

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2024.02.004

代码共享协议选择非合作 - 合作两型博弈模型^①

李登峰¹, 江彬倩²

(1. 电子科技大学经济与管理学院, 成都 611731; 2. 福建理工大学管理学院, 福州 350118)

摘要: 代码共享是航空公司之间一种普遍的有效合作方式, 而达成代码共享协议是代码共享机票定价以及代码共享航空公司获利的前提. 由于自由销售代码共享协议与利润共享机制缺乏相关研究, 本文着重研究了利润共享机制下自由销售代码共享协议优化选择问题. 首先提出了辐条模型可以更贴近地描述现实中乘客对航空公司的偏好, 其次构建一种融通非合作博弈与合作博弈于一体的非合作 - 合作两型博弈模型. 在非合作博弈部分, 航空公司从各自角度出发考虑所有可能的代码共享协议, 即形成各种竞争局势; 在合作博弈部分, 代码共享航空公司通过机票联合定价可分得利润, 而竞争局势需要根据航空公司所得利润才能进行比较. 所构建的非合作 - 合作两型博弈模型的显著特点包括: 在非合作博弈部分航空公司无法事先估计其在各种竞争局势下的利润, 而在不同竞争局势下合作博弈部分的最大航空联盟是不同的, 且任意航空子联盟具有外部性. 针对最大航空联盟有可能分裂的情形, 本文利用 Shapley 值与两步 Shapley 值作为合作博弈部分的利润分配方法. 通过数值实验, 验证了所建非合作 - 合作两型博弈模型与解法的有效性, 并从对比结果中可以发现, 利润共享机制下自由销售代码共享协议具有显著优势, 特别是在只包含一家较知名航空公司的航空市场中. 研究成果可为优化代码共享协议选择与提升社会总福利提供重要理论与方法支持.

关键词: 自由销售代码共享协议; 利润共享机制; 非合作 - 合作两型博弈; 辐条模型; 机票定价
中图分类号: O225 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2024)02-0049-20

0 引言

新冠疫情的爆发与蔓延, 使得全球航空业遭到了史无前例的重创, 多家航空公司无法承受亏损, 已经申请破产保护, 例如, 澳洲第二大航空公司维珍澳洲航空、英国航空公司 Flybe 航空. 为有效防止疫情境外输入, 截止到 2020 年 12 月 20 日我国民航局已累计向中外航空公司发出“熔断”指令 140 次, 国际航空运输协会称预计全行业 2020 年将亏损 1 185 亿美元, 即每运载一名旅客将损失 66 美元. 为能在疫情下生存下来并保证航线的正常运营, 国内外许多航空公司纷纷选

择进行合作, 而代码共享则是其中一种较为普遍的合作方式. 根据《国内航线航班代码共享管理办法》, 代码共享是指一家航空公司通过协议约定允许另一家或多家航空公司在其航班上使用各自航班代码进行经营行为. 国内外代码共享存在两种销售模式, 即包座销售代码共享与自由销售代码共享^[1, 2]. 与包座销售代码共享相比, 自由销售代码共享不限制舱位销售数目, 且未售出舱位对应机票均可被任意航空公司销售, 是目前被采用较多的销售模式^[3]. 然而, 相比于包座销售代码共享的研究^[4-8], 自由销售代码共享研究非常少. 比如, Ito 与 Lee^[1] 仅对自由销售代码共享

① 收稿日期: 2021-01-28; 修订日期: 2021-07-27.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(72071032; 72271046); 国家重点研发计划课题项目(2018AAA0101003).

作者简介: 李登峰(1965—), 男, 广西博白人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: lidengfeng@uestc.edu.cn

协议进行简单文字描述,而未给出具体定价流程与模型刻画. 本文聚焦于自由销售代码共享协议优化选择与机票联合定价模型研究.

在航空业中,机票定价一直是国内外学者关注的问题^[9-14],其中代码共享机票定价问题特别之处在于:若代码共享航空联盟享有反垄断豁免权,则可选择单独定价或联合定价且共享利润. 对于单独定价的代码共享机票, Park^[15]研究平行与垂直竞争的代码共享机票定价策略. Chen 与 Gayle^[16]研究直飞航班与经停航班的代码共享机票竞争问题. Bilotkach^[17]讨论低成本航空公司选择国内或国际航空公司作为代码共享合作伙伴时的定价策略. Oum 等^[18]与 Lin^[19]关注在包含价格领导者与跟随者的航空市场中各航空公司的定价策略. Hassin 与 Shy^[20]考虑对代码共享机票具有不同偏好的乘客. 张辰与田琼^[21]针对航空机票在线定价策略问题考虑了旅客忠诚度. 对于联合定价代码共享机票, Brueckner 与 Whalen^[22]、Whalen^[23]和 Bilotkach^[24]分析其定价策略,但没有讨论联合定价后航空联盟利润如何分配. 郑士源与王浣尘^[25]研究航空联盟横向与纵向联合定价,但航空联盟利润是按照均分方式分配. Shen^[26]提出以固定比例分配联盟利润的自由销售代码共享航空公司利润共享机制. Kimms 与 Cetiner^[5]针对包座销售代码共享协议,提出了航空联盟基于核仁的收益分配模型. 上述研究从不同角度对代码共享航空联盟定价策略进行分析,但都忽略了一个关键性问题,即代码共享协议是否能达成.

本文主要研究在利润共享机制下自由销售

代码共享协议的优化选择问题. 按照决策时间顺序,航空公司首先选择代码共享协议,其次定价销售并获利,其中联合定价的代码共享航空联盟可共享航空联盟利润. 由于上述过程包含了竞争与合作两种行为,显然不同于文献^[27-33],这里的竞争与合作之间存在特定的耦合关联,即航空公司为了最大化各航空公司最终所得利润,代码共享协议是依据后续单独定价或联合定价的所得利润进行选择的,因此非合作博弈或合作博弈都无法独立完整描述整个过程. 受 Brandenburger 与 Stuart^[34]提出的 bi-form game 概念启发,本文创建一种新的博弈论研究范式:非合作-合作两型博弈. 非合作-合作两型博弈由非合作博弈部分与合作博弈部分按照先后固定顺序融通集成为一个统一的博弈. 这一研究范式的思想已结合具体管理情景,开展了一些应用研究,比如,供应链库存管理策略选择^[35-37]、双边链路形成策略优化^[38, 39]与区块链共识达成^[40]等. Hu 等^[4]对包座销售代码共享协议中的收益共享与舱位预定过程提出了两阶段博弈,虽然同样包含了合作博弈与非合作博弈,但博弈顺序与本文博弈顺序正好相反,而且该两阶段博弈着重强调的是处理过程的阶段性,并未关注收益共享与舱位预定之间的耦合关联性. 为此,本文针对利润共享机制下的自由销售代码共享协议优化选择问题,提出新颖的非合作-合作两型博弈模型,并用非合作博弈部分、合作博弈部分分别描述航空公司选择代码共享协议与定价销售并获利过程,显著不同于现有的所有研究工作,如图 1.

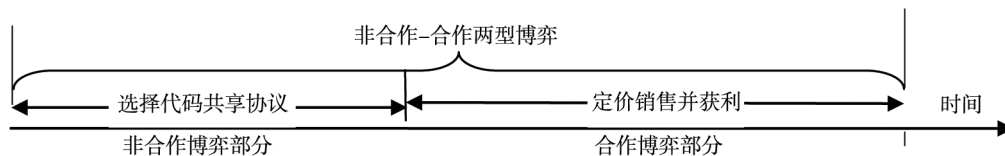


图 1 非合作-合作两型博弈

Fig. 1 Noncooperative-cooperative biform game

针对代码共享机票定价的实际情景,由于代码共享航空公司不一定能稳定地联合定价,合作博弈中大航空联盟在不同竞争局势下可能是不同的,并且一个航空联盟的利润(即特征值)会受其他航空联盟是否联合定价的影响,即航空联盟的

外部性. 这使得本文提出的非合作-合作两型博弈显著不同于现有所有研究工作^[35-40]. 针对上述特点,考虑到航空联盟最有可能的分裂过程,本文构建了相应的合作博弈或带有层级结构合作博弈,并利用 Shapley 值^[41]或两步 Shapley 值^[42]

作为利润分配解，验证了分配解的合理性。为了更贴近现实，本文还考虑了乘客对航空公司具有的不同偏好，并细化了利润共享机制下自由销售代码共享机票定价过程，这使得代码共享协议选择更具有说服力。

1 模型假设

考虑在两城市 A 与 B 之间直飞航线，3 家航空公司分别记作 1、2 与 3，可运营各自航班并销售该航线 AB 上的机票，并将航空公司集合记作 $N = \{1, 2, 3\}$ ，如图 2 所示。受 Chen 与 Riordan^[43] 辐条模型启发，本文构建了辐条模型，用于描述乘客对航空公司的不同偏好，如图 3。该辐条模型是由相交于一点 O 的三条线段 L_1O 、 L_2O 和 L_3O 组成。若点 L 与点 L' 同在线段 L_iO ($i \in N$)，则符号 $|LL'|$ 表示点 L 到点 L' 的距离；若点 L 与点 L' 分别在线段 L_iO 与 L_jO ，则符号 $|LL'|$ 表示线段 $|LO|$ 与 $|OL'|$ 距离的总和，即 $|LL'| = |LO| + |OL'|$ 。线段 L_iO 上的每个点表示第一偏好为航空公司 i 且第二偏好为航空公司 j ($j \in N \setminus i$) 的一类乘客。

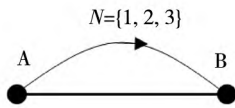


图 2 直飞航线 AB

Fig. 2 Non-stop itinerary AB

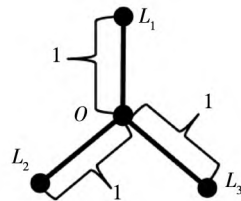


图 3 辐条模型

Fig. 3 Spokes model

由于每个乘客都有自己理想舱位，虽然偏好某家航空公司的舱位，但理想舱位与偏好航空公司的舱位可能存在一些偏好差异，比如，航程服务、航程时间以及舱位舒适度等。这种偏好差异在辐条模型中通过乘客所在点与端点 L_i ($i \in N$) 的距离体现。设这些带有偏好的乘客均匀分布在线段上，第一偏好为各家航空公司的乘客数相等，即线段 L_iO 长度相等且均为 1，即 $|L_iO| = 1$ ($i \in N$)。具体地，位于线段 L_iO 上的点 L 所对应乘客的理想舱位与其第一偏好航空公司 i 的舱位存在偏好差异 $|L_iL|$ ，记作乘客 $(i, |L_iL|)$ ，而乘客 $(i, |L_iL|)$ 的理想舱位与第二偏好航空公司 j

舱位的偏好差异为 $|L_jL|$ 。乘客 $(i, 0)$ 的理想舱位就是航空公司 i 的舱位，与第二偏好航空公司 j 的舱位的偏好差距最大，即 $|L_iL_j| = 2$ ，称他们为最忠诚乘客 $(i, 0)$ 。对于乘客 $(i, 1)$ ，3 家航空公司都是他的第一偏好航空公司，相当于乘客 $(i, 1)$ 对 3 家航空公司没有偏好，因此他们也被称为无偏好乘客 $(i, 1)$ 。除了这些最忠诚乘客，乘客 $(i, |L_iL|)$ 的理想舱位与实际乘坐舱位都不一致。当这些乘客最终购买任意一家航空公司舱位对应机票时，他们需要克服一定的心理成本，这使得他们对机票的支付意愿减小。设最忠诚乘客 $(i, 0)$ 对航空公司 i 所售机票的支付意愿为 v_i ，无偏好乘客 $(i, 1)$ 比最忠诚乘客 $(i, 0)$ 需要克服心理单位成本 t，乘客 $(i, |L_iL|)$ 对航空公司 i 所售机票的支付意愿为 $v_i - t|L_iL|$ 。本文讨论的代码共享协议是在利润共享机制下，因此航空公司可选择单独定价或联合定价。设集合 T ($T \subseteq N$) 为联合定价的航空联盟，并设 p_T 为联合定价航空联盟所售机票价格。为了方便叙述，可将单干航空联盟 $\{i\}$ 与航空联盟 $N \setminus \{i\}$ 分别简记为 i 与 $N \setminus i$ 。航空公司 i 单独定价时，所售机票价格记为 p_i 。由于乘客对航空公司 i 舱位的效用随着机票价格升高而减少，乘客 $(i, |L_iL|)$ 对航空公司 i 舱位的效用表示为

$$u_i^{|L_iL|} = v_i - t|L_iL| - p_T \tag{1}$$

为简化问题，提出以下假设。

假设 1 由于航空公司品牌知名度越大，乘客的支付意愿越高。最忠诚乘客 $(1, 0)$ 对所售机票的支付意愿为 v，且品牌知名度参数为 θ ($0 < \theta \leq 1$)，最忠诚乘客 $(2, 0)$ (或 $(3, 0)$) 所售机票支付意愿相等，即 $v_1 = v$ ， $v_2 = v_3 = 2\theta v$ 。航空公司与其他品牌知名度相当的航空公司代码共享合作中，更容易在服务水平、机票定价、品牌建设与乘客福利等方面达成一致意见。因此，知名度相当的航空公司更容易达成航空联盟。此外，航空公司代码共享合作难易程度还受航线覆盖范围、航班调度决策与内部股权关系等因素的影响。本文假设在两家航空公司组成的联合定价航空联盟 T ($T \subset N$, $|T| = 2$) 中，较容易达成航空联盟首先是知名度相当的航空公司 2 与航空公司 3，其次是航空公司 1 与航空公司 3，再次是航空公司 2 与航空公司 3。

根据上述假设1, 当 $0 < \theta < 0.5$ 时, 则航空公司1比航空公司2与航空公司3更知名; 当 $\theta = 0.5$ 时, 则航空公司1、航空公司2与航空公司3品牌知名度相同; 当 $0.5 < \theta \leq 1$ 时, 则航空公司2与航空公司3比航空公司1更知名.

