

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2024.08.006

通勤亦工作^①

——无人驾驶驱动下的出行新模式及其影响

朱鸿伟¹, 田丽君^{1*}, 黄海军²

(1. 福州大学经济与管理学院, 福州 350116; 2. 北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100191)

摘要: 从活动的视角研究无人驾驶带来的通勤行为变化. 将车内边际活动效用和车内时间利用效率纳入考虑, 构建无人驾驶汽车通勤者基于活动的效用函数. 对常数与线性边际活动效用情形下的出发与停车模式、最优动态瓶颈收费, 以及模型性质进行推导, 并与基于出行的模型结果进行比较. 结果表明常数边际活动效用情形时, 早到出发率是车内边际活动效用和车内时间利用效率的增函数, 晚到出发率则反之; 线性边际活动效用情形下, 早到人数与车内时间损耗程度无关, 与上班时间正相关. 实施最优瓶颈收费后发现, 基于出行的模型会高估总收费收入的上界, 低估总收费收入的下界. 从实现系统净效用最大化的角度来说, 应结合停车社会成本函数和具体情境调整停车密度设置.

关键词: 瓶颈模型; 无人驾驶汽车; 基于活动的方法; 瓶颈收费; 停车密度

中图分类号: U491 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2024)08-0090-15

0 引言

随着人工智能和5G等新兴技术的不断完善, 无人驾驶汽车(AV/UV)从概念走进生活, 根据百度Apollo的运营报告^[1], 在3年内百度将在30多个中国城市部署超过3000辆无人驾驶汽车. 无人驾驶的出现, 将改变传统的出行模式, 将驾驶员的双手从方向盘上解放, 使得车内时间不再需要浪费在驾驶车辆上面, 出行者在通勤路上就可提前进入工作状态, 例如查阅邮件或撰写文档, 即通勤亦工作. 这就引入一个有趣且重要的话题: 无人驾驶的出现将如何改变通勤者的出行行为, 并进一步影响出行成本及交通规划与政策制定^[2-6]?

无人驾驶汽车的一个显著特征是可自行寻找停车位, 其出现将颠覆对于传统汽车在停车问题上的认知. Arnott等^[7]基于瓶颈模型^[8]讨论了传统汽车出行和停车的时空特性, 随后众多学者分别针对停车场定价问题^[9], 多个停车场共存对通

勤行为的影响^[10-12], 考虑停车位收费的多模式选择问题^[13], 以及车位受限情形下的早高峰出发模式^[14]等方面进行了拓展研究. 最近, Liu^[15]基于瓶颈模型首次对无人驾驶时代背景下的通勤者出发时间和停车位选择均衡问题进行了研究, 并与Arnott等^[7]基于传统汽车的均衡分析结果进行了比较. Tian等^[16]考虑无人驾驶汽车的共享属性, 在道路上同时存在传统汽车和共享无人驾驶汽车的情形下研究了停车位充足和受限情形下的无人驾驶汽车内生市场渗透率. Zhang等^[17]在Liu^[15]的基础上进一步将早晚通勤行为结合起来, 对无人驾驶通勤者的出行行为以及停车模式进行了研究. Zhang等^[18]通过变分不等式方法首次研究了在交通网络中的无人驾驶汽车路径选择和停车位选择均衡问题, 而Xue等^[19]则通过探析政府与企业无人驾驶技术发展中的地位与责任, 为无人驾驶情形下的相关政策制定与企业经营提供依据.

无人驾驶汽车的另一个显著特征是使通勤者

① 收稿日期: 2021-01-25; 修订日期: 2022-06-04.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(72371075; 72401083; 72288101; 72394374); 福建省自然科学基金资助项目(2022J02014).

通讯作者: 田丽君(1981—), 女, 山西五台人, 教授, 博士生导师, Email: buaatianlijun@163.com

拥有更多自由时间,可在行驶途中从事工作或娱乐等活动^[20].以往对于无人驾驶汽车的研究大部分是从成本的视角进行分析,并且没有考虑乘坐无人驾驶汽车的通勤者在上班途中所产生的活动效用部分.基于活动的瓶颈模型最早由 Li 等^[21]提出,从活动效用的视角对传统汽车的通勤行为进行了分析,发现基于出行的瓶颈模型在刻画通勤者的出发时间上存在偏差.在此基础上,李志纯和丁晶^[22]采用基于活动的瓶颈模型研究了传统汽车情形下瓶颈动态拥挤收费和单步阶梯收费问题.Li 等^[23]进一步研究了基于活动的瓶颈模型的多步阶梯收费问题.

综上,本研究将综合考虑无人驾驶通勤者在不同阶段的边际活动效用和无人驾驶汽车的自主泊车特性,采用基于活动的方法研究无人驾驶带来的通勤行为改变,系统最优动态瓶颈收费及最优停车密度变化,并与现有文献结果进行对比.本研究将为分析无人驾驶时代下通勤行为变化提供一种新的研究思路,这有助于加深对无人驾驶汽车时代交通系统的新特征的理解和认识.

1 模型描述

假设有 n 位同质通勤者在每日早高峰期间需经由一条连接居住区和工作地的交通走廊进行日常通勤(见图 1).交通走廊上存在一个通行能力为 s 的交通瓶颈,其它位置视为通行能力无限大的畅通道路.不失一般性,设自由流时间为 0,即通勤者从家出发即到达瓶颈入口,排队结束从瓶颈离开即到达工作地.本研究的出行场景设定为全面无人驾驶时代,所有通勤者均单独乘坐 AV 从居住区到工作地,车辆因不需要人为操纵从而使得通勤者可在上班途中提前进入工作状态产生正效用.综合考虑通勤者在各个阶段产生的活动效用与 AV 的特性,从活动的视角给出 AV 通勤者在 t 时刻出发的效用函数 $U(t)$ 为

$$U(t) = \int_{t_s}^t u_h(x) dx + \int_{t+\theta T(t)}^{t+T(t)} u_{in}(x) dx + \int_{t+T(t)}^{t_e} u_w(x) dx \quad (1)$$

其中 t_s 为第一位通勤者的出发时间, t_e 为最后一位通勤者的出发时间, \bar{t} 为在上班开始时间 t^* 准时到达工作地的通勤者的出发时间, $T(t)$ 为通勤者的排队时间,且 $\bar{t} + T(\bar{t}) = t^*$.对于 t 时刻从生活区出发的通勤者而言,区间 $[t_s, t]$ 之间为在家活动时间,边际效用函数设为 $u_h(t)$,区间 $[t + \theta T(t), t + T(t)]$ 之间为上班途中产生正效用的活动时间,边际效用函数设为 $u_{in}(t)$ ^②,区间 $[t + T(t), t_e]$ 之间为工作活动时间,边际效用函数设为 $u_w(t)$.在 t 时刻出发的 AV 通勤者的通勤成本函数 $C(t)$ 定义为

$$C(t) = \begin{cases} \theta\alpha T(t) + \beta(t^* - t - T(t)) + \lambda wx, & \forall t \in [t_s, \bar{t}] \\ \theta\alpha T(t) + \gamma(t + T(t) - t^*) + \lambda wx, & \forall t \in [\bar{t}, t_e] \end{cases} \quad (2)$$

这一定义与经典瓶颈模型的区别在于无人驾驶通勤者可有效利用通勤时间产生正效用^[16], θ 表示车内时间损耗程度的参数, θ 越小则车内时间利用效率越高,且 $\beta < \theta\alpha < \gamma$ 成立^③;通勤成本最后一部分为停车成本^[15], x 为 AV 的泊车位置,按照车辆到达顺序从工作地向外延伸, w 为 AV 行驶单位距离的时间, λ 为 AV 行驶单位时间的成本值,且 $\lambda < \alpha$ 成立.由此,在 t 时刻出发的 AV 通勤者的净效用函数 $\Phi(t)$ 为

$$\Phi(t) = U(t) - C(t) \quad (3)$$

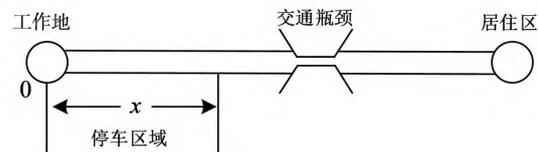


图 1 考虑停车行为的瓶颈模型

Fig. 1 Bottleneck model considering the parking behaviors

② 需说明的是,本研究通勤效用函数 $U(t)$ 中活动效用函数的积分区间和李志纯和丁晶^[22]研究中的定义不同,传统汽车情况下活动效用的积分区间为 $[t_s, t]$ 和 $[t + T(t), t_e]$,而本研究新增区间 $[t + \theta T(t), t + T(t)]$,这是因为通勤者乘坐 AV 期间可以提前进入工作状态产生正效用,其中 $\theta T(t)$ 表示在路上通行实际浪费掉的时间,因此 $(1 - \theta)T(t)$ 表示无人驾驶通勤者在路上能够产生正效用的时间,为便于分析,本研究假设乘客在上车后经过 $\theta T(t)$ 的时间才开始在车内产生活动效用,即 $\theta T(t)$ 位于 $(1 - \theta)T(t)$ 之前.若 $\theta = 1$,则退化为传统汽车情形.

③ 文中假设 $\theta\alpha > \beta$ 总成立,否则就会出现宁愿在路上排队也不愿早到办公室的反常现象.

通勤过程可描述为通勤者乘坐 AV 从家出发前往工作地,通过瓶颈到达工作地后,AV 将通勤者送到工作地后自行前往泊车位置,其停车偏好为优先停靠在离工作地近的位置,因此泊车位置 x 是关于出发时间 t 的函数. 设 m 为走廊上的公共泊车位密度^[15],由流量守恒条件可知

$$mx(t) = s(t + T(t) - t_s) \tag{4}$$

下面给出三个均衡性质.

