

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2025.12.010

考虑退货预测的库存优化研究^①

余玉刚¹, 赵俊峰², 郑圣明^{1*}

(1. 中国科学技术大学管理学院、国际金融研究院、科技商学院, 合肥 230026;
2. 中国科学技术大学大数据学院, 合肥 230026)

摘要: 网络零售作为数字经济和实体经济的重要组成部分, 近年来发展迅速。网络零售在快速发展的同时也给在线零售企业带来了严峻的产品退货问题, 退货产品的二次售卖给企业的库存决策产生很大影响。本文研究了考虑产品退货预测的库存优化问题。首先, 本文提出了一种基于交易数据的退货预测方法, 可以对未来一定时间段内的产品退货数量进行有效预测。其次, 建立了考虑退货预测的多阶段库存优化模型, 通过动态规划的方法分析了最优订货策略。最后, 基于合作的一家快时尚服装企业的实际数据分析了考虑退货预测对企业成本的影响, 研究结果表明, 考虑退货预测可以给合作企业带来平均 6.5% 的成本降低, 并且单位库存持有成本和产品二次售卖比例越高, 退货预测对于库存管理的价值越大。

关键词: 交易数据; 退货预测; 库存优化; 动态规划

中图分类号: F274 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2025)12-0138-14

0 引言

随着信息技术和物流业的快速发展, 电子商务已经成为人们生活中不可分割的一部分。2021 年全国网上零售额超过 13 万亿元, 相比 2020 年增长 14.1%^②。网络购物极大地方便了人们的生活, 但同时也带来了更加严重的消费者退货问题。有研究表明: 相对于传统实体零售而言, 新兴的电子商务更容易产生退货^[1]。顾客在实体店消费时, 因为能实地体验商品, 发生退货的比例比较低。而电子商务环境下, 顾客没办法体验到实体商品, 并且需要依赖快递配送才可取得商品, 容易出现尺码不对、与网上图片有色差、配送错误、配送破损

等问题, 顾客发生退货的比例较高^[2]。根据美国零售联合会的数据, 2021 年大约有价值 2 180 亿美元在线购买的产品被退回^[3]。根据相关数据, 国内网络零售业代表企业淘宝日常退货率达到 10% 左右, 双一期间退货可高达 30%, 其中衣服鞋帽类产品退货率最高^[3]。严重的退货问题会提高网络零售企业的运营成本, 若处理不好会影响到企业的发展。

被消费者退回的网购产品有一部分并没有质量问题, 退货的原因主要是产品与顾客需求不匹配, 比如服装类产品尺寸不合适、款式不喜欢等。无质量问题的产品退回后经过质检、重新包装等环节就可以进行二次销售, 例如, 美国网络零售业

① 收稿日期: 2022-11-10; 修訂日期: 2023-05-19。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(72201261; 72571255; 72091215/72091210; 71921001); 统筹推进世界一流大学和一流学科建设专项资金资助项目(FSSF-A-240107); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(WK2040000115); 中国博士后科学基金国家资助博士后研究人员计划项目(GZC20232528); 中国博士后科学基金资助项目(2025T180222); 安徽省自然科学基金资助项目(2208085QG221)。

通讯作者: 郑圣明(1993—), 男, 安徽庐江人, 博士, 博士后研究员。Email: zhengsm@ustc.edu.cn

② 数据来源于网页 <http://finance.people.com.cn/n1/2022/0322/c1004-32380377.html>

③ 数据来源于网页 <https://nrf.com/media-center/press-releases/retail-returns-increased-761-billion-2021-result-overall-sales-growth>

巨头亚马逊会对每件退货产品的状况进行评估,如果确定该商品可售,就尽快进行重新上架^④.根据与本文合作的一家快时尚企业的数据,该企业被退货的快时尚服装类产品可以进行二次售卖的比例高达81%.因此,退货造成的产品回流也是企业产品库存的一个重要补充来源.

在企业运营管理中,库存管理一直是企业关注的重要问题,良好的库存管理是企业降低成本一个重要突破口.在当前网络零售业退货问题越来越严重的背景下,在线零售商在做库存决策时,有必要考虑到消费者退货带来的影响.当退货产品可以进行二次售卖时,对产品退货数量的准确预测可以用来改善库存管理的水平.通过对未来某一时间段内退货数量的准确预测,就可以有效估计出未来某一时间段内可以二次售卖的产品数量,从而可以更准确地决策产品订货数量,降低库存水平以及企业成本.

随着数据技术与企业信息系统的发展,企业积累了丰富的运营数据,可以用来预测产品的退货数量.本文与一家快时尚服装类企业合作,该企业主要通过网络渠道销售各品类快时尚服装产品,并积累了大量的交易数据,其中包含各产品的购买以及退货记录.从企业数据中,发现该企业大部分服装类产品的退货率高于30%.该企业需要每周进行一次补货决策,如何利用交易数据来预测退货数量并且改善库存决策水平是企业非常关注的问题.

基于以上讨论,本文想研究基于企业交易数据的退货预测方法以及考虑退货预测的库存决策的问题.具体来说,主要解决以下问题:1)如何基于消费者交易数据来预测未来时间段内的退货数量?2)如何基于预测出的退货数量来进行库存决策?

本文的贡献主要体现在以下几个方面:第一,提出了一个基于交易数据的退货预测方法并且分析了考虑退货预测的最优订货策略;第二,考虑了退货预测与库存决策的结合,探讨了退货预测对于订货量决策的影响,丰富了库存管理领域的相

关理论研究;第三,本文的研究为网络零售企业的退货预测以及库存决策提供决策支持与方法指导,基于企业实际数据的算例结果表明,考虑退货预测能够平均降低企业成本6.5%.

1 文献综述

本研究基于交易数据的退货预测与企业库存的决策问题,因此主要涉及基于实际数据的运营管理、退货预测与库存管理三个方面的相关研究.

首先,本文与基于实际数据的运营管理研究有关.近年来,得益于高质量数据的可获得性提高、计算硬件的改进以及机器学习方法的发展,该领域的工作越来越多.Qi等^[4]提出一个数据驱动的端到端的框架,研究了具有需求不确定和供应商提前期的多期库存补货问题;Wang等^[5]利用消费者过去行为的丰富数据通过机器学习来准确预测多订单概率和订单到达时间,从而降低订单履行成本;Chen等^[6]提出了一个两层模型来预测考虑销售损失的时尚新产品的销量;肖进等^[7]提出了面向缺失数据的动态分类器集成选择模型DCESM,该模型充分利用数据集中所包含的已知信息来评估银行客户的信用;代宏砚等^[8]提出了一个结合大数据分析和运筹优化的O2O即时物流调度模型,探讨了如何通过大数据驱动的决策范式来优化即时物流调度问题.与上述文献不同的是,本文研究了基于交易数据的退货预测问题,并且用预测的退货数量来改进企业的库存管理决策.

其次,本文与退货预测的研究有关.国内外学者对于退货预测已经有了很多研究.例如,Cui等^[9]基于机器学习设计了一个数据驱动的预测方法,用来预测零售商不同产品在不同时期的退货量;Geda等^[10]利用基于马尔可夫链蒙特卡洛的贝叶斯推理方法来估计分布滞后模型的参数,提升了产品退货数量的预测精度;田立平等^[11]通过建立系统动力学模型研究促进废旧家电环保化回收的策略;Shang等^[12]设计了一种退货预测方

④ 内容来源于网页 <https://sellercentral.amazon.com/help/hub/reference/external/200379860?locale=zh-CN>

法,通过合并交易数据中的购买与退货记录,使用“预测-聚合”两步过程来预测未来的退货量,并讨论了该方法在库存管理、逆向物流和退货回收决策等领域的应用。与上述研究不同的是,本文拓展了 Shang 等^[12]利用历史交易数据进行退货量预测的方法,将每个周期内的退货数量预测问题转化成这一期以前在允许退货的时间段内被购买的商品在这一期的退货数量之和的预测问题,并且在退货预测基础上分析了多阶段的订货量决策问题。