假设2 为了吸引乘客, 航空公司*i*须保证将其作为第一偏好航空公司的乘客效用非负, 且最忠诚乘客*i*对于航空公司*i*舱位的效用不小于对其他航空公司舱位的效用, 即对于任意的*i*, *j*, $k \in N$, 有 $u_i^1 \geq 0$ 与 $u_i^0 \geq u_i^2$.

为满足假设2, 设航空公司联盟 $T (T \subseteq N)$ 的机票价格 p_T 满足

$$p_T \in P_T = [\max_{i \in T} \{v_i\} - 3t, \min_{j \in T} \{v_j\} - t] \quad (2)$$

假设3 乘客 $(i, |L_i L_l|)$ 的第二偏好航空公司为*j*或*k*的概率为1/2. 在购买机票时, 乘客 $(i, |L_i L_l|)$ 都将其对第一偏好航空公司*i*舱位的效用 $u_i^{|L_i L_l|}$ 与第二偏好航空公司*j* ($j \in N \setminus i$) 舱位的效用 $u_j^{|L_l L_j|}$ 进行对比, 并最终购买效用较高的机票.

例如, 在图4(a)中, 航空公司*i*与*j*(或*j*与*i*)分别是乘客第一与第二偏好航空公司. 根据假设3, 线段 $L_i L_{ij}$ 上的乘客一定会购买航空公司*i*所售机票, 而线段 $L_j L_{ij}$ 上的乘客有1/2的概率购买航空公司*j*所售机票. 在图4(b)中, 若乘客 $(i, |L_i L_{ij}|)$ 或 $(i, |L_i L_{ik}|)$ 对于航空公司*i*和*j*或*k*舱位的效用相同, 则乘客 $(i, |L_i L_{ij}|)$ 或 $(i, |L_i L_{ik}|)$ 被称为边际乘客. 记偏好差异即线段长度 $x_{ij} = |L_i L_{ij}|$ 与 $x_{ik} = |L_i L_{ik}|$, 则 $|L_j L_{ij}| = 2 - x_{ij}$ 且 $u_i^{x_{ij}} = u_j^{2-x_{ij}}$, $|L_k L_{ik}| = 2 - x_{ik}$ 且 $u_i^{x_{ik}} = u_k^{2-x_{ik}}$.

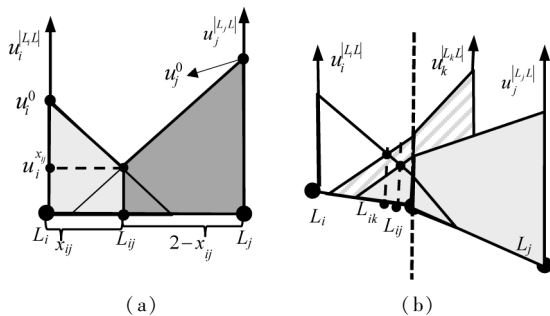


图4 在辐条模型中的航空公司效用

Fig. 4 Utility of airlines on the spokes model

当各个航空公司*i* ($i \in N$) 分别单独定价时, 则可以推导出乘客对航空公司的偏好差异分别为

$$\begin{aligned} x_{ij} &= (v_i - v_j + p_j - p_i)/(2t) + 1, \\ x_{ik} &= (v_i - v_k + p_k - p_i)/(2t) + 1 \end{aligned} \quad (3)$$

不妨假设航线的市场占有率为1. 由于辐条模型的总长度为3, 容易得到, 辐条模型的密度为1/3, 则任一航空公司*i* ($i \in N$) 的市场占有率为 $q_i = (1/2) \times (1/3) \times (x_{ij} + x_{ik})$, 即

$$q_i = (2v_i - v_j - v_k + p_j + p_k - 2p_i)/(12t) + 1/3 \quad (4)$$

类似地, 当两家航空公司*i*与*j* ($i, j \in N$) 联合定价时, 则可得乘客对航空公司的偏好差异分别为

$$\begin{aligned} x_{ij} &= (v_i - v_j)/(2t) + 1, \\ x_{ik} &= (v_i - v_k + p_k - p_{|i,j|})/(2t) + 1, \\ x_{jk} &= (v_j - v_k + p_k - p_{|i,j|})/(2t) + 1 \end{aligned} \quad (5)$$

此时各个航空公司的市场占有率分别为

$$\begin{aligned} q_i &= (2v_i - v_j - v_k + p_k - p_{|i,j|})/(12t) + 1/3, \\ q_j &= (2v_j - v_i - v_k + p_k - p_{|i,j|})/(12t) + 1/3, \\ q_k &= (2v_k - v_i - v_j + p_{|i,j|} - p_k)/(12t) + 1/3 \end{aligned} \quad (6)$$

航空联盟 $\{i, j\}$ 的市场占有率为 $q_{|i,j|} = q_i + q_j$.

同样地, 当3家航空公司联合定价时, 则可得乘客对航空公司的偏好差异分别为

$$x_{i2} = x_{i3} = (1 - 2\theta)v/(2t) + 1, x_{23} = 1 \quad (7)$$

此时各个航空公司的市场占有率分别为

$$\begin{aligned} q_1 &= (1 - 2\theta)v/(6t) + 1/3, \\ q_2 &= q_3 = (2\theta - 1)v/(12t) + 1/3 \end{aligned} \quad (8)$$

航空联盟*N*的市场占有率为 $q_N = \sum_{i \in N} q_i = 1$.

假设4 航班运营成本是市场占有率*q*的函数, 借鉴一般成本函数^[44]的形式, 则航班运营成本函数表示为 $\tilde{c}(q) = c(q - \alpha q^2/2)$, 其中*c*为某航线上的航班最大运营成本, 成本参数 α 满足 $\alpha \in (0, 1)$. 无论是否为代码共享航班, 承运航班所属航空公司或航空联盟需要承担该航班的所有运营成本.

2 非合作-合作两型博弈模型构建

2.1 非合作博弈部分

基于前文所述, 一家航空公司所销售的代码共享机票可能对应另一家航空公司所运营航班的舱位. 在达成代码共享协议中, 负责运营的航空公司称为承运方 (operating carrier, OC), 其余的

航空公司称为市场方 (marketing carrier, MC), 而未达成代码共享协议的航空公司称为非代码共享航空公司 (no code sharing carrier, NC). 于是, 航空公司在代码共享协议的选择过程可以看成是一个角色选择博弈, 其中博弈中的策略选择即为角色选择, 并且可选择角色包括 OC、MC 与 NC. 不同的角色选择组合, 即策略选择组合构成不同的竞

争局势, 把这样的第 m 个竞争局势记为 $S^m = (s_1^m, s_2^m, s_3^m)$, 其中在第 m 个竞争局势下航空公司 i 的策略 $s_i^m \in \{NC, OC, MC\}$. 由于一个代码共享协议中, 有且只有一家航空公司作为承运方, 因此 3 家航空公司在非合作博弈部分中的所有可行竞争局势只有 10 个, 如表 1 所示, 其中 “--” 表示可行竞争局势不存在.

表 1 非合作博弈部分 3 家航空公司形成的可行竞争局势

Table 1 Available competitive situations formed by three airlines in the noncooperative game part

航空公司 i 的策 略 s_i^m	s_3^m	NC			OC			MC		
	s_2^m	NC	OC	MC	NC	OC	MC	NC	OC	MC
s_1^m	NC	S^0	--	--	--	--	S^1	--	S^2	--
	OC	--	--	S^3	--	--	--	S^4	--	S^5
	MC	--	S^6	--	S^7	--	S^8	--	S^9	--

由表 1 中 10 个可行竞争局势可具体表示为, $S^0 = (NC, NC, NC)$, $S^1 = (NC, MC, OC)$, $S^2 = (NC, OC, MC)$, $S^3 = (OC, MC, NC)$, $S^4 = (OC, NC, MC)$, $S^5 = (OC, MC, MC)$, $S^6 = (MC, OC, NC)$, $S^7 = (MC, NC, OC)$, $S^8 = (MC, MC, OC)$, $S^9 = (MC, OC, MC)$. 记包含所有可行竞争局势集合为 $\Omega = \{S^0, S^1, S^2, \dots, S^9\}$, 把可行竞争局势 $S^m (S^m \in \Omega)$ 下航空公司 $i (i \in N)$ 的利润函数表示为 $\Phi_i(s_1^m, s_2^m, s_3^m)$, 简记为 ϕ_i^m . 若对航空公司 $i (i \in N)$ 的任意 $(s_1^m, s_2^m, s_3^m) \in \Omega, (s_1^{m*}, s_2^m, s_3^m) \in \Omega, (s_1^{m*}, s_2^{m*}, s_3^m) \in \Omega$, 满足条件

$$\begin{cases} \phi_1^{m*} = \Phi_1(s_1^{m*}, s_2^{m*}, s_3^{m*}) \geq \Phi_1(s_1^m, s_2^{m*}, s_3^{m*}), \\ \phi_2^{m*} = \Phi_2(s_1^{m*}, s_2^{m*}, s_3^{m*}) \geq \Phi_2(s_1^{m*}, s_2^m, s_3^{m*}), \\ \phi_3^{m*} = \Phi_3(s_1^{m*}, s_2^{m*}, s_3^{m*}) \geq \Phi_3(s_1^{m*}, s_2^{m*}, s_3^m) \end{cases} \quad (9)$$

则竞争局势 $S^{m*} = (s_1^{m*}, s_2^{m*}, s_3^{m*})$ 称为非合作博弈部分的纳什均衡局势, 而 $(S^{m*}, (\phi_1^{m*}, \phi_2^{m*}, \phi_3^{m*}))$ 被称为非合作 - 合作两型博弈的纳什均衡解.

根据上述纳什均衡概念, 非合作博弈部分的纳什均衡局势只能保证局势是稳定的, 即所有航空公司都没有愿望或能力改变这种局势, 而本文重点关注对整个社会较优的纳什均衡局势. 先给出几个概念: 设在竞争局势 S^m 下的航空公司总利润为 3 家航空公司利润之和, 记作 $P^{m\Lambda} = \sum_{i \in N} \phi_i^m$. 利用消费者剩余的概念, 在竞争局势 S^m

下的乘客剩余表示所有乘客对所购买机票的支付意愿与其实际购买机票价格的差值. 例如, 仅考虑航空公司 i 与 j (或 j 与 i) 是乘客第一与第二偏好航空公司的情形, 如图 4(a) 所示, 最后购买航空公司 i 与 j 机票的乘客剩余分别为 $1/6$ 的浅灰色梯形面积与 $1/6$ 的深灰色梯形面积, 即 $x_{ij}(u_i^0 + u_i^{x_{ij}})/12$ 与 $(2 - x_{ij})(u_j^0 + u_j^{2-x_{ij}})/12$. 于是, 所有乘客的剩余为所有梯形面积的 $1/6$, 即

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N \setminus i} \left[\frac{x_{ij}(u_i^0 + u_i^{x_{ij}})}{12} \right]$$

结合式(1)、式(3)、式(5)与式(7)可推出不同定价合作形式下不同乘客总剩余, 记作 S^{mP} . 在竞争局势 S^m 下, 社会总福利记做 W^{mS} , 由航空公司总利润 $P^{m\Lambda}$ 与乘客总剩余 S^{mP} 两者组成, 即 $W^{mS} = P^{m\Lambda} + S^{mP}$.

2.2 合作博弈部分

航空公司要在非合作博弈部分中选择、确定纳什均衡局势, 需要预测 3 家航空公司在合作博弈部分中在不同竞争局势下所获得的利润. 本文讨论的是利润共享机制下的代码共享协议, 不妨假设代码共享航空公司可选择单独定价或联合定价, 非代码共享航空公司只能单独定价并获得各自的利润, 联合定价的航空公司将分得部分航空联盟利润, 单独定价航空公司所获得利润归各自所有. 具体地, 从定价销售与共享利润两个过程进行研究.

首先是定价销售过程. 当航空公司单独定价时, 非代码共享航空公司与承运方先最大化各自

的利润进行定价并获得利润, 随后各市场方以分别最大化各自的利润进行定价销售, 在结算时市场方需支付代码共享合作费用给承运方, 其余利润归市场方所有. 这相当于市场方所售代码共享机票是以 β 折承运方的机票售价购回, 再以其确定的机票价格售出. 当代码共享航空公司联合定价时, 不论选择承运方还是市场方, 联合定价航空联盟可看成一个整体, 他们统一确定机票价格、最大化航空联盟利润, 而不在航空联盟内的航空公司仍以上述顺序进行独自定价. 结合假设 4 中的成本函数, 可得航空公司或航空联盟所得利润. 为避免重复陈述, 把符号 $p_i, P_i, p_T, P_T, q_i, q_T$ 推广为 $p_i^m, P_i^m, p_T^m, P_T^m, q_i^m, q_T^m$, 即这些变量满足式(2)、式(4)、式(6)与式(8). 设集合 T^C 为代码共享航空联盟, 按照代码共享航空联盟包含航空公司的数量(即 $|T^C|$), 将上述 10 个竞争局势 $S^0 \sim S^9$ 分为三类, 下面给出航空公司在不同竞争局势下形成不同联合定价航空联盟时相应的定价模型.