性质 1 当车内边际活动效用函数 $u_{in}(t)$ 满足条件 $u_{in}(t) < u_w(t) - \beta + \lambda ws/m$ 时,早到通勤者不会出现到达工作地后选择继续待在车内以减少计划延误成本的通勤行为.

证明 以 t 时刻出发的通勤者为例进行讨论. 假设通勤者早到,在到达工作地后选择继续在车内停留 Δt 的活动时间,此时通勤者的效用函数 $U(t)$ 为

$$U(t) = \int_{t_s}^t u_h(x) dx + \int_{t+\theta T(t)}^{t+T(t)} u_{in}(x) dx + \int_{t+T(t)}^{t_c} u_w(x) dx + \int_{t+T(t)}^{t+T(t)+\Delta t} (u_{in}(x) - u_w(x)) dx \tag{5}$$

对于早到通勤者来说,其成本函数 $C(t)$ 为

$$C(t) = \theta\alpha T(t) + \beta(t^* - t - T(t)) - \beta\Delta t + \lambda w(x + \Delta x) \tag{6}$$

其中 Δx 为因继续停留 Δt 的活动时间所导致的停车位置后移距离. 由 $m(x(t) + \Delta x) = s(t + T(t) + \Delta t - t_s)$ 与式(4)相减后可知 $\Delta x = s\Delta t/m$ 成立,据此整理后可得因选择继续停留车内而导致的净效用变化值为

$$\Delta\Phi = \int_{t+T(t)}^{t+T(t)+\Delta t} (u_{in}(x) - u_w(x)) dx - \int_{t+T(t)}^{t+T(t)+\Delta t} (\lambda ws/m - \beta) dx \tag{7}$$

可以发现当 $u_{in}(t) < u_w(t) - \beta + \lambda ws/m$ 时通勤者的净效用变化值 $\Delta\Phi < 0$,因此早到通勤

者不会选择到达工作地后不下车继续停留在车内. 同理,若通勤者晚到,此时净效用变化值为

$$\Delta\Phi = \int_0^{\Delta t} (u_{in}(x) - u_w(x)) dx - \int_0^{\Delta t} (\gamma + \lambda ws/m) dx \tag{8}$$

由 $u_{in}(t) < u_w(t) - \beta + \lambda ws/m$ 可知,上式中 $u_{in}(t) - u_w(t) - \gamma - \lambda ws/m < 0$ 总成立,即 $\Delta\Phi < 0$,故晚到通勤者不会出现到达工作地后继续在车内停留的情形. 综上,性质 1 得证.

性质 1 给出了车内边际活动效用 $u_{in}(t)$ 应满足的上界条件.

性质 2 t_s 时刻出发的第一位通勤者和 t_c 时刻出发的最后一位通勤者无需排队.

证明 以 t_s 时刻出发的通勤者为例,假设出发时存在排队,设排队时间为 $T(t_s)$,故此时通勤者的通勤净效用为

$$\Phi(t_s) = \int_{t_s+\theta T(t_s)}^{t_s+T(t_s)} u_{in}(x) dx + \int_{t_s+T(t_s)}^{t_c} u_w(x) dx + (\beta - \theta\alpha)T(t_s) - \beta(t^* - t_s) \tag{9}$$

由 $\theta\alpha > \beta$ 可知,若 $T(t_s) > 0$,此时无法实现通勤净效用最大化,这与均衡状态时效用最大化相矛盾,故不成立. 同理可证最后一位通勤者无需排队. 综上,性质 2 得证.

这与李志纯和丁晶^[22]研究活动视角下传统车辆时得出的性质一致.

性质 3 当且仅当满足条件 $\lambda ws/m - \beta < u_h(t) + u_{in}(t+T(t)) - u_{in}(t+\theta T(t)) - u_w(t+T(t)) < \lambda ws/m + \gamma$ 时,早高峰期间瓶颈处存在排队.

证明 在均衡态,所有通勤者的净效用相等,没有任何一位通勤者可以通过改变出发时间获得更高的净效用,即 $d\Phi(t)/dt = 0$ 总成立. 对式(3)中的 $\Phi(t)$ 进行求导,可得早到出发率 $r_1(t)$ 和晚到出发率 $r_2(t)$ 分别为

$$r_1(t) = \frac{\theta\alpha + u_h(t) + (\theta - 1)u_{in}(t + \theta T(t))}{\theta\alpha - \beta + \lambda ws/m + u_w(t + T(t)) + \theta u_{in}(t + \theta T(t)) - u_{in}(t + T(t))}^s, \forall t \in [t_s, \bar{t}]$$

$$r_2(t) = \frac{\theta\alpha + u_h(t) + (\theta - 1)u_{in}(t + \theta T(t))}{\theta\alpha + \gamma + \lambda ws/m + u_w(t + T(t)) + \theta u_{in}(t + \theta T(t)) - u_{in}(t + T(t))}^s, \forall t \in [\bar{t}, t_c] \tag{10}$$

由早高峰期间瓶颈处存在排队与性质 2 中最后一

位通勤者无需排队(排队已消除)可知,需满足

$r_1(t) > s$ 和 $r_2(t) < s$ 这两个条件. 由此, 可得 $\lambda ws/m - \beta < u_h(t) + u_{in}(t + T(t)) - u_{in}(t + \theta T(t)) - u_w(t + T(t)) < \lambda ws/m + \gamma$ 总成立. 性质 3 得证.

以上内容对各边际活动效用函数大小关系以及排队发生条件等问题进行了分析, 但并未给出边际活动效用函数的具体形式来进行讨论, 下文将分别以常数边际活动效用情形和线性边际活动效用情形为例, 研究无人驾驶带来的早高峰通勤行为变化.

1.1 常数边际活动效用情形

当边际效用函数形式为常数边际效用时, 为使得通勤者具有出发上班动机, 由李志纯和丁晶^[22]可知需保证 $u_w > u_h$. 此外, 由性质 1 和性质 3 可知 $u_h > u_{in}$, 因此边际活动效用函数的关系为 $u_w > u_h > u_{in}$ (见图 2).

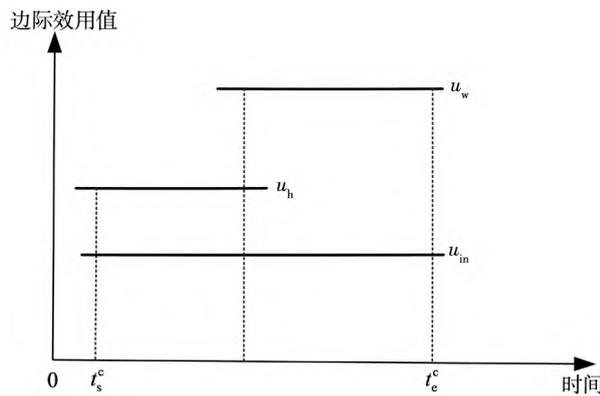


图 2 常数边际效用函数大小关系

Fig. 2 Comparison of constant marginal-activity utilities

为便于区分, 分别用上标“c”和“L”表示常数和线性边际活动效用下的结果. 由此, 无人驾驶通勤者的通勤效用函数可写为

$$U(t) = u_h(t - t_s^c) + u_{in}(1 - \theta)T(t) + u_w(t_e^c - t - T(t)) \quad (11)$$

由均衡状态下任意通勤者的通勤净效用相等可知, t_s^c 时刻出发的首位通勤者和 t_e^c 时刻出发的最后一位通勤者存在关系式

$$u_w(t_e^c - t_s^c) - \beta(t^* - t_s^c) = u_h(t_e^c - t_s^c) - \gamma(t_e^c - t^*) - \lambda wn/m \quad (12)$$

又 $(t_e^c - t_s^c)s = n$, 可解得最早出发时间 t_s^c 和最晚出发时间 t_e^c 分别为

$$t_s^c = t^* - \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} - \frac{\lambda w}{\beta + \gamma} \frac{n}{m} - \frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s}$$

$$t_e^c = t^* + \frac{\beta}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} - \frac{\lambda w}{\beta + \gamma} \frac{n}{m} - \frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} \quad (13)$$

对于恰好准时到达工作地的通勤者, 由 $\Phi(\bar{t}^c) = \Phi(t_s^c)$ 可知

$$u_h(\bar{t}^c - t_s^c) + u_{in}(1 - \theta)(t^* - \bar{t}^c) + u_w(t_e^c - t^*) - \theta\alpha(t^* - \bar{t}^c) - \lambda ws(t^* - t_s^c)/m = \Phi(t_s^c) \quad (14)$$

由此可解得 \bar{t}^c 为

$$\bar{t}^c = t^* - \frac{n}{s} \times \frac{(\beta - \lambda ws/m + u_h - u_w)(\gamma + \lambda ws/m - u_h + u_w)}{(\beta + \gamma)(\theta\alpha + u_h + (\theta - 1)u_{in})} \quad (15)$$

图 3 给出了在常数边际活动效用下 AV 的出发到达模式图, 其中早到出发率 r_1^c 与晚到出发率 r_2^c 分别为

$$r_1^c = \frac{\theta\alpha + u_h + (\theta - 1)u_{in}}{\theta\alpha - \beta + \lambda ws/m + u_w + (\theta - 1)u_{in}} s, \quad \forall t \in [t_s^c, \bar{t}^c]$$

$$r_2^c = \frac{\theta\alpha + u_h + (\theta - 1)u_{in}}{\theta\alpha + \gamma + \lambda ws/m + u_w + (\theta - 1)u_{in}} s, \quad \forall t \in [\bar{t}^c, t_e^c] \quad (16)$$

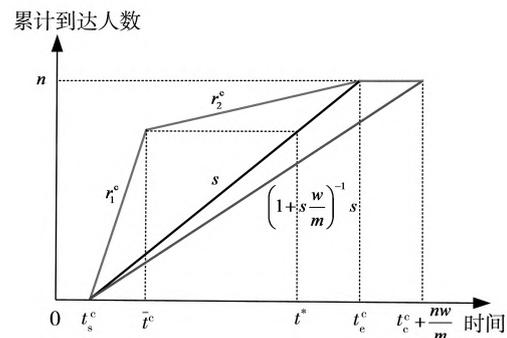


图 3 常数边际活动效用下的无人驾驶出行模式

Fig. 3 The travel pattern of unmanned vehicles with constant marginal-activity utility