最后,本文与库存管理研究有关,这部分的研究可以分为两类:不考虑商品退货和考虑商品退货的库存管理。在不考虑商品退货的库存管理研究中,Feng 等^[13]研究了具有双供应商和不同提前期的周期性审查的单一产品联合库存定价管理问题;He 等^[14]研究了两家具有固定比例联合生产系统的制造商之间的库存竞争问题,证明了唯一纳什均衡处理量的存在;Schlapp 等^[15]研究了在有限销售季节内销售产品的企业如何确定最优库存量和库存供应时间以最大限度地提高预期利润;王能民等^[16]构建了双渠道零售商的市场需求函数,分析了补充至目标库存策略和移动平均预测技术下的牛鞭效应及其减弱控制措施。在考虑顾客退货的库存管理研究中,Chaouch^[17]通过纳入可能包括时间或数量限制的不确定产品退货来扩展现有的 EOQ 模型并推导出订货量和库存持有成本的闭式表达式;Hu 等^[18]研究了考虑部分退货产品可以进行二次售卖并且企业只有有限库存以及不能订货情况下的动态定价问题;Gökbayrak 等^[19]研究了零售商在产品退货情况下的最优库存控制策略,并提供了最优定期审查库存政策的结构性结果;谢瑞真等^[20]研究了针对全渠道零售下考虑同渠道退货和跨渠道退货的库存决策问题,通过建立报童模型进行分析。不同于上述研究,本文基于企业实际数据来分析消费者退货与购买的时间间隔服从的随机分布并且提出基于交易数据的退货预测方法,更符合企业实践,同时本文将退货预测应用到了企业的多阶段库存决

策中。

2 退货预测

2.1 方法介绍

本文聚焦于在线零售商的单一商品的退货数量预测^⑤,通过基于交易数据的退货预测方法,对在线零售商的单一商品在消费者购买之后的某一时间段内的退货数量进行预测。退货预测方法的核心思路是,将每一次购买和相应退货的记录配对,通过对间隔时间长度的预测,得出每次购买后在各个周期的退货概率,从而对消费者购买的商品在之后各个周期的退货数量进行预测。

假设总共有 T 个周期,在线零售商允许消费者在购买产品后的 K 个周期内退货,例如亚马逊、eBay 等允许消费者在收到购买产品后的 30 d 内无条件退货。定义在第 k 个周期的时刻 t_i 被第 i 次购买的产品在第 j 期 ($k < j \leq \min\{k+K, T\}$) 内被退货的概率为 P_{ij} ,那么 P_{ij} 由以下两个事件发生的联合概率组成:第 k 个周期被第 i 次购买的产品被持有到周期 j 的概率 P_{ij}^d 和消费者决定退货的概率 P_{ij}^r 。假设这两个事件独立^[12, 21],因此 $P_{ij} = P_{ij}^d \times P_{ij}^r$ 。假设消费者是同质的,也就是不同消费者购买同一产品之后的退货概率是相同的^[22, 23], P_{ij}^r 可以用历史交易数据中产品的退货率来估计。在 5.1 节的模型拓展中,本文放松消费者是同质的这一假设,考虑消费者的退货概率具有异质性,发现主要结论仍然保持不变。用 t_j^s 、 t_j^e 表示第 j 个周期的开始时间和结束时间,用 d_i 表示消费者持有产品的时间,也就是产品第 i 次被购买的时间和对应退货时间的间隔。在时刻 t_i 购买的产品被消费者持有到周期 j 的概率 P_{ij}^d 就是 d_i 在 $t_j^s - t_i$ 和 $t_j^e - t_i$ 之间的概率,这里 d_i 、 $t_j^s - t_i$ 和 $t_j^e - t_i$ 都取一天的倍数,不足一天的视为一天。用 F_d 表示 d_i 的累计分布函数,可以得到 $P_{ij}^d = F_d(t_j^e - t_i) - F_d(t_j^s - t_i)$ 。

基于合作企业的历史交易数据统计特征(见

^⑤ 对于多种商品的退货预测,可以将多种商品分成多个单一商品,然后使用本章节的方法对所有单一商品分别进行退货预测。

图1和图2),假设 d_i 服从一个截断的对数正态分布,即 $\ln(d_i) \sim N(\mu_d, \sigma_d^2)$,可以通过历史交易数据来估计参数 μ_d, σ_d .基于估计的参数 μ_d, σ_d ,本文可以预测产品在允许退货的 K 个周期的任意一期内发生退货的概率.因此,在周期 k 内被购买的所有产品在周期 j 内预期被退货的总数量 r_{kj} 服从二项分布, r_{kj} 是周期 k 内被购买所有产品在周期 j 中的退货概率之和,即 $r_{kj} = \sum_{i=1}^{N_k} P_{ij}$,其中 N_k 是第 k 期该产品的销量.

基于以上方法,可以预测出第 k 期被购买的所有产品在允许退货的 K 个周期的任意一期内的退货数量.此外,每一期的退货数量也可以通过上述方法进行预测.例如,周期 j 内的预期总退货量等于周期 j 之前 K 期被购买的产品在周期 j 的预测退货量之和,也就是 $r_j = \sum_{k=\max\{j-K, 1\}}^{j-1} r_{kj}$.本文的变量说明如表1所示,变量中下标 $k, j, t = 1, 2, \dots, T$,其中 $k < j \leq \min\{k + K, T\}$.

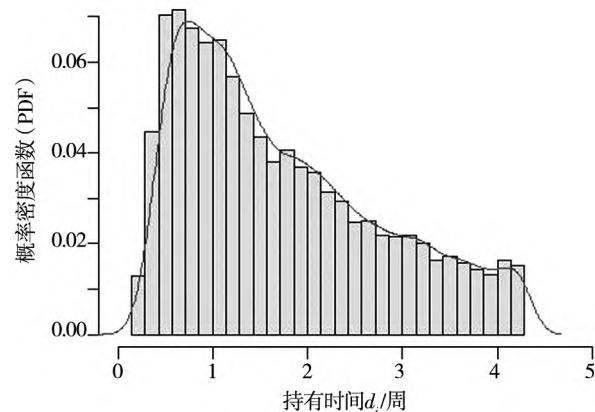
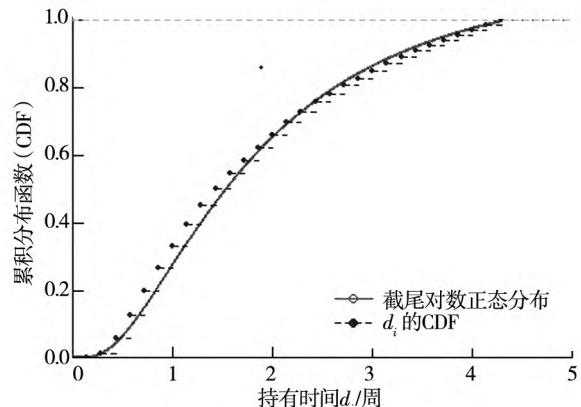
表1 符号说明

Table 1 Notations description

变量	变量说明
T	有限计划期的周期总数
K	允许退货的周期
t_i	产品第 i 次被购买的时刻
t_j^s	第 j 期的开始时间
t_j^e	第 j 期的结束时间
P_{ij}^r	消费者决定退货的概率
P_{ij}^d	消费者持有产品到周期 j 的概率
P_{ij}	产品在第 j 个周期被退货的概率
d_i	消费者持有产品的时间
F_d	d_i 的累计分布函数
r_{kj}	周期 k 内购买的产品在周期 j 的退货量
N_k	第 k 期产品的销量
r_j	第 j 期的预测退货量
R_t	第 t 期的实际退货量
ε_t	均值为0的随机变量
D_t	第 t 期的消费者需求
q_t	第 t 期的补货量
x_t	第 t 期的期初库存
y_t	第 t 期补货后的库存水平
c	单位补货成本
h	单位持有成本
p	单位缺货成本
γ	折扣因子
β	退货产品的再售卖比例

2.2 预测表现

为了说明上述预测方法的有效性,本节选取了合作企业某款产品2018年1月1日—2019年10月30日共22个月的交易数据,包括了产品的购买记录和退货记录.根据数据,以一周为一个周期.为了对 d_i 的分布进行分析,本文整合了销售记录和退货记录,计算出了所有发生退货的产品被持有的时间 d_i .图1展示了这22个月内 d_i 的直方图,可以发现它的形状(即实心拟合线)非常接近对数正态的概率密度分布曲线.图2呈现了 d_i 的累积分布图,可以发现 d_i 的累积分布图的形状和对数正态分布的累积分布函数图高度相似,进一步证实了2.1节中关于 d_i 近似服从一个截尾的对数正态分布的假设.本文中,以一周为一期,将允许无条件退货的30 d分成5周,即允许退货周期 $K = 5$.