第一类竞争局势是指没有代码共享航空公司的竞争局势 S^0 , 此时 $T^C = \emptyset$ 且 $|T^C| = 0$, 如图 5(a) 所示. 3 家航空公司都选择非代码共享航空公司(NC), 他们的定价过程如图 5(b) 所示, 且航空公司 $i (i \in N)$ 承担运营成本 $\tilde{c}(q_i^0)$. 结合第一类竞争局势中的收益与成本, 每家航空公司最大化各自利润, 即求解如下优化问题

$$\begin{aligned} \max_{p_1^0 \in P_1^0} \{ \Pi_1^0 = p_1^0 q_1^0 - \tilde{c}(q_1^0) \}, \\ \max_{p_2^0 \in P_2^0} \{ \Pi_2^0 = p_2^0 q_2^0 - \tilde{c}(q_2^0) \}, \\ \max_{p_3^0 \in P_3^0} \{ \Pi_3^0 = p_3^0 q_3^0 - \tilde{c}(q_3^0) \} \end{aligned} \quad (10)$$

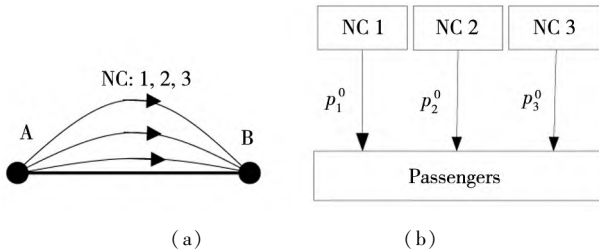


图 5 第一类竞争局势下的角色与对应定价模型

Fig. 5 Roles and corresponding pricing model in the first type of the competitive situations

第二类竞争局势是指两家航空公司达成自由

销售代码共享协议的竞争局势, 该类竞争局势包括 $S^1 \sim S^4, S^6$ 与 S^7 , 如图 6(a) 所示. 假设航空公司 l 选择非代码共享航空公司(NC), 且航空公司 l' 和 l'' 分别选择承运方(OC)与市场方(MC), 则可推出 $T^C = \{l', l''\}$ 且 $|T^C| = 2$. 根据假设 4, 属于航空公司 l 与 l' 航班的运营成本分别为 $\tilde{c}(q_l^m)$ 与 $\tilde{c}(q_{l', l''}^m)$. 当 3 家航空公司单独定价(即 $T = \emptyset$)时, 定价过程如图 6(b) 所示, 且航空公司 l 和 l' 分别承担运营成本 $\tilde{c}(q_l^m)$ 与 $\tilde{c}(q_l^m + q_{l''}^m)$. 结合第二类竞争局势中收益与成本, 每家航空公司最大化各自利润, 即求解优化问题

$$\begin{aligned} \max_{p_l^m \in P_l^m} \{ \Pi_l^m = p_l^m q_l^m - \tilde{c}(q_l^m) \}, \\ \max_{p_{l''}^m \in P_{l''}^m} \{ \Pi_{l''}^m = p_{l''}^m (q_l^m + \beta q_{l''}^m) - \tilde{c}(q_l^m + q_{l''}^m) \}, \\ \text{s. t. } \max_{p_{l'}^m \in P_{l'}^m} \{ \Pi_{l'}^m = (p_{l'}^m - \beta p_{l''}^m) q_{l'}^m \} \end{aligned} \quad (11)$$

当承运方 l' 和市场方 l'' 联合定价(即 $T = \{l', l''\}$)时, 定价过程如图 6(c) 所示, 且运营成本 $\tilde{c}(q_l^m)$ 与 $\tilde{c}(q_{l', l''}^m)$ 分别由航空公司 l 与航空联盟 $\{l', l''\}$ 承担. 因此, 航空公司 l 与航空联盟 $\{l', l''\}$ 最大化各自利润, 即求解如下优化问题

$$\begin{aligned} \max_{p_l^m \in P_l^m} \{ \tilde{\Pi}_l^m = p_l^m q_l^m - \tilde{c}(q_l^m) \}, \\ \max_{p_{l', l''}^m \in P_{l', l''}^m} \{ \tilde{\Pi}_{l', l''}^m = p_{l', l''}^m q_{l', l''}^m - \tilde{c}(q_{l', l''}^m) \} \end{aligned} \quad (12)$$

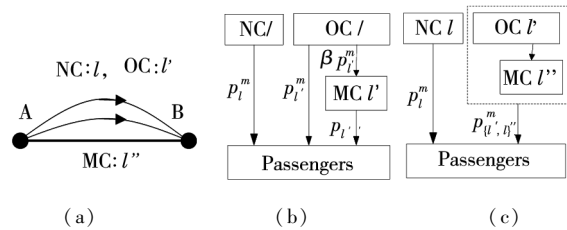


图 6 第二类竞争局势下的角色与对应定价模型

Fig. 6 Roles and corresponding pricing models in the second type of the competitive situations

第三类竞争局势是指 3 家航空公司达成自由销售代码共享协议的竞争局势, 包括竞争局势 S^5, S^8 与 S^9 , 如图 7(a) 所示. 假设在该类竞争局势下, 航空公司 l 选择承运方(OC), 航空公司 l' 和 l'' 均选择市场方(MC), 不难得出 $T^C = N$ 且 $|T^C| = 3$. 当 3 家航空公司单独定价(即 $T = \emptyset$)时, 根据上述利润共享机制, 定价过程如图 7

(b)所示, 且航空公司 l 将承担总运营成本 $\tilde{c}(q_l^m + q_{l'}^m + q_{l''}^m)$. 结合该竞争局势中的收益与成本, 每家航空公司最大化各自利润, 即求解如下优化问题

$$\begin{aligned} & \max_{p_l^m \in P_l^m} \{ \Pi_l^m = p_l^m [q_l^m + \beta(q_{l'}^m + q_{l''}^m)] - \\ & \quad \tilde{c}(q_l^m + q_{l'}^m + q_{l''}^m) \} \\ \text{s. t. } & \max_{p_{l'}^m \in P_{l'}^m} \{ \Pi_{l'}^m = (p_{l'}^m - \beta p_l^m) q_{l'}^m \}, \\ & \max_{p_{l''}^m \in P_{l''}^m} \{ \Pi_{l''}^m = (p_{l''}^m - \beta p_l^m) q_{l''}^m \} \end{aligned} \quad (13)$$

当承运方 l 与市场方 l' 联合定价(即 $T = \{l, l'\}$) 时, 类似可得定价过程如图 7(c)所示, 且航空联盟 $\{l, l'\}$ 承担总运营成本 $\tilde{c}(q_{\{l, l'\}}^m + q_{l''}^m)$, 最大化航空联盟 $\{l, l'\}$ 与市场方 l'' 的利润, 即求解如下优化问题

$$\begin{aligned} & \max_{p_{\{l, l'\}}^m \in P_{\{l, l'\}}^m} \{ \tilde{\Pi}_{\{l, l'\}}^m = p_{\{l, l'\}}^m (q_{\{l, l'\}}^m + \beta q_{l''}^m) - \\ & \quad \tilde{c}(q_{\{l, l'\}}^m + q_{l''}^m) \} \\ \text{s. t. } & \max_{p_{l''}^m \in P_{l''}^m} \{ \tilde{\Pi}_{l''}^m = (p_{l''}^m - \beta p_{\{l, l'\}}^m) q_{l''}^m \} \end{aligned} \quad (14)$$

类似地, 当承运方 l 与市场方 l'' 联合定价(即 $T = \{l, l''\}$) 时, 航空联盟 $\{l, l''\}$ 承担总运营成本 $\tilde{c}(q_l^m + q_{\{l, l''\}}^m)$, 最大化航空联盟 $\{l, l''\}$ 与市场方

l' 的利润, 即求解如下优化问题

$$\begin{aligned} & \max_{p_{\{l, l''\}}^m \in P_{\{l, l''\}}^m} \{ \tilde{\Pi}_{\{l, l''\}}^m = p_{\{l, l''\}}^m (q_{\{l, l''\}}^m + \beta q_{l'}^m) - \\ & \quad \tilde{c}(q_l^m + q_{\{l, l''\}}^m) \} \\ \text{s. t. } & \max_{p_{l'}^m \in P_{l'}^m} \{ \tilde{\Pi}_{l'}^m = (p_{l'}^m - \beta p_{\{l, l''\}}^m) q_{l'}^m \} \end{aligned} \quad (15)$$

当两个市场方 l' 和 l'' 联合定价(即 $T = \{l', l''\}$) 时, 可得定价过程如图 7(d)所示, 且总运营成本 $\tilde{c}(q_l^m + q_{\{l', l''\}}^m)$ 由航空公司 l 承担. 承运方 l 与市场方航空联盟 $\{l', l''\}$ 最大化各自的利润, 即求解如下优化问题

$$\begin{aligned} & \max_{p_l^m \in P_l^m} \{ \tilde{\Pi}_l^m = p_l^m (q_l^m + \beta q_{\{l', l''\}}^m) - \tilde{c}(q_l^m + q_{\{l', l''\}}^m) \} \\ \text{s. t. } & \max_{p_{\{l', l''\}}^m \in P_{\{l', l''\}}^m} \{ \tilde{\Pi}_{\{l', l''\}}^m = (p_{\{l', l''\}}^m - \beta p_l^m) q_{\{l', l''\}}^m \} \end{aligned} \quad (16)$$

当 3 家航空公司形成联合定价航空联盟(即 $T = N$) 时, 可得航空联盟 N 定价过程如图 7(e)所示, 同时航空联盟 N 共同承担总运营成本 $\tilde{c}(q_N^m)$. 最大化航空联盟 N 的利润, 即求解如下优化问题

$$\max_{p_N^m \in P_N^m} \{ \tilde{\Pi}_N^m = p_N^m q_N^m - \tilde{c}(q_N^m) \} \quad (17)$$

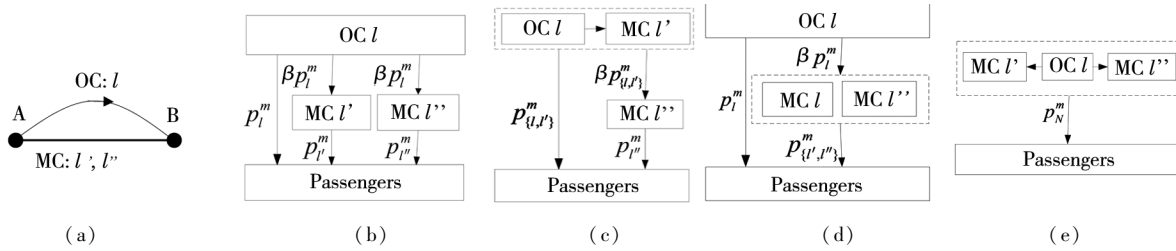


图 7 第三类竞争局势下的角色与对应定价模型

Fig. 7 Roles and corresponding pricing models in the third type of the competitive situations

设 π_i^m 、 $\bar{\pi}_T^m$ 与 $\bar{\pi}_N^m$ 分别为在竞争局势 S^m 下单独定价时的航空公司 i ($i \in T$)、航空子联盟 T ($T \subset N$) 与航空联盟 N 在对应定价优化问题的最优利润. 根据上述定价优化问题(10)~问题(17)可得, 在同一竞争局势下, 单独定价航空公司最优利润与其余航空公司是否选择联合定价有关, 即联合定价航空联盟具有外部性, 比如, 航空公司 l 在上述优化问题(13)与问题(16)的最优利润不一定相同. 为了体现这一外部性, 先把联合定价航空联盟 T 的划分记为

$$F^T = \{ T' \mid \bigcup_{T' \subseteq T} T' = T, \bigcap_{T' \subseteq T} T' = \emptyset \}$$

即航空联盟 T 划分为多个不相交且互补的航空子联盟的并集. 特别地, 划分 $\{\{i\} \mid i \in T\}$ 与 $\{T\}$ 分别称为单干划分与零划分, 并分别记为 F_1^T 与 F_0^T . 对于航空联盟 T , 把剔除单干划分与零划分之外的所有划分, 记做集合 $\mathcal{F}^T = \{ F^T \mid F^T \neq F_1^T, F^T \neq F_0^T \}$. 在单干划分 F_1^T 下航空公司 i ($i \in T$) 的最优利润为 π_i^m . 在零划分 F_0^T 下联合定价航空联盟 N 的最优利润为 $\bar{\pi}_N^m$. 在划分 $\{\{i\}$,

$\{N \setminus i\}$ 下航空公司 i 和联合定价联盟 $N \setminus i$ 的最优利润分别为 $\bar{\pi}_i^m$ 与 $\bar{\pi}_{N \setminus i}^m$.

其次是共享利润. 在第一类竞争局势下, 由于没有代码共享航空联盟, 航空公司不能共享利润. 在第二类或第三类竞争局势下, 虽然存在代码共享航空联盟, 但代码共享航空联盟中的航空公司一旦意识到形成联合定价的大航空联盟不如形成单独定价的航空子联盟, 那么该航空联盟不稳定, 并且该航空联盟最有可能实现的分裂可描述为单干划分, 则航空公司也不能共享利润. 综上, 共享利润的充要条件为存在稳定的代码共享航空联盟, 或存在不稳定的代码共享航空联盟, 并且最有可能实现的分裂不是单干划分.