由早到出发率大于 s , 而晚到出发率小于 s 可知需保证 $m > \lambda ws/(u_h - u_w + \beta)$ 成立. 与 Liu^[15] 的假设条件 $m > \lambda ws/\beta$ 对比可知, 当不考虑活动效用时, 即基于出行的瓶颈模型简化了早高峰期间的排队发生条件, 低估了停车密度

的最小取值. 当不考虑活动效用时, $u_h = u_{in} = u_w = 0$, 令 $\theta = 1$, 上述结果则与 Liu^[15] 中基于出行的瓶颈模型的解相同. 此外, 由 $u_w > u_h$ 可知, 基于出行的瓶颈模型会推迟 AV 的早高峰区间 (尽管早高峰区间长度不变), 推迟的时间为

$$TU^c = (\gamma u_w + \beta(u_h - \gamma - \frac{\lambda w s}{m})) \frac{n^2}{(\beta + \gamma)s} \tag{17}$$

$$TSDC^c = \frac{\beta s}{2} (\frac{\gamma}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} + \frac{\lambda w}{\beta + \gamma} \frac{n}{m} + \frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s})^2 + \frac{\gamma s}{2} (\frac{\beta}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} - \frac{\lambda w}{\beta + \gamma} \frac{n}{m} - \frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s})^2 \tag{18}$$

$$TQ^c = \alpha \frac{n}{2} \frac{n}{s} \frac{(\beta - \lambda w s/m + u_h - u_w)(\gamma + \lambda w s/m - u_h + u_w)}{(\beta + \gamma)(\theta \alpha + u_h + (\theta - 1)u_{in})} \tag{19}$$

常数边际活动效用下的早到人数 N_s^c 和晚到人数 N_e^c 分别为

$$N_s^c = (\gamma + \frac{\lambda w s}{m} + u_w - u_h) \frac{n}{\beta + \gamma}$$

$$N_e^c = (\beta - \frac{\lambda w s}{m} - u_w + u_h) \frac{n}{\beta + \gamma} \tag{20}$$

下面给出各均衡结果与相关参数的一些性质.

性质 4 常数边际活动效用下, $\frac{dTU^c}{dm} > 0$, $\frac{dTSDC^c}{dm} < 0$, $\frac{dTQ^c}{dm} > 0$, $\frac{dN_s^c}{dm} < 0$, $\frac{dN_e^c}{dm} > 0$ 成立.

上述结果可通过对相关成本关于停车密度 m 求一阶导得到, 具体证明过程略. 性质 4 说明当增大停车密度时通勤者将会因此而受益, 与 Liu^[15] 中讨论的结果一致, 总计划延误成本随停车密度的增加而降低, 但总排队成本随停车密度的增加而增加, 这是因为当停车密度不断增大时, 早晚出发率增大 (见式 (16)), 通勤者的出发和停车都变得更加集中, 从而导致更严重的拥堵. 此外, 晚出发的通勤者随停车密度增加而增多.

性质 5 常数边际活动效用下, $\frac{dTU^c}{dw} < 0$, $\frac{dTSDC^c}{dw} > 0$, $\frac{dTQ^c}{dw} < 0$, $\frac{dN_s^c}{dw} > 0$, $\frac{dN_e^c}{dw} < 0$, $\frac{dTU^c}{d\lambda} < 0$, $\frac{dTSDC^c}{d\lambda} > 0$, $\frac{dTQ^c}{d\lambda} < 0$, $\frac{dN_s^c}{d\lambda} > 0$, $\frac{dN_e^c}{d\lambda} < 0$ 成立.

由性质 5 可以发现, 当 AV 的行驶成本增加

$\frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \times \frac{n}{s}$, 但对出发率的影响依赖于具体参数的取值.

进一步, 可得到常数边际活动效用下无人驾驶通勤者的总通勤净效用 TU^c 、总计划延误成本 $TSDC^c$ 和总排队成本 TQ^c 分别为

$$TU^c = (\gamma u_w + \beta(u_h - \gamma - \frac{\lambda w s}{m})) \frac{n^2}{(\beta + \gamma)s} \tag{17}$$

$$TSDC^c = \frac{\beta s}{2} (\frac{\gamma}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} + \frac{\lambda w}{\beta + \gamma} \frac{n}{m} + \frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s})^2 + \frac{\gamma s}{2} (\frac{\beta}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} - \frac{\lambda w}{\beta + \gamma} \frac{n}{m} - \frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s})^2 \tag{18}$$

$$TQ^c = \alpha \frac{n}{2} \frac{n}{s} \frac{(\beta - \lambda w s/m + u_h - u_w)(\gamma + \lambda w s/m - u_h + u_w)}{(\beta + \gamma)(\theta \alpha + u_h + (\theta - 1)u_{in})} \tag{19}$$

时 (单位距离行驶成本增加或单位距离行驶时间增加), 通勤者的净通勤效用减少, 总计划延误成本增加, 总排队成本降低, 同时早到通勤者增加, 晚到通勤者减少.

性质 6 常数边际活动效用下, $\frac{dTU^c}{du_h} > 0$, $\frac{dTSDC^c}{du_h} < 0$, $\frac{dr_1^c}{du_h} > 0$, $\frac{dr_2^c}{du_h} > 0$, $\frac{dt_s^c}{du_h} > 0$, $\frac{dN_s^c}{du_h} < 0$, $\frac{dN_e^c}{du_h} > 0$, $\frac{dTU^c}{du_w} > 0$, $\frac{dTSDC^c}{du_w} > 0$, $\frac{dr_1^c}{du_w} < 0$, $\frac{dr_2^c}{du_w} < 0$, $\frac{dt_s^c}{du_w} < 0$, $\frac{dN_s^c}{du_w} > 0$, $\frac{dN_e^c}{du_w} < 0$ 成立.

由性质 6 可以发现, 当家庭活动效用提升时, 通勤净效用增大, 总计划延误成本降低, 早晚出发率增大, 通勤者倾向于推迟出发, 同时早到通勤者减少, 晚到通勤者增多; 当工作效用提升时, 通勤净效用增大, 总计划延误成本增大, 早晚出发率均有所降低, 通勤者倾向于早出发, 且早到通勤者增多, 晚到通勤者降低.

性质 7 常数边际活动效用下, 满足 $\frac{dTQ^c}{du_{in}} > 0$, $\frac{dr_1^c}{du_{in}} > 0$, $\frac{dr_2^c}{du_{in}} < 0$, $\frac{d\bar{t}^c}{du_{in}} < 0$, $\frac{dTQ^c}{d\theta} < 0$, $\frac{dr_1^c}{d\theta} < 0$, $\frac{dr_2^c}{d\theta} > 0$, $\frac{d\bar{t}^c}{d\theta} > 0$.

由性质 7 可知, 增大车内边际活动效用会导致路上排队成本增加, 早到出发率增加, 晚到出发率降低, 准时到达工作地的时刻提前. 而车内边际活动效用的变化并不影响最早出发时间和最晚出发时间, 以及总通勤净效用 TU^c 和总计划延误成本 $TSDC^c$. 此外, 可以发现, 增大车内通

勤时间利用效率,即降低 θ 能够起到相同的作用.

1.2 线性边际活动效用情形

这一节研究边际活动效用随时间 t 线性变化时的情形. 为便于分析,假设仅家庭边际活动效用函数 $u_h(t)$ 为时间 t 的线性递减函数^[21], 车内边际活动效用函数 $u_{in}(t)$ 和工作地边际效用函数 $u_w(t)$ 仍为常数^④. 令

$$u_h(t) = h_0 + h_1 t, h_0 > 0, h_1 < 0 \quad (21)$$

由性质 1 可知, $u_{in} < u_w - \beta + \lambda ws/m$. 据此, 可将 t 时刻从家出发并泊车位置为 x 的通勤者效用函数 $U(t)$ 写为

$$U(t) = \int_{t_s^L}^t (h_0 + h_1 x) dx + \int_{t+\theta T(t)}^{t+T(t)} u_{in} dx + \int_{t+\theta T(t)}^{t_s^L} u_w dx \quad (22)$$

均衡状态下存在 $\Phi(t_s^L) = \Phi(t_e^L)$, 整理可知

$$\int_{t_s^L}^{t_e^L} u_w dx - \beta(t^* - t_s^L) = \int_{t_s^L}^{t_e^L} (h_0 + h_1 t) dx - \gamma(t_e^L - t^*) - \lambda wn/m \quad (23)$$

又 $t_e^L - t_s^L = n/s$ 成立, 故可得到线性边际活动效用情形下最早出发时间 t_s^L 和最晚时间 t_e^L 分别为

$$t_s^L = \frac{n^2 h_1 / 2s - n\gamma - (u_w - h_0)n - \lambda wsn/m + (\gamma + \beta)st^*}{(\beta + \gamma)s - nh_1}$$

$$t_e^L = \frac{n\beta - n^2 h_1 / 2s - (u_w - h_0)n - \lambda wsn/m + (\gamma + \beta)st^*}{(\beta + \gamma)s - nh_1} \quad (24)$$