图1 持有时间 d_i 的概率密度函数Fig. 1 The probability density function of d_i 图2 持有时间 d_i 的累计分布函数Fig. 2 The cumulative distribution function of d_i

为了验证 2.1 节中预测方法的效果,本文选取了 2019 年 5 月 20 日—2019 年 5 月 26 日这一周的交易数据,用 2.1 节中提出的退货预测方法来预测这周销售出去的产品在随后 5 周(2019-05-27 ~ 2019-06-30)每周的退货量,并与实际退货量进行比较,采用相对误差来对预测结果进行定量分析(结果见表 2)。从表 2 的误差分析可以看出,对于某一周发生购买的产品在未来 5 周内的退货预测在开始几周表现较好,在最后几周表现较差。这是因为在允许退货的最后几周,产品发生退货的数量非常少,此时虽然预测的绝对误差较小,仍会导致较大的相对误差。对于每一周的预测总退货量等于该周前 5 周发生购买的产品在这一周的预测退货量之和,由于退货预测方法对于这一周邻近的前几周被购买的产品在这一周的退货数量的预测效果比较好,导致对于这一周发生的总退货数量预测的效果也会比较好。

为了进一步说明本文中退货预测方法的有效性,与以往研究 Shang 等^[11]中提到的两种常用的退货预测方法(ARIMA 和 Lagged Sales)进行了对比。其中,ARIMA 退货预测方法依靠每个时期的产品的历史退货数量来拟合时间序列模型,Lagged Sales 退货预测方法利用未来退货来自过去销量的事实,建立当期退货量与之前几期销量的回归模型,通过回归模型预测退货数量。图 3 呈现了三种退货预测方法在 2018-07-23 ~ 2018-12-09 共 20 周每一周的预测误差,其中第 1 周对应的时间段为 2018-07-23 ~ 2018-07-30。根据图 3,可以发现本文提出的预测方法在这 20 周中的大部分情况下预测误差都要低于 ARIMA 和 Lagged Sales 退货预测方法。并且本文的预测方法、ARIMA 方法和 Lagged Sales 方法的均方根误差(root mean squared error, RMSE)分别为 17.214、18.199、23.424,论文中的退货预测方法均方根误差更低。因此,本文中的退货预测方法的预测准确度要比 Shang 等^[11]提到的 ARIMA 和 Lagged Sales 退货预测方法更高。

表 2 2019-05-20 ~ 2019-05-26 销售的产品在随后五周的预测退货量与实际退货量

Table 2 Predicted and actual return quantities in the following five weeks for the products sold during 2019-05-20 ~ 2019-05-26

周期	实际退货量(A)	预测退货量(P)	相对误差(Diff)
2019-05-27 ~ 2019-06-02	51	55.1	8.0%
2019-06-03 ~ 2019-06-09	34	35.0	2.9%
2019-06-10 ~ 2019-06-16	17	18.6	9.4%
2019-06-17 ~ 2019-06-23	17	10.0	41.2%
2019-06-24 ~ 2019-06-30	3	2.3	23.3%

注: $Diff = \left| \frac{A - P}{A} \right| \times 100\%$

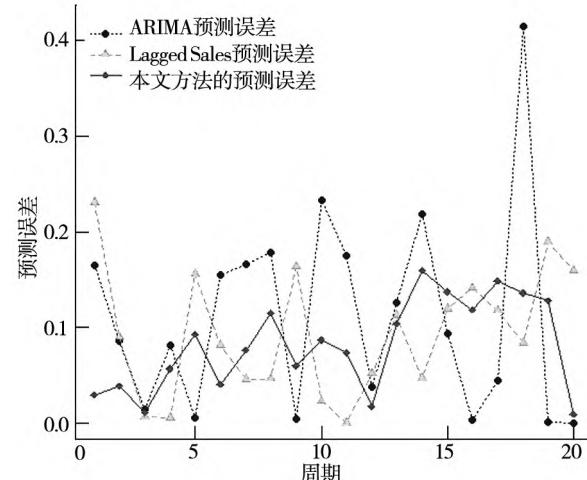


图 3 2018-07-23 ~ 2018-12-09 时间段内三种预测方法每周的预测误差

Fig. 3 Weekly forecasting error of three methods during 2018-07-23 ~ 2018-12-09

3 库存优化

本章构建了一个基于第 2 章退货预测方法的库存优化模型,并分析了企业考虑退货预测的最优库存管理策略。

3.1 模型建立

考虑在线零售商对于单一商品的库存管理问题,在线零售商的退货产品中有 β 比例的商品没有质量缺陷可以进行二次售卖。在线零售商的目标是最小化其在有限计划期(T 个周期)内的总成本。在每周期开始时,在线零售商都需要先预测

本周期会收到的商品的退货数量,再根据初始库存水平决策商品的补货量. 值得注意的是,本文第2章中提出的退货预测方法需要使用历史交易数据. 在每周期开始时,由于没有本周期以及未来多期的交易数据,本文提出的退货预测方法只能预测本周期的退货数量,没办法预测下一期以及多期之后的退货量. 因此,本文在库存优化模型中也只考虑对库存决策当期的退货数量进行预测. 不考虑交货时间,假设当期订货的商品当期就可以到达并进行售卖^[19, 24],并且没有质量缺陷的退货商品当期可以进行二次售卖^[17, 19]. 在5.3节中,考虑具有运货提前期的模型拓展,发现主要结论仍然保持不变. D_t 表示第 t 个周期的消费者需求($t = 1, 2, \dots, T$),其服从均值为 μ 的随机分布,并且 D_t 之间是独立同分布的^[19, 25]. r_t 为第 t 期商品的预测退货量,第 t 期商品的实际退货量 $R_t = r_t + \varepsilon_t$,其中随机变量 ε_t 服从均值为 0 的分布. 因为每次进行库存决策时,只预测当期的退货数量,预测误差服从的随机变量 ε_t 的方差不会随着时期 t 的变化而变化,所以本文认为退货预测的误差服从的随机变量 ε_t 是独立同分布的.

第 t 期的成本包括补货成本和库存成本. 单位产品的订货成本为 c ,周期 t 的期初库存为 x_t ,在线零售商需要决策补货数量 q_t . 定义在线零售商补货后的库存水平为 y_t ,可以知道 $y_t = x_t + q_t$ 并且补货成本为 $c(y_t - x_t)$. 假设补货后库存水平 y_t 高于(低于)顾客需求 D_t 时会产生库存持有(缺货)成本^[26]. 则库存成本 $\omega(y_t)$ 为

$$\omega(y_t) = h [y_t + \beta(r_t + \varepsilon_t) - D_t]^+ + p [D_t - y_t - \beta(r_t + \varepsilon_t)]^+ \quad (1)$$

其中非负参数 h 和 p 分别为单位持有成本和单位缺货成本, x^+ 表示 x 与 0 的最大值,即 $x^+ = \max\{x, 0\}$.

