响。Liu 等^[10]研究了产品升级策略和定价策略的交互影响。Zhang 和 Zhang^[11]在以旧换新背景下,研究了消费者策略购买行为和再制造效率对经济和环境的影响。Tang 等^[12]考虑以旧换新的固定成本,研究以旧换新提供主体的选择。此外,以旧换再制品^[13,14]、闭环供应链中以旧换新决策^[3,15]、碳排放监管政策下以旧换新决策^[16]、B2C 平台下以旧换新模式选择^[17,18]、结合质保服务的以旧换新策略^[19]等问题在现有的研究中也有涉及。以上研究仅考虑了新产品市场问题。

不同地,也有研究考虑了以旧换新策略的外部市场竞争因素。Zhu 等^[4]、刘靛晨和翟昕^[20]以双寡头竞争为背景,研究了两个企业在新产品销售和以旧换新方面的竞争。曹柬等^[21]考虑新产品与再制品存在竞争,建立制造商与再制造商之间的动态博弈模型,分析了专利许可和政府规制对企业生产决策和再制造商绩效的影响。Li 等^[22]探讨企业以旧换新回收旧产品后,是否继续在二手市场中销售;Xiao 和 Zhou^[23]考虑由企业翻新回收的旧产品并将其与新产品在同一市场销售,研

究了企业的动态定价问题。在他们的研究中,二手产品的价格由企业决定。Chen 和 Hsu^[24]研究了存在第三方再制造商时,耐用品制造商何时以及如何向消费者提供以旧换新折扣,以促进旧产品的回收、实现价格歧视并削弱再制品的竞争。与已有研究不同,本文以 P2P 二手产品市场为对象,考虑了新旧产品之间的竞争,消费者直接在 P2P 二手产品市场上进行旧产品的买卖,企业无法直接控制或决定旧产品的交易价格。

目前关于二手产品市场的研究大多关注其对全新产品供应链的影响。Anderson 和 Ginsberg^[25]研究了二手市场中旧产品的交易成本对垄断制造商利润的影响,研究发现,制造商偏向较高的二手市场交易成本。Desai 等^[26]考虑了 P2P 二手产品市场中消费者异质性,建立了包含单一制造商和单一零售商的两级供应链,研究了两周期耐用品供应链的协调问题。Zhao 等^[27]研究了 P2P 二手产品市场的存在对垄断制造商动态定价和新产品引进策略的影响。Yin 等^[28]研究了零售商主导的二手产品市场与 P2P 二手产品市场对制造商产品升级决策的影响。Feng 等^[32]和 Xue 等^[33]研究发现,P2P 二手产品市场能够促进消费者更新产品,在某些条件下为企业带来更多的收益。也有文献将 P2P 二手产品市场与制造商退货策略^[29]、消费者估值不确定^[30]、上游制造商联合销售^[31]等问题相结合,研究 P2P 二手产品市场对企业决策的影响。这些研究通常假设使用一阶段后的产品均被消费者在二手市场出售,而在现实中,拥有旧产品的消费者仍然可以选择继续使用该产品。

通过上述综述可知,关于以旧换新的研究没有考虑 P2P 二手产品市场中旧产品和企业全新产品的竞争,以及二手产品市场和企业以旧换新活动的竞争,而关于 P2P 二手产品市场的研究也没有考虑企业的以旧换新策略。然而,现实中,基于可持续供应链的目标,以旧换新策略和 P2P 二手产品市场可以很好地互补,但是由于二手产品市场对企业利润的蚕食,使得企业会对二手产品市场避而远之。因此,在以旧换新策略和 P2P 二手产品市场日益流行的背景下,研究存在 P2P 二手产品市场时企业的决策、二手产品交易费用对运营决策的影响有重要的现实意义。

1 问题描述

考虑一个企业生产并直接销售新产品给消费者. 新产品价格为 p , 不考虑新产品的生产成本. 参考 Ray 等^[8] 和颜波等^[9], 不失一般性, 市场总量为 1, 且消费者分为拥有产品的老客户和未拥有产品的新客户, 其市场比例分别为 α 和 $1 - \alpha$ ($0 < \alpha < 1$).

假设消费者最多购买一个产品(新产品或旧产品). 消费者对新产品的估值为 v , 服从 $[0, 1]$ 均匀分布; 对旧产品的估值为 δv ($0 < \delta < 1$), δ 表示旧产品的耐用系数^[8-12].

为吸引老客户购买新产品, 以及促进旧产品的回收利用, 企业推出“以旧换新”服务, 向参与的消费者提供折扣券 p_i , 用以购买新产品. 假设企业从回收的单位旧产品获得残值为 s ^[8-12].

当存在 P2P 二手产品市场时, 消费者可以直接通过 P2P 二手产品市场进行旧产品的交易. 老客户可以参与以旧换新活动, 从企业获得以旧换新折扣 p_i 并购买新产品, 也可以选择将旧产品在 P2P 二手产品市场以价格 p_e 出售给其他消费者. 新客户可以选择购买企业新产品, 也可以选择购买 P2P 二手产品市场中的旧产品.

2 无 P2P 二手产品市场情形(N)

当无 P2P 二手产品市场时(N 情形), 老客户选择以旧换新或者继续使用旧产品, 而新客户选择是否购买新产品. 新客户购买新产品的效用为 $u_n = v - p$. 若 $u_n \geq 0$ 购买新产品. 此时, 来自新客户的新产品需求为 $D_n^N = (1 - \alpha)(1 - p)$. 老客户通过旧换新获得的效用为 $u_i = v - p + p_i - \delta v$. 当 $u_i \geq 0$ 参加以旧换新活动. 此时, 来自老客户的以旧换新需求为 $D_i^N = \alpha \left(1 - \frac{p - p_i}{1 - \delta} \right)$.

企业通过确定新产品价格 p 和以旧换新折扣 p_i 获得最大利润, 其决策问题为

$$\max_{p, p_i} \pi^N = D_n^N p + D_i^N (p - p_i + s) \quad (1)$$

由式(1)易得定理 1(证明略).

定理 1 当无 P2P 二手产品市场时, 企业最

优产品价格和以旧换新折扣分别为 $p^{N^*} = \frac{1}{2}$ 和

$$p_i^{N^*} = \frac{s + \delta}{2}.$$

由定理 1 可得企业的最优利润为 $\pi^{N^*} = \frac{\alpha(1 + s - \delta)^2 + (1 - \alpha)(1 - \delta)}{4(1 - \delta)}$.

因为企业提供以旧换新策略时, 以旧换新折扣不可能高于新产品价格, 即 $p^{N^*} - p_i^{N^*} \geq 0$, 由此可以得到引理 1.

引理 1 $s \leq \bar{s}_0 = 1 - \delta$.

由定理 1 和引理 1 可以得到企业最优决策和利润与参数 α 、 δ 、 s 之间的关系, 如命题 1 所示.

命题 1 1) p^{N^*} 与 α 、 δ 、 s 无关; 2) $p_i^{N^*}$ 与 α 无关, 随着 δ 或 s 增加而增加; 3) π^{N^*} 随着 s 增加而增加, 随着 δ 增加而减少; 当 $s < \sqrt{1 - \delta} - (1 - \delta)$ 时, π^{N^*} 随 α 增加而减小, 反之, 随 α 增加而增加.

命题 1 中, 1) 表明, 在无 P2P 二手产品市场时, 最优新产品价格与市场规模、旧产品耐用系数、旧产品残值等参数无关. 也就是说, 以旧换新服务不会影响新产品价格. 例如, 2015 年, 苹果在中国推出了以旧换新服务, 但其新产品价格没有变化.

2) 表明, 最优以旧换新折扣与市场规模无关, 而随着旧产品耐用系数、旧产品残值的增大而提高. 老客户可以选择以旧换新活动或者保留产品, 但老客户市场规模大小对以旧换新折扣没有影响. 当旧产品的耐用系数提高时, 老客户更倾向于继续使用旧产品, 企业需要提高以旧换新折扣来吸引消费者参加以旧换新活动. 当旧产品残值增加时, 企业有动力提供更高的以旧换新折扣, 以促进以旧换新需求.