可以发现通勤者的最早出发时间和最晚出发

$$TU^L = \frac{n^2(-\beta(\gamma + \lambda ws/m - h_0) + \gamma u_w + h_1(n\beta/2s - u_w n/s + \beta t^*))}{s(\beta + \gamma) - nh_1} \quad (28)$$

$$TSDC^L = \frac{\beta}{2}(t^* - t_s^L)N_s^L + \frac{\gamma}{2}(t_e^L - t^*)(N - N_s^L) \quad (29)$$

$$T_1^L(t) = \frac{(t - t_s^L)(\beta - \lambda ws/m + h_0 + (t + t_s^L)h_1/2 - u_w)}{-\beta + \theta\alpha + \lambda ws/m + (\theta - 1)u_{in} + u_w}, \quad \forall t \in [t_s^L, \bar{t}^L]$$

$$T_2^L(t) = \frac{(h_0 - u_w - \lambda ws/m)(t - t_s^L) - \gamma t - \beta t_s^L + (t^2 - (t_s^L)^2)h_1/2 + (\beta + \gamma)t^*}{\gamma + \theta\alpha + \lambda ws/m + (\theta - 1)u_{in} + u_w}, \quad (30)$$

$$\forall t \in [\bar{t}^L, t_e^L]$$

时间均与车内边际活动效用 u_{in} 和车内时间损耗程度 θ 无关. 对于 t^L 时刻出发的通勤者而言, 不存在计划延误成本, 即

$$\Phi(\bar{t}^L) = \int_{t_s^L}^{\bar{t}^L} (h_0 + h_1 x) dx + \int_{\bar{t}^L + \theta(t^* - \bar{t}^L)}^{t^*} u_{in} dx + \int_{t^*}^{t_e^L} u_w dx - \theta\alpha(t^* - \bar{t}^L) - \lambda ws(t^* - t_s^L)/m \quad (25)$$

由 $\Phi(\bar{t}^L) = \Phi(t_s^L)$ 可解得 \bar{t}^L (排除掉其中一个大于 t_e^L 的解) 为

$$\bar{t}^L = \frac{\left((1 - \theta)u_{in} - \theta\alpha - h_0 + \sqrt{(\theta\alpha + h_0 + (\theta - 1)u_{in})^2 + Q + 2h_1 W} \right)}{h_1} \quad (26)$$

其中 $Q = (2(\beta - \lambda ws/m + h_0) + h_1 t_s^L) t_s^L h_1$, $W = (-\beta + \alpha\theta + \lambda ws/m + (\theta - 1)u_{in}) t^* + (n/s - t_e^L + t^*) u_w$. 由式(26)可知, 准时到达出发时刻 \bar{t}^L 与车内时间损耗程度 θ 关系表达式比较复杂, 后文中将通过数值算例对两者之间的关系进行验证. 同样地, 经计算, 早晚出发率分别为

$$r_1^L(t) = \frac{u_{in}(1 - \theta) - \theta\alpha - h_0 - h_1 t}{u_{in}(1 - \theta) - \theta\alpha - u_w + \beta - \lambda ws/m^s}, \quad \forall t \in [t_s^L, \bar{t}^L]$$

$$r_2^L(t) = \frac{u_{in}(1 - \theta) - \theta\alpha - h_0 - h_1 t}{u_{in}(1 - \theta) - \theta\alpha - u_w - \gamma - \lambda ws/m^s}, \quad \forall t \in [\bar{t}^L, t_e^L] \quad (27)$$

综合上述计算结果, 易知线性边际活动效用情形下通勤者的总净效用 TU^L 、总计划延误成本 $TSDC^L$ 以及排队时间 $T^L(t)$ 分别为

④ 因通勤者在 AV 内产生的单位时间活动效用大小与通勤者是否更靠近工作地无关, 而通勤者到达工作地后可立即开展工作, 所以车内活动效用和工作效用均可以与时间 t 无关(特别是对于弹性工作制的员工), 从这一点来说此假设是合理的. 之所以提出这一假设是为了能够获得清晰的解析解及其相关性.

图4给出了对应不同车内时间损耗程度 θ 的无人驾驶出行模式,红色阴影部分是由于车内通勤时间损耗程度变化(由 $\theta_1 \rightarrow \theta_2$)所导致的通勤者排队成本改变。

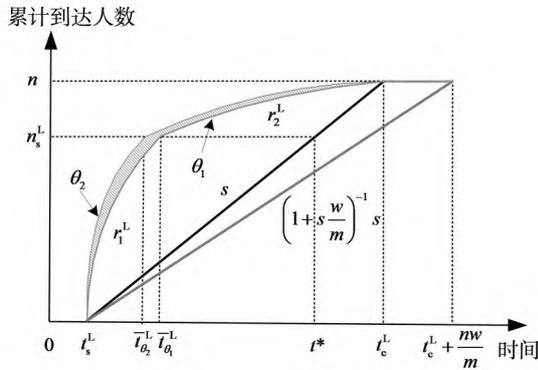


图4 线性边际活动效用下的无人驾驶出行模式

Fig. 4 The travel pattern of unmanned vehicles with linear marginal-activity utility

下面进一步给出线性边际活动效用下的一些相关性质。

性质8 线性边际活动效用下,早到和晚到出发率均为出发时刻 t 的单调减函数;早到(晚到)出发率为 θ 的单调减(增)函数;早到人数 n_s^L 与 θ 无关,但与上班时间 t^* 正相关;排队时间为出发时刻 t 的二次凹函数,呈现出先增后减的趋势。

证明 由式(27)可知

$$\frac{dr_1^L(t)}{dt} = \frac{h_1 s}{\theta \alpha + \lambda w s / m + u_w - (1 - \theta) u_{in} - \beta}$$

$$\frac{dr_2^L(t)}{dt} = \frac{h_1 s}{\theta \alpha + \lambda w s / m + u_w - (1 - \theta) u_{in} + \gamma} \quad (31)$$

$$\frac{dr_1^L(t)}{d\theta} = \frac{-s(\beta - \lambda w s / m + h_0 + h_1 t - u_w)(\alpha + u_{in})}{(-\beta + \alpha \theta + \lambda w s / m + u_w + u_{in}(\theta - 1))^2}$$

$$\frac{dr_2^L(t)}{d\theta} = \frac{s(\gamma + \lambda w s / m - h_0 - h_1 t + u_w)(\alpha + u_{in})}{(\gamma + \alpha \theta + \lambda w s / m + u_w + u_{in}(\theta - 1))^2} \quad (32)$$

由性质1可知

$$(1 - \theta) u_{in} < u_{in} < u_w - \beta + \lambda w s / m \quad (33)$$

显然 $dr_1^L(t)/dt < 0$, $dr_2^L(t)/dt < 0$ 成立。又由

$$\tau^{sc}(t) = \begin{cases} \tau_0, & \forall t \in (-\infty, t_s^{sc}] \\ \tau_0 + (u_h - u_w + \beta - \frac{\lambda w s}{m})(t - t^* + \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} + \frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s}), & \forall t \in [t_s^{sc}, t^*] \\ \tau_0 + (u_h - u_w + \beta - \frac{\lambda w s}{m}) \frac{\gamma + u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} - (u_w - u_h + \gamma + \frac{\lambda w s}{m})(t - t^*), & \forall t \in [t^*, t_e^{sc}] \\ \tau_0 - \frac{\lambda w n}{m}, & \forall t \in [t_e^{sc}, \infty] \end{cases} \quad (37)$$

性质3可知

$$\lambda w s / m - \beta < h_0 + h_1 t - u_w < \lambda w s / m + \gamma \quad (34)$$

因此 $dr_1^L(t)/d\theta < 0$, $dr_2^L(t)/d\theta > 0$ 成立。通过式(24)可以计算出早到人数 n_s^L 为

$$n_s^L = \frac{ns(\gamma + u_w - h_0 + \lambda w s / m - h_1 t^* - h_1 n / 2s)}{(\beta + \gamma)s - n h_1} \quad (35)$$

由式(35)可发现早到人数 n_s^L 与车内时间损耗程度 θ 无关,但与工作时间 t^* 正相关。进一步,由式(30)可知

$$\frac{dT_1^L(t)}{dt} = \frac{\beta - \lambda w s / m + h_0 + h_1 t - u_w}{-\beta + \theta \alpha + \lambda w s / m + (\theta - 1) u_{in} + u_w}$$

$$\frac{dT_2^L(t)}{dt} = \frac{h_0 + h_1 t - \gamma - \lambda w s / m - u_w}{\gamma + \theta \alpha + \lambda w s / m + (\theta - 1) u_{in} + u_w} \quad (36)$$

由性质3易知 $dT_1^L(t)/dt > 0$, $dT_2^L(t)/dt < 0$ 。进一步可得 $d^2 T_1^L(t)/dt^2 < 0$, $d^2 T_2^L(t)/dt^2 < 0$ 。得证。

性质9 线性边际活动效用下, $\frac{dTU^L}{dm} > 0$,

$$\frac{dTU^L}{dh_0} > 0, \frac{dTU^L}{dt^*} < 0, \frac{dTU^L}{d\theta} = 0, \frac{dTU^L}{du_{in}} = 0, \text{成立。}$$

具体证明过程略。由性质9可知,通勤者的总通勤净效用随停车密度 m 和家庭边际活动效用初始值 h_0 递增,随上班时间 t^* 递减,与车内通勤时间损耗程度 θ 和车内边际活动效用 u_{in} 无关。

2 系统最优动态瓶颈收费

2.1 常数边际活动效用情形

排队是纯粹的无谓损失,可以通过设置一定的收费来消除排队以达到系统最优(SO)状态。本节从活动的视角研究在无人驾驶时代如何通过动态瓶颈收费(DBT)来实现系统最优。为便于区分,系统最优和常数边际活动效用下的结果用上标“sc”表示,系统最优和线性边际活动效用下的结果用上标“sL”表示。假设SODBT函数为 $\tau^{sc}(t)$ (见图5),有

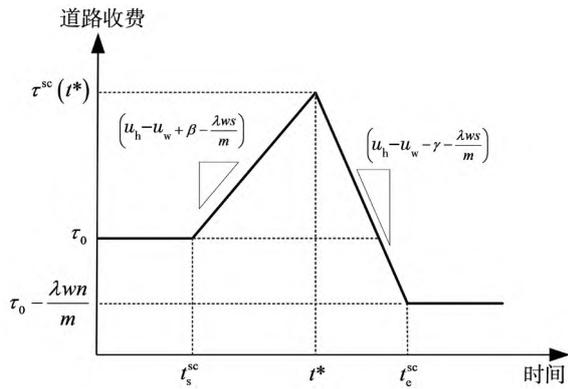


图 5 常数边际活动效用下的动态瓶颈收费
Fig. 5 The time-dependent bottleneck toll with constant marginal-activity utility