当在线零售商的库存水平高于顾客需求时,剩余库存可以留在后续周期继续使用. 并且,假设消费者可以接受延迟交货(Backorder),如果库存水平低于消费者需求,未满足的消费者需求将在下一周期被优先提供^[19, 27]. 在5.2节中,考虑未被满足的消费者需求会直接损失(Lost-sales)的

模型拓展,发现主要结论仍然成立. 给定补货后的库存水平 y_t ,第 t 周期结束时在线零售商的库存水平 x_{t+1} 为

$$x_{t+1} = y_t + \beta(r_t + \varepsilon_t) - D_t \quad (2)$$

定义 $\gamma \in [0, 1]$ 为时间折现因子, $V_t(x_t)$ 为第 t 周期到最后一期的预期总成本关于第 t 周期初始库存 x_t 的函数. 那么在线零售商考虑退货预测的多周期库存优化问题可以通过下面的动态规划模型进行刻画

$$V_t(x_t) = \min_{y_t \geq x_t} E[c(y_t - x_t) + \omega(y_t) + \gamma V_{t+1}(y_t + \beta(r_t + \varepsilon_t) - D_t)] \quad (3)$$

边界条件为

$$V_{T+1}(x_{T+1}) = -c x_{T+1} \quad (4)$$

边界条件为式(4)是因为在最后一期结束后没卖掉的商品可以以成本价退给供应商. 其中目标函数式(3)中前两项为第 t 周期的补货成本和库存成本,第三项为第 $t+1$ 期到最后一期的总成本对应第 t 期的折现成本. 为方便计算,定义 $z_t = D_t - \beta \varepsilon_t$,令 z_t 的均值、概率密度函数、概率分布函数分别为 μ , φ 和 Φ . 于是上述动态规划问题等价于

$$\begin{aligned} V_t(x_t) &= \min_{y_t \geq x_t} E[c(y_t - x_t) + \omega(y_t) + \gamma V_{t+1}(y_t + \beta r_t - z_t)] \\ &= \min_{y_t \geq x_t} c(y_t - x_t) + L(y_t) + \gamma \int_0^\infty V_{t+1}(y_t + \beta r_t - \xi) \phi(\xi) d\xi \\ &= \min_{y_t \geq x_t} G_t(y_t) - c x_t \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} L(y_t) &= E[\omega(y_t)] \\ &= \int_0^{y+\beta r_t} h(y_t + \beta r_t - \xi) \phi(\xi) d\xi + \\ &\quad \int_{y+\beta r_t}^\infty p(\xi - y_t - \beta r_t) \phi(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (6)$$

$$G_t(y_t) = c y_t + L(y_t) + \gamma \int_0^\infty V_{t+1}(y_t + \beta r_t - \xi) \phi(\xi) d\xi \quad (7)$$

3.2 最优策略的刻画

本节分析动态规划问题(5)的最优解,采用逆向归纳法求解,其中 x_t 是给定的,需要决策的

是补货量 q_t , 等价于决策库存水平 y_t ($y_t \geq x_t$). 为了简化问题分析, 首先分析单周期中最优决策, 然后再分析多周期的最优决策. 定义式(7)在区间 $[0, +\infty)$ 上的最小值点为 S_t .

命题 1 如果 $V_{t+1}(x_{t+1})$ 是凸函数, 则 $G_t(y_t)$ 、 $V_t(x_t)$ 都是凸函数且第 t 期的最优库存水平为 S_t .

从命题 1 可以看出, $V_{t+1}(x_{t+1})$ 的凸性可以确保 $G_t(y_t)$ 、 $V_t(x_t)$ 的凸性. 当 $V_t(x_t)$ 是凸函数, 则存在唯一最优解. 此时 $G_t(y_t)$ 的最小值点 S_t 即为最优库存水平. 应用命题 1 的结论, 接下来可以刻画多期问题的最优策略.

定理 1 如果 $V_{t+1}(x_{t+1})$ 是凸函数, 对于 $1 \sim T$ 中的任意周期 t , 存在 S_t , 当 $x_t \leq S_t$ 时, $y_t = S_t$; 当 $x_t > S_t$ 时, $y_t = x_t$.

由定理 1 可知, 当边界条件是凸函数时, 任意周期 t 都存在最优库存水平 S_t . 当在线零售商的期初库存水平 x_t 低于临界值 S_t 时, 需要补货 $S_t - x_t$, 使库存水平达到 S_t ; 当期初库存 x_t 高于 S_t 时, 不需要补充库存. 定理 1 刻画了多期补货问题的最优策略, 但最优库存水平 S_t 的具体值仍需要进一步分析. 下面先分析最后一周期的最优库存水平.

定理 2 在第 T 期, 当 $x_T \leq S_T$ 时, $y_T = S_T$, 当 $x_T > S_T$ 时, $y_T = x_T$. 其中

$$S_T = \Phi^{-1}\left(\frac{p - c(1 - \gamma)}{p + h}\right) - \beta r_T \quad (8)$$

由定理 2 可知, 在最后一周期, 在线零售商的最优库存水平 S_T 由式(8)确定. 可以发现最后一期的最优库存水平 S_T 和参数 $p, h, c, \gamma, \beta, r_T$ 有关, 关于 p, γ 单调递增, 关于 c, h, β, r_T 单调递减. 与传统的不考虑退货的多周期报童模型相比, 本文的最优库存水平还需要考虑通过预测得到的可以再售卖的退货数量 (βr_T). 当预测的退货中可再售卖的产品数量越多, 需要补货的数量就越少, 最优库存水平就越低.

将定理 2 的结论拓展到每一期的最优库存水平中. 为了得到每一期的最优库存水平的数学表达式, 引入引理 1.

引理 1 定义 $S_t = \Phi^{-1}\left(\frac{p - c(1 - \gamma)}{p + h}\right) - \beta r_t$,

如果 $V_{t+1}(x_{t+1})$ 是凸函数且在 $x_{t+1} < S_{t+1}$ 上有 $V'_{t+1}(x) = -c$, 则 $V_t(x_t)$ 是凸函数且在 $x_t < S_t$ 上有 $V'_t(x_t) = -c$, 此时第 t 期的最佳库存水平为 S_t .

从引理 1 可以看出, 当 $V_{t+1}(x_{t+1})$ 在 $x_{t+1} < S_{t+1}$ 上有斜率 $-c$ 时可以保证 $V_t(x_t)$ 在 $x_t < S_t$ 上也有斜率 $-c$, 并且此时 S_t 仍为第 t 期的最优库存水平. 应用引理 1 可以求解多期情形下的最优库存水平.

定理 3 如果终端值函数 $V_{T+1}(x_{T+1})$ 有斜率 $-c$, 则第 t 期 ($t = 1, 2, \dots, T$) 的最优库存水平为 $\Phi^{-1}\left(\frac{p - c(1 - \gamma)}{p + h}\right) - \beta r_t$.

根据定理 3, 可以知道, 最优的库存管理策略为基准库存策略, 每一期都有一个最优的库存订货水平 S_t , 其与当期的退货预测数量有关, 退货预测数量越高, S_t 越低. 在每一期中, 当初始库存低于 S_t 时, 补货至 S_t , 否则不补货.

4 案例分析

基于合作企业的实际数据, 通过对比分析考虑退货预测和企业现有的不考虑退货预测的固定退货率策略两种情况下的最优库存决策和总成本, 分析退货预测对库存管理的价值. 合作企业在订货时, 会考虑上一期退回再销售的数量, 但是由于缺乏进行退货预测的有效方法, 在实际运营中, 企业将每一期退货的数量看成上一期数量乘以固定退货率进行库存决策. 本文一共做了 5 组实验, 第一组实验选取了该快时尚企业 2019-05-27 ~ 2019-10-13 共 20 周 (即 $T = 20$) 的交易数据, 第二组至第五组分别选取了 2019-05-13 ~ 2019-09-29、2019-03-04 ~ 2019-07-21、2019-04-29 ~ 2019-09-15、2019-06-10 ~ 2019-10-27 的交易数据. 企业的交易数据给出了每笔订单被购买以及发生退货时的具体时间, 通过第 2 节提出的退货预测的方法可以得到每周的预测退货量 r_t . 同时, 可以从数据中直接观察到每周实际的销量和退货量, 从中可以对概率分布函数 Φ 进行估计. 企业使用的固定退货率

为 21%, 并且从退货数据中发现退货产品的二次售卖比例 β 为 81%. 其他参数设置为 $h = 0.8$, $p = 2.5$, $c = 2$, $\gamma = 0.95$.