3) 表明, 企业利润随着旧产品残值的增加而增加, 但随着产品耐用系数的增加而减少. 企业利润包括老客户中的以旧换新和新客户中的新产品销售. 当旧产品的残值增加时, 企业从以旧换新活动中获得的利润也增加. 相应地, 企业整体利润得到提高. 但当旧产品耐用系数越高, 消费者参与企业以旧换新活动的意愿越低, 企业需要提供更高的以旧换新折扣才能刺激消费者以旧换新, 降低了以旧换新的利润, 因此降低了企业利润. 在旧产品残值较小的情况下, 以旧换新获得的收益较低, 随着市场中老客户所在比例的增加, 企业整体利

润降低;反之则提高.

3 存在 P2P 二手产品市场情形(P)

当存在 P2P 二手产品市场时(P 情形),新客
户可以选择购买新产品,也可以选择 P2P 二手
产品市场购买旧产品;老客户可以选择企业的以
旧换新服务,在 P2P 二手产品市场出售旧产品,
或继续使用旧产品.老客户从以旧换新获得效用
为 $u_l = v - p + p_l - \delta v$,在 P2P 二手产品市场中卖
出旧产品的效用为 $u_p = p_e - \delta v$.若 $u_l > u_p > 0$,老
客户参加以旧换新;若 $u_p > u_l > 0$,老客户卖出旧
产品;若 $\max\{u_l, u_p\} < 0$,老客户继续使用旧产
品.由 $u_l = 0, u_p = 0$ 和 $u_l = u_p$,可得无差异点: $\bar{v}_1 =$
 $\frac{p - p_l}{1 - \delta}$, $\bar{v}_2 = \frac{p_e}{\delta}$, $\bar{v}_3 = p - p_l + p_e$.

当 $\bar{v}_1 \geq \bar{v}_2$ 时,即 $p_e \leq \frac{\delta(p - p_l)}{1 - \delta}$,老客户的消
费选择行为如图 1 所示.此时,老客户中以旧换新
和 P2P 售卖的需求分别为 $D_l^p = \alpha \left(1 - \frac{p - p_l}{1 - \delta}\right)$ 和
 $D_p^p = \alpha \left(\frac{p_e}{\delta}\right)$.

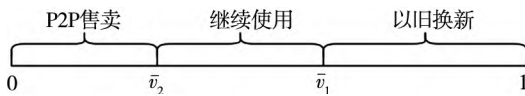


图 1 P 情形下老客户的消费选择行为

Fig.1 Replacement consumers' choices under P scenario

P2P 二手产品市场的存在一定程度上也促进
消费者更新产品,即选择 P2P 售卖的老客户仍继
续购买新产品^[32,33].例如,iPhone 的客户忠诚度较
高,当卖出旧产品后,有很大一部分消费者会继续
购买新款 iPhone^[33].假设选择 P2P 售卖的老客户
中继续购买新产品的比例为 γ (即复购率, $0 \leq$
 $\gamma \leq 1$) 则此部分新产品的需求为 $D_{pb}^p = \gamma \alpha \left(\frac{p_e}{\delta}\right)$.

在 P 情形下,新客户购买新产品和旧产品的
效用分别为 $u_n = v - p$ 和 $u_u = \delta v - p_e$.当 $u_n > u_u$ 且
 $u_n > 0$,新客户购买新产品;当 $u_u > u_n$ 且 $u_u > 0$,
新客户购买旧产品.此时,新客户的新产品和旧产
品需求分别为 $D_n^p = (1 - \alpha) \left(1 - \frac{p - p_e}{1 - \delta}\right)$ 和 $D_u^p =$
 $(1 - \alpha) \left(\frac{p - p_e}{1 - \delta} - \frac{p_e}{\delta}\right)$.

参考文献 [28-33],假设 P2P 二手产品市场
中旧产品价格为市场出清价格,且在均衡状态下
旧产品的供给量与需求量相等.因此,由 P2P 二手
产品市场中旧产品的供给量(选择售卖的老客户
数量)与需求量(购买旧产品的新客户数量)相
等,即 $D_p^p = D_u^p$,可得到旧产品的交易价格为 $p_e =$
 $\frac{p(1 - \alpha)\delta}{1 - \alpha\delta}$.

在 P 情形下,企业的决策问题为

$$\begin{aligned} \max_{p, p_l} \pi^p &= D_n^p p + D_l^p (p - p_l + s) + D_{pb}^p p \quad (2) \\ \text{s.t. } p_e &\leq \frac{\delta(p - p_l)}{1 - \delta}, D_n^p \geq 0, D_u^p \geq 0. \end{aligned}$$

求解问题(2),得到如下定理 2.

定理 2 令 $\bar{\gamma}_0 = \frac{1}{2\alpha}$, $\bar{s}_1 = \frac{\alpha(1 - \gamma)(1 - \delta)}{1 - \alpha\gamma}$,
 $\bar{s}_2 = (2\alpha - 1)(1 - \delta)$.存在 P2P 二手产品市场时:

1) 当 $\gamma \leq \bar{\gamma}_0$ 且 $s \leq \bar{s}_1$ 时, $p^{p*} = \frac{1 - \alpha\delta}{2(1 - \alpha\gamma)}$,
 $p_l^{p*} = \frac{s}{2} + \frac{\delta(1 - \alpha) + (1 - \delta)\alpha\gamma}{2(1 - \alpha\gamma)}$, $p_e^{p*} = \frac{(1 - \alpha)\delta}{2(1 - \alpha\gamma)}$;
老客户部分以旧换新、部分继续使用、部分 P2P
市场售卖,新客户部分购买新产品、部分购买旧产
品、部分不购买.

2) 当 $\gamma \leq \bar{\gamma}_0$ 且 $\bar{s}_1 < s < \bar{s}_0$ 时, $p^{p*} =$
 $\frac{(1 - \alpha\delta)(1 + \alpha(1 - s - 2\delta))}{2(\alpha(1 - \alpha)(1 - \delta) + (1 - \alpha\delta)(1 - \alpha\gamma))}$, $p_l^{p*} =$
 $\frac{(\delta + \alpha(1 - 2\delta))(1 + \alpha(1 - s - 2\delta))}{2(\alpha(1 - \alpha)(1 - \delta) + (1 - \alpha\delta)(1 - \alpha\gamma))}$, $p_e^{p*} =$
 $\frac{(1 - \alpha)\delta(1 + \alpha(1 - s - 2\delta))}{2(\alpha(1 - \alpha)(1 - \delta) + (1 - \alpha\delta)(1 - \alpha\gamma))}$;
老客户部分以旧换新、部分 P2P 市场售卖,新客户
部分购买新产品、部分购买旧产品、部分不购买.

3) 当 $\gamma > \bar{\gamma}_0$ 且 $s \leq \bar{s}_2$ 时, $p^{p*} = 1 - \alpha\delta$, $p_l^{p*} =$
 $\frac{1 + s + \delta - 2\alpha\delta}{2}$, $p_e^{p*} = (1 - \alpha)\delta$;老客户部分以
旧换新、部分继续使用、部分 P2P 市场售卖,新客
户部分购买旧产品、部分不购买.

4) 当 $\gamma > \bar{\gamma}_0$ 且 $\bar{s}_2 < s < \bar{s}_0$ 时, $p^{p*} = 1 - \alpha\delta$,
 $p_l^{p*} = \alpha + \delta - 2\alpha\delta$, $p_e^{p*} = (1 - \alpha)\delta$;老客户部分以
旧换新、部分 P2P 市场售卖,新客户部分购买旧
产品、部分不购买.

由定理 2 可以得到如下发现和管理启示.