在非合作博弈部分中, 由于代码共享协议决定了航空公司之间长期合作关系, 选择代码共享协议应以稳定联合定价时的最优利润作为依据. 下面先给出了航空联盟稳定与最优划分的概念. 由于单干航空联盟无法再分裂, 因此一定是稳定的. 对于非单干航空联盟, 是否稳定取决于该航空联盟分裂后的航空子联盟能否获得更多利润. 于是, 若非单干航空联盟 T ($|T| \geq 2$) 所得最优利润不小于除了零划分以外的其余任意划分下航空子联盟之和, 即

$$\bar{\pi}_T^m \geq \sum_{i \in T} \pi_i^m, \bar{\pi}_T^m \geq \max_{F^T \in \mathcal{F}^T} \left\{ \sum_{T' \in F^T} \bar{\pi}_{T'}^m \right\} \quad (18)$$

则航空联盟 T 是稳定的, 否则航空联盟 T 是不稳定的. 对于非单干航空联盟 T ($|T| \geq 2$), 若在划分 \bar{F}^T ($\bar{F}^T \in \mathcal{F}^T$) 下所有航空子联盟均是稳定的, 且这些航空子联盟之和不小于除了零划分以外的其他任意划分下所有航空子联盟之和, 即划分 \bar{F}^T ($\bar{F}^T \in \mathcal{F}^T$) 下任意航空子联盟 T' ($T' \in \bar{F}^T, |T'| \geq 2$) 满足式(18), 且

$$\sum_{T' \in \bar{F}^T} \bar{\pi}_{T'}^m = \max_{F^T \in \mathcal{F}^T} \left\{ \sum_{T' \in F^T} \bar{\pi}_{T'}^m \right\}, \sum_{T' \in \bar{F}^T} \bar{\pi}_{T'}^m \geq \sum_{i \in T} \pi_i^m \quad (19)$$

则把划分 \bar{F}^T 称为航空联盟 T 的最优划分. 若航空联盟 T ($|T| \geq 2$) 的单干划分下所有航空子联盟 $\{i\}$ ($i \in T$) 之和大于除了零划分以外的其他任意划分下所有航空子联盟之和, 即

$$\sum_{i \in T} \pi_i^m > \max_{F^T \in \mathcal{F}^T} \left\{ \sum_{T' \in F^T} \bar{\pi}_{T'}^m \right\} \quad (20)$$

则单干划分为航空联盟 T 的最优划分, 即 $\bar{F}^T = F_1^T$. 显然, 任意航空联盟 $\{i, j\}$ 有且只有唯一的最优划分即为单干航空联盟, 即 $\bar{F}^{\{i, j\}} = F_1^{\{i, j\}}$. 从航空联盟 T 的角度看, 最优划分 \bar{F}^T 使得航空联盟总利润最大, 相比于其他非零划分更有可能实现. 根据假设1, 若满足 $\bar{\pi}_1^m + \bar{\pi}_{\{2, 3\}}^m = \bar{\pi}_2^m + \bar{\pi}_{\{1, 3\}}^m > \bar{\pi}_3^m + \bar{\pi}_{\{1, 2\}}^m$, 则划分 $\{\{1\}, \{2, 3\}\}$ 比 $\{\{1, 3\}, \{2\}\}$ 更有可能实现. 若满足 $\bar{\pi}_2^m + \bar{\pi}_{\{1, 3\}}^m \geq \bar{\pi}_3^m + \bar{\pi}_{\{1, 2\}}^m$, 则划分 $\{\{1, 3\}, \{2\}\}$ 比 $\{\{1, 2\}, \{3\}\}$ 更有可能实现.

结合共享利润的充要条件与最优划分, 可得最大的联合定价航空联盟, 记作 T^P . 具体可描述为: 若代码共享航空联盟 T^C 非空且是稳定的, 则 $T^P = T^C$; 若代码共享航空联盟 T^C 非空、不稳定且最优划分 \bar{F}^{T^C} 不是单干划分, 则代码共享航空联盟 T^C 将按照 \bar{F}^{T^C} 进行划分, 且该划分下的非单干航空子联盟将代替联盟 T 进行联合定价, 单干航空子联盟各自定价, 即 $T^P = T'$ ($T' \in \bar{F}^{T^C}, |T'| \geq 2$); 若 $T^C = \emptyset$ 或 T^C 不稳定且最优划分 \bar{F}^{T^C} 是单干划分, 则3家航空公司单独定价, 即 $T^P = \emptyset$.

在确定了最大联合定价航空联盟 T^P 后, 可得在竞争局势 S^m 下航空公司 i ($i \in N$) 在合作博弈部分所得利润 ϕ_i^m . 当 $T^P = \emptyset$ 时, 3家航空公司单独定价, 航空公司 i ($i \in N$) 直接获得的利润为 $\phi_i^m = \pi_i^m$. 当 $T^P \neq \emptyset$ 时, 航空联盟 T^P 联合定价, 且航空联盟内的航空公司通过合作博弈获得利润. 但由于航空联盟的外部性, 联盟在不同划分下获得利润可能不同, 但这两种划分并不能同时实现, 这使得合作博弈中航空子联盟特征值(利润)无法唯一确定. 为了避免这种情况, 根据最有可能实现的分裂过程, 可确定航空子联盟的利润(特征值), 并把其作为利润分配的依据. 设航空联盟 T^P 经过 r 次划分得到单干划分, 下面给出大航空联盟 T^P 分裂过程与分配解的数学表述.

1) 当 $r = 1$ 时, 航空联盟 T^P 仅经过1次划分, 即单干划分 $F_1^{T^P}$, 把分裂过程看成层级结构 $\mathcal{L} = \{\{T^P\}, F_1^{T^P}\}$, 并构建合作博弈 (T^P, v) , 其中航空联盟 T^P 的利润(特征值)为航空联盟的最优利润, 航空子联盟 T ($T \subset T^P$) 的利润(或特征值)为该联盟所包含航空公司单干利润之

和, 即

$$v(T^P) = \bar{\pi}_{T^P}^m, v(T) = \sum_{i \in T} \pi_i^m \quad (21)$$

利用 Shapley 值分配方法, 可得航空公司 i ($i \in T^P$) 在合作博弈部分所得利润分别为

$$\begin{aligned} \phi_i^m &= Sh_i(T^P, v) \\ &= \sum_{T \subseteq T^P, i \in T} \frac{(|T^P| - |T|)! (|T| - 1)!}{|T^P|!} \times (v(T) - v(T \setminus i)) \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $|T|$ 为航空联盟 T 包含航空公司的数目. 若 $T^P \neq N$, 则航空联盟 T^P 以外的航空公司 j ($j \in N \setminus T^P$) 的利润为 $\phi_j^m = \bar{\pi}_j^m$. 结合式(19)~式(22)可得, 任意航空联盟 T ($T \subseteq T^P$) 的利润不小于航空子联盟 i 与 $T \setminus i$ 的利润之和, 即

$$v(T) \geq v(i) + v(T \setminus i)$$

容易得到, 通过 Shapley 值分配所得航空公司的利润满足: 集体有效性 (即大航空联盟利润全部分配完, 没有剩余) 与个体合理性 (每家航空公司分得的利润不小于单干时的利润), 即

$$\sum_{i \in T^P} \phi_i^m = v(T^P), \phi_i^m \geq v(i) (i \in T^P) \quad (23)$$

这说明, 按照上述 Shapley 值分配过程进行航空公司利润分配是合理、有效的.

2) 当 $r = 2$ 时, 航空联盟 T^P 经过 2 次划分, 由于航空联盟 T^P 最多包含 3 家航空公司, 可推出 $T^P = N$. 不妨设 $N = \{i, j, k\}$ 且 $\bar{F}^N = \{\{i\}, \{j, k\}\}$, 不难得知, 航空联盟 N 先分裂为单干航空联盟 $\{i\}$ 与航空子联盟 $\{j, k\}$, 再分裂为单干航空联盟 $\{i\}$ 、 $\{j\}$ 与 $\{k\}$, 把这种分裂过程看成层级结构 $\mathcal{L} = \{\{N\}, \{\{i\}, \{j, k\}\}, \{\{i\}, \{j\}, \{k\}\}\}$, 并构建层级结构合作博弈 (N, v, \mathcal{L}) , 其中航空子联盟 T ($T = N, \{j, k\}$ 或 $\{i\}$) 的利润 (特征值) 为航空联盟的最优利润, 航空子联盟 T ($T \neq N, \{j, k\}$ 且 $\{i\}$) 的利润 (特征值) 为该联盟所包含航空公司单干利润之和, 即

$$\begin{aligned} v(N) &= \bar{\pi}_N^m, v(\{j, k\}) = \bar{\pi}_{\{j, k\}}^m, v(i) = \bar{\pi}_i^m, \\ v(j) &= \pi_j^m, v(k) = \pi_k^m, v(\{i, j\}) = \pi_i^m + \pi_j^m, \\ v(\{i, k\}) &= \pi_i^m + \pi_k^m \end{aligned} \quad (24)$$

利用两步 Shapley 值分配方法对层级结构合作博弈 (N, v, \mathcal{L}) 进行求解. 具体地, 将航空联盟 $\{i\}$ 与 $\{j, k\}$ 分别视为两个整体, 记作 $[\{i\}]$ 与 $[\{j, k\}]$, 此时大航空联盟仅包含两家航空公司

$[\{i\}]$ 与 $[\{j, k\}]$, 记作 $[N]$. 首先利用 Shapley 值分配方法, 将大航空联盟的利润 $v(N)$ 分配给两家航空公司 $[\{i\}]$ 与 $[\{j, k\}]$; 再利用 Shapley 值分配方法, 将航空联盟 $\{j, k\}$ 的 $v(\{j, k\})$ 分配给两家航空公司 j 与 k , 航空公司 j 与 k 还能得到航空联盟 $\{j, k\}$ 分给的利润与的差值 $Sh_{[\{j, k\}]}([N], v) - v(\{j, k\})$, 即 3 家航空公司在合作博弈部分所得利润分别为

$$\begin{aligned} \phi_i^m &= Sh_{[\{i\}]}([N], v), \\ \phi_j^m &= Sh_j(\{j, k\}, v) + (Sh_{[\{j, k\}]}([N], v) - v(\{j, k\}))/2, \\ \phi_k^m &= Sh_k(\{j, k\}, v) + (Sh_{[\{j, k\}]}([N], v) - v(\{j, k\}))/2 \end{aligned} \quad (25)$$

结合式(19)、式(20)、式(24)与式(25)可得, 两步 Shapley 值分配所得的利润满足: 集体有效性与个体合理性, 即满足式(23), 因此利用上述两步 Shapley 值分配航空联盟的利润也是合理、有效的.

若航空联盟 T^P 包含 3 家以上航空公司, 则类似可得航空联盟最有可能的分裂过程, 航空公司 i ($i \in T^P$) 利用多步 Shapley 值^[45]可得到相应的利润, 并可类似证明, 基于多步 Shapley 值的航空公司利润分配是合理、有效的. 不过, 因为航空联盟 T^P 最多包含 3 家航空公司, 从而最多经过两次划分, 即 $r \leq 2$, 所以不涉及这种情形.

3 非合作-合作两型博弈模型求解方法

在上述非合作-合作两型博弈模型中, 非合作博弈部分中航空公司的利润需要从合作博弈部分中分配得到, 因此需要先求解合作博弈部分的利润分配, 才能求解非合作博弈部分的纳什均衡局势.

3.1 合作博弈部分的求解方法

根据 Kuhn-Tucker 条件可得, 在竞争局势 S^m 下航空公司 i 或航空联盟 T 的纳什均衡解, 并记为 \hat{p}_i^m 或 \hat{p}_T^m . 在联合定价航空联盟 T 中, 航空公司 i ($i \in T$) 机票价格与航空联盟价格相同, 即 $\hat{p}_i^m = \hat{p}_T^m$. 由式(3)、式(5)与式(7)可得, 航空公司 i ($i \in T$) 相应的市场占有率, 记为 \hat{q}_i^m . 联合定价航空联盟 T 的市场占有率为所包含航空公司的市场占有率之和, 即 $\hat{q}_T^m = \sum_{i \in T} \hat{q}_i^m$. 为了体现

航线市场整体的定价情况,在竞争局势 S^m 下,当联合定价航空联盟 T 形成时,设市场平均票价为对应的机票价格与市场占有率的乘积之和,记为

$$\bar{p}_T^m = \begin{cases} \hat{p}_1^m \hat{q}_1^m + \hat{p}_2^m \hat{q}_2^m + \hat{p}_3^m \hat{q}_3^m & (m = 0, 1, \dots, 9, |T| = 0), \\ \hat{p}_T^m \hat{q}_T^m + \hat{p}_{N \setminus T}^m \hat{q}_{N \setminus T}^m & (m = 1, 2, \dots, 9, |T| = 2), \\ \hat{p}_N^m \hat{q}_N^m & (m = 5, 8, 9, |T| = 3). \end{cases}$$

而运营总成本设为所有运营成本之和,并记为

$$\bar{c}_T^m = \begin{cases} \tilde{c}(\hat{q}_i^0) & (m = 0, |T| = 0), \\ \tilde{c}(\hat{q}_i^m) + \tilde{c}(\hat{q}_i^m + \hat{q}_i^m) & (m = 1, 2, 3, 4, 6, 7, |T| = 0), \\ \tilde{c}(\hat{q}_T^m)^2 + \tilde{c}(\hat{q}_{N \setminus T}^m) & (m = 1, 2, 3, 4, 6, 7, |T| = 2), \\ \tilde{c}(\hat{q}_N^m) & (m = 5, 8, 9, |T| = 0, 2, 3). \end{cases}$$

结合式(10)~式(17)可得,单独定价时的航空公司 i ($i \in T$)、航空子联盟 T ($T \subset N$) 与航空联盟 N 的最优利润 π_i^m 、 $\bar{\pi}_T^m$ 与 $\bar{\pi}_N^m$. 为了保证所得最优利润的非负性,当竞争局势 S^m 下存在一家航空公司的利润小于 0 时,本文认为所有机票都无

法定价销售,任意航空公司或航空联盟均无法从该竞争局势中获得利润,即 $\pi_i^m = 0$ 或 $\bar{\pi}_T^m = 0$ ($i \in N, T \subseteq N$),将这种竞争局势 S^m 称为无效竞争局势,否则称为有效竞争局势. 由于本节重点在于求解合作博弈部分的利润分配,对优化问题(10)~问题(17)的具体求解过程不再赘述.

