

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2026.04.009

# 动态批量与预测时阈：研究现状与展望<sup>①</sup>

慕银平<sup>1</sup>, 靖富营<sup>2\*</sup>

(1. 电子科技大学经济与管理学院, 成都 611731; 2. 天津财经大学管理科学与工程学院, 天津 300222)

**摘要:** 动态批量与预测时阈决策一直是库存管理与生产计划领域理论研究者和企业实践者共同关注的话题. 智能制造、大数据、云计算及人工智能的兴起, 对动态批量与预测时阈决策带来了新的挑战, 也为学术研究提供了新的机会. 文章从动态批量研究、预测时阈研究及两者的交叉研究入手, 系统梳理了动态批量与预测时阈的研究现状和发展趋势, 并进行了详实的述评. 在此基础上, 提出了动态批量与预测时阈决策领域的十大热点研究问题, 并逐一分析了这些研究问题的研究进展, 结合新的经济环境和商业场景提出了今后值得关注的重要研究机会.

**关键词:** 动态批量; 预测时阈; 生产计划; 库存管理

**中图分类号:** F274 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2026)04-0155-22

## 0 引言

生产批量决策作为企业运营的关键问题长期以来都是运营管理领域的关注焦点. 智能制造和个性化消费促使生产的柔性化、定制化的出现, 使得批量决策变得更具挑战性. 早在1913年, Harris<sup>[1]</sup>提出了经济订货批量(economic ordering quantity, EOQ)模型, 运用平方根公式解决了企业的订货批量问题. 因为平方根公式能够较好地平衡订货批量决策中的库存成本和启动成本, 因此被普遍采用以解决成本和需求非时变的订货决策问题. 然而当成本和需求时变时, 利用平方根公式的EOQ模型求得的近似解与最优解误差往往较大. 基于此, Wagner和Whitin<sup>[2]</sup>构建了经济批量模型的动态形式, 即动态批量(dynamic lot size, DLS)模型, 也被称为WW模型. 动态批量模型一个重要的应用前提就是需要分析今后一定时期内的时变需求和成本信息. 在获取这些信息的基础

上, 通过优化方法决策出合理的生产批量. 因此, 应用动态批量模型时首先面临的问题是: 应该分析今后多长时间的时变需求和成本信息? 这一问题被定义为预测时阈(forecast horizon). 更为正式的定义为, 如果周期 $T$ 之后的信息不影响 $1 \sim \tau$ 周期的最优决策, 则整数 $T$ 称为预测时阈,  $\tau$ 称为决策时阈. 如果周期 $T$ 为预测时阈, 则 $T - \tau$ 周期问题中的前 $\tau$ 周期的最优决策与任意更长的 $N - \tau$ 周期问题中的前 $\tau$ 周期的最优决策是相同的,  $N > T$ , 因此没有必要预测周期 $T$ 之后的信息. 预测时阈问题是动态批量决策的关键问题, 也是应用ERP等决策支持系统的先决条件<sup>[3]</sup>. 本文以WW模型为研究起点, 分析了动态批量与预测时阈的研究文献, 对整体的研究现状和趋势进行了深入剖析, 提炼出了10大热点研究问题, 并对这些问题的研究脉络进行了系统梳理, 同时结合最新的经济发展环境和企业应用场景, 提出未来潜在的研究机会.

① 收稿日期: 2021-10-09; 修订日期: 2024-09-07.

基金项目: 国家社会科学基金资助重点项目(23AGL004); 教育部哲学社会科学规划基金资助项目(24YJA630066); 教育部“春晖计划”国际合作交流项目(HZKY20220208); 四川省自然科学基金资助项目(2023NSFSC0516); 重庆市自然科学基金资助项目(CSTB2024NSCQ-MSX0890).

通讯作者: 靖富营(1986—), 男, 河北三河人, 博士, 副教授. Email: fyjing@ctbu.edu.cn.

### 1 研究设计及整体概述

本文选择了从1958年—2024年8月发表在国内外运营管理和运筹优化领域主流学术期刊上的研究文献,进行归纳整理.通过检索“dynamic lot sizing/size”、“forecast/decision/planning horizon”、“动态批量”、“预测时间”等关键词,最终筛选出195篇关于动态批量与预测时间研究的高水平文章,分别来自19种英文期刊和5种中文期刊.各个期刊的发表文章数量分布见图1所示.