下面给出常数边际活动效用视角下 AV 的 SODBT 函数推导过程. 在 SO 状态, $T(t) = 0$, 此时通勤者的净效用为

$$\Phi^{sc}(t) = \begin{cases} u_h(t - t_s^{sc}) + u_w(t_e^{sc} - t) - \beta(t^* - t) - \lambda wx - \tau^{sc}(t), & \forall t \in (t_s^{sc}, t^*) \\ u_h(t - t_s^{sc}) + u_w(t_e^{sc} - t) - \gamma(t - t^*) - \lambda wx - \tau^{sc}(t), & \forall t \in (t^*, t_e^{sc}) \end{cases} \quad (38)$$

进一步可得到净效用的变化率为

$$\bar{\Phi}^{sc}(t) = 0 = \begin{cases} u_h - u_w + \beta - \lambda ws/m - \bar{\tau}^{sc}(t), & \forall t \in (t_s^{sc}, t^*) \\ u_h - u_w - \gamma - \lambda ws/m - \bar{\tau}^{sc}(t), & \forall t \in (t^*, t_e^{sc}) \end{cases} \quad (39)$$

因此, SODBT 函数的变化率为

$$\bar{\tau}^{sc}(t) = \begin{cases} u_h - u_w + \beta - \lambda ws/m, & \forall t \in (t_s^{sc}, t^*) \\ u_h - u_w - \gamma - \lambda ws/m, & \forall t \in (t^*, t_e^{sc}) \end{cases} \quad (40)$$

SO 状态下第一位通勤者和最后一位通勤者的通勤净效用在不考虑停车成本和收费时(两端的收费会按照停车成本的差异进行调整)相等, 故有

$$u_w(t_e^{sc} - t_s^{sc}) - \beta(t^* - t_s^{sc}) = u_h(t_e^{sc} - t_s^{sc}) - \gamma(t_e^{sc} - t^*) \quad (41)$$

与 $t_e^{sc} - t_s^{sc} = n/s$ 联立可解得最早和最晚出发

时间分别为

$$t_s^{sc} = t^* - \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} - \frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s}$$

$$t_e^{sc} = t^* + \frac{\beta}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} - \frac{u_w - u_h}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} \quad (42)$$

令式(37)中的 SODBT 函数在各分段处的连接点相等, 并令 $\Phi^{sc}(t_s^{sc}) = \Phi^{sc}(t_e^{sc})$, 即可得到式(37)中的表达式, 此时, $\tau(t_s^{sc}) - \tau(t_e^{sc}) = \lambda wn/m$, 总收费收入 RT^{sc} 为

$$RT^{sc} = n \left(\tau_0 - \frac{(u_w - u_h - \beta)(u_w - u_h + \gamma)}{2(\beta + \gamma)} \frac{n}{s} - \frac{\lambda wn}{2m} \right) \quad (43)$$

性质 10 在 SODBT 情形下, 总收费收入 RT^{sc} 随停车密度 m 递增, 随 $u_w - u_h$ 这一差值递减, 其变化区间为

$$\left[n \left(\tau_0 - \frac{(\beta + u_h - u_w)^2}{\beta + \gamma} \frac{n}{2s} \right), n \left(\tau_0 + \frac{(u_h - u_w + \beta)(\gamma + u_w - u_h)}{\beta + \gamma} \frac{n}{2s} \right) \right] \quad \text{与}$$

Liu^[15]的研究结果相比, 忽略活动效用会高估总收费收入的上界, 低估总收费收入的下界.

证明 由式(43)易得知, 总收费收入 RT 是停车密度 m 的增函数, 是 $u_w - u_h$ 这一差值的减函数. 同时, 由性质 3 可知停车密度 m 的上下界, 由此, 常数边际活动效用下总收费收入 RT^{sc} 的上界和下界分别为

$$RT_U^{sc} = n \left(\tau_0 + \frac{(u_h - u_w + \beta)(\gamma + u_w - u_h)}{\beta + \gamma} \frac{n}{2s} \right)$$

$$RT_L^{sc} = n \left(\tau_0 - \frac{(\beta + u_h - u_w)^2}{\beta + \gamma} \frac{n}{2s} \right) \quad (44)$$

而 Liu^[15]的研究中总收费收入 RT 的上界和下界分别为

$$RT_U^{Liu} = n \left(\tau_0 + \frac{\beta \gamma}{\beta + \gamma} \frac{n}{2s} \right)$$

$$RT_L^{Liu} = n \left(\tau_0 - \frac{0.5\beta^2}{\beta + \gamma} \frac{n}{s} \right) \quad (45)$$

将式(44)、式(45)中对应的上下界值分别进行作差, 可得

$$RT_U^{sc} - RT_U^{liu} = \frac{(u_w - u_h)(\beta - \gamma + u_h - u_w)}{\beta + \gamma} \frac{n^2}{2s} < 0$$

$$RT_L^{sc} - RT_L^{liu} = \frac{\beta^2 - (\beta - (u_w - u_h))^2}{\beta + \gamma} \frac{n^2}{2s} > 0 \quad (46)$$

可以发现,在初始收费值相同的前提下,基于出行的瓶颈模型高估了总收费收入 RT^{sc} 的上界,低估了总收费收入 RT^{sc} 的下界.得证.

2.2 线性边际活动效用情形

当边际活动效用为线性函数形式时,各边际活动效用函数形式如前文给定.令线性边际活动效用下 t 时刻瓶颈处的 SODBT 函数为 $\tau^{sl}(t)$,由式(3)可得当 $T(t) = 0$ 时通勤者的净效用函数为

$$\Phi^{sl}(t) = \begin{cases} \int_{t_s^{sl}}^t u_h(x) dx + \int_t^{t_e^{sl}} u_w(x) dx - \beta(t^* - t) - \lambda ws(t - t_s^{sl})/m - \tau^{sl}(t), & \forall t \in [t_s^{sl}, t^*] \\ \int_{t_s^{sl}}^t u_h(x) dx + \int_t^{t_e^{sl}} u_w(x) dx - \gamma(t - t^*) - \lambda ws(t - t_s^{sl})/m - \tau^{sl}(t), & \forall t \in [t^*, t_e^{sl}] \end{cases} \quad (47)$$

同样地,SO 状态下第一位通勤者和最后一位通勤者的通勤净效用在不考虑停车成本和收费时

$$\tau^{sl}(t) = \begin{cases} \tau_0, & \forall t \in (-\infty, t_s^{sl}] \\ \int_{t_s^{sl}}^t (h_0 + h_1 x - u_w + \beta - \lambda ws/m) dx + \tau_0, & \forall t \in [t_s^{sl}, t^*] \\ \int_{t_s^{sl}}^t (h_0 + h_1 x - u_w + \beta - \lambda ws/m) dx + (\beta + \gamma)(t^* - t) + \tau_0, & \forall t \in [t^*, t_e^{sl}] \\ \tau_0 - \lambda wn/m, & \forall t \in [t_e^{sl}, \infty) \end{cases} \quad (53)$$

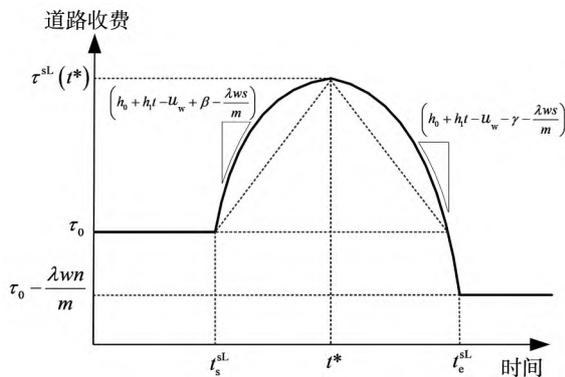


图6 线性边际活动效用下的动态瓶颈收费

Fig. 6 The time-dependent bottleneck toll with linear marginal-activity utility

易知此时总收费收入 RT^{sl} 为

相等,故有

$$\int_{t_s^{sl}}^{t_e^{sl}} u_w(x) dx - \beta(t^* - t_s^{sl}) = \int_{t_s^{sl}}^{t_e^{sl}} u_h(x) dx - \gamma(t_e^{sl} - t^*) \quad (48)$$

与 $t_e^{sl} - t_s^{sl} = n/s$ 联立可解得最早和最晚出发时间分别为

$$t_s^{sl} = \frac{(h_0 - \gamma - u_w)n/s + n^2 h_1/2s^2 + (\beta + \gamma)t^*}{\beta + \gamma - nh_1/s}$$

$$t_e^{sl} = \frac{(h_0 + \beta - u_w)n/s - n^2 h_1/2s^2 + (\beta + \gamma)t^*}{\beta + \gamma - nh_1/s} \quad (49)$$

与常数边际效用情形一致,设 $\tau^{sl}(t_s^{sl}) = \tau_0$,则 $\tau^{sl}(t_e^{sl}) = \tau_0 - \lambda wn/m$.代入式(47)后有

$$\Phi^{sl}(t_s^{sl}) = u_w n/s - \beta(t^* - t_s^{sl}) - \tau_0 \quad (50)$$

在均衡态, $\Phi^{sl}(t_s^{sl}) = \Phi^{sl}(t_e^{sl})$,因此有

$$\Phi^{sl}(t_e^{sl}) = \int_{t_s^{sl}}^{t_e^{sl}} u_h(x) dx - \gamma(t_e^{sl} - t^*) - \tau_0 \quad (51)$$