在第一类竞争局势下,设 $i_0 = 1, j_0 = 2, k_0 = 3$. 在第二类竞争局势下,设 $i_0 = l, j_0 = l', k_0 = l''$. 在第三类竞争局势下,当 $\bar{\pi}_1^m + \bar{\pi}_{\{2,3\}}^m \geq \bar{\pi}_2^m + \bar{\pi}_{\{1,3\}}^m$ 且 $\bar{\pi}_1^m + \bar{\pi}_{\{2,3\}}^m \geq \bar{\pi}_3^m + \bar{\pi}_{\{1,2\}}^m$ 时,设 $i_0 = 1, j_0 = 2, k_0 = 3$; 当 $\bar{\pi}_2^m + \bar{\pi}_{\{1,3\}}^m > \bar{\pi}_1^m + \bar{\pi}_{\{2,3\}}^m$ 且 $\bar{\pi}_2^m + \bar{\pi}_{\{1,3\}}^m \geq \bar{\pi}_3^m + \bar{\pi}_{\{1,2\}}^m$ 时,设 $i_0 = 2, j_0 = 1, k_0 = 3$; 当 $\bar{\pi}_3^m + \bar{\pi}_{\{1,2\}}^m > \bar{\pi}_1^m + \bar{\pi}_{\{2,3\}}^m$ 且 $\bar{\pi}_3^m + \bar{\pi}_{\{1,2\}}^m > \bar{\pi}_2^m + \bar{\pi}_{\{1,3\}}^m$ 时,设 $i_0 = 3, j_0 = 1, k_0 = 2$. 根据 2.2 节可得不同的合作情形下最优利润满足条件、对应的最大的联合定价航空联盟及其分裂过程、层级结构、利润(特征值)函数以及航空公司所分得的利润,如表 2 所示.

表 2 合作博弈部分中的不同合作情形

Table 2 Different cooperation cases in the cooperative game part

合作情形	最优利润满足的条件	T^P	T^P 的分裂过程, \mathcal{S}	$v(T)$	分得利润	
A	(a1)	\emptyset	-- , --	--	$\phi_{i_0}^m = \pi_{i_0}^m,$ $\phi_{j_0}^m = \pi_{j_0}^m,$ $\phi_{k_0}^m = \pi_{k_0}^m.$	
	(a2)					在第一类竞争局势下满足
	(a3)					在第三类竞争局势下满足 $\pi_{i_0}^m + \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m > \bar{\pi}_N^m,$ $\pi_{i_0}^m + \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m > \bar{\pi}_{i_0}^m + \bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m$ 或 $\bar{\pi}_{i_0}^m + \bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m > \bar{\pi}_N^m$ $\bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m < \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m$
B	(b1)	$\{j_0, k_0\}$	$\{j_0, k_0\}$ $\underbrace{\{j_0, k_0\}}_{j_0 \quad k_0}$ $\{\{j_0, k_0\}\},$ $\{\{j_0\}, \{k_0\}\}$	$v(\{j_0, k_0\}) = \bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m,$ $v(j_0) = \pi_{j_0}^m,$ $v(k_0) = \pi_{k_0}^m.$	$\phi_{i_0}^m = \bar{\pi}_{i_0}^m,$ $\phi_{j_0}^m = \frac{1}{2}(\bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m + \pi_{j_0}^m - \pi_{k_0}^m),$ $\phi_{k_0}^m = \frac{1}{2}(\bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m - \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m).$	
	(b2)					在第三类竞争局势下满足 $\bar{\pi}_{i_0}^m + \bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m > \bar{\pi}_N^m,$ $\bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m \geq \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m$
C	在第三类竞争局势下满足 $\bar{\pi}_N^m \geq \bar{\pi}_{i_0}^m + \bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m \geq \pi_{i_0}^m + \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m,$ $\bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m \geq \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m.$	N	$\underbrace{N}_{i_0 \quad \underbrace{\{j_0, k_0\}}_{j_0 \quad k_0}}$ $\{\{N\}, \{i_0\}\},$ $\{j_0, k_0\}\},$ $\{\{i_0\}, \{j_0\}, \{k_0\}\}$	$v(N) = \bar{\pi}_N^m,$ $v(\{i_0, j_0\}) = \pi_{i_0}^m + \pi_{j_0}^m,$ $v(\{i_0, k_0\}) = \pi_{i_0}^m + \pi_{k_0}^m,$ $v(\{j_0, k_0\}) = \bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m,$ $v(i_0) = \bar{\pi}_{i_0}^m, v(j_0) = \pi_{j_0}^m,$ $v(k_0) = \pi_{k_0}^m.$	$\phi_{i_0}^m = \frac{1}{2}(\bar{\pi}_N^m + \bar{\pi}_{i_0}^m - \bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m),$ $\phi_{j_0}^m = \frac{1}{4}(\bar{\pi}_N^m + \bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m - \bar{\pi}_{i_0}^m + 2\pi_{j_0}^m - 2\pi_{k_0}^m),$ $\phi_{k_0}^m = \frac{1}{4}(\bar{\pi}_N^m + \bar{\pi}_{\{j_0, k_0\}}^m - \bar{\pi}_{i_0}^m - 2\pi_{j_0}^m + 2\pi_{k_0}^m).$	

续表 2
Table 2 Continues

合作情形	最优利润满足的条件	T^P	T^P 的分裂过程, \mathcal{L}	$v(T)$	分得利润
D	在第三类竞争局势下满足 $\bar{\pi}_N^m \geq \bar{\pi}_{i_0}^m + \bar{\pi}_{j_0, k_0}^m \geq \pi_{i_0}^m + \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m,$ $\bar{\pi}_{j_0, k_0}^m < \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m$ 或 $\bar{\pi}_N^m \geq \pi_{i_0}^m + \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m > \bar{\pi}_{i_0}^m + \bar{\pi}_{j_0, k_0}^m,$	N	$\underbrace{\{i_0, j_0, k_0\}}_N$ $\{ \{N\}, \{i_0\}, \{j_0\}, \{k_0\} \}$	$v(N) = \bar{\pi}_N^m,$ $v(\{i_0, j_0\}) = \pi_{i_0}^m + \pi_{j_0}^m,$ $v(\{i_0, k_0\}) = \pi_{i_0}^m + \pi_{k_0}^m,$ $v(\{j_0, k_0\}) = \pi_{j_0}^m + \pi_{k_0}^m,$ $v(i_0) = \pi_{i_0}^m, v(j_0) = \pi_{j_0}^m,$ $v(k_0) = \pi_{k_0}^m.$	$\phi_{i_0}^m = \frac{1}{3}(\bar{\pi}_N^m + 2\pi_{i_0}^m - \pi_{j_0}^m - \pi_{k_0}^m),$ $\phi_{j_0}^m = \frac{1}{3}(\bar{\pi}_N^m + 2\pi_{j_0}^m - \pi_{i_0}^m - \pi_{k_0}^m),$ $\phi_{k_0}^m = \frac{1}{3}(\bar{\pi}_N^m + 2\pi_{k_0}^m - \pi_{i_0}^m - \pi_{j_0}^m).$

3.2 非合作博弈部分的求解方法

由假设 1 可知, 航空公司 2 与航空公司 3 是对称的. 例如, 当航空公司 1 选择非代码共享航班时, 航空公司 2 选择市场方(或承运方)的情形等价于航空公司 3 选择市场方(或承运方)的情形, 可推出

$$\begin{aligned} \phi_2^1 &= \phi_3^2, \phi_3^1 = \phi_2^2; \phi_2^3 = \phi_3^4, \phi_3^3 = \phi_2^4; \\ \phi_2^6 &= \phi_3^7, \phi_3^6 = \phi_2^7; \phi_2^8 = \phi_3^9, \phi_3^8 = \phi_2^9 \end{aligned} \quad (26)$$

因此, 本文只需要考虑竞争局势 S^0, S^1, S^3, S^5, S^6 与 S^8 下航空公司的最优利润, 可得到在非合作博弈部分中所有可能竞争局势下所有航空公司的利润, 如表 3.

结合式(9)与表 2, 可得如下定理 1.

定理 1 1) 非合作博弈部分的纳什均衡局势

始终包含竞争局势 S^0 . 2) 若航空公司在合作博弈部分所得的利润满足 $\phi_1^1 < \phi_2^8$, 则非合作博弈部分的纳什均衡局势不包括竞争局势 S^1 与 S^2 ; 若航空公司在合作博弈部分所得的利润满足 $\phi_3^3 < \phi_2^5$, 则非合作博弈部分的纳什均衡局势不包括竞争局势 S^3 与 S^4 ; 若航空公司在合作博弈部分所得的利润满足 $\phi_3^3 > \phi_2^5$, 则非合作博弈部分的纳什均衡局势不包括竞争局势 S^5 ; 若航空公司在合作博弈部分所得的利润满足 $\phi_3^6 < \phi_2^8$, 则非合作博弈部分的纳什均衡局势不包括竞争局势 S^6 与 S^7 ; 若航空公司在合作博弈部分所得的利润满足 $\phi_1^1 > \phi_2^8$ 或 $\phi_3^6 > \phi_2^8$, 则非合作博弈部分的纳什均衡局势不包括竞争局势 S^8 与 S^9 .

表 3 非合作博弈部分中所有可行竞争局势下航空公司的利润

Table 3 Airlines' profits in available competitive situations of the noncooperative game part

航空公司 i 的策略 s_i^m	s_3^m	NC			OC			MC		
	s_2^m	NC	OC	MC	NC	OC	MC	NC	OC	MC
s_1^m	NC	$\phi_1^0, \phi_2^0, \phi_3^0$	--	--	--	--	$\phi_1^1, \phi_2^1, \phi_3^1$	--	$\phi_1^1, \phi_3^1, \phi_2^1$	--
	OC	--	--	$\phi_1^3, \phi_2^3, \phi_3^3$	--	--	--	$\phi_1^3, \phi_3^3, \phi_2^3$	--	$\phi_1^5, \phi_2^5, \phi_3^5$
	MC	--	$\phi_1^6, \phi_2^6, \phi_3^6$	--	$\phi_1^6, \phi_3^6, \phi_2^6$	--	$\phi_1^8, \phi_2^8, \phi_3^8$	--	$\phi_1^8, \phi_3^8, \phi_2^8$	--

从上述定理 1 可知, 只要任意两家航空公司都不参与代码共享, 则所有 3 家航空公司就不可能达成代码共享, 因此第一类竞争局势(即竞争局势 S^0)是容易形成并且稳定的. 对于存在代码共享航班的竞争局势, 仅需对比三组利润 ϕ_1^1 与 ϕ_2^8, ϕ_3^3 与 ϕ_2^5 以及 ϕ_3^6 与 ϕ_2^8 , 结合定理 1, 可以立即得到非合作博弈部分的纳什均衡局势 $S^{m*} = (s_1^{m*}, s_2^{m*}, s_3^{m*})$ 与非合作 - 合作两型博弈的纳什均衡解 $(S^{m*}, (\phi_1^{m*}, \phi_2^{m*}, \phi_3^{m*}))$.

3.3 非合作 - 合作两型博弈模型求解方法与过程

对于上述自由销售代码共享协议优化选择非

合作 - 合作两型博弈模型, 可以总结其求解方法与过程如下:

步骤 1 针对可能竞争局势 $S^m (S^m \in \Omega)$, 构建定价优化模型(10) ~ 模型(17), 求解 3 家航空公司的均衡价格 $(\hat{p}_1^m, \hat{p}_2^m, \hat{p}_3^m)$. 根据第 3.1 节, 可得相应的市场占有率 $(\hat{q}_1^m, \hat{q}_2^m, \hat{q}_3^m)$ 、市场平均票价 \bar{p}_T^m 、运营总成本 \bar{c}_T^m 以及航空公司或航空联盟的利润 $\pi_i^m, \bar{\pi}_T^m$ 与 $\bar{\pi}_N^m$ 、竞争局势情形以及 3 家航空公司的利润 $(\phi_1^m, \phi_2^m, \phi_3^m)$, 并利用式(26), 可得所有竞争局势 S^m 下 3 家航空公司的利润 $(\phi_1^m,$

ϕ_2^m, ϕ_3^m).

步骤 2 利用定理 1, 对比航空公司三组利润 ϕ_1^8 与 ϕ_2^8, ϕ_3^8 与 ϕ_2^5 以及 ϕ_1^6 与 ϕ_2^8 , 可得非合作博弈部分的纳什均衡局势 S^{m*} 与非合作-合作两型博弈的纳什均衡解 $(S^{m*}, (\phi_1^{m*}, \phi_2^{m*}, \phi_3^{m*}))$.