基于第 2 节的退货数量预测以及第 3 节的库存决策方法, 得到了每组实验中考虑退货预测情况下的最优订货量, 分析了企业现有策略下的最优订货量. 图 4 以第一组实验为例呈现了企业现有策略与考虑退货预测两种情况下的最优订货量的对比. 根据图 4 可以发现, 在前几期, 考虑退货预测和基于固定退货率的不考虑退货预测的两种策略之间的订货数量有一定差别, 但长期来看, 两种策略的总订货数量差别较小. 表 3 呈现了 5 组实验中企业现有策略和考虑退货预测两种情况下的总成本. 从表 3 中可以发现, 在第一组实验中, 在线零售商使用现有策略的总成本为 5 298.48, 考虑退货预测它的总成本为 4 854.88, 退货预测给总成本带来了 8.4% 的降低. 另外 4 组实验得到的结果分别是退货预测给总成本带来了 6.6%、3.1%、5.8%、8.4% 的降低. 因此, 在线零售商在做库存决策时考虑退货预测确实可以有效地降低成本, 平均可以带来 6.5% 的成本降低. 成本降低背后的原因在于, 与企业的不考虑退货预测的固定退货率策略相比, 考虑退货预测能够带来退货数量更为精准的估计, 降低了对退货再销售产品数量的估计误差, 从而降低订货成本和持有成本.

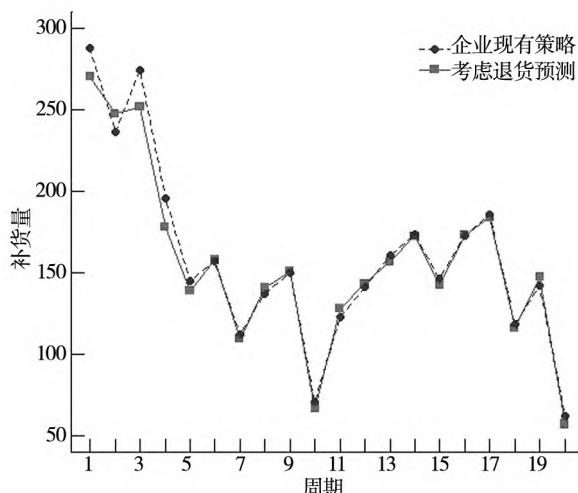


图 4 第一组实验中考虑退货预测和企业现有策略下的最优订货决策
Fig. 4 The optimal order decisions in the first experiment under return

prediction and the firm's existing strategy

表 3 5 组实验结果对比

Table 3 The results comparison of the five experiments

实验组别	总成本		成本降低比例 (DR)
	考虑退货预测 (RF)	企业现有策略 (FS)	
1	4 854.88	5 298.48	8.4%
2	5 277.06	5 647.54	6.6%
3	9 147.88	9 443.95	3.1%
4	6 102.77	6 382.80	5.8%
5	4 534.13	4 951.49	8.4%
平均降低百分比		6.5%	

$$\text{注: } DR = \left| \frac{RF - FS}{FS} \right| \times 100\%$$

图 5 反映了总成本与单位持有成本 h 之间的关系. 从图 5 可以看出, 在其他参数不变的情况下, 随着 h 的增大, 在线零售商的总成本逐渐变大. 同时, 考虑退货预测下的总成本始终比企业现有策略要小.

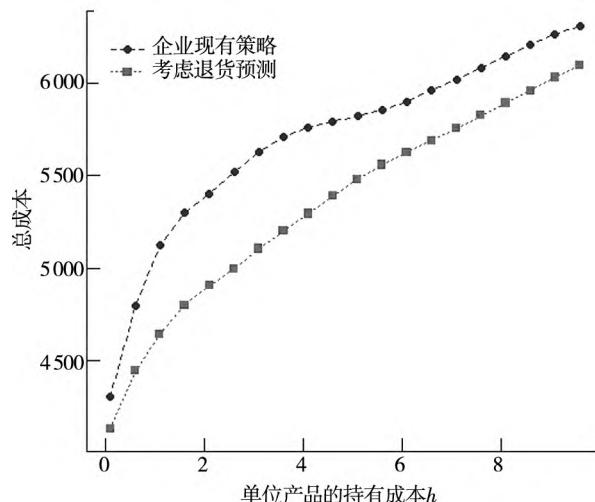


图 5 单位持有成本 h 对总成本的影响

Fig. 5 The impact of the unit holding cost h on the total cost

图 6 显示了总成本与单位缺货成本 p 之间的关系. 从图 6 可以看出, 在其他参数不变的情况下, 总成本关于 p 单调递增. 这是显然的, 因为单位缺货成本的增加会导致总缺货成本的增加. 同时随着 p 的增加, 考虑退货预测下的总成本始终比企业现有策略时要小, 两种情况下的总成本之差关于 p 单调递增. 图 6 说明了单位缺货成本越大, 在线零售商在做库存决策时越有必要进行退货预测.

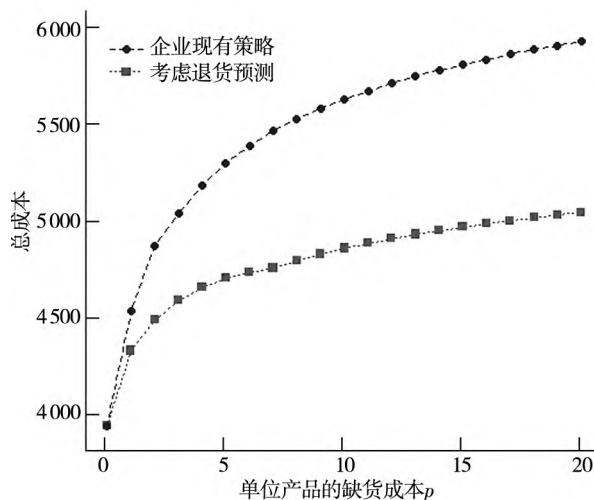
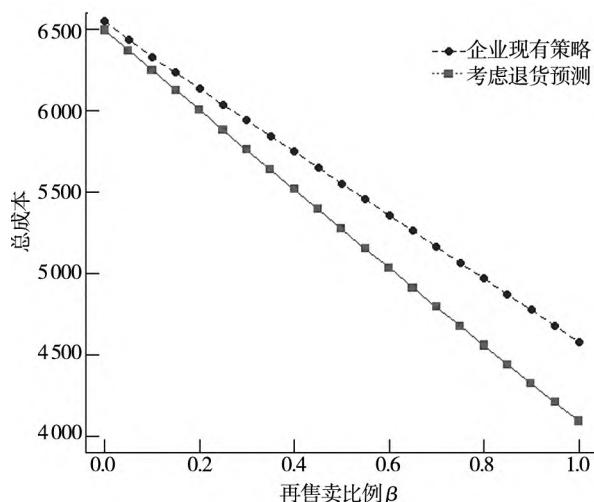
图 6 单位缺货成本 p 对总成本的影响Fig. 6 The impact of the unit out-of-stock cost p on the total cost

图 7 呈现了总成本与再售卖比例 β 之间的关系. 从图 7 可以看出, 在其他参数不变, β 逐渐变大的过程中, 在线零售商考虑退货预测和现有策略下的总成本都逐渐变小, 但考虑退货预测时成本下降更快. 这意味着再售卖比例越大, 越有必要考虑退货预测.

图 7 再售卖比例 β 对总成本的影响Fig. 7 The impact of the resale proportion β on the total cost

上述数值算例中概率分布函数 Φ 的均值与方差都是根据企业实际数据进行估计的, 由于基于实际数据估计的方差较小, 所以退货预测效果比较好, 从而能够有效降低企业成本. 为了进一步探究退货预测效果对于总成本的影响, 本文通过调整方差来分析总成本的变化情况. 图 8 以方差为 100 为例给出了方差较大时企业现有策略和考虑退货预测的最优订货数量. 从图 8 中可以发现,

当方差比较大时, 也就是对退货量的预测波动比较大时, 考虑退货预测的库存优化模型可能会导致订货数量上升. 图 9 给出了总成本与方差之间的关系. 从图 9 可以看出, 在其它参数不变的情况下, 随着方差变大, 在线零售商现有策略下的总成本不变, 考虑退货预测情况下的总成本逐渐变大, 并且可能会超过现有策略下的总成本. 图 9 的结果也说明, 当退货预测波动较大时, 考虑退货预测可能会提高企业的总成本. 因此, 本研究提出的考虑退货预测的库存优化方法对于退货预测方法的准确性要求比较高. 只有当对退货量的预测波动不大时, 本文提出的基于退货预测的库存优化方法能够有效地降低企业总成本.