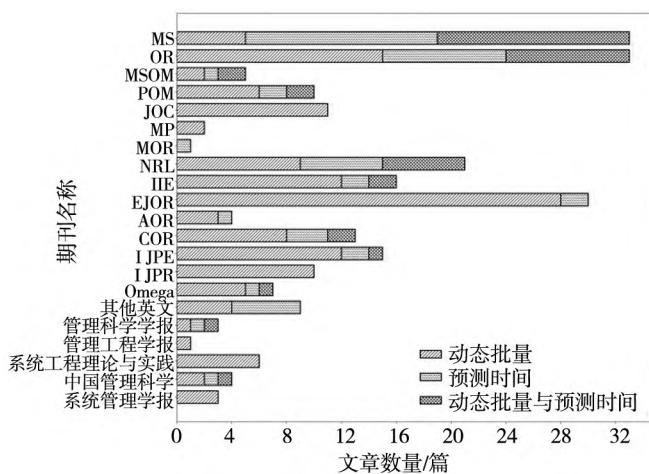


图1 动态批量与预测时间文献发表期刊分布(1958年—2024年8月)  
Fig.1 Journal distribution on the studies of dynamic lot size and forecast horizons (1958—2024-08)

按照使用语言分类:中文15篇,英文180篇.按照文献发表的时间分类,以每10年为时间段,统计1960年—2024年发表的文献数量,如图2所示.

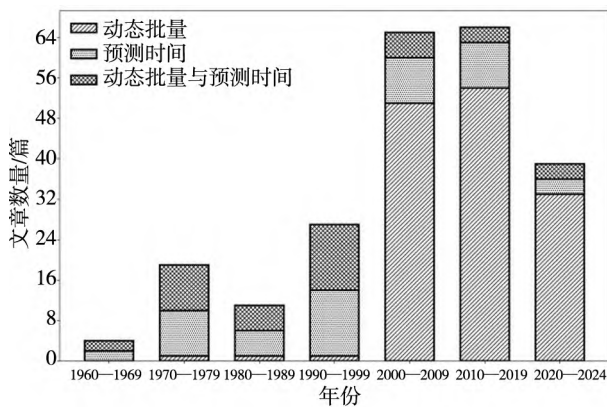


图2 动态批量与预测时间文献发表时段分布(1960年—2024年8月)  
Fig.2 Time distribution on the studies of dynamic lot size and forecast horizons (1960—2024-08)

通过以10年为时间段对文献进行细分可以看出,动态批量与预测时间的研究从1960年—2019年呈现递增的趋势,且在2010年—2019年达到了顶峰.2010年—2019年这10年间动态批量与预测时间问题也是运营管理领域的研究热点.动态批量与预测时间的集成研究大量地出现在1990年—1999年这10年间,这一阶段确定需求下的动态批量与预测时间集成理论趋于成熟.2000年—2019年,动态批量与预测时间的应用研究得到了极大的发展,除了传统的如机器设备更换问题<sup>[4,5]</sup>,能力扩张问题<sup>[6,7]</sup>,现金流管理问题<sup>[8,9]</sup>等,也拓展到了更为一般的具有动态优化特征的研究领域,如马尔科夫完美均衡问题<sup>[10]</sup>,水库实时调度问题<sup>[11-14]</sup>等.

下面分别从动态批量、动态批量与预测时间集成两个方面进行进一步的分析.

#### 1.1 动态批量研究概述

以10年为时间段,统计发表在顶级期刊(UTD,下同)的动态批量文献,如图3所示.

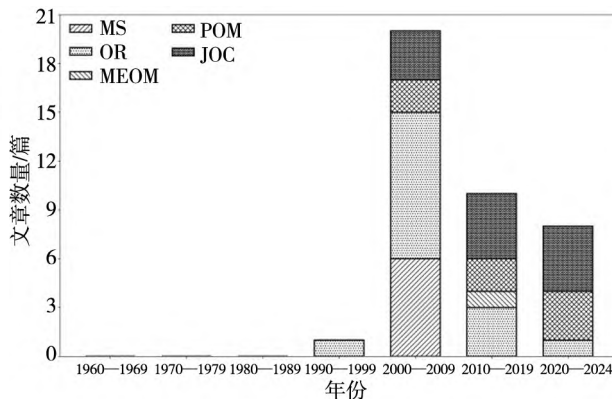


图3 动态批量文献发表时段与期刊分布(1960年—2024年8月)  
Fig.3 Journal and time distribution on the studies of dynamic lot size (1960—2024-08)

通过以10年为时间段对文献进行细分可以看出,动态批量问题的研究在2000年—2009年达到了顶峰,这一点从发表在顶级期刊的文献数量与顶级期刊的分布范围也可以看出.这一阶段涌现了大量有价值的研究成果,多产品动态批量和生产能力约束的动态批量是这一时期的两大研究主题.这两类研究的核心是设计高效算法,主要包括动态规划算法和启发式算法.从1980年—1999年和2000年—2019年两个时间段发表在顶级期刊的文献数量可以看出,多产品和生产能力

约束这两个研究主题始终是研究的热点,且在最近20年中呈现出与其它主题相结合的趋势,如需求时间窗的动态批量决策,动态批量生产和定价联合决策和多级动态批量决策等,大量出现在顶级期刊上.需要说明的是1960年—1989年这30年间,也有大量动态批量问题的研究发表在MS与OR上,但因精简篇幅的需要,没有将这些历史文献进行统计.