1) 市场环境 (α) 和消费者特性 (γ) 决定了企业是否与 P2P 二手产品市场竞争新客户. 当老客户比例 α 或复购率 γ 较小 ($\alpha\gamma \leq 1/2$) 时, 企业与 P2P 二手产品市场竞争新客户. 此时, 部分新客户选择购买新产品、部分新客户选择购买旧产品; 而当老客户比例 α 且复购率 γ 较高 ($\alpha\gamma > 1/2$) 时, 意味着企业拥有较小的新客户市场份额和较高的消费者忠诚度. 企业通过较高的新产品价格而放弃新客户市场, 以避免新产品与旧产品的竞争. 较高的新产品价格带来较高的单位利润, 且较高的消费者忠诚度保证稳定的需求. 为此, 企业宁愿牺牲份额较小的新客户, 以在份额较大的老客户市场中获利.

2) \bar{s}_1 (\bar{s}_2) 为老客户是否继续使用旧产品的临界点. 具体地, 当旧产品残值 s 小于 \bar{s}_1 (\bar{s}_2) 时, 存在部分老客户选择继续使用旧产品, 此时企业以旧换新活动与 P2P 二手产品市场中售卖活动之间没有竞争关系. 当旧产品残值 s 大于 \bar{s}_1 (\bar{s}_2) 时, 企业愿意提供较高的以旧换新折扣, 吸引更多老客户进行以旧换新; 同时, 较大的旧产品残值意味着较高的耐用性, 在 P2P 二手产品市场中能卖出更高的价格, 也吸引了更多老客户选择 P2P 售卖. 此时, 企业以旧换新活动与 P2P 二手产品市场中售卖活动之间存在直接竞争关系, 估值高的消费者选择以旧换新、估值低的消费者选择 P2P 二手产品市场卖出, 而不再有老客户继续使用旧产品.

此外, 由定理 2 可以得到 P 情形下企业的最优决策与 γ 、 s 之间的关系.

当消费者复购率较低 ($\gamma \leq \bar{\gamma}_0$) 时, p^{P^*} 、 $p_i^{P^*}$ 和 $p_e^{P^*}$ 均随着 γ 增加而增加. 这是因为 γ 越大, 消费者忠诚度越高, 企业的议价能力越强, 能够制定更高的新产品价格, 以旧换新折扣和旧产品价格也随之提高. 但是, 过高的新产品价格会抑制初始消费者需求以及消费者的更新需求, 所以, 当消费者复购率超过一定水平 ($\gamma > \bar{\gamma}_0$), p^{P^*} 、 $p_i^{P^*}$ 和 $p_e^{P^*}$ 与 γ 无关.

残值 s 对最优价格的影响与 γ 相关. 当消费者复购率较低 ($\gamma \leq \bar{\gamma}_0$) 时, 若 $s \leq \bar{s}_1$, P2P 二手产品市场与企业以旧换新活动不存在竞争, p^{P^*} 、 $p_e^{P^*}$ 与旧产品残值 s 无关, $p_i^{P^*}$ 随着旧产品残值 s 的增大而增大. 但是, 若 $\bar{s}_1 < s < \bar{s}_0$, 较大的残值意味

着较大的旧产品耐用性, 新旧产品的竞争越激烈, 新产品价格降低, 相应地, 二手产品市场中旧产品的价格也会随着降低. 一个反直觉的发现, 当残值增加时, 最优以旧换新折扣反而减少. 这是因为, 此时企业新产品价格降低, 为了保证以旧换新收益则会相应地降低以旧换新折扣. 当消费者复购率较高 ($\gamma > \bar{\gamma}_0$) 时, 只有在 $s \leq \bar{s}_2$ 时, $p_i^{P^*}$ 随着旧产品残值 s 的增大而增大; 而在其他情形时, p^{P^*} 、 $p_i^{P^*}$ 和 $p_e^{P^*}$ 与 s 无关.

4 P2P 二手产品市场对企业决策和绩效的影响

比较 N 情形和 P 情形下企业的最优决策, 得到命题 2.

命题 2 1) 当 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$ 或 $\min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_0, 1\}$ 且 $\bar{s}_3 \leq s < \min\{\bar{s}_3, \bar{s}_0\}$ 时, $p^{N^*} \geq p^{P^*}$, 否则, $p^{N^*} < p^{P^*}$; 当 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$ 或 $\min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_0, 1\}$ 且 $\bar{s}_4 \leq s < \min\{\bar{s}_4, \bar{s}_0\}$ 时, $p_i^{N^*} \geq p_i^{P^*}$, 否则, $p_i^{N^*} < p_i^{P^*}$.

2) 当 $\gamma > \bar{\gamma}_0$ 时, 若 $\delta \geq \frac{1}{2\alpha}$, $p^{N^*} \geq p^{P^*}$, $p_i^{N^*} \geq p_i^{P^*}$; 若 $\delta < \frac{1}{2\alpha}$, $p^{N^*} < p^{P^*}$, $p_i^{N^*} < p_i^{P^*}$.

命题 2 中, $\bar{\gamma}_1$ 、 \bar{s}_3 、 \bar{s}_4 见附录. 该命题表明, 面对 P2P 二手产品市场的竞争, 企业并非一定降低新产品价格.

当 $\gamma \leq \bar{\gamma}_0$ 时, 企业在新、老客户市场中均进行销售. 在这种情况下, 当老客户的复购率较低 (即 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$) 时, 由于大多数老客户在 P2P 二手市场售卖旧产品后离开市场, 且新产品与 P2P 二手市场中的旧产品直接竞争, 企业被迫降低价格. 同时, 企业会降低以旧换新的折扣水平以保证收益. 当复购率较高 ($\min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_0, 1\}$) 且旧产品残值较高 ($s \geq \bar{s}_3$ 或 $s \geq \bar{s}_4$) 时, 企业将会降低新产品价格和以旧换新折扣; 否则, 将提高新产品价格和以旧换新折扣. 当 $\min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_0, 1\}$ 时, 由于老客户的忠诚度较高, 大部分老客户售出旧产品后会继续购买新产品. 在这种情况下, 反直觉的是, 当 $s < \bar{s}_3$ 时, 企业反而会提高新产品价格. 这是因为回收

的旧产品收益较低,企业提供以旧换新活动的动力下降.通过提高新产品价格,促进了P2P二手市场中旧产品的需求,间接地吸引更多老客户通过P2P二手市场更新产品,为企业带来利润.

当 $\gamma > \bar{\gamma}_0$ 时,老客户的复购率较高且老客户的市场比例较大,企业将放弃市场占比较小的新客户市场.当旧产品的耐用性较高时,即 $\delta \geq \frac{1}{2\alpha}$,

企业应降低新产品价格和以旧换新折扣,这是因为老客户对旧产品的估值较高,不利于企业以旧换新活动的展开.

为了直观展示命题2中1)的结论,下面通过数值分析进行说明.令 $\alpha = 0.5, \delta = 0.3, s \in [0, 0.5]$.根据命题2,分别考虑 $\gamma = 0.2$ 和 $\gamma = 0.4$ 两种情形.N情形和P情形下新产品价格和以旧换新折扣如图2所示.