联立式(50)和式(51)可得

$$u_w n/s - \beta(t^* - t_s^{sl}) + \gamma(t_e^{sl} - t^*) = nh_0/s + h_1 n(t_e^{sl} + t_s^{sl})/2s \quad (52)$$

在均衡态,对于任意时刻 t 出发的通勤者均存在 $\Phi^{sl}(t_s^{sl}) = \Phi^{sl}(t_e^{sl}) = \Phi^{sl}(t)$,联立式(47)和式(50)~式(52),可得线性边际活动效用下 t 时刻瓶颈处的 SODBT 函数 $\tau^{sl}(t)$ 为(如图6所示)

$$RT^{sl} = A + B + C + D + E \quad (54)$$

$$A = \frac{n^2 s(\beta + \gamma) \left(u_w^2 + (\gamma - h_1 t^*)(\beta + h_1 t^*) \right)}{2((\beta + \gamma)s - nh_1)^2}$$

$$B = -\frac{n^3(\beta + \gamma)^2 h_1}{3(s(\beta + \gamma) - nh_1)^2}$$

$$C = \frac{n^2 s(\beta + \gamma)(h_1 u_w t^* + h_0 u_w - h_0 h_1 t^*)}{(s(\beta + \gamma) - nh_1)^2}$$

$$D = n\tau_0 - \frac{\lambda wn^2}{2m}, E = \frac{n^4 h_1^2 (7s(\beta + \gamma) - 2nh_1)}{24s^2 (s(\beta + \gamma) - nh_1)^2}$$

易知线性边际活动效用下的总收费收入 RT^{sl} 依然是停车密度 m 的增函数,但与其它变量的关系

比较复杂,其相关性质将在算例分析中进行补充.

3 最优停车供应设置

城市不同区域的土地成本不同,一般来说郊区的土地成本比市中心的土地成本更低,在不考虑收费政策时 AV 会优先停在离工作地近的位置,这会导致中心区域空间被占用过多,所以本节通过将停车位的社会成本纳入考虑来说明基于活动视角与基于出行视角下停车位配置的差异. 基于 Liu^[15]的研究,令在位置 x 处的停车社会成本函数为 $r(x)$, 其变化率满足 $r'(x) \leq 0$. 故可得到总停车社会成本 TPC 为

$$TPC = \int_0^{\frac{n}{m}} r(x) m dx \quad (55)$$

当不实施收费政策时,由式(17)可得总的系统净效用 TSU^{ue} 为

$$TSU^{ue} = (\gamma u_w + \beta(u_h - \gamma - \frac{\lambda w s}{m})) \frac{n^2}{(\beta + \gamma)s} - TPC \quad (56)$$

当实施瓶颈收费政策时,总的系统净效用 TSU^{so} 为

$$TSU^{so} = s \int_{t_s^{sc}}^{t_e^{sc}} ((x - t_s^{sc})u_h + (t_e^{sc} - x)u_w) dx - TSDC^{sc} - \lambda w n^2 / 2m - TPC \quad (57)$$

其中 $TSDC^{sc} = (t^* - t_s^{sc})^2 \beta s / 2 + (t_e^{sc} - t^*)^2 \gamma s / 2$. 化简后可得

$$TSU^{so} = \left(u_w + u_h - \frac{\lambda w s}{m} - \frac{\beta \gamma + (u_h - u_w)^2}{(\beta + \gamma)} \right) \frac{n^2}{2s} - TPC \quad (58)$$

对不实施收费政策和实施收费政策后的总系统净效用关于停车密度 m 求导,可得 $\frac{dTSU^{ue}}{dm} = \frac{\beta \lambda w}{\beta + \gamma}$

$$\frac{n^2}{m^2} + r\left(\frac{n}{m}\right) \frac{n}{m} - \int_0^{\frac{n}{m}} r(x) dx, \frac{d^2 TSU^{ue}}{dm^2} = - \left(\frac{2\beta \lambda w}{\beta + \gamma} + r'\left(\frac{n}{m}\right) \right) \frac{n^2}{m^3}, \frac{dTSU^{so}}{dm} = \frac{\lambda w n^2}{2m^2} + r\left(\frac{n}{m}\right) \frac{n}{m} - \int_0^{\frac{n}{m}} r(x) dx \text{ 和 } \frac{d^2 TSU^{so}}{dm^2} = - \left(\lambda w + r'\left(\frac{n}{m}\right) \right) \frac{n^2}{m^3}, \text{结果与}$$

Liu^[15]类似. 但由性质3可知,考虑活动效用后停车密度的有效区间会发生变化,因此停车密度最优值

m_{opt} 也会相应改变(同时与停车社会成本函数相关).

性质 11 当已知停车社会成本函数 $r(x)$ 时,对 TSU^{ue} 来说,可通过隐函数 $\frac{\beta \lambda w}{\beta + \gamma} \frac{n^2}{m^2} + r\left(\frac{n}{m}\right) \frac{n}{m} - \int_0^{\frac{n}{m}} r(x) dx = 0$ 确定最优停车密度;对 TSU^{so} 来说,可通过隐函数 $\frac{\lambda w n^2}{2m^2} + r\left(\frac{n}{m}\right) \frac{n}{m} - \int_0^{\frac{n}{m}} r(x) dx = 0$ 确定最优停车密度.

性质 11 无法给出最优停车密度的解析解,其具体取值依赖于停车社会成本的函数形式,将在下一节的算例分析中进行讨论.

4 算例分析

这一节将通过算例进一步给出模型的一些直观结果. 表 1 是一些基本的参数取值设定,均来自于 Liu^[15], Li 等^[21]及李志纯和丁晶^[22]. 常数边际活动效用情形时,设 $u_h = 6.5$ 元/h, $u_{in} = 2.84$ 元/h, $u_w = 7.5$ 元/h, 停车密度 $m = 500$, 由性质 3 可知应满足 $0 < u_w - u_h < 3.86$ 和 $u_{in} < u_w - 3.86$. 线性边际活动效用情形时, 设 $u_h(t) = 10 - 0.7t$ (元/h), $u_{in} = 2.84$ 元/h, $u_w = 7.5$ 元/h, 停车密度 $m = 500$.

图 7 给出了常数边际活动效用情形下车内时间损耗程度 θ 对排队成本 TQ^c 的影响,其中图 7(a)还对比了排队成本随不同的家庭边际活动效用 u_h 的变化趋势,图 7(b)对比了排队成本随不同车内边际活动效用 u_{in} 的变化趋势. 由图 7(a)和图 7(b)可以看出,当家庭或车内边际活动效用增加时,排队成本增加,而降低车内时间损耗程度或提高车内时间利用效率(即 θ 越小)也能起到相同作用. 主要原因是:1) 家庭边际活动增加,导致通勤者更愿意晚出发(性质 6 中 $dt_s^c/du_h > 0$), 进而增加排队时间和排队成本;2) 车内边际活动效用增加或车内时间利用效率增加则会导致通勤者留在车内的意愿增加,从而导致排队成本增加,也进一步验证了性质 7.

表1 算例参数

Table 1 Input parameters for the numerical study

$n /$ 人	$s /$ (辆/h)	$\alpha /$ (元/h)	$\beta /$ (元/h)	$\gamma /$ (元/h)	$w /$ (h/km)	$\lambda /$ (元/h)	$m /$ (泊车位/km)
3 000	2 000	9.91	4.66	14.48	0.025	8	500

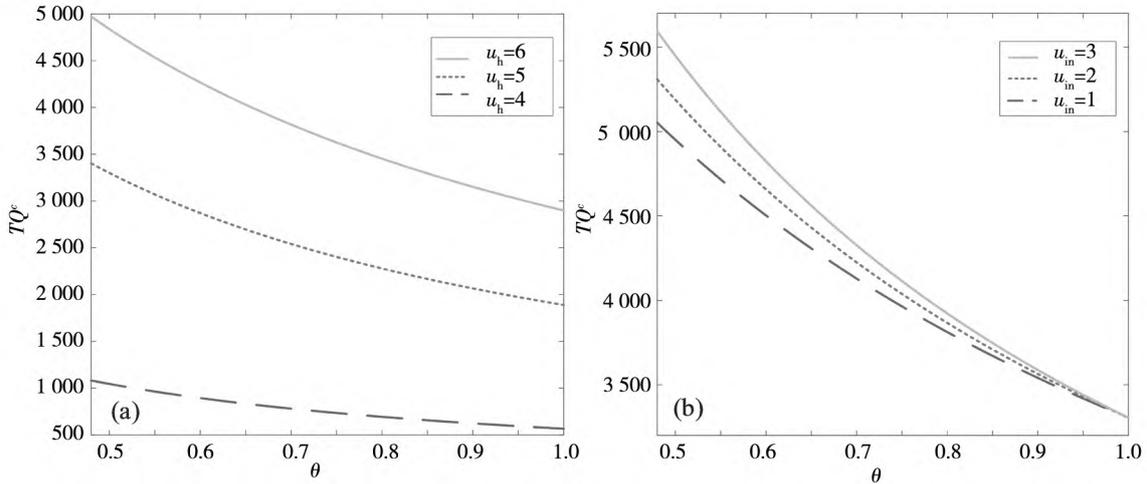


图7 车内时间损耗程度 θ 对排队成本的影响 (a) u_h 不同, (b) u_{in} 不同

Fig. 7 The effect of the degree of in-vehicle time loss θ on queuing cost with (a) different u_h , (b) different u_{in}

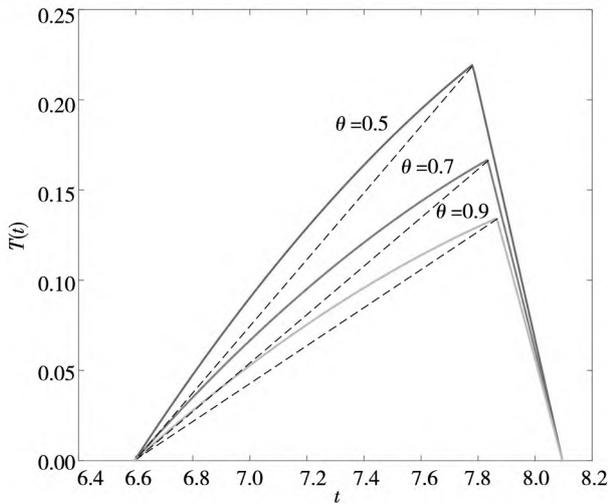


图8 线性边际活动效用下的排队时间

Fig. 8 The queuing time with linear marginal-activity utility

图8给出了线性边际活动效用情形下排队时间随出发时间的变化情况(虚线是为了更直观地展现排队时间的曲率).由图8可见,排队时间是出发时间的二次凹函数,呈现出先增后减的趋势,通勤者的出发率与出发时间有关;车内通勤时间损耗程度 θ 不影响最早出发时间与最晚出发时间.随着车内时间利用效率的增加(θ 降低),路上排队时间增加且早到通勤者的出发率增大,晚到通勤者的出发率减

少,准时到达时间 t^L 提前.进一步验证了性质8.