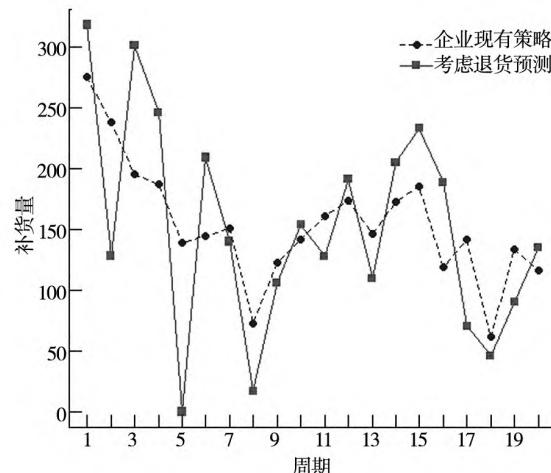


图 8 方差为 100 时考虑退货预测和企业现有策略下的最优订货决策

Fig. 8 The optimal order decisions under return prediction and the firm's existing strategy when the variance is 100

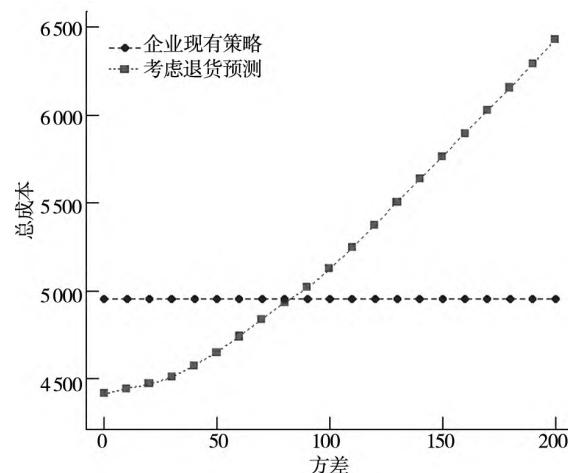


图 9 方差对于总成本的影响

Fig. 9 The impact of the variance on the total cost

5 模型拓展

5.1 考虑消费者异质性

在 2.1 节的退货预测模型中, 假设消费者决定退货概率 P_{ij}^r 在所有购买中是同质的, 在此放宽这个假设, 考虑消费者退货概率关于购买时间的异质性. 例如, 在节假日期间购买产品的消费者很有可能是为了送礼物, 在平时购买产品的消费者更多是为了日常使用, 所以在节假日购买产品与平时购买产品的消费者的退货概率可能是不同. 本文使用 Probit 回归来估计退货概率 P_{ij}^r . 假设 $P_{ij}^r = \Psi\left(\frac{\mu_r}{\sigma_r}\right)$, $\Psi(\cdot)$ 是标准正态分布. 消费者在 $\mu_r + \varepsilon_r > 0$ 时退货, 在 $\mu_r + \varepsilon_r < 0$ 时持有, 其中误差项 ε_r 服从零均值的正态分布 $\varepsilon_r \sim N(0, \sigma_r^2)$. 通过 σ_r 来刻画基于购买时间的异质性, 将平时购买的 σ_r 设定为 1, 对节假日购买的 σ_r 进行估计. 本质上, 估计了一个异方差的 Probit 模型. P_{ij}^d 和 P_{ii}^d 的计算仍使用 2.1 节中相同的方法.

为了验证考虑消费者异质性的退货预测方法的有效性,本文使用该预测方法预测 2019-05-20 ~ 2019-05-26 这一周销售的产品在随后 5 周的退货量,并与实际退货量比较. 从表 4 中可以看出,仍旧是开始几周的相对误差较小,最后几周的相对误差较大. 本文还分析了考虑消费者异质性的退货预测方法在 2018-07-23 ~ 2018-12-09 这 20 周每一周的预测误差,并与以往文献中的方法对比(结果见图 10). 从图 10 可以看出拓展方法的最大预测误差不超过 20%, 并且计算拓展

表4 考虑异质性情况下2019-05-20~2019-05-26销售的产品
在随后五周的预测与实际退货量

Table 4 Predicted and actual return quantities in the following five weeks for the sold products during 2019-05-20 ~ 2019-05-26 considering heterogeneity

周期	实际退货量(A)	预测退货量(P)	相对误差(Diff)
2019-05-27 ~ 2019-06-02	51	47.6	6.7%
2019-06-03 ~ 2019-06-09	34	29.7	12.6%
2019-06-10 ~ 2019-06-16	17	15.7	7.6%
2019-06-17 ~ 2019-06-23	17	8.5	50.0%
2019-06-24 ~ 2019-06-30	3	1.9	36.7%

$$\text{注: } Diff = \left| \frac{A - P}{A} \right| \times 100\%$$

方法的 RMSE 为 17.207, 这说明考虑消费者异质性后的退货预测方法效果仍比较好, 且优于以往研究中的两种方法.

用考虑异质性后的退货预测方法结合第3节的库存优化模型进行了同样的5组实验,结果如表5所示.从表5可以看出,考虑退货预测时在线零售商的总成本比企业现有策略更低,考虑退货预测可以平均降低成本达到7.2%.以上结果说明,考虑消费者异质性不会改变本文的主要结论.

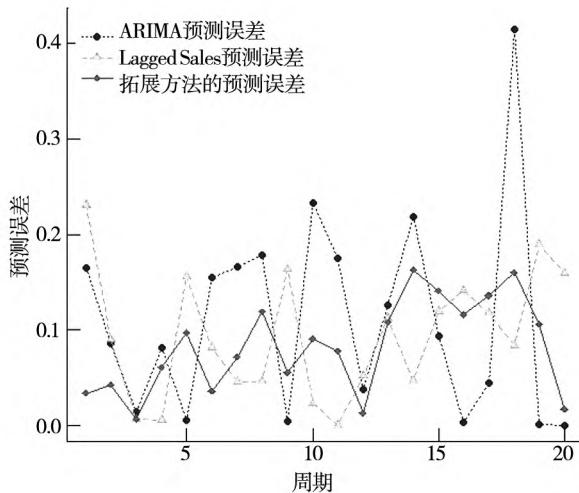


图 10 考虑异质性情况下每周的预测误差

Fig. 10 Weekly forecasting error considering heterogeneity

表 5 考虑异质性情况下 5 组实验结果对比

Table 5 The results comparison of the five experiments
considering heterogeneity

实验组别	总成本		成本降低比例(DR)
	考虑退货预测(RF)	企业现有策略(FS)	
1	4 773.12	5 298.48	9.9%
2	5 216.59	5 647.54	7.6%
3	9 216.52	9 443.95	2.4%
4	5 976.46	6 382.80	6.4%
5	4 475.23	4 951.49	9.6%
平均降低百分比			7.2%

注: $DR = \left| \frac{RF - FS}{FS} \right| \times 100\%$

5.2 考虑销售损失的库存模型

在 3.1 节建立的库存优化模型假设消费者接受延期交货。在现实实践中,当产品发生缺货时,消费者可能不会等待延迟交货,而是不再购买。因此,本文在原来的模型基础上进行拓展,建立了考虑销售损失(Lost-sales)的库存优化模型。每一期

的成本依然由补货成本和库存成本组成,所以总成本的库存优化模型仍然成立.若发生缺货,下一期不用再交货,所以状态转移方程变成 $x_{t+1} = \max \{ y_t + \beta(r_t + \varepsilon_t) - D_t, 0 \}$, 边界条件仍为 $V_{T+1}(x_{T+1}) = -cx_{T+1}$.