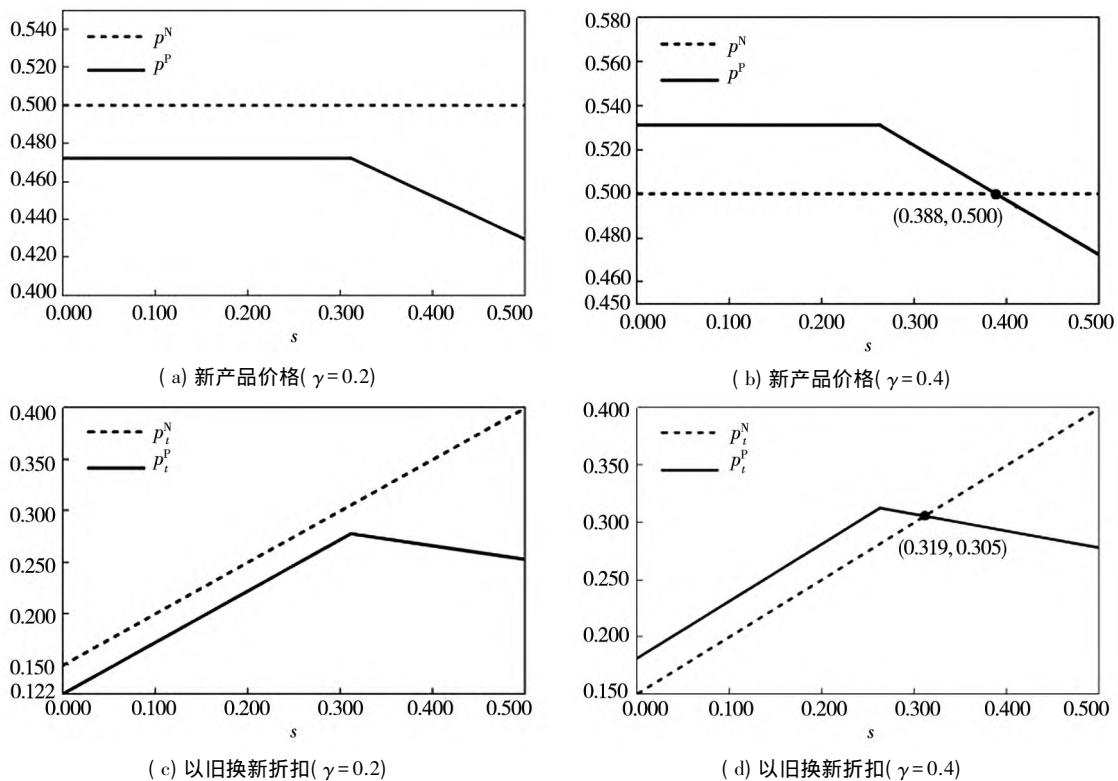


图2 P2P二手产品市场对企业决策的影响

Fig.2 Effects of P2P secondhand market on decisions

图2表明,当 $\gamma = 0.2 < \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} = 0.3$ 时,无论 s 为何值,P情形下新产品价格和以旧换新折扣都低于N情形.当 $\gamma = 0.4 > \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} = 0.3$ 时,若 $s > \bar{s}_3 = 0.388$,P情形下的新产品价格低于N情形下的新产品价格;若 $s > \bar{s}_4 = 0.319$,P情形下的以旧换新折扣低于N情形下的以旧换新折扣;反之,出现P2P二手产品市场后企业将提高新产品价格或以旧换新折扣.

比较N情形和P情形下的产品需求,有如下命题3(证明略).

命题3 1) $D_n^{N*} > D_n^{P*}$. 2) 当 $\gamma \leq \bar{\gamma}_0$ 时,若 $s \leq \bar{s}_1, D_t^{N*} = D_t^{P*}$; 否则, $D_t^{N*} > D_t^{P*}$. 3) 当 $\gamma > \bar{\gamma}_0$

时,若 $s \leq \bar{s}_2, D_t^{N*} = D_t^{P*}$; 否则, $D_t^{N*} > D_t^{P*}$.

命题3表明,与N情形相比,存在P2P二手产品市场时,企业在新客户市场的需求总是减少. $\gamma \leq \bar{\gamma}_0$ 时,即使企业降低价格以促进新产品需求,但也不足以抵消P2P二手市场中旧产品的蚕食影响.而 $\gamma > \bar{\gamma}_0$ 时,企业放弃了新客户市场,其新产品需求减少.

存在P2P二手产品市场时,企业以旧换新需求并非一定减少.若 $s \leq \bar{s}_1$,估值高的老客户选择以旧换新、估值中等的选择继续使用、估值低的选择售卖,P2P二手产品市场与企业以旧换新活动没有直接竞争.当 $s \leq \bar{s}_1, p^{N*} - p_t^{N*} = p^{P*} - p_t^{P*}$,老客户的实际支付不变,所以以旧换新需求不变.

相反地, 当 $s > \bar{s}_1$, P2P 二手市场直接蚕食企业以旧换新需求, 老客户要么选择以旧换新, 要么选择 P2P 售卖. 此时, $p^{N^*} - p_i^{N^*} < p^{P^*} - p_i^{P^*}$, 老客户实际支付增大, 削弱了其以旧换新的动力, 故造成以旧换新需求减少.

比较 N 情形和 P 情形下的企业最优利润, 得到如下命题 4.

命题 4 1) 当 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$ 或 $\min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_0, 1\}$ 且 $s \geq \bar{s}_5$ 时, $\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$, 否则, $\pi^{N^*} < \pi^{P^*}$.

2) 当 $\bar{\gamma}_0 < \gamma \leq \max\{\bar{\gamma}_2, \bar{\gamma}_0\}$ 或 $\max\{\bar{\gamma}_2, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq 1$ 且 $s \geq \bar{s}_6$ 时, $\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$, 否则 $\pi^{N^*} < \pi^{P^*}$.

命题 4 中, $\bar{\gamma}_2, \bar{s}_5, \bar{s}_6$ 见附录. 该命题表明, P2P 二手产品市场的存在并非一定损害企业利益. 虽然, P2P 二手产品市场中的“旧产品买卖”与企业新产品直接竞争且可能蚕食以旧换新需求; 但另一方面, P2P 二手市场也会促进老客户更新产品, 增加企业的新产品销售.

当老客户的复购率较低时, 只有少数老客户在卖出旧产品后会继续购买新产品, 老客户复购带来的收益小于 P2P 二手产品市场带来的负面影响, 则会导致企业遭受损失.

当老客户复购率较大时, 大部分老客户卖出旧产品后仍会继续购买企业产品, 老客户带来的复购收益较大. 但是, 如果旧产品残值较大, P2P 二手产品市场会蚕食掉以旧换新和新产品所带来的收益, 企业同样遭受损失. 相反, 若旧产品残值较小, 老客户复购带来的收益足以抵消 P2P 二手产品市场的负面损失. 因此, 即使存在不受企业控制的 P2P 二手市场, 企业利润也会增加.

下面通过算例说明 P2P 二手产品市场对企业利润的影响. 令 $\alpha = 0.4, \delta = 0.3, \gamma \in [0, 1], s \in [0, 0.5]$. 结果如图 3 所示.

图 3 给出了 P2P 二手产品市场存在前后企业利润对比. 当 $\gamma \leq 0.3$ 时, 无论 s 如何, N 情形下的利润都高于 P 情形下的利润(区域 A 和区域 B), 即 P2P 二手产品市场损害企业利益. 当 $\gamma > 0.3$ 时, 若 $s \geq \bar{s}_5$, N 情形下的利润大于 P 情形下的利润(区域 C); 若 $s < \bar{s}_5$, N 情形下的利润小于

P 情形下的利润(区域 D 和区域 E), 即 P2P 二手产品市场有利于企业. 值得注意的是, 当 $\gamma > 0.3$ 时, P2P 二手市场是否对企业有利取决于 \bar{s}_5 , 而较高的老客户复购率会导致较高的 \bar{s}_5 . 也就是说, 对于消费者忠诚度较高的企业而言, P2P 二手市场的存在反而对企业越有利.

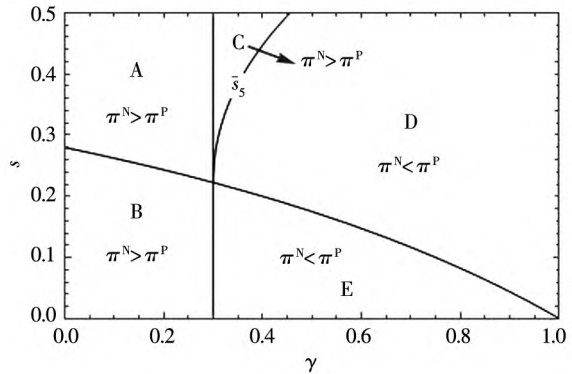


图 3 P2P 二手产品市场对企业利润的影响
Fig.3 Effects of P2P secondhand market on profits

5 扩展: 企业开设 P2P 二手产品市场且存在交易费 (PH)

现实中企业开设 P2P 二手产品市场, 可能会向消费者收取手续费. 例如, 京东向卖家收取交易价格的 5% 作为交易费^[32], 亚马逊向二手书卖家收取旧书价格的 15% 作为佣金费^[34]. 接下来研究当企业收取二手产品交易手续费时(即 PH 情形), 交易费率对企业决策和绩效的影响. 假设企业每次向卖家收取交易费 λp_e , 其中 λ 为交易费率^[32].