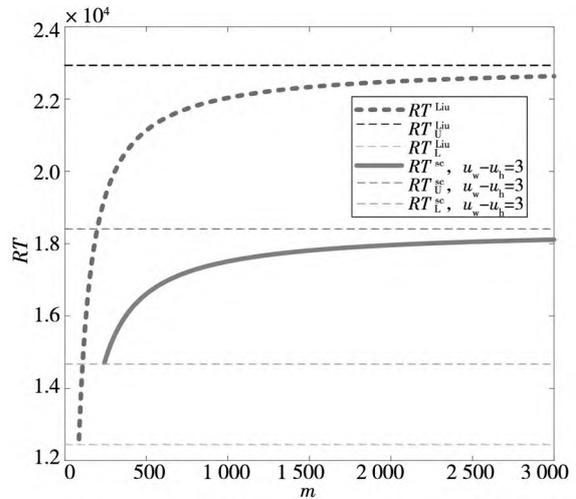


图9 常数边际活动效用下的总收费收入与基于出行的模型结果对比

Fig. 9 The comparison between the total toll revenue with constant marginal-activity utility and that with trip-based model

图9对比了常数边际活动效用情形下实施道路动态瓶颈收费时的总收费收入 RT^{sc} 与基于出行的模型结果(令 $\tau_0 = 5, u_w - u_h = 3$,基于出行的收费收入 RT^{Liu} 来源于Liu^[15]).由图9可以直观地发现,基于出行的瓶颈模型低估了收费收入的下界,高估了收费收入的上界,同时会低估停车

密度的最小取值(基于活动的停车密度最小取值为 $m_{\min} = \lambda ws / (u_h - u_w + \beta)$)。随着停车密度的增加,收费收入呈现出先增加而后逐渐趋于某一上界的趋势,这与 Liu^[15]的趋势一致。

图 10 进一步展示了线性边际活动效用下实施道路收费政策(令 $\tau_0 = 5$) 后家庭边际活动效用递减速度(斜率 h_1) 对收费收入的影响。可以看出,线性边际活动效用下道路收费收入随着家庭边际活动效用递减速度的增加(h_1 变小)而减少;同样随着停车密度的增加而增加且逐渐趋近于某一上限值。

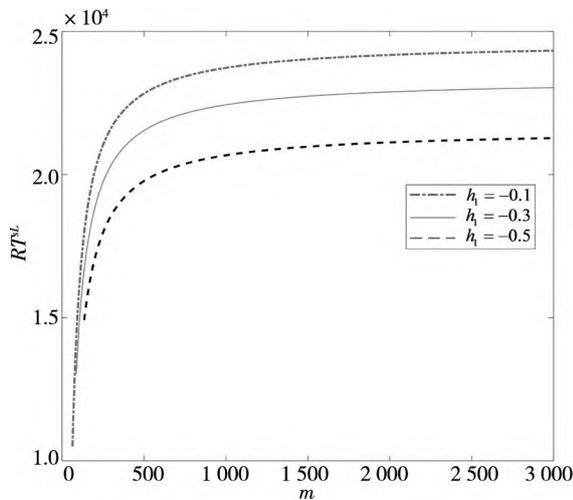


图 10 线性边际活动效用下的总收费收入随停车密度变化趋势

Fig. 10 The trend of total toll revenue with parking density with the linear marginal-activity utility

图 11 给出了常数边际活动效用下考虑停车社会成本时未实施收费政策与实施收费政策的总系统净效用等高线图。设在位置 x 处的停车社会成本函数为 $r(x) = 3e^{-r_0x}$ 。通过 TSU^{ue} (TSU^{so}) 与 m 的一阶导与二阶导为零的隐函数将图 11(a) 和图 11(b) 分别划分为三个区域,各区域内的正负性和凹凸性在表 2 中列出,最优停车密度落在一阶导为 0 的曲线上。可以发现,当停车社会成本递减的趋势较为平缓时($r_0 \rightarrow 0$),也即停车社会成本对距离 CBD 的距离不敏感时,最优停车密度应越大越好($m \rightarrow \infty$);而随着停车社会成本递减趋势逐渐陡峭时(增大 r_0),最优停车密度先减后增,即存在一个最优停车密度的最小值(依赖于停车社会成本函数的形式)。为了更直观地比较最优停车密度的大小,图 12 进一步给出了当 $r_0 = 0.1$ 和 $r_0 = 0.5$ 时 TSU^{ue} 与 TSU^{so} 随停车密度 m 变化的趋势图。可以发现,SO 状态下的总系统净效用总是高于 UE 状态下的总系统净效用(这与直觉一致),UE(用户均衡)状态下的最优停车密度总是小于 SO 状态下的最优停车密度,也即达到系统最优时的最优停车密度更高。因此,停车密度的设置应结合停车社会成本函数的具体形式和具体情境进行相应调整以实现系统净效用最大化。

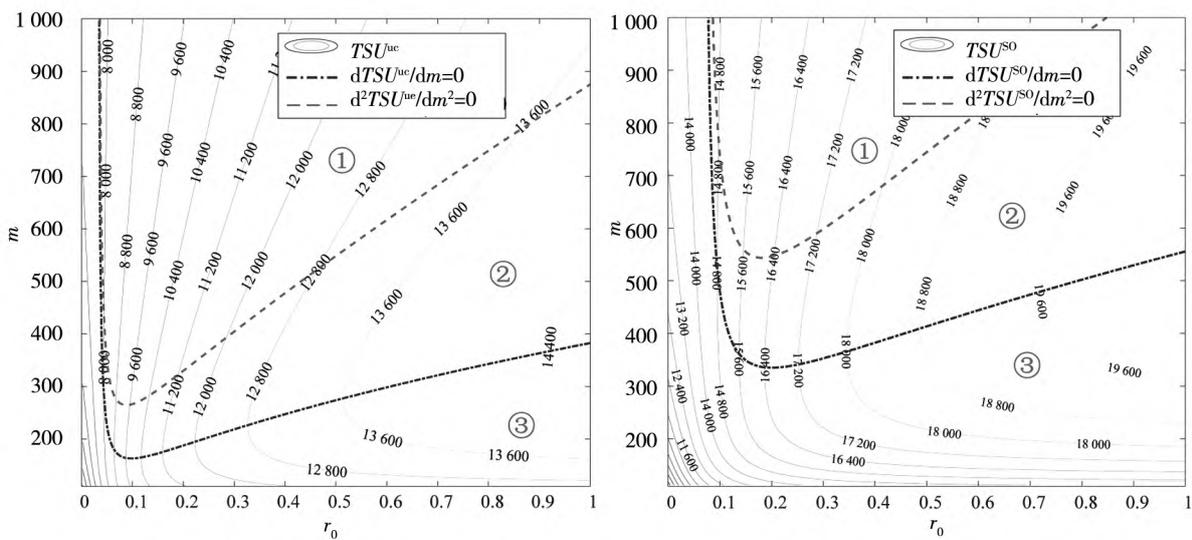


图 11 常数边际活动效用下考虑停车社会成本的系统净效用 (a) TSU^{ue} , (b) TSU^{so}

Fig. 11 The net system utility with constant marginal-activity utility when considering the social cost of parking (a) TSU^{ue} , (b) TSU^{so}

表2 TSU^{ue} (TSU^{so}) 与 m 在不同区域的单调性和凸凹性

Table 2 The monotonicity, convexity and concavity of TSU^{ue} (TSU^{so}) with m in the different areas

区域	$dTSU^{ue}/dm$	$d^2 TSU^{ue}/dm^2$	$dTSU^{so}/dm$	$d^2 TSU^{so}/dm^2$
区域①	<0(递减)	>0(凸)	<0(递减)	>0(凸)
区域②	<0(递减)	<0(凹)	<0(递减)	<0(凹)
区域③	>0(递增)	<0(凹)	>0(递增)	<0(凹)

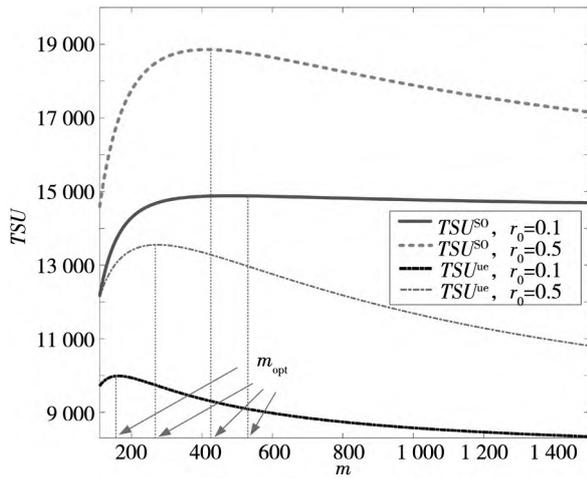


图12 常数边际活动效用下两种均衡状态的总系统净效用比较

Fig. 12 Comparison of total system net utility for two equilibrium states constant marginal-activity utility

5 结束语

无人驾驶汽车的到来将改变通勤者的出行体验,影响未来出行格局.本研究将路上活动效用和车内时间利用效率纳入考虑,对传统的瓶颈模型进行了拓展,研究了常数和线性边际活动效用下的无人驾驶通勤与停车行为,动态瓶颈收费及最

优停车密度,并与基于出行的模型结果进行了比较.研究发现,在常数边际活动效用下,基于出行的模型简化了排队产生的条件,低估了停车密度最小取值,高估了最早和最晚出发时间;在线性边际活动效用下,早到和晚到出发率不再是常数,均是出发时刻的减函数,表现为累计到达人数是出发时刻的二次曲线,且早到人数与车内时间损耗程度无关,但与上班时间正相关.当实施系统最优瓶颈收费时,基于出行的模型高估了早到和晚到部分的收费斜率,高估了总收费收入的上界,低估了总收费收入的下界,且总收费收入是停车密度的增函数,边际活动效用差的减函数.从实现净效用最大化的角度来说,最优停车密度的设置依赖于停车社会成本函数及具体情境.从管理科学发展和应用的角度来看,本研究为无人驾驶背景下的通勤行为变化研究提供了一个新的视角,对无人驾驶时代的交通管理提供了新的理论依据.