通过对最近20年发表在顶级期刊上的动态批量文献的研究主题进行统计分析,发现2000年—2009年和2010年—2019年两个时间段的研究主题有明显的不同(图4).2000年—2009年重点研究的易逝品动态批量决策、需求带时间窗的动态批量决策、闭环制造的动态批量决策、库存约束的动态批量决策和生产与定价联合的动态批量决策都没有出现在2010年—2019年的顶级期刊上.2010年—2019年间学者重点关注的动态批量问题的研究方向主要有:多决策主体的动态批量决策、生产转换下多产品动态批量决策、启动成本具有学习效应的动态批量决策.研究发现,多级动态批量决策与能力约束下的多产品动态批量决策始终是近20年来研究的热点问题,前后两个10年间都有关于此问题的研究发表在顶级期刊上.而且,近年来发表在顶级期刊上的动态批量决策研究的主题也是多级动态批量决策与能力约束下的多产品动态批量决策.另外,最近两

年(2022年9月—2024年8月)学者关注的方向如下:Kajjoun等<sup>[15]</sup>研究了企业存在资金约束与融资选择情形以及商业信贷约束下的动态批量与融资集成优化问题. Engebretsen和Dauzère-Pérès<sup>[17]</sup>分析了单一运输模式与多种运输模式下的动态批量问题,研究了不同运输策略的适用性问题,而Tamssaouet等<sup>[18]</sup>分析了在多种运输模式情形下多种易碎品的动态批量运输问题.在生产能力与库存能力约束及考虑定价决策情形下,多级与多产品动态批量问题的近似算法设计问题也引起了学者的关注<sup>[19-23]</sup>. Quezada等<sup>[24]</sup>引入随机对偶整数规划方法解决了随机需求下的单级单产品动态批量问题,在此基础上,Thevenin等<sup>[25]</sup>运用随机对偶动态规划求解了多级单产品动态批量问题. Heuvel等<sup>[26]</sup>运用有效不等式方法设计了一类有效算法,分析了多主体多目标动态批量问题,而Feng等<sup>[27]</sup>在异质性消费者行为下研究了多个企业库存与横向转运决策的纳什均衡问题.另外,针对能力匹配、不确定需求与采购价格、资源配给下的动态批量决策问题,也有学者分别运用鲁棒优化、在线优化、嵌套分割等方法加以解决<sup>[28-30]</sup>.由以上文献分析可以得出,多级动态批量决策和多主体联动的动态批量决策将是未来动态批量研究的重要机会,尤其应重点关注两个研究方向的交叉研究.

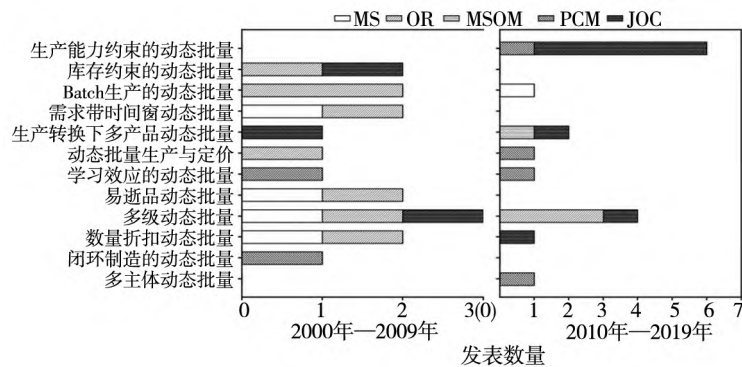


图4 2000年—2019年动态批量文献发表主题与期刊分布

Fig.4 Journal and subject distribution on the studies of dynamic lot size (2000—2019)

以上概述的动态批量文献大多是问题驱动型,即文献往往聚焦于解决某一现实生产中遇到的问题,如多级动态批量问题,易逝品动态批量问题,多主体动态批量问题等.在新的经济环境下,

新的消费方式和新的生产方式,又催生了诸多新的问题,如共享经济背景下的能力共享动态批量决策问题,个性化消费方式下的个性化定制动态批量决策问题,智能制造与3D打印制造方式下

的动态批量决策问题,解决这些新背景下的新问题是未来重要的研究机会.

### 1.2 动态批量与预测时阈研究概述

关于动态批量与预测时阈的集成优化是在设计算法求解最优批量的基础上进行的,换言之,设计高效算法求解最优批量仅仅是企业决策的第一步,第二步是分析并给出有效的预测时阈.相比于动态批量问题的研究,预测时阈的研究难度更大,这也导致了预测时阈研究的文献数量相对较少.本文分析的文献中,集成优化动态批量和预测时阈决策的代表性文献为 41 篇.