4 数值实例分析

为验证本文所提模型的实用性与求解方法的可行性, 考虑下面一个数值算例. 设 $v = 2\,000$ 元且 $\theta = 0.3 < 0.5$, 即乘客(1,0)对航空公司 1 的支付意愿为 2 000 元, 乘客(2,0)与(3,0)对航空公司 2 与航空公司 3 支付意愿分别为 1 200 元. 这说明航空公司 1 比航空公司 2 与航空公司 3 更知名. 假设该航线上的航班最大运营成本为 $c = 250$ 元且 $\alpha = 0.5$, 心理单位成本为 $t = 250$ 元, 代码共享费用折扣 $\beta = 0.9$. 根据 3.3 节的步骤 1, 可得到在合作博弈部分中不同竞争局势 S^m 下形成联合定价航空联盟 T 时 3 家航空公司的均衡价格 $(\hat{p}_1^m, \hat{p}_2^m, \hat{p}_3^m)$ 及其相应的市场占有率 $(\hat{q}_1^m, \hat{q}_2^m, \hat{q}_3^m)$ 、市场平均票价 \bar{p}_T^m 、运营总成本 \bar{c}_T^m 、 $T = \emptyset$ 时航空公司的最优利润 $(\pi_1^m, \pi_2^m, \pi_3^m)$ 或 $T \neq \emptyset$ 时航空联盟的最优利润 $(\bar{\pi}_T^m, \bar{\pi}_{T^c \setminus T}^m, \bar{\pi}_{N \setminus T^c}^m)$ 、航空联盟合作情形、分裂过程对应的层级结构 \mathcal{L} 、利润(特征值)函数 $v(T)$ 以及利润共享机制下航空公

司分得的利润(向量) $(\phi_1^m, \phi_2^m, \phi_3^m)$, 如表 4 所示.

由表 5 可得, 非合作博弈部分中航空公司的利润满足 $\phi_1^1 = 558 > \phi_1^8 = 298, \phi_3^3 = 0 < \phi_2^5 = 250, \phi_3^6 = 243 > \phi_2^8 = 32$. 利用定理 1, 非合作博弈部分的纳什均衡局势为 S^0, S^1, S^2, S^5, S^6 与 S^7 , 则非合作-合作两型博弈的纳什均衡解为 $(S^0, (413, 96, 96)), (S^1, (558, 228, 20)), (S^2, (558, 20, 228)), (S^5, (250, 250, 250)), (S^6, (294, 455, 243))$ 与 $(S^7, (294, 243, 455))$. 除此之外, 当 $T = \emptyset$ 时, 3 家航空公司先选择利润独享机制下自由销售代码共享协议, 各航空公司单独定价并获得最优利润 $(\pi_1^m, \pi_2^m, \pi_3^m)$. 由于获得利润的过程不存在合作博弈部分, 非合作-合作两型博弈转变为两阶段博弈, 这里的两个阶段均包含非合作博弈. 类似地, 可将最优利润 $(\pi_1^m, \pi_2^m, \pi_3^m)$ 作为依据选择利润独享机制下自由销售代码共享协议, 即两阶段博弈的纳什均衡局势 $(S^0, (413, 96, 96)), (S^1, (694, 224, 16)), (S^2, (694, 16, 224)), (S^3, (0, 0, 0)), (S^4, (0, 0, 0)), (S^5, (0, 0, 0)), (S^6, (294, 455, 243))$ 与 $(S^7, (294, 243, 455))$. 再由 3.3 节的步骤 2 可得, 利润共享机制/利润独享机制下 3 家航空公司在竞争局势 S^m 中的最优利润 $(\phi_1^m, \phi_2^m, \phi_3^m) / (\pi_1^m, \pi_2^m, \pi_3^m)$, 如表 5 所示, 其中两种机制下纳什均衡局势为粗体.

表 4 合作博弈部分的结果

Table 4 Results of the cooperative game part

m	T	$(\hat{p}_1^m, \hat{p}_2^m, \hat{p}_3^m)$	$(\hat{q}_1^m, \hat{q}_2^m, \hat{q}_3^m)$	\bar{p}_T^m	\bar{c}_T^m	$(\pi_1^m, \pi_2^m, \pi_3^m)$ 或 $(\bar{\pi}_T^m, \bar{\pi}_{T^c \setminus T}^m, \bar{\pi}_{N \setminus T^c}^m)$	情形	\mathcal{L}	$v(T)$	$(\phi_1^m, \phi_2^m, \phi_3^m)$
0	\emptyset	(1 250, 554, 554)	(0.40, 0.30, 0.30)	832	229	(413, 96, 96)	A(a1)	--	--	(413, 96, 96)
1	\emptyset	(1 250, 950, 950)	(0.67, 0.17, 0.17)	1 161	215	(694, 224, 16)	B(b1)	$\{\{2,3\}, \{2\}, \{3\}\}$	$v(\{2,3\}) = 248,$ $v(2) = 224,$ $v(3) = 16.$	(558, 228, 20)
	$\{2,3\}$	(1 250, 760, 760)	(0.54, 0.23, 0.23)	1 025	219	(248, 0, 558)				
2	\emptyset	(1 250, 950, 950)	(0.67, 0.17, 0.17)	1 161	215	(694, 16, 224)	B(b1)	$\{\{2,3\}, \{2\}, \{3\}\}$	$v(\{2,3\}) = 248,$ $v(2) = 16,$ $v(3) = 224.$	(558, 20, 228)
	$\{2,3\}$	(1 250, 760, 760)	(0.54, 0.23, 0.23)	1 025	219	(248, 0, 558)				
3	\emptyset	--	--	--	--	(0,0,0)	B(b1)	$\{\{1,2\}, \{1\}, \{2\}\}$	$v(\{1,2\}) = 0,$ $v(1) = 0,$ $v(2) = 0.$	(0,0,0)
	$\{1,2\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
4	\emptyset	--	--	--	--	(0,0,0)	B(b1)	$\{\{1,3\}, \{1\}, \{3\}\}$	$v(\{1,3\}) = 0,$ $v(1) = 0,$ $v(3) = 0.$	(0,0,0)
	$\{1,3\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				

续表 4

Table 4 Continues

m	T	$(\hat{p}_1^m, \hat{p}_2^m, \hat{p}_3^m)$	$(\hat{q}_1^m, \hat{q}_2^m, \hat{q}_3^m)$	\bar{p}_T^m	\bar{c}_T^m	$(\pi_1^m, \pi_2^m, \pi_3^m)$ 或 $(\bar{\pi}_T^m, \bar{\pi}_{T \setminus T}^m, \bar{\pi}_{N \setminus T}^m)$	情形	\mathcal{L}	$v(T)$	$(\phi_1^m, \phi_2^m, \phi_3^m)$
5	\emptyset	--	--	--	--	(0,0,0)	C	$\{\{N\},$ $\{\{1\}, \{2,3\}\},$ $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}\}$	$v(N) = 750,$ $v(T) = 0$ $(T \subset N).$	(250,250,250)
	$\{1,2\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
	$\{1,3\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
	$\{2,3\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
	N	(950,950,950)	(0.87,0.07,0.07)	950	188	(750, 0, 0)				
6	\emptyset	(1 750,950,934)	(0.33,0.33,0.34)	1 209	216	(294,455,243)	A(a2)	--	--	(294,455,243)
	$\{1,2\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
7	\emptyset	(1 750,934,950)	(0.33,0.34,0.33)	1 209	216	(294,243,455)	A(a2)	--	--	(294,243,455)
	$\{1,3\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
8	\emptyset	(1 750,950,950)	(0.48,0.16,0.35)	1 337	188	(298,32,699)	A(a3)	--	--	(298,32,699)
	$\{1,2\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
	$\{1,3\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
	$\{2,3\}$	(950, 950, 950)	(0.87,0.07,0.07)	950	188	(699,263,0)				
	N	(950, 950, 950)	(0.87,0.07,0.07)	950	188	(750, 0, 0)				
9	\emptyset	(1 750,950,950)	(0.48,0.35,0.16)	1 337	188	(298,699,32)	A(a3)	--	--	(298,699,32)
	$\{1,2\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
	$\{1,3\}$	--	--	--	--	(0,0,0)				
	$\{2,3\}$	(950, 950, 950)	(0.87,0.07,0.07)	950	188	(699,263,0)				
	N	(950, 950, 950)	(0.87,0.07,0.07)	950	188	(750,0, 0)				

表 5 利润共享机制与利润独享机制下非合作博弈部分航空公司的利润

Table 5 Airlines' profits under the profit-sharing mechanism and no profit-sharing mechanism in the noncooperative game part

航空公司 i 的策略 s_i^m	s_3^m	NC			OC			MC		
	s_2^m	NC	OC	MC	NC	OC	MC	NC	OC	MC
s_1^m	NC	(413,96,96)/ (413,96,96)	--	--	--	--	(558,228,20)/ (694,224,16)	--	(558,20,228)/ (694,16,224)	--
	OC	--	--	(0,0,0)/ (0,0,0)	--	--	--	(0,0,0)/ (0,0,0)	--	(250,250,250)/ (0,0,0)
	MC	--	(294,455,243)/ (294,455,243)	--	(294,243,455)/ (294,243,455)	--	(298,32,699)/ (298,32,699)	--	(298,699,32)/ (298,699,32)	--

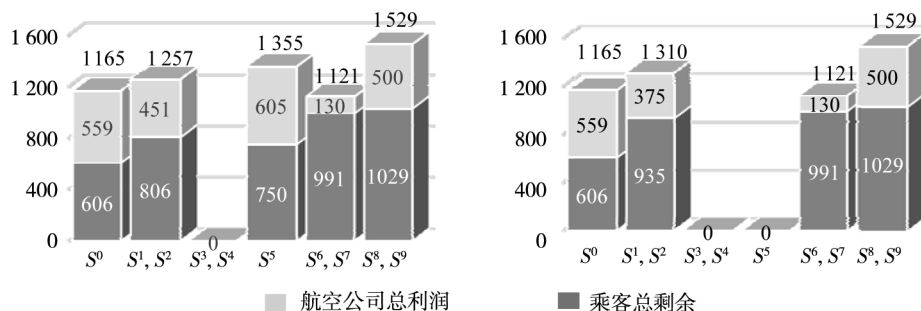
在表 4 与表 5 中，对比利润共享机制与利润独享机制下的代码共享航空公司的结果可得：1) 从票价上看，未达成代码共享协议的竞争局势 S^0 下市场平均票价最低；航空公司达成代码共享协议后，与竞争局势 S^0 的市场平均票价相比有所提高；若航空公司进一步联合定价并利润共享，则市场平均票价虽仍高于竞争局势 S^0 的市场平均票价，但低于单独定价时的市场平均票价，即 $\bar{p}_\emptyset^0 < \bar{p}_N^5 = \bar{p}_N^8 = \bar{p}_N^9 = \bar{p}_{\{2,3\}}^8 = \bar{p}_{\{2,3\}}^9 < \bar{p}_{\{2,3\}}^1 = \bar{p}_{\{2,3\}}^2 < \bar{p}_\emptyset^1 = \bar{p}_\emptyset^2 < \bar{p}_\emptyset^6 = \bar{p}_\emptyset^7 < \bar{p}_\emptyset^8 = \bar{p}_\emptyset^9$ 。这是因为航空公司达成代码共享协议后，代码共享协议

整合了舱位资源，减少了定价竞争，从而提高了市场平均票价，而利润共享机制促进了代码共享航空联盟的合作，使得市场平均票价增长的外部性内部化，从而票价增长幅度减小了。2) 从运营总成本上看，未达成代码共享协议竞争局势 S^0 下的总运营成本最高，3 家航空公司达成代码共享协议时（即竞争局势 S^5, S^8 与 S^9 ）的总运营成本最低；在竞争局势 S^1 与 S^2 下，由于航空联盟 $\{2,3\}$ 的市场占有率高于联合定价前航空公司 2 与航空公司 3 的市场占有率之和，航空联盟 $\{2,3\}$ 的运营总成本增加了，即 $\bar{c}_\emptyset^0 > \bar{c}_{\{2,3\}}^1 = \bar{c}_{\{2,3\}}^2 > \bar{c}_\emptyset^6 = \bar{c}_\emptyset^7 >$

$\bar{c}_0^1 = \bar{c}_0^2 > \bar{c}_N^5 = \bar{c}_N^8 = \bar{c}_N^9 = \bar{c}_{[2,3]}^8 = \bar{c}_{[2,3]}^9 = \bar{c}_0^8 = \bar{c}_0^9$ ，这说明了代码共享协议节省了运营总成本，在包含3家航空公司代码共享协议下，运营总成本能将至最低，利润共享机制可能使得运营总成本增加。3)从代码共享航空联盟总利润上看，利润共享机制下航空公司2与航空公司3在竞争局势 S^1 与 S^2 中增加了航空联盟总利润，即 $\phi_2^1 + \phi_3^1 = \phi_2^2 + \phi_3^2 > \pi_2^1 + \pi_3^1 = \pi_2^2 + \pi_3^2$ ，同时利润共享机制使得无效竞争局势 S^5 变为有效竞争局势，航空联盟总利润明显地增加了，而在竞争局势 S^8 与 S^9 中航空联盟总利润没有降低。4)从纳什均衡局势上看，原本无效竞争局势 S^3 与 S^4 从稳定的竞争局势(纳什均衡局势)转变为

不稳定的竞争局势(纳什均衡局势)。综上，利润共享机制减小了票价增长幅度，提升了联合定价航空联盟的市场占有率，且没有减少航空联盟总利润，虽然运营总成本相应地有所增加，但3家航空公司总运营成本仍保持最低，利润共享机制还改变了3家航空公司对于代码共享协议的选择。