关于无人驾驶问题的研究还可进行多方面的拓展,如:1) 考虑全天活动和出行链的通勤行为^[17, 21, 24]; 2) 研究无人驾驶驱动下的多业态、多模式的出行竞争问题^[13, 16, 25, 26]; 3) 研究 AV 的引入对城市格局的影响^[27, 28]; 4) 对异质通勤者情形下的通勤行为变化进行分析^[29, 30].

参考文献:

[1] Apollo Go. Apollo GO 2020 Operations Report[R]. https://apollo.auto/robotaxi/index_cn.html, 2020.

[2] Chen Z B, He F, Yin Y F, et al. Optimal design of autonomous vehicle zones in transportation networks[J]. Transportation Research Part B, 2017, 99: 44 – 61.

[3] van den Berg V A C, Verhoef E T. Autonomous cars and dynamic bottleneck congestion: The effects on capacity, value of time and preference heterogeneity[J]. Transportation Research Part B, 2016, 94: 43 – 60.

[4] Gong S Y, Du L L. Cooperative platoon control for a mixed traffic flow including human drive vehicles and connected and autonomous vehicles[J]. Transportation Research Part B, 2018, 116: 25 – 61.

[5] Han Y J, Ahn S. Stochastic modeling of breakdown at freeway merge bottleneck and traffic control method using connected automated vehicle[J]. Transportation Research Part B, 2018, 107: 146 – 166.

- [6] Mirzaeian N, Cho S H, Scheller-Wolf A. A queueing model and analysis for autonomous vehicles on highways[J]. *Management Science*, 2021, 67(5): 2904 – 2923.
- [7] Arnott R, de Palma A, Lindsey R. A temporal and spatial equilibrium analysis of commuter parking[J]. *Journal of Public Economics*, 1991, 45(3): 301 – 335.
- [8] Vickrey W S. Congestion theory and transport investment[J]. *American Economic Review*, 1969, 34: 414 – 431.
- [9] 肖玲, 张小宁, 王华. 公共停车场与私营停车场的博弈定价模型[J]. *系统工程理论与实践*, 2017, 37(7): 1768 – 1779.
Xiao Ling, Zhang Xiaoning, Wang Hua. A game-theoretical model of the parking pricing for a transportation network with public and private parking infrastructures[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2017, 37(7): 1768 – 1779. (in Chinese)
- [10] Lam W H K, Li Z C, Huang H J, et al. Modeling time-dependent travel choice problems in road networks with multiple user classes and multiple parking facilities[J]. *Transportation Research Part B*, 2006, 40(5): 368 – 395.
- [11] Li Z C, Lam W H K, Wong S C, et al. Reliability evaluation for stochastic and time-dependent networks with multiple parking facilities[J]. *Networks and Spatial Economics*, 2008, 8(4): 355 – 381.
- [12] Qian Z, Xiao F, Zhang H M. Managing morning commute traffic with parking[J]. *Transportation Research Part B*, 2012, 46(7): 894 – 916.
- [13] 田琼, 黄海军, 杨海. 瓶颈处停车换乘 logit 随机均衡选择模型[J]. *管理科学学报*, 2005, 8(1): 1 – 6.
Tian Qiong, Huang Haijun, Yang Hai. Mode choice models based on logit stochastic equilibrium in transportation systems with park-and-ride option[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2005, 8(1): 1 – 6. (in Chinese)
- [14] Yang H, Liu W, Wang X L, et al. On the morning commute problem with bottleneck congestion and parking space constraints[J]. *Transportation Research Part B*, 2013, 58: 106 – 118.
- [15] Liu W. An equilibrium analysis of commuter parking in the era of autonomous vehicles[J]. *Transportation Research Part C*, 2018, 92: 191 – 207.
- [16] Tian L J, Sheu J B, Huang H J. The morning commute problem with endogenous shared autonomous vehicle penetration and parking space constraint[J]. *Transportation Research Part B*, 2019, 123: 258 – 278.
- [17] Zhang X, Liu W, Waller S T, et al. Modelling and managing the integrated morning-evening commuting and parking patterns under the fully autonomous vehicle environment[J]. *Transportation Research Part B*, 2019, 128: 380 – 407.
- [18] Zhang X, Liu W, Waller S T. A network traffic assignment model for autonomous vehicles with parking choices[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2019, 34(12): 1100 – 1118.
- [19] Xue Q J, Xu M, Mullen C. Governance of emerging autonomous driving development in China[J]. *Transportation Research Record*, 2020, 2674(6): 281 – 290.
- [20] Yu X J, van den Berg V A C, Verhoef E T. Autonomous cars and activity-based bottleneck model: How do in-vehicle activities determine aggregate travel patterns? [J]. *Transportation Research Part C*, 2022, 139: 103641.
- [21] Li Z C, Lam W H K, Wong S C. Bottleneck model revisited: An activity-based perspective[J]. *Transportation Research Part B*, 2014, 68: 262 – 287.
- [22] 李志纯, 丁晶. 基于活动方法的瓶颈模型与拥挤收费问题研究[J]. *管理科学学报*, 2017, 20(8): 93 – 101.
Li Zhichun, Ding Jing. Activity-based bottleneck model and congestion toll pricing issues[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2017, 20(8): 93 – 101. (in Chinese)
- [23] Li Z C, Lam W H K, Wong S C. Step tolling in an activity-based bottleneck model[J]. *Transportation Research Part B*, 2017, 101: 306 – 334.
- [24] 卢晓珊, 黄海军, 刘天亮, 等. 考虑早晚高峰出行链的出行方式选择均衡与定价机制[J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(1): 167 – 174.
Lu Xiaoshan, Huang Haijun, Liu Tianliang, et al. Mode choice equilibrium and pricing mechanisms considering peak trip chain[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2013, 33(1): 167 – 174. (in Chinese)
- [25] Li Z C, Zhang L P. The two-mode problem with bottleneck queuing and transit crowding: How should congestion be priced

- using tolls and fares? [J]. *Transportation Research Part B*, 2020, 138: 46–76.
- [26] 汪寿阳, 胡毅, 熊熊, 等. 复杂系统管理理论与方法研究[J]. *管理科学学报*, 2021, 24(8): 1–9.
Wang Shouyang, Hu Yi, Xiong Xiong, et al. Complex systems management: Theory and methods[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2021, 24(8): 1–9. (in Chinese)
- [27] Fosgerau M, Kim J, Ranjan A. Vickrey meets Alonso: Commute scheduling and congestion in a monocentric city[J]. *Journal of Urban Economics*, 2018, 105: 40–53.
- [28] Reed S, Campbell A M, Thomas B W. The value of autonomous vehicles for last-mile deliveries in urban environments[J]. *Management Science*, 2022, 68(1): 280–299.
- [29] Liu Y, Nie Y, Hall J. A semi-analytical approach for solving the bottleneck model with general user heterogeneity[J]. *Transportation Research Part B*, 2015, 71: 56–70.
- [30] 朱鸿伟, 田丽君, 许岩. 鼓励合乘的可交易电子路票策略管理混合时代出行需求[J]. *系统工程理论与实践*, 2022, 42(5): 1314–1326.
Zhu Hongwei, Tian Lijun, Xu Yan. The tradable credit scheme that encourages carpooling manage the travel demand in the era of mixed traffic[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2022, 42(5): 1314–1326. (in Chinese)

Commute-also-work: New travel mode driven by unmanned driving and its implication

ZHU Hong-wei¹, TIAN Li-jun^{1*}, HUANG Hai-jun²

1. School of Economics and Management, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;
2. School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100191, China

Abstract: This paper studies the variation of commute behaviors caused by unmanned vehicles from the perspective of activities. Considering the in-vehicle utility and the utilization efficiency of in-vehicle time, it formulates the activity-based utility function of commuters riding unmanned vehicles. Then it derives the departure and parking patterns, optimal dynamic bottleneck charge, and the model properties with constant and linear marginal-activity utility, respectively. These are compared with the corresponding results in the trip-based model. The results show that, with the constant marginal-activity utility, the early departure rate is an increasing function of in-vehicle activity utility and the utilization efficiency of the in-vehicle time, but the late departure rate reverses it. Meanwhile, with the linear marginal-activity utility, the number of early arriving commuters is not affected by the in-vehicle time loss. Still, it is positively related to the working start time. After implementing the optimal bottleneck toll, the trip-based model overestimates the upper bound of total toll revenue and underestimates the lower bound of total toll revenue. To maximize the net system utility, the government needs to adjust the parking density based on the parking social cost and the specific situation.

Key words: bottleneck model; unmanned vehicle; activity-based approach; bottleneck toll; parking density