在 PH 情形下, 老客户通过 P2P 市场售卖获得的效用为 $u_p = p_e(1 - \lambda) - \delta v$. 同理, 老客户以旧换新、P2P 市场售卖、售卖后购买新产品的需求分别为 $D_t^{PH} = \alpha \left(1 - \frac{p - p_t}{1 - \delta}\right)$ 、 $D_p^{PH} = \alpha \left(\frac{p_e(1 - \lambda)}{\delta}\right)$ 和 $D_{pb}^{PH} = \alpha \gamma \left(\frac{p_e(1 - \lambda)}{\delta}\right)$. 对于新客户, 其选择效用与 P 情形相同. 因此, 在 PH 情形下, 企业的决策问题如式 (3) 所示.

$$\begin{aligned} \max_{p, p_t} \pi^{PH} &= D_n^{PH} p + D_t^{PH} (p - p_t + s) + D_{pb}^{PH} p + D_p^{PH} \lambda p_e \\ \text{s.t. } p_e &\leq \frac{\delta(p - p_t)}{(1 - \delta)(1 - \lambda)}, 1 - \frac{p - p_e}{1 - \delta} \geq 0, \frac{p - p_e}{1 - \delta} - \frac{p_e}{\delta} \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

PH 情形的问题(3)和P 情形的问题(2) 求解过程和结论类似,此处只给出存在部分老客户继续使用、部分新客户购买新产品、部分新客户购买旧产品时的决策:当 $\gamma \leq \bar{\gamma}_{PH}$ 且 $s \leq \bar{s}_{PH}$ 时,存在最优解 $(p^{PH*}, p_i^{PH*}, p_e^{PH*})$. 具体表达式请参见附录.

由于最优解的解析表达式比较复杂,下面通过数值分析探讨交易费率 λ 对企业利润的影响. 令 $\alpha = 0.5, \delta = 0.2, s = 0.1, \lambda \in [0, 0.3], \gamma = \{0.1, 0.25, 0.45\}$, 交易费率对企业利润的影响如图 4 所示.

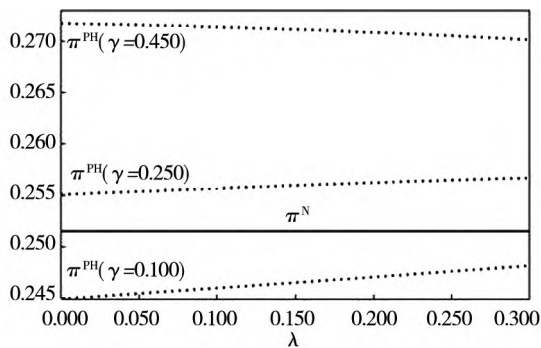


图 4 二手产品市场交易费率对企业利润的影响

Fig.4 The effect of service percentage fee of P2P secondhand market on profits

从图 4 可以得到与命题 4 类似的结论, γ 决定 P2P 二手产品市场是否对企业有利.

当老客户复购率较低时(即 $\gamma = 0.1$), π^{PH} 随着 λ 的增加而增加,表明企业应设置较高的交易费率.但在过低的复购率下,P2P 二手市场对企业利润的负面影响过大.虽然较高的手续费率能够降低老客户参与旧产品售卖的积极性,会增加利润,但始终无法改变 P2P 二手市场造成企业利润受损的局面.可以发现,此时 P2P 二手市场的存在总是对企业有害($\pi^{PH} < \pi^N$).

当老客户复购率中等时(即 $\gamma = 0.25$), P2P 二手市场的存在为企业带来两方面收益(老客户复购收入和二手市场中交易收入)的增加,足以弥补由于 P2P 二手市场的竞争造成的损失($\pi^{PH} > \pi^N$).此外,随着 λ 的增加,老客户复购利润的减少小于交易费利润的增加,使得 π^{PH} 仍然随着 λ 的增加而增加,企业同样可以考虑设置较高的交易费率.

当老客户复购率较高时(即 $\gamma = 0.45$), P2P 二手产品市场同样对企业有利($\pi^{PH} > \pi^N$),但 π^{PH} 随着 λ 的增加而减少,这是由于老客户重复购买的行为能为企业带来足够大的利润.当提高

交易费率后,尽管会产生交易费收入,但减少了老客户售卖旧产品的需求,进而间接地减少了老客户更新产品获得收益,从而造成损失.因此,在这种情况下,虽然企业开通了 P2P 二手产品市场,但应放弃收取交易费.例如,复购率较高的宜家,在 2010 年推出了免费在线 P2P 二手平台以帮助其客户更好地进行旧家具的交易.

6 结束语

以旧换新活动不仅能为企业增加新产品需求,还能对旧产品进行回收利用,成为企业获取市场竞争优势的重要手段.而随着 P2P 二手产品市场的涌现和应用,其在旧产品回收和产品销售中不可避免与生产全新产品的企业产生竞争.在此背景下,考虑市场消费者细分,研究存在 P2P 二手产品市场时企业的最优决策问题,并分析 P2P 二手产品市场对新产品需求、以旧换新需求和企业利润的影响.主要有以下发现: 1) 存在 P2P 二手产品市场时,企业的市场销售策略受到市场客户比例和消费者复购率的影响,当老客户比例或老客户复购率较低时,企业同时在新老客户市场中展开销售,而当市场成熟且老客户复购率较高时,企业适宜放弃新客户市场,仅以老客户为销售目标; 2) 面对 P2P 二手产品市场的竞争,企业并非一定降低新产品价格和以旧换新折扣; 新产品需求总是减少,但是以旧换新需求可能不变或减少; 3) P2P 二手产品市场的存在对企业经济效益并不是总是有害的,当老客户的复购率较高且旧产品残值较小时, P2P 二手市场反而对企业有利; 4) 当 P2P 二手产品市场存在交易费且作为企业收入时,交易费率对企业利润的影响受到老客户复购率的影响,当老客户的复购率较大时,企业则不宜收取手续费.

随着技术的进步和可持续发展观念的提升, P2P 二手产品市场在将来会日趋成熟,企业如何理解并利用 P2P 二手产品市场获取竞争优势对其未来的发展有重要意义.虽然 P2P 二手产品市场会蚕食企业需求,但企业也不必完全排斥二手市场,在某些条件下, P2P 二手产品市场可以提高社会资源利用率、实现供应链可持续发展.研究表

明,企业在面对 P2P 二手产品市场威胁时可以采取措施提高复购率,即提高客户忠诚度,二手市场的存在反而会刺激消费者的需求。也就是说,在较高的客户忠诚度下,企业可以考虑通过开设二手市场提高企业收益。

考虑到研究的局限和不足,未来可以从以下

三方面拓展。首先,基于消费者的动态分类策略,研究多阶段、多周期的动态决策。其次,考虑消费者基于产品更新换代(或升级)的消费行为。最后,考虑二手产品市场的形态或模式对企业以旧换新策略的影响。

参考文献:

- [1]李勇建,冯立攀,赵秀堃,等.新运营时代的逆向物流研究进展与展望[J].系统工程理论与实践,2020,40(8): 2008-2022.
Li Yongjian, Feng Lipan, Zhao Xiukun, et al. Overview on reverse logistics management research in new era of operations management[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2020, 40(8): 2008-2022. (in Chinese)
- [2]Hu S, Ma Z J, Sheu J B. Optimal prices and trade-in rebates for successive-generation products with strategic consumers and limited trade-in duration[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2019, 124: 92-107.
- [3]Miao Z W, Fu K, Xia Z, et al. Models for closed-loop supply chain with trade-ins[J]. Omega, 2017, 66: 308-326.
- [4]Zhu X, Wang M, Chen G, et al. The effect of implementing trade-in strategy on duopoly competition[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 248(3): 856-868.
- [5]Chen J M, Hsu Y T. Revenue management for durable goods using trade-ins with certified pre-owned options[J]. International Journal of Production Economics, 2017, 186: 55-70.
- [6]Zhu R, Chen X L, Dasgupta S. Can trade-ins hurt you? Exploring the effect of a trade-in on consumers' willingness to pay for a new product[J]. Journal of Marketing Research, 2008, 45(2): 159-170.
- [7]Genc T S, Giovanni P D. Trade-in and save: A two-period closed-loop supply chain game with price and technology dependent returns[J]. International Journal of Production Economics, 2017, 183: 514-527.
- [8]Ray S, Boyaci T, Aras N. Optimal prices and trade-in rebates for durable, remanufacturable products[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2005, 7(3): 208-228.
- [9]颜波,李鸿媛,王滔,等.考虑市场细分的零售商自主以旧换新策略研究[J].管理科学学报,2017,20(3): 119-135.
Yan Bo, Li Hongyuan, Wang Tao, et al. Autonomous trade-in strategy for retailer with market segmentation[J]. Journal of Management Sciences in China, 2017, 20(3): 119-135. (in Chinese)
- [10]Liu J C, Zhai X, Chen L H. The interaction between product rollover strategy and pricing scheme[J]. International Journal of Production Economics, 2018, 201: 116-135.
- [11]Zhang F Q, Zhang R Y. Trade-in remanufacturing, customer purchasing behavior, and government policy[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2018, 20(4): 601-616.
- [12]Tang F, Ma Z J, Dai Y, et al. Upstream or downstream: Who should provide trade-in services in dyadic supply chains? [EB/OL]. <https://doi.org/10.1111/deci.12476>
- [13]Ma Z J, Zhou Q, Dai Y, et al. Optimal pricing decisions under the coexistence of "trade old for new" and "trade old for re-manufactured" programs[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2017, 106: 337-352.
- [14]高攀,丁雪峰.基于“以旧换再”和消费者细分的制造商决策模型[J].系统工程理论与实践,2020,40(4): 951-963.
Gao Pan, Ding Xuefeng. Manufacturer decision models based on "trade-old-for-remanufactured" and consumer segmentation [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2020, 40(4): 951-963. (in Chinese)
- [15]缪朝炜,夏志强.基于以旧换新的闭环供应链决策模型[J].管理科学学报,2016,19(9): 49-66.
Miao Chaowei, Xia Zhiqiang. Decision models for closed-loop supply chains with trade-ins[J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(9): 49-66. (in Chinese)
- [16]Miao Z W, Mao H Q, Fu K, et al. Remanufacturing with trade-ins under carbon regulations[J]. Computers & Operations Research, 2018, 89: 253-268.
- [17]Cao K Y, Xu X Y, Bian Y W, et al. Optimal trade-in strategy of business-to-consumer platform with dual-format retailing model[J]. Omega, 2019, 82: 181-192.
- [18]易余胤,李华艺.考虑制造商回收定价的 B2C 平台以旧换新优惠策略研究[J/OL]. 计算机集成制造系统, 1-27 [2021-02-25]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5946.tp.20201126.1901.015.html>
Yi Yuyin, Li Huayi. Trade-in preferential strategy of B2C platform when considering the manufacturer's old product recycling pricing[J/OL]. Computer Integrated Manufacturing System, 1-27 [2021-02-25]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5946.tp.20201126.1901.015.html> (in Chinese)

- [19] Bian Y W, Xie J Z, Archibald T W, et al. Optimal extended warranty strategy: Offering trade-in service or no? [J]. European Journal of Operational Research, 2019, 278(1): 240–254.
- [20] 刘靓晨, 翟 昕. 竞争环境下的以旧换新策略[J]. 中国管理科学, 2018, 26(9): 75–84.
Liu Jingchen, Zhai Xin. Trade-in strategy in competitive markets [J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(9): 75–84. (in Chinese)
- [21] 曹 柬, 赵韵雯, 吴思思, 等. 考虑专利许可及政府规制的再制造博弈[J]. 管理科学学报, 2020, 23(3): 1–23.
Cao Jian, Zhao Yunwen, Wu Sisi, et al. Remanufacturing game with patent protection and government regulation [J]. Journal of Management Sciences in China, 2020, 23(3): 1–23. (in Chinese)
- [22] Li Y J, Feng L P, Govindan K, et al. Effects of a secondary market on original equipment manufactures' pricing, trade-in remanufacturing, and entry decisions [J]. European Journal of Operational Research, 2019, 279(3): 751–766.
- [23] Xiao Y B, Zhou S X. Trade-in for cash or for upgrade? Dynamic pricing with customer choice [J]. Production and Operations Management, 2020, 29(4): 856–881.
- [24] Chen J M, Hsu Y T. Trade-in strategy for a durable goods firm with recovery cost [J]. Journal of Industrial and Production Engineering, 2015, 32(6): 396–407.
- [25] Anderson S P, Ginsburg V A. Price-discrimination via 2nd-hand markets [J]. European Economic Review, 1994, 38(1): 23–44.
- [26] Desai P, Koenigsberg O, Purohit D. Strategic decentralization and channel coordination [J]. Quantitative Marketing and Economics, 2004, 2(1): 5–22.
- [27] Zhao H, Jagpal S. The effect of secondhand markets on the firm's dynamic pricing and new product introduction strategies [J]. International Journal of Research in Marketing, 2006, 23: 295–307.
- [28] Yin S Y, Ray S, Gurnani H, et al. Durable products with multiple used goods markets: Product upgrade and retail pricing implications [J]. Marketing Science, 2010, 29(3): 540–560.
- [29] Gümüş M, Ray S, Yin S Y. Returns policies between channel partners for durable products [J]. Marketing Science, 2013, 32(4): 622–643.
- [30] Jiang L F, Dimitrov S, Mantin B. P2P marketplaces and retailing in the presence of consumers' valuation uncertainty [J]. Production and Operations Management, 2017, 26(3): 509–524.
- [31] He Y H, Ray S, Yin S Y. Group selling, product durability and consumer behavior [J]. Production and Operations Management, 2016, 25(11): 1942–1957.
- [32] Feng L P, Zheng X, Govindan K, et al. Does the presence of secondary market platform really hurt the firm? [J]. International Journal of Production Economics, 2019, 213: 55–68.
- [33] Xue Y, Demirag-Caliskan O, Chen Y H, et al. Supporting customers to sell used goods: Profitability and environmental implications [J]. International Journal of Production Economics, 2018, 206: 220–232.
- [34] Ghose A, Smith M D, Telang R. Internet exchanges for used books: An empirical analysis of product cannibalization and welfare impact [J]. Information Systems Research, 2006, 17(1): 3–19.

Optimal trade-in strategy in the presence of P2P secondhand market

Li Si-jie, ZHENG Bin

School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 211189, China

Abstract: In the background of sustainable development, this paper studies the trade-in strategy when the P2P secondhand market exists in considering consumer segmentation and explores the impact of the transaction rate on the opening of the P2P secondhand market. The research shows that, in the presence of the P2P secondhand market, the firm's marketing strategy depends on consumer segmentation and the repurchase rate of old customers; the price of the new product and the trade-in discount are not necessarily lower. However, the demand of new product is always reduced, and the demand of trade-in is affected by the residual value of the used product. In addition, when the repurchase rate of old customers is relatively large and the residual value of the used product is relatively small, the P2P secondhand product market is beneficial to firm; otherwise, it is always detrimental to the firm. Finally, by the numerical analysis, when the service fee in the P2P secondhand market is charged by the firm, it is affected by the repurchase rate of the old customer.