值得注意的是,考虑销售损失的库存模型和考虑延迟交货的库存模型相比,唯一的区别就是状态转移方程.当延迟交货时,状态转移方程为 $x_{t+1} = y_t + \beta(r_t + \varepsilon_t) - D_t$, 考虑销售损失时,状态转移方程为 $x_{t+1} = \max \{ y_t + \beta(r_t + \varepsilon_t) - D_t, 0 \}$. 由于边界条件都是 $V_{T+1}(x_{T+1}) = -cx_{T+1}$, 虽然考虑销售损失改变了状态转移方程,但是每一期决策的目标函数的凸性仍然保持,所以每一期的最优库存策略仍是基准库存策略,也就是每一期 t 都存在最优库存水平 S_t , 当在线零售商的期初库存水平 x_t 低于临界值 S_t 时, 需要补货 $S_t - x_t$, 当期初库存 x_t 高于 S_t 时, 不需要补充库存. 通过与 3.2 节类似分析,发现考虑销售损失时,3.2 节中的相关理论结果仍然成立,但第 t 期($t = 1, 2, \dots, T$)的最优库存水平变为 $\Phi^{-1}\left(\frac{p-c}{p+h-\gamma c}\right) - \beta r_t$. 由于篇幅限制,具体证明有需要可联系作者.

本文基于考虑销售损失的库存优化模型做了同样的 5 组实验,得到的结果如表 6 所示. 从表 6 中可以发现,在销售损失的库存模型中,考虑退货预测时在线零售商的总成本相比于企业现有策略平均降低了 2.8%. 这一结果说明,考虑销售损失的模型拓展,论文的主要结论仍然成立.

表 6 销售损失模型下 5 组实验结果对比

Table 6 The results comparison of the five experiments under lost-sales model

实验组别	总成本		成本降低比例(DR)
	考虑退货预测(RF)	企业现有策略(FS)	
1	4 480.82	4 642.48	3.5%
2	4 815.77	4 995.76	3.6%
3	8 199.45	8 341.31	1.7%
4	5 336.69	5 513.78	3.2%
5	4 213.74	4 307.63	2.2%
平均降低百分比			2.8%

注: $DR = \left| \frac{RF-FS}{FS} \right| \times 100\%$

5.3 考虑运货提前期的库存模型

3.1 节建立的库存优化模型没有考虑交货时间,默认当期订货当期到达.在此对 3.1 节中的基础模型进行了拓展,假设存在一个恒定的正整数提前期 L ,基础模型的提前期为 $L = 0$. 第 t 期订的货在第 $t+L$ 期才能到达,定义 $q_t(1 \leq t \leq T-L)$ 为第 t 期的订货量, \tilde{x}_t 为第 t 期订货前已有的和未到货的产品库存之和, \tilde{y}_t 为第 t 期订货后已有的和未到货的产品库存之和. 则

$$\tilde{x}_t = x_t + q_{t-L} + \dots + q_{t-1} \quad (9)$$

$$\tilde{y}_t = x_t + q_{t-L} + \dots + q_{t-1} + q_t = \tilde{x}_t + q_t \quad (10)$$

状态转移方程为

$$x_{t+1} = x_t + q_{t-L} + \beta R_t - D_t \quad (11)$$

$t+L$ 期结束时的库存水平为

$$\begin{aligned} x_{t+L+1} &= x_t + (q_{t-L} + \dots + q_{t-1} + q_t) + \\ &(\beta R_t + \dots + \beta R_{t+L}) - (D_t + \dots + D_{t+L}) \\ &= \tilde{y}_t + \beta R[t, t+L] - D[t, t+L] \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $D[t, t+L] = D_t + \dots + D_{t+L}$, $R[t, t+L] = R_t + \dots + R_{t+L}$.

提前期使订货决策与决策产生的影响存在滞后,比如第 t 期的订单 q_t 直接影响第 $t+L$ 期的库存,对 t 期至 $t+L-1$ 期则没有影响.因此,对 q_t 做决策时忽略 t 期至 $t+L-1$ 期的库存成本是合理的,同时需要将第 $t+L$ 期的库存成本分配给第 t 期^[28]. 此外,假设下单的时候不需要支付订货成本,而是在收到货物的时候才支付订货成本. 第 $t+L$ 期的库存成本指派给第 t 期的折现成本为

$$C(y) = \gamma^L(c(\tilde{y}_t - \tilde{x}_t) + \omega(\tilde{y}_t + \beta R[t, t+L] - D[t, t+L])) \quad (13)$$

根据式(13)的成本计算方式进行动态规划建模

$$\begin{aligned} V_t(\tilde{x}_t) &= \min_{\tilde{y}_t \geq \tilde{x}_t} E[\gamma^L c(\tilde{y}_t - \tilde{x}_t) + \\ &\gamma^L \omega(\tilde{y}_t + \beta R[t, t+L] - D[t, t+L]) + \\ &\gamma V_{t+1}(\tilde{x}_{t+1})] \end{aligned} \quad (14)$$

边界条件为 $V_{T+1}(\tilde{x}_{T+1}) = -c \tilde{x}_{T+1}$.

这与 3.1 节中的基础模型在形式上非常相似,差别在于随机变量变成 $D[t, t+L]$ 和 $\varepsilon[t, t+L]$, 这里 $\varepsilon[t, t+L] = \varepsilon_t + \dots + \varepsilon_{t+L}$. 此时,需要

预测的不再是当期的退货数量,而是当期和未来 L 期的退货数量之和,例如在第 t 期的库存决策之前,需要预测第 $t, t+1, \dots, t+L$ 期的退货数量之和. 由于每次做库存决策时,都是只预测当期和未来 L 期的退货数量之和,预测误差服从的随机变量的方差不会随着时期 t 的变化而变化,因此本文认为 $\varepsilon[t, t+L]$ 也是独立同分布的.

定义 F_D 是 $D[t, t+L] - \beta\varepsilon[t, t+L]$ 的累积分布函数. 通过类似的分析,可求解出第 t 期的最优的库存水平为

$$\tilde{S}_t = F_D^{-1} \left(\frac{p - c(1 - \gamma^{1-L})}{p + h} \right) - \beta r[t, t+L] \quad (15)$$

从而每一期的库存决策为

$$q_t = \max \{0, \tilde{S}_t - \tilde{x}_t\} \quad (16)$$

基于考虑退货提前期的库存优化模型做了同样的 5 组实验,实验中以退货提前期 $L = 2$ 为例,得到的结果如表 7 所示. 从表 7 中可以发现,在考虑退货提前期的库存模型中,考虑退货预测在线零售商的总成本相比于企业现有策略平均降低了 12.8%. 这一结果说明,考虑退货提前期的模型拓展,本文的主要结论仍然成立.

表 7 交货提前期($L = 2$)模型下 5 组实验结果对比

Table 7 The results comparison of the five experiments under constant leadtime model ($L = 2$)

实验组别	总成本		成本降低比例(DR)
	考虑退货预测(RF)	企业现有策略(FS)	
1	6 715.75	7 830.61	14.2%
2	7 157.55	8 419.10	15.0%
3	12 536.23	13 752.52	8.8%
4	8 377.57	9 289.20	9.8%
5	6 315.49	7 541.51	16.3%
平均降低百分比			12.8%

注: $DR = \left| \frac{RF - FS}{FS} \right| \times 100\%$

6 结束语

本文探讨了在线零售商在考虑顾客退货情形下的多周期库存管理问题. 提出了一个基于交易数据的退货预测方法并建立了考虑退货预测的库存优化模型. 基于合作的快时尚服装企业的实际数据,本文分析了考虑退货预测对企业成本的影响. 案例分析结果说明,做库存决策时考虑退货预测能给该企业成本带来平均 6.5% 的降低. 本研究的管理学启示主要有两个方面:1) 当对退货量的预测波动较小时,在线零售商在做库存决策时有必要进行退货预测;2) 单位持有成本以及退货产品的再售卖比例越大,退货预测对于企业库存管理的价值越大.

需要说明的是,在本研究中,只聚焦于订货问题,没有考虑产品定价问题,考虑退货预测的订货量与定价同时决策的多阶段问题是未来值得研究的方向. 并且,本文采用的是一种“先预测 - 后决策”的方法,在“决策”部分,通过逆向归纳法来分析库存决策的动态规划模型,并得到了考虑退货预测的最优订货策略以及最优订货数量,后续研究可以考虑设计数据驱动的库存优化方法并分析相关的数据驱动理论结果,这对于解决更复杂的考虑退货预测的库存优化问题非常有意义. 此外,本文只考虑一种退货预测方法,后续研究可以考虑多种退货预测方法加权的组合预测方法,这种预测方法有可能预测效果更好,适用范围更广.