为进一步体现利润共享机制差异，下面从3家航空公司、所有乘客以及乘客与航空公司的角度分别对所有竞争局势进行分析。如图8所示，其中两个柱体之和表示社会总福利，柱体上的数值表示相应竞争局势中的乘客总剩余、航空公司总利润或社会总福利。



(a) 在利润共享机制下 (b) 在利润独享机制下
图8 不同竞争局势中航空公司总利润、乘客总剩余与社会总福利

Fig. 8 Total airlines' profits, total passengers' surplus, and total social welfare in different competitive situations

一方面，利润共享机制改变了较优纳什均衡局势。利润独享机制下，较优纳什均衡局势为竞争局势 S^1 与 S^2 ，即政府从最大化社会总福利的角度将支持较不知名的航空公司2与航空公司3达成代码共享协议；利润共享机制下，竞争局势 S^5 的社会总福利高于所有纳什均衡局势，较优纳什均衡局势转变为竞争局势 S^5 ，即政府将支持3家航空公司达成代码共享协议，并且较知名的航空公司1作为承运方。另一方面，利润共享机制改变了较优纳什均衡局势下的乘客总剩余、航空公司总利润与社会总福利。对比利润共享与独享下的较优纳什均衡局势(即利润共享下的竞争局势 S^5 与利润独享下的 S^1 和 S^2)，虽然乘客总剩余减少了19.8%，但航空公司总利润增长了61.3%，社会总福利增长了3%，这说明在本例中采用利

润共享机制下更有利于整个社会。

受疫情影响下，机票需求骤减，上座率也被严格管控，与疫情爆发之前相比，单位市场占有率的运营总成本提升了。要保证航空公司的基本运营，机票提价在所难免。然后，有些航线停运或被民航局熔断，乘客可选的机票减少了，为了完成旅程只能接受较高的票价，此时航空公司的品牌影响较小，即乘客的心理成本 t 较低。随着国内疫情防控进入常态化，中国民用航空业也在逐渐复苏，虽然机票需求仍有限且机票成本仍较高，但乘客可挑选各自偏好航空公司机票，并且心理成本提高了。不论航空公司的运营成本与乘客的心理成本如何变化，政府都应鼓励航空公司达成较优纳什均衡局势，从而实现社会总福利最大化。下面应用所提出的非合作-合作两型博弈

模型计算较优纳什均衡局势及其相应的社会总福利，并讨论品牌知名度参数 θ 、心理成本 t 与运营成本 c 对研究结论的影响。假设心理成本 $t \in [100, 400]$ 与运营成本 $c \in [100, 400]$ ，分别对 t 与 c 以 10 为间隔取值，并且其他参数不变（即 $\alpha = 0.5, \beta = 0.9, v = 2\ 000$ ）。当品牌知名度参数 θ 为 0.3、0.5 或 0.7 时，市场中存在 1 家、2 家或 3 家较知名的航空公司。对于不同品牌知名度参数 θ ，利润共享机制与利润独享机制下较优纳什均衡局势分别记为 S^θ 与 \bar{S}^θ ，利润共享机制与利润独享机制下社会总福利分别记为 W^{PS} 与 \bar{W}^{PS} ，实施利润共享机制后的社会总福利变化量记为 $W^{\theta DS} = W^{PS} - \bar{W}^{PS}$ 。对于不同乘客心理成本 t 与航空公司运营成本 c ，可得到较优纳什均衡局势 S^θ 与 \bar{S}^θ 中的所属局势类别与实施利润共享机制后的社会总福利 W^{PS} 以及社会总福利变化量 $W^{\theta DS}$ ，如图 9 与图 10 所示。

由图 9 与图 10 可得：1) 利润共享机制增加了

较优纳什均衡局势为第三类竞争局势的可能性，但并非利润共享机制下的所有较优纳什均衡局势都属于第三类竞争局势。例如，若 $\theta = 0.7, t = 250$ 且 $c = 250$ ，则市场中存在两家较知名的航空公司，利润独享机制下的较优纳什均衡局势属于第三类竞争局势，而利润共享机制下的较优纳什均衡局势属于第二类竞争局势，如图 9(c) 与图 9(f) 中。这说明利润共享机制下，政府更多时候支持 3 家航空公司达成代码共享协议，但具体情况还需结合品牌知名度参数、乘客的心理成本与航空公司的运营成本进行判断。2) 总体上看，社会总福利随着乘客的心理成本与航空公司的运营成本的增加而降低，然而也存在反例：如图 10(a) 所示，若 $\theta = 0.3, t = 100$ 且航空公司的运营成本 c 从 400 减少至 100，则社会总福利也随之降低了；如图 10(c) 所示，若 $\theta = 0.7, c = 250$ 且乘客的心理成本 t 从 250 减少至 210，则社会总福利反而降低了。因此，政府可适当调整航空公司的运营总成本与乘客的心理成本，

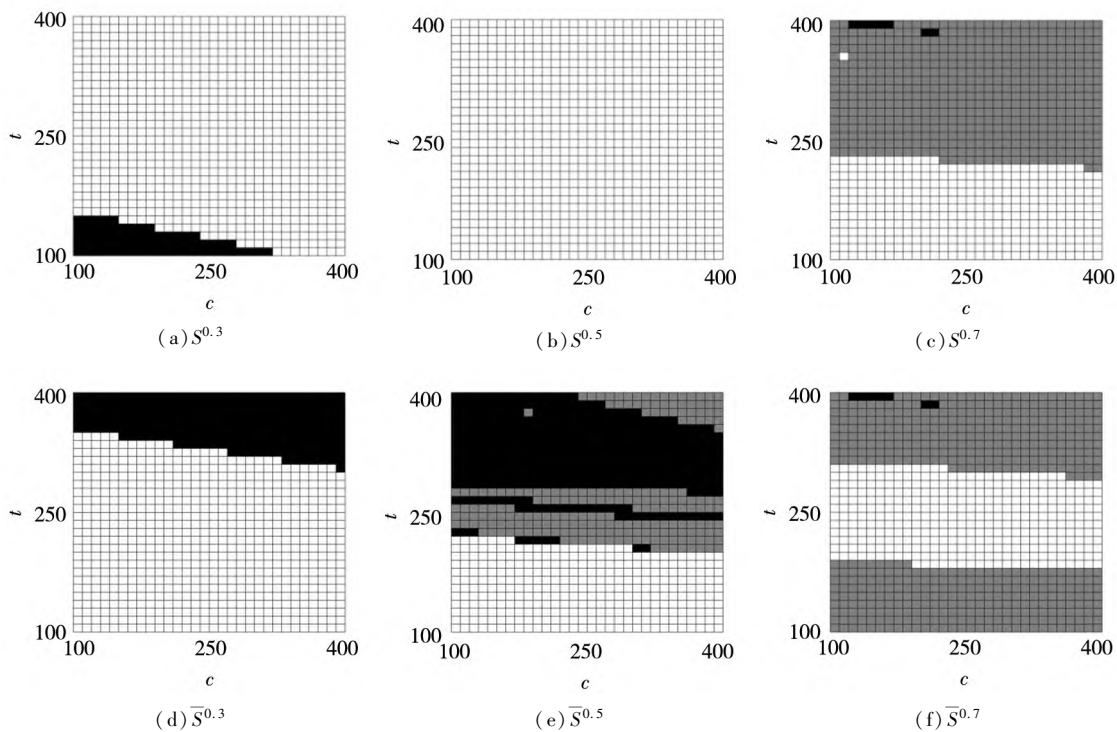


图 9 利润共享机制与利润独享机制下较优纳什均衡局势 S^θ 与 \bar{S}^θ 中的所属竞争局势类别

Fig. 9 Types of the better Nash equilibrium situations S^θ under the profit-sharing mechanism and the better Nash equilibrium situations \bar{S}^θ under no profit-sharing mechanism

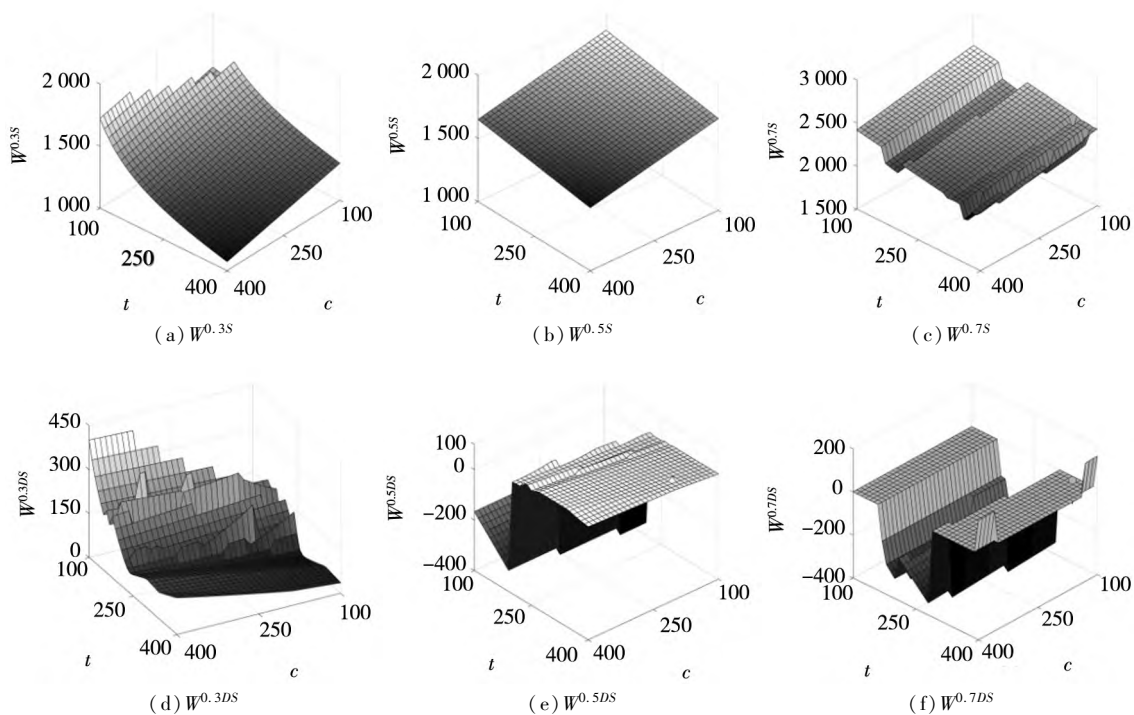


图 10 实施利润共享机制后的社会总福利 W^{0S} 与社会总福利变化量 W^{0DS}

Fig. 10 Total social welfare W^{0S} and differences of the total social welfares W^{0DS} after implementing the profit-sharing mechanism

从而进一步提高社会总福利. (3) 在不同航空市场中, 利润共享机制对社会总福利变化量的影响不同. 当 $\theta = 0.3$ 时, 航空市场中只存在一家较知名的航空公司, 由图 10(d) 可知 $W^{0.3DS} \geq 0$, 即利润共享机制下的社会总福利总高于利润独享机制下的社会总福利, 特别是在乘客的心理成本较低与航空公司的运营成本较高时. 当 $\theta = 0.5$ 或 0.7 时, 航空市场中存在两家及以上较知名的航空公司, 由图 10(e) 与图 10(f) 可得, 利润共享机制下的社会总福利可能低于利润独享机制下的社会总福利. 对比发现, 利润共享机制下的代码共享协议在只有一家较知名的航空公司的航空市场中更具优势. 利用上述结论可知, 面对疫情阴影中逐渐复苏的航空市场, 乘客心理成本与航空公司运营成本复杂多变, 政府应促成较优纳什均衡局势的形成, 适当调整航空公司的运营成本或乘客的心理成本, 并且合理运用利润共享机制, 从而在一定程度上可提高社会总福利.

5 结束语

应用辐条模型描述乘客对航空公司的不同

偏好, 进而针对利润共享机制下自由销售代码共享协议的选择过程, 构建了非合作-合作两型博弈模型. 由于联合定价航空联盟在不同竞争局势中可能不一样, 且这些航空联盟具有外部性, 本文根据最有可能的分裂过程, 确定了最大联合定价航空联盟与各航空子联盟的特征值(利润), 并应用 Shapley 值与两步 Shapley 值分配方法, 获得航空公司在利润共享机制下的最优利润. 还应用数值实例验证了非合作-合作两型博弈模型能够有效地解决利润共享机制下自由销售代码共享协议的优化选择问题, 同时该模型还能预测各航空公司在选择代码共享协议后定价策略以及所获利润. 通过对票价、市场占有率、航空联盟总利润、运营总成本、纳什均衡局势、航空公司总利润、乘客总剩余与社会总福利等多方面的比较得知, 利润共享机制下自由销售代码共享协议是有优势的, 特别在只存在一家较知名航空公司的航空市场中更加明显. 本文主要对直飞航线上自由销售代码共享协议优化选择进行研究, 实际中中转航线上也存在自由销售代码共享协议, 将来会对这个问

题进行深入研究. 另外, 代码共享属于共享经济或区块链的代码共享协议也是本文未来的研究的范畴, 受文献[46,47]启发, 结合政府干预方向.