Key words: P2P secondhand market; trade-in; consumer segmentation; service percentage fee

附录

定理 2 证明

在 P 情形中 将 $p_e^p = \frac{p(1-\alpha)\delta}{1-\alpha\delta}$ 代入问题 (3) 的利润函数和约束条件 可得 $\pi^p = \frac{(p-p_i+s)\alpha(p-p_i+\delta-1)}{\delta-1} + \frac{p(\alpha-1)(p(\alpha\gamma-1)-\alpha\delta+1)}{\alpha\delta-1}$, s.t. $\frac{1-p-\alpha\delta}{1-\alpha\delta} \geq 0, \frac{p\alpha}{1-\alpha\delta} \geq 0, \frac{(p-p_i)\delta}{1-\delta} - \frac{p(1-\alpha)\delta}{1-\alpha\delta} \geq 0$. 易证 π^p 的海塞矩阵为负

定. 构造拉格朗日函数

$$L = \frac{(p-p_i+s)\alpha(p-p_i+\delta-1)}{\delta-1} + \frac{p(\alpha-1)(p(\alpha\gamma-1)-\alpha\delta+1)}{\alpha\delta-1} + \mu_1 \left(\frac{(p-p_i)\delta}{1-\delta} - \frac{p(1-\alpha)\delta}{1-\alpha\delta} \right) + \mu_2 \left(\frac{1-p-\alpha\delta}{1-\alpha\delta} \right).$$

KKT 条件为 $\frac{\partial L}{\partial p} = \frac{\partial L}{\partial p_i} = \frac{\partial L}{\partial \mu_1} = \frac{\partial L}{\partial \mu_2} = 0$ 且 $\frac{(p-p_i)\delta}{1-\delta} - \frac{p(1-\alpha)\delta}{1-\alpha\delta} \geq 0, \frac{1-p-\alpha\delta}{1-\alpha\delta} \geq 0, \mu_1 \geq 0, \mu_2 \geq 0$

. 对 μ_1 和 μ_2 的值讨论以下情况.

1) $\mu_1 = \mu_2 = 0. p^{p*} = \frac{1-\alpha\delta}{2(1-\alpha\gamma)}, p_i^{p*} = \frac{s(1-\alpha\gamma) + \delta(1-\alpha) + (1-\delta)\alpha\gamma}{2(1-\alpha\gamma)}$. 由 $\frac{(p^p-p_i^p)\delta}{1-\delta} - \frac{p^p(1-\alpha)\delta}{1-\alpha\delta} \geq 0$ 和 $\frac{1-p^p-\alpha\delta}{1-\alpha\delta} \geq 0$, 可得 $s \leq \frac{\alpha(1-\gamma)(1-\delta)}{1-\alpha\gamma}$ 且 $\alpha\gamma \leq \frac{1}{2}$.

2) $\mu_1 > \mu_2 = 0. p^{p*} = \frac{(1-\alpha\delta)(1+\alpha(1-s-2\delta))}{2(\alpha(1-\alpha)(1-\delta) + (1-\alpha\delta)(1-\alpha\gamma))}, p_i^{p*} = \frac{(\delta + \alpha(1-2\delta))(1+\alpha(1-s-2\delta))}{2(\alpha(1-\alpha)(1-\delta) + (1-\alpha\delta)(1-\alpha\gamma))}$, $\mu_1 = \frac{\alpha(s(1-\alpha\gamma) - \alpha(1-\gamma)(1-\delta))(1-\alpha\delta)}{\delta(\alpha(1-\alpha)(1-\delta) + (1-\alpha\delta)(1-\alpha\gamma))}$. 由 $\mu_1 > 0$ 和 $\frac{1-p^p-\alpha\delta}{1-\alpha\delta} \geq 0$, 可得 $s > \frac{\alpha(1-\gamma)(1-\delta)}{1-\alpha\gamma}$ 且 $\alpha\gamma \leq \frac{1}{2}$.

3) $\mu_2 > \mu_1 = 0. p^{p*} = 1-\alpha\delta, p_i^{p*} = \frac{1}{2}(1+s+\delta-2\alpha\delta), \mu_2 = (1-\alpha)(-1+2\alpha\gamma)(1-\alpha\delta)$. 由 $\frac{(p^p-p_i^p)\delta}{1-\delta} - \frac{p^p(1-\alpha)\delta}{1-\alpha\delta} \geq 0$ 和 $\mu_2 > 0$, 可得 $s \leq (1-\delta)(2\alpha-1)$ 且 $\alpha\gamma > \frac{1}{2}$.

4) $\mu_1 > 0, \mu_2 > 0. p^{p*} = 1-\alpha\delta, p_i^{p*} = \alpha + \delta - 2\alpha\delta, \mu_1 = \frac{\alpha(s + (1-2\alpha)(1-\delta))}{\delta}, \mu_2 = (\alpha-1)(1+\alpha(1+s-2\gamma-2\delta+2\alpha(\delta+\gamma\delta-1)))$. 由 $\frac{(p^p-p_i^p)\delta}{1-\delta} - \frac{p^p(1-\alpha)\delta}{1-\alpha\delta} \geq 0$ 和 $\mu_2 > 0$, 有 $s > (1-\delta)(2\alpha-1)$ 且 $\alpha\gamma > \frac{1}{2}$. 证毕.

命题 2 证明

1) 当 $\gamma \leq \bar{\gamma}_0$ 且 $s \leq \bar{s}_1$ 时, $p^{N*} - p^{p*} = \frac{\alpha(\delta-\gamma)}{2-2\alpha\gamma}, p_i^{N*} - p_i^{p*} = \frac{\alpha(\delta-\gamma)}{2-2\alpha\gamma}$. 因此, 当 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$ 时, $p^{N*} \geq p^{p*}, p_i^{N*} \geq p_i^{p*}$; 否则, $p^{N*} < p^{p*}, p_i^{N*} < p_i^{p*}$.

2) 当 $\gamma \leq \bar{\gamma}_0$ 且 $\bar{s}_1 < s < \bar{s}_0$ 时, $p^{N*} - p^{p*} = \frac{1}{2} - \frac{(\alpha\delta-1)(\alpha(s+2\delta-1)-1)}{2-2\alpha(\alpha+\gamma-1)+2\alpha(\alpha+\alpha\gamma-2)\delta}$. 由于 $\frac{\partial(p^{N*}-p^{p*})}{\partial s} > 0$, 且 $(p^{N*}-p^{p*})|_{s=\bar{s}_1} = \frac{\alpha(\delta-\gamma)}{2-2\alpha\gamma}$, 则当 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$ 时, $(p^{N*}-p^{p*})|_{s=\bar{s}_1} \geq 0$, 即 $p^{N*} \geq p^{p*}$; 当 $\min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_0, 1\}$ 时, $(p^{N*}-p^{p*})|_{s=\bar{s}_1} < 0$. 由 $p^{N*}-p^{p*} = 0$, 得 $\bar{s}_3 = \frac{\gamma-\delta+\alpha(1-(2+\gamma-2\delta)\delta)}{1-\alpha\delta}$, 即 $s \geq \bar{s}_3$ 时, $p^{N*} \geq p^{p*}$; $s < \bar{s}_3$ 时, $p^{N*} < p^{p*}$.

$p_i^{N*} - p_i^{p*} = \frac{1}{2} \left(s + \delta - \frac{(-\delta + \alpha(-1+2\delta))(-1 + \alpha(-1+s+2\delta))}{1-\alpha(-1+\alpha+\gamma) + \alpha(-2+\alpha+\alpha\gamma)\delta} \right)$. 同理, 当 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$ 时, $p_i^{N*} \geq p_i^{p*}$; 当 $\min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_0, 1\}$ 时, 若 $s \geq \bar{s}_4, p_i^{N*} \geq p_i^{p*}$; $s < \bar{s}_4, p_i^{N*} < p_i^{p*}$. 其中 $\bar{s}_4 = \frac{\alpha(1+\alpha+(-2-3\alpha+\gamma)\delta-\alpha(-3+\gamma)\delta^2)}{(1-\alpha(1-\gamma))(1-\alpha\delta)}$.