参 考 文 献:

[1] 李延晖, 吴建林, 郭昊. 电子商务环境下考虑退货的选址库存问题模型与算法[J]. 运筹与管理, 2018, 27(1): 63-73.
Li Yanhui, Wu Jianlin, Guo Hao. Model and algorithm for location inventory problem taking returns into consideration in e-commerce[J]. Operations Research and Management Science, 2018, 27(1): 63-73. (in Chinese)

[2] 张霖霖, 姚忠. 考虑顾客退货时在线企业的定价与订货策略[J]. 管理科学学报, 2013, 16(6): 10-21.
Zhang Linlin, Yao Zhong. Pricing and order decisions with customer returns in online retailing[J]. Journal of Management Sciences in China, 2013, 16(6): 10-21. (in Chinese)

[3] 管利娜. S 公司退货逆向物流库存管理研究[D]. 太原: 中北大学, 2021.
Guan Lina. Research on Reverse Logistics Inventory Management of S Company[D]. Taiyuan: North University of China, 2021. (in Chinese)

[4] Qi M, Shi Y, Qi Y, et al. A practical end-to-end inventory management model with deep learning[J]. Management Science, 2023, 69(2): 759–773.

[5] Wang Y, Wang T, Wang X, et al. Data-driven order fulfillment consolidation for online grocery retailing[J]. Informs Journal on Applied Analytics, 2024, 54(3): 211–221.

[6] Chen D, Liang W, Zhou K, et al. Sales forecasting for fashion products considering lost sales[J]. Applied Sciences, 2022, 12(14): 70–81.

[7] 肖进, 刘敦虎, 顾新, 等. 银行客户信用评估动态分类器集成选择模型[J]. 管理科学学报, 2015, 18(3): 114–126.
Xiao Jin, Liu Dunhu, Gu Xin, et al. Dynamic classifier ensemble selection model for bank customer's credit scoring[J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(3): 114–126. (in Chinese)

[8] 代宏砚, 陶家威, 姜海, 等. 大数据驱动的决策范式转变——以个性化 O2O 即时物流调度为例[J]. 管理科学学报, 2023, 26(5): 53–69.
Dai Hongyan, Tao Jiawei, Jiang Hai, et al. Paradigm shift for big data-driven decision making: New paradigm for O2O on-demand logistics[J]. Journal of Management Sciences in China, 2023, 26(5): 53–69. (in Chinese)

[9] Cui H, Rajagopalan S, Ward A R. Predicting product return volume using machine learning methods[J]. European Journal of Operational Research, 2020, 281(3): 612–627.

[10] Geda M, Kwong C K. An MCMC based Bayesian inference approach to parameter estimation of distributed lag models for forecasting used product returns for remanufacturing[J]. Journal of Remanufacturing, 2021, 11(3): 175–194.

[11] 田立平, 孙群, 李文龙. 基于系统动力学的促进废旧家电环保化回收的策略模型[J]. 中国管理科学, 2020, 28(5): 167–175.
Tian Liping, Sun Qun, Li Wenlong. Systems dynamics based strategic model for re recycling used household appliances with environmental protection[J]. Chinese Journal of Management Science, 2020, 28(5): 167–175. (in Chinese)

[12] Shang G, McKie E C, Ferguson M E, et al. Using transactions data to improve consumer returns forecasting[J]. Journal of Operations Management, 2020, 66(3): 326–348.

[13] Feng X, Xie Y, Wang S, et al. Optimal structure of joint inventory-pricing management with dual suppliers and different lead times[J]. Journal of Management Science and Engineering, 2021, 6(1): 1–24.

[14] He S, Zhang J, Zhang J, et al. Production/inventory competition between firms with fixed-proportions co-production systems[J]. European Journal of Operational Research, 2022, 299(2): 497–509.

[15] Schlapp J, Fleischmann M, Sonntag D. Inventory timing: How to serve a stochastic season[J]. Production and Operations Management, 2022, 31(7): 2891–2906.

[16] 王能民, 高丹丹, 高杰. 双渠道供应链中的牛鞭效应分析[J]. 管理科学学报, 2021, 24(7): 66–75.
Wang Nengmin, Gao Dandan, Gao Jie. Analysis of bullwhip effect in a dual-channel supply chain[J]. Journal of Management Sciences in China, 2021, 24(7): 66–75. (in Chinese)

[17] Chaouch B A. Optimal stocking policies for inventory systems with uncertain returns[J]. International Journal of Production Research, 2023, 61(21): 7453–7466.

[18] Hu X, Wan Z, Murthy N N. Dynamic pricing of limited inventories with product returns[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2019, 21(3): 501–518.

[19] Gökbayrak E, Kayış E. Single item periodic review inventory control with sales dependent stochastic return flows[J]. International Journal of Production Economics, 2023, 255: 108699.

[20] 谢瑞真, 张尧. 全渠道零售下考虑退货的库存决策[J]. 中国管理科学, 2023, 31(12): 128–137.
Xie Ruizhen, Zhang Yao. Inventory decision considering returns under omni-channel retailing [J]. Chinese Journal of Management Science, 2023, 31(12): 128–137. (in Chinese)

[21] Ülkü M A, Dailey L C, Yayla-Külli H M. Serving fraudulent consumers? The impact of return policies on retailer's profitability[J]. *Service Science*, 2013, 5(4): 296–309.

[22] 邝云娟, 傅科. 考虑消费者后悔的库存及退货策略研究[J]. *管理科学学报*, 2021, 24(4): 69–85.

Kuang Yunjuan, Fu Ke. Inventory and consumer returns policies under consumers' anticipated regret[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2021, 24(4): 69–85. (in Chinese)

[23] Xu L, Li Y, Govindan K, et al. Consumer returns policies with endogenous deadline and supply chain coordination[J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, 242(1): 88–99.

[24] Difrancesco R M, Huchzermeier A, Schröder D. Optimizing the return window for online fashion retailers with closed-loop refurbishment[J]. *Omega*, 2018, (78): 205–221.

[25] 赵达, 李军, 马丹祥, 等. 随机需求库存-路径问题最优策略及其算法[J]. *管理科学学报*, 2014, 17(5): 14–24.

Zhao Da, Li Jun, Ma Danxiang, et al. Optimal strategy of stochastic demand inventory routing problem and algorithms[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17(5): 14–24. (in Chinese)

[26] Shi Y, Guo X, Yu Y. Dynamic warehouse size planning with demand forecast and contract flexibility[J]. *International Journal of Production Research*, 2018, 56(3): 1313–1325.

[27] Porteus E L. Foundations of Stochastic Inventory Theory[M]. California: Stanford University Press, 2002: 64–72.

[28] Zipkin P H. Foundations of Inventory Management[M]. New York: McGraw-Hill, 2000: 404–408.

Inventory optimization with product return forecasting

YU Yu-gang¹, ZHAO Jun-feng², ZHENG Sheng-ming^{1*}

1. Faculty of Business for Science & Technology, International Institute of Finance, School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;
2. School of Data Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

Abstract: As an important part of both the digital economy and the real economy, online retailing has developed rapidly in recent years. However, the rapid development of online retailing has resulted in serious product return problems for online retailers. The resale of returned products has a great influence on the inventory management of online retailers. This paper studies the inventory optimization problem based on product return forecasting. First, a product return forecasting approach using transaction-level data is proposed, which can effectively predict return quantities for a given future period. Then, a multi-stage inventory optimization model that incorporates product return forecasting is constructed, and the optimal ordering strategy is analyzed using dynamic programming. Finally, the impact of product return forecasting on cost is studied using actual data from a fast fashion apparel company. The numerical results show that incorporating return forecasting can lead to an average cost reduction of 6.5% for the company. Moreover, the value of product return forecasting for inventory management increases as the unit holding cost and the resale proportion of returned products rise.

Key words: transaction-level data; return forecasting; inventory optimization; dynamic programming