参考文献:

- [1] Ito H, Lee D. Domestic codesharing practices in the US airline industry[J]. *Journal of Air Transport Management*, 2005, 11(2): 89–97.
- [2] 卢燕, 毛军为. 集中式平台自由销售代码共享研究与应用[J]. *中国民航大学学报*, 2007, 25(6): 27–29.
Lu Yan, Mao Junwei. Research and application to free sale code share among co-hosting airlines[J]. *Journal of Civil Aviation University of China*, 2007, 25(6): 27–29. (in Chinese)
- [3] Bilotkach V. Airline partnerships, antitrust immunity, and joint ventures: What we know and what I think we would like to know[J]. *Review of Industrial Organization*, 2019, (54): 37–54.
- [4] Hu X, Caldentey R, Vulcano G. Revenue sharing in airline alliances[J]. *Management Science*, 2013, 59(5): 1177–1195.
- [5] Kimms A, Çetiner D. Approximate nucleolus-based revenue sharing in airline alliances[J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 220(2): 510–521.
- [6] Graf M, Kimms A. Transfer price optimization for option-based airline alliance revenue management[J]. *International Journal of Production Economics*, 2013, 145(1): 281–293.
- [7] Grauberger W, Kimms A. Airline revenue management games with simultaneous price and quantity competition[J]. *Computers and Operations Research*, 2016, (75): 64–75.
- [8] Grauberger W, Kimms A. Revenue management under horizontal and vertical competition within airline alliances[J]. *Omega*, 2016, (59): 228–237.
- [9] 高金敏, 乐美龙, 曲林迟. 机票定价与舱位控制两阶段决策方法[J]. *控制与决策*, 2019, 34(6): 1293–1299.
Gao Jinmin, Le Meilong, Qu Linchi. Two-stage decision approach of air pricing and seat inventory control[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(6): 1293–1299. (in Chinese)
- [10] 李豪, 彭庆, 谭美容. 面向乘客策略行为的航空公司舱位控制与动态定价模型[J]. *控制与决策*, 2018, 33(7): 1295–1302.
Li Hao, Peng Qing, Tan Meirong. Optimal seat inventory control and dynamic pricing for airline with strategic passengers[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(7): 1295–1302. (in Chinese)
- [11] 倪冠群, 徐寅峰, 徐玖平. 航空收益管理价格和座位在线联合控制策略[J]. *管理科学学报*, 2014, 17(7): 10–21.
Ni Guanqun, Xu Yinfeng, Xu Jiuping. Competitive analysis of revenue management: Online joint pricing and booking strategies[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17(7): 10–21. (in Chinese)
- [12] 李晓花, 萧柏春. 航空公司收入管理价格与舱位控制的统一分析[J]. *管理科学学报*, 2004, 7(6): 63–69, 93.
Li Xiaohua, Xiao Baichun. Comprehensive analysis of pricing and seat inventory control in airline revenue management[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2004, 7(6): 63–69, 93. (in Chinese)
- [13] Wittman M D, Fiig T, Belobaba P P. A dynamic pricing engine for multiple substitutable flights[J]. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 2018, 17(6): 420–435.
- [14] Merkert R, Webber T. How to manage seasonality in service industries: The case of price and seat factor management in airlines[J]. *Journal of Air Transport Management*, 2018, (72): 39–46.
- [15] Park J H. The effects of airline alliances on markets and economic welfare[J]. *Transportation Research Part E*, 1997, 33(3): 181–195.
- [16] Chen Y, Gayle P G. Vertical contracting between airlines: An equilibrium analysis of codeshare alliances[J]. *International Journal of Industrial Organization*, 2007, 25(5): 1046–1060.

- [17] Bilotkach V. Complementary versus semi-complementary airline partnerships[J]. *Transportation Research Part B*, 2007, 41(4): 381–393.
- [18] Oum T H, Park J H, Zhang A. The effects of airline codesharing agreements on firm conduct and international air fares [J]. *Journal of Transport Economics and Policy*, 1996, 30(2): 187–202.
- [19] Lin M H. Strategic airline alliances and endogenous Stackelberg equilibria[J]. *Transportation Research Part E*, 2004, 40(5): 357–384.
- [20] Hassin O, Shy O. Code-sharing agreements and interconnections in markets for international flights[J]. *Review of International Economics*, 2004, 12(3): 337–352.
- [21] 张 辰, 田 琼. 考虑旅客忠诚度的航空机票在线定价策略研究[J]. *管理科学学报*, 2019, 22(12): 31–39, 55. Zhang Chen, Tian Qiong. Pricing strategy of online distribution of airline tickets considering the customers' loyalty[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2019, 22(12): 31–39, 55. (in Chinese)
- [22] Brueckner J K, Whalen W T. The price effects of international airline alliances[J]. *Journal of Law and Economics*, 2000, 43(2): 503–546.
- [23] Whalen W T. A panel data analysis of code-sharing, antitrust immunity, and open skies treaties in international aviation markets[J]. *Review of Industrial Organization*, 2007, 30(1): 39–61.
- [24] Bilotkach V. Price effects of airline consolidation: Evidence from a sample of transatlantic markets[J]. *Empirical Economics*, 2007, 33(3): 427–448.
- [25] 郑士源, 王浣尘. 基于动态合作博弈理论的航空联盟稳定性[J]. *系统工程理论与实践*, 2009, 29(4): 184–192. Zheng Shiyuan, Wang Huanchen. Airline alliance stability based on dynamic cooperative game theory[J]. *Systems Engineering: Theory and Practice*, 2009, 29(4): 184–192. (in Chinese)
- [26] Shen C. The effects of major U. S. domestic airline code sharing and profit-sharing rule[J]. *Journal of Economics and Management Strategy*, 2007, 26(3): 590–609.
- [27] 王兴棠, 李 杰. 中间品贸易视角下的国际研发合作行为研究[J]. *管理科学学报*, 2020, 23(9): 61–75. Wang Xingtang, Li Jie. Research on international R&D cooperation: A perspective based on intermediate inputs trade[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2020, 23(9): 61–75. (in Chinese)
- [28] 许明辉, 孙康泰. 需求预测信息共享对供应商入侵策略的影响[J]. *管理科学学报*, 2020, 23(12): 75–90. Xu Minghui, Sun Kangtai. The impact of demand forecast sharing on supplier encroachment strategy[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2020, 23(12): 75–90. (in Chinese)
- [29] 周晓晗, 张江华, 徐 进. 基于序贯博弈的企业研发合作动机研究[J]. *管理科学学报*, 2021, 24(2): 111–126. Zhou Xiaohan, Zhang Jianghua, Xu Jin. Research on the motivation for R&D cooperation between firms based on sequential game[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2021, 24(2): 111–126. (in Chinese)
- [30] 王 娜, 张玉林. 碳税政策下制造商和再制造商竞争与合作博弈分析[J]. *电子科技大学学报(社科版)*, 2020, 22(1): 1–11. Wang Na, Zhang Yulin. Game analysis of competition and cooperation between a manufacturer and a remanufacturer under carbon tax policy[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China (Social Science Edition)*, 2020, 22(1): 1–11. (in Chinese)
- [31] 姜 跃, 韩水华, 赵 洋. 低碳经济下碳税对供应链减排及合作策略的影响分析[J]. *电子科技大学学报(社科版)*, 2019, 21(2): 92–101. Jiang Yue, Han Shuihua, Zhao Yang. Analysis on the impact of carbon tax on supply chain reduction and cooperation strategy in the low-carbon economy [J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China (Social Science Edition)*, 2019, 21(2): 92–101. (in Chinese)
- [32] 周莹莹, 黄建华. 粮食交易价格博弈政府监管策略研究[J]. *电子科技大学学报(社科版)*, 2020, 22(5): 107–112. Zhou Yingying, Huang Jianhua. Research on strategy of government for regulating grain transaction price game[J]. *Journal*

- of UESTC(Social Sciences Edition), 2020, 22(5): 107 – 112. (in Chinese)
- [33] 林敏, 刘虹. 广告溢出效应下基于产品低碳信誉的供应链决策研究[J]. 电子科技大学学报(社科版), 2020, 22(4): 77 – 88.
- Lin Min, Liu Hong. Decision-making in a supply chain of product low-carbon research on supply chain decision based on low-carbon credit of products under advertising spillover effect[J]. Journal of UESTC(Social Sciences Edition), 2020, 22(4): 77 – 88. (in Chinese)
- [34] Brandenburger A, Stuart H. Biform games[J]. Management Science, 2007, 53(4): 537 – 549.
- [35] Feess E, Thun J H. Surplus division and investment incentives in supply chains: A biform-game analysis[J]. European Journal of Operational Research, 2014, 234(3): 763 – 773.
- [36] 南江霞, 张莉, 张茂军, 等. 云服务供应链多人合作与技术创新决策的两型博弈模型[J/OL]. 系统工程理论与实践: 1 – 16[2021 – 07 – 26]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2267.N.20201225.1410.002.html>.
- Nan Jiangxia, Zhang Li, Zhang Maojun, et al. Biform game for the cloud service supply chain with multi-person cooperation and technology innovation decision [J/OL]. Systems Engineering: Theory and Practice: 1 – 16[2021 – 07 – 26]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2267.N.20201225.1410.002.html>. (in Chinese)
- [37] 南江霞, 王盼盼, 李登峰. 非合作 - 合作两型博弈的 Shapley 值纯策略纳什均衡求解方法[J]. 中国管理科学, 2021, 29(5): 202 – 210.
- Nan Jiangxia, Wang Panpan, Li Dengfeng. A solution method for Shapley-based equilibrium strategies of biform games[J]. Chinese Journal of Management Science, 2021, 29(5): 202 – 210. (in Chinese)
- [38] Liang K R, Li D F. A biobjective biform game approach to optimizing strategies in bilateral link network formation[J/OL]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems: 1 – 10[2020 – 12 – 20]. <http://dx.doi.org/10.1109/TSMC.2020.3034480>, 2020.
- [39] 杜晓丽, 梁开荣, 李登峰. 基于 CIS 值的双边链路形成策略优化两型博弈方法[J]. 系统工程与电子技术, 2020, 42(7): 1550 – 1557.
- Du Xiaoli, Liang Kairong, Li Dengfeng. Biform game approach to strategy optimization of bilateral link formation based on CIS value[J]. Systems Engineering and Electronics, 2020, 42(7): 1550 – 1557. (in Chinese)
- [40] Dui L, Li D F, Liang K R. A biform game approach to preventing block with holding attack of blockchain based on Semi-CIS value[J]. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2019, 12(2): 1875 – 6883.
- [41] Shapley L S. A Value for N-Person Games[C].// Kuhn H W, Tucker A W. Contributions to the Theory of Games II, Princeton: Princeton University Press, 1953: 307 – 317.
- [42] Kamijo Y. A two-step Shapley value for cooperative games with coalition structures[J]. International Game Theory Review, 2009, 11(2): 207 – 214.
- [43] Chen Y, Riordan M H. Price and variety in the Spokes model[J]. The Economic Journal, 2007, (117): 891 – 921.
- [44] Brueckner J K. The economics of international codesharing: An analysis of airline alliances[J]. International Journal of Industrial Organization, 2001, (19): 1475 – 1498.
- [45] 胡勋锋, 李登峰. 带层次结构效用可转移合作对策的多步 Shapley 值[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(7): 1863 – 1870.
- Hu Xunfeng, Li Dengfeng. The multi-step Shapley value of transferable utility cooperative games with a level structure[J]. Systems Engineering: Theory and Practice, 2016, 36(7): 1863 – 1870. (in Chinese)
- [46] 樊治平, 陈忠伟, 郭栋梁, 等. B2C 共享服务资源组织与优化设计: 研究现状与展望[J]. 电子科技大学学报(社科版), 2021, 23(2): 1 – 17.
- Fan Zhiping, Chen Zhongwei, Guo Dongliang, et al. Organizations and optimization designs of B2C sharing service resources: Research status and prospect[J]. Journal of UESTC(Social Sciences Edition), 2021, 23(2): 1 – 17. (in Chinese)

[47] Zhen X P, Xu S S. Who should introduce the third-party platform channel under different pricing strategies? [J]. European Journal of Operational Research, 2021, (299): 168 – 182.

Noncooperative-cooperative biform game models of the code sharing agreement choice

*LI Deng-feng*¹, *JIANG Bin-qian*²

1. School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China;
2. School of Management, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China

Abstract: Code sharing is a common and effective cooperation among the airlines, and reaching a code sharing agreement is an essential precondition for pricing code sharing tickets and making profits from these tickets. Because there is few study on the free-sale code sharing agreement and the profit-sharing mechanism, this paper focuses on the optimal choices of the free-sale code sharing agreement under the profit-sharing mechanism. Firstly, this paper proposes the spoke model to describe the passengers' preferences for different airlines in the reality. Secondly, a noncooperative-cooperative biform game model is constructed which integrates the noncooperative game with the cooperative game. In the noncooperative game part, the airlines consider all the possible code sharing agreement from their own perspectives, which means that all the available competitive situations are taken into account. In the cooperative game part, the code sharing airlines can share the profit of the grand coalition by joint-pricing for tickets, and the competitive situations formed in the noncooperative game part are compared according to the airlines' profits obtained in the cooperative game part. The remarkable features of the noncooperative-cooperative biform game include: The airlines' profits are unpredictable in each competitive situation of the noncooperative game part, the grand coalitions of the cooperative game part may vary from one situation to another, and any sub-coalitions have externalities. Combining the most likely spitting process of joint pricing coalitions, the Shapley value and the two-step Shapley value are used as the allocation methods in the cooperative game part. Furthermore, the numerical experiments verify the efficiency of the proposed models and the solution method. The comparison results show that the free-sale code sharing agreement under the profit-sharing mechanism has some advantages, particularly in aviation markets where only one airline is more famous than others. Therefore, this paper provides significant theoretical and methodical supports to optimize the choices of the code sharing agreements and to improve the total social welfare in the aviation market.

Key words: free-sale code sharing agreement; profit-sharing mechanism; noncooperative-cooperative biform game; spoke model; ticket pricing