3) 当 $\gamma > \bar{\gamma}_0$ 且 $s \leq \bar{s}_2$ 时, $p^{N*} - p^{p*} = \alpha\delta - \frac{1}{2}, p_i^{N*} - p_i^{p*} = \alpha\delta - \frac{1}{2}$. 易得当 $\delta \geq \frac{1}{2\alpha}$ 时, $p^{N*} \geq p^{p*}, p_i^{N*} \geq p_i^{p*}$; 否则 $p^{N*} < p^{p*}, p_i^{N*} < p_i^{p*}$.

4) 当 $\gamma > \bar{\gamma}_0$ 且 $\bar{s}_2 < s < \bar{s}_0$ 时, 与 3) 相同.

证毕.

命题 4 证明

1) 当 $\gamma \leq \bar{\gamma}_0$ 且 $s \leq \bar{s}_1$ 时, $\pi^{N^*} - \pi^{P^*} = \frac{(1-\alpha)\alpha(\delta-\gamma)}{4(1-\alpha\gamma)}$. 因此, 当 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$ 时, $\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$; 否则 $\pi^{N^*} <$

π^{P^*} . 当 $\gamma \leq \bar{\gamma}_0$ 且 $\bar{s}_1 < s < \bar{s}_0$ 时, $\pi^{N^*} - \pi^{P^*} = \frac{\alpha \left(s^2(\alpha\gamma - 1)(\alpha\delta - 1) + 2s\alpha(\gamma - 1)(\delta - 1)(\alpha\delta - 1) + (\delta - 1)(\gamma - \delta + 2\alpha\delta(\delta - \gamma) + \alpha^2(\delta(3 + \gamma\delta - 3\delta) - 1)) \right)}{4(1-\delta)(1+\alpha(1-\alpha-\gamma) - \alpha(2-\alpha-\alpha\gamma)\delta)}$. 由于

$\frac{\partial(\pi^{N^*} - \pi^{P^*})}{\partial s} > 0$, 且 $(\pi^{N^*} - \pi^{P^*})|_{s=\bar{s}_1} = \frac{(1-\alpha)\alpha(\delta-\gamma)}{4-4\alpha\gamma}$, 可得, 当 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$ 时, $(\pi^{N^*} - \pi^{P^*})|_{s=\bar{s}_1} \geq 0$,

则有 $\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$; 当 $\min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_0, 1\}$, $(\pi^{N^*} - \pi^{P^*})|_{s=\bar{s}_1} < 0$. 由 $\pi^{N^*} - \pi^{P^*} = 0$, 可得 $\bar{s}_5 = \frac{\sqrt{(1-\alpha)(\gamma-\delta)(1-\delta)(1-\alpha\delta)(1+\alpha(1-\alpha-\gamma) - \alpha(2-\alpha-\alpha\gamma)\delta)}}{(1-\alpha\gamma)(1-\alpha\delta)} + \frac{\alpha(1-\gamma)(1-\delta)}{(1-\alpha\gamma)} < \bar{s}_0$, 即 $s \geq \bar{s}_5$, 有 $\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$; $s < \bar{s}_5$, $\pi^{N^*} < \pi^{P^*}$. 综上, 当 $\gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\}$ 或 $\min\{\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq \min\{\bar{\gamma}_0, 1\}$ 且 $s \geq \bar{s}_5$ 时, $\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$, 否则 $\pi^{N^*} < \pi^{P^*}$.

2) 当 $\gamma > \bar{\gamma}_0$ 且 $s \leq \bar{s}_2$ 时, $\pi^{N^*} - \pi^{P^*} = \frac{1}{4}(1-\alpha)(1+4\alpha\gamma(-1+\alpha\delta))$. 易得, 当 $\bar{\gamma}_0 < \gamma \leq \max\{\bar{\gamma}_2, \bar{\gamma}_0\}$ 时,

$\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$; 否则, $\pi^{N^*} < \pi^{P^*}$. 其中, $\bar{\gamma}_2 = \frac{1}{4\alpha(1-\alpha\delta)}$.

当 $\gamma > \bar{\gamma}_0$ 且 $\bar{s}_2 < s < \bar{s}_0$ 时, $\pi^{N^*} - \pi^{P^*} = \frac{1}{4} \left(1 + 2s(1-2\alpha)\alpha + \frac{s^2\alpha}{1-\delta} - \alpha\delta \right) - (1-\alpha)\alpha(\alpha+\gamma) + (1-\alpha)(1+\gamma)\alpha^2$. 由

于 $\frac{\partial(\pi^{N^*} - \pi^{P^*})}{\partial s} > 0$, 且 $(\pi^{N^*} - \pi^{P^*})|_{s=\bar{s}_2} = \frac{1}{4}(1-\alpha)(1+4\alpha\gamma(-1+\alpha\delta))$, 可得, 当 $\bar{\gamma}_0 < \gamma \leq \max\{\bar{\gamma}_2, \bar{\gamma}_0\}$ 时,

$(\pi^{N^*} - \pi^{P^*})|_{s=\bar{s}_2} \geq 0$ 则有 $\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$; 而当 $\max\{\bar{\gamma}_2, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq 1$, $(\pi^{N^*} - \pi^{P^*})|_{s=\bar{s}_2} < 0$. 由 $\pi^{N^*} - \pi^{P^*} = 0$, 可得 $\bar{s}_6 =$

$(1-\delta) \left(2\alpha - 1 + \sqrt{\frac{(1-\alpha)(4\alpha\gamma(1-\alpha\delta) - 1)}{\alpha(1-\delta)}} \right) < \bar{s}_0$, 即 $s \geq \bar{s}_6$, 有 $\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$; $s < \bar{s}_6$, $\pi^{N^*} < \pi^{P^*}$. 综上, 当 $\bar{\gamma}_0 <$

$\gamma \leq \max\{\bar{\gamma}_2, \bar{\gamma}_0\}$ 或 $\max\{\bar{\gamma}_2, \bar{\gamma}_0\} < \gamma \leq 1$ 且 $s \geq \bar{s}_6$ 时, $\pi^{N^*} \geq \pi^{P^*}$, 否则, $\pi^{N^*} < \pi^{P^*}$.

证毕.

PH 情形下部分老客户继续使用、新客户中既有购买新产品也有购买旧产品时的最优决策:

$$\bar{\gamma}_{PH} = \frac{(1-\alpha\lambda)^2 - \alpha(1-\lambda)(1+(2-3\alpha)\lambda)\delta}{2\alpha(1-\lambda)A},$$

$$\bar{s}_{PH} = \frac{(1-\delta)(\alpha(1-\beta)((2\beta-1)(1-\alpha)+B)\delta - (1-\alpha\beta)(B-(1-\alpha)(1-\beta)))}{\alpha\delta(1-\lambda)C - (1-\alpha\lambda)B},$$

$$p^{PH*} = \frac{A^2}{2(1-\alpha\lambda)B - 2\alpha(1-\lambda)\delta C}, p_e^{PH*} = \frac{(1-\alpha)\delta A}{2(1-\alpha\lambda)B - 2\alpha(1-\lambda)\delta C},$$

$$p_t^{PH*} = \frac{s(1-\alpha\lambda)B + \delta + s\alpha(1-\lambda)\delta C + \alpha(\gamma(1-\lambda)(1-\delta)A - \delta(1-\alpha)(\lambda^2(1-\delta) + \delta) - \delta)}{2(1-\alpha\lambda)B - 2\alpha(1-\lambda)\delta C}.$$

其中 $A = 1 - \alpha\lambda - \alpha(1 - \lambda)\delta$, $B = 1 - \alpha\lambda - \alpha(1 - \lambda)\gamma$, $C = 1 + \lambda - \alpha\lambda(2 - \gamma) - \alpha\gamma$.

证毕.