以 20 年为时间段,对动态批量与预测时阈的研究进行统计分析,如图 5 所示. 1958 年—1999 年发表在 MS 和 OR 上的动态批量与预测时阈集成的研究有如下特征:1) 单一产品;2) 固定—线性生产成本函数和线性库存成本函数;3) 动态规划方法. 众多学者经过 40 年的努力奠定了预测时阈研究的经典理论和方法,应用动态规划方法求解单一产品在固定—线性和线性成本函数下的预测时阈问题已经非常成熟. 最近 20 年主要是对前 40 年的研究方法和假设进行突破性创新,这一点从近期发表在顶级期刊的两篇文献也可以得到证实,如 2007 年发表在 OR 的文献开拓了整数规划这一新方法求解预测时阈问题,2009 年发表在 MSOM 的文献在一般性凸函数成本结构情形下给出了预测时阈的闭式解. 最近两年学者关注的动态批量与预测时阈集成优化研究的文献中,Forel 和 Grunow<sup>[31]</sup>探讨了随机动态批量问题中的预测时阈与滚动时阈问题,这一重要工作发表在 2023 年的 POM 上. 由此可见,在预测时阈的基础上进一步分析滚动时阈是未来预测时阈研究的重要方向.

正如前文所述,分析预测时阈是建立在求解最优批量的基础上,相比于动态批量决策的研究,预测时阈的研究难度更大. 新的动态批量决策问题的出现也意味着预测时阈问题随之而来,如能力共享情形下的动态批量与预测时阈集成优化问题,个性化定制情形下的动态批量与预测时阈集

成优化问题,智能制造与 3D 打印制造方式下的动态批量与预测时阈集成优化问题等. 分析新情景下的动态批量预测时阈问题也是未来重要的研究机会.

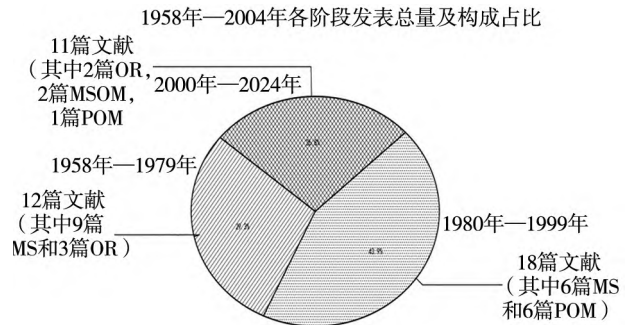


图 5 动态批量与预测时阈集成研究文献数量与期刊分布

Fig. 5 Journal and quantity distribution on the studies of forecast horizons in dynamic lot size

## 2 研究问题与机会

根据对动态批量与预测时阈的研究主题进行分析,提出十大类热点问题:1) 存在运作变量约束的动态批量与预测时阈问题;2) 存在需求约束的动态批量与预测时阈问题;3) 多产品动态批量与预测时阈问题;4) 生产与定价联合的动态批量与预测时阈问题;5) 具有学习效应的动态批量与预测时阈问题;6) 易逝品动态批量与预测时阈问题;7) 多级动态批量与预测时阈问题;8) 数量折扣的动态批量与预测时阈问题;9) 闭环制造的动态批量与预测时阈问题;10) 多主体动态批量与预测时阈问题. 以上大类问题是近年来企业生产运营过程中遇到的主要问题,也是企业亟需解决的关键问题. 正是因为企业有真实存在的难题需要解决,因此以上十类问题也是近 20 年来动态批量问题的研究热点,高频次地出现在国际顶级期刊上. 本文根据是否有预测时阈分析以及(单位)生产成本是否时变,将这十类问题的研究文献归纳如表 1 所示. 下面将对上述归纳的十大类热点问题分别进行深入地分析与评述,并结合新的应用场景提出未来的研究机会.

表1 十大研究热点文献数量统计

Table 1 Quantity statistics of literature on ten research hotspots

研究热点	动态批量		动态批量与预测时阈	
	单位成本非时变	单位成本时变	单位成本非时变	单位成本时变
1	4	25	4	1
2	4	13	3	3
3	6	12	2	1
4	0	10	0	1
5	4	1	2	1
6	0	8	0	1
7	2	20	2	1
8	0	4	0	0
9	3	13	0	0
10	1	6	0	0

## 2.1 存在运作变量约束的动态批量与预测时阈研究

### 2.1.1 动态批量研究

生产能力约束. 企业实际生产运营中, 往往存在生产能力有限的情况<sup>[32-35]</sup>. 然而, 有关生产能力约束下的动态批量问题的研究, 大都没有考虑多个企业产能共享的现象, 而在信息技术的推动下产能共享已相当普遍, 因此在未来的研究中, 对产能共享的生产能力约束的动态批量问题应予以重点关注.

最小采购批量约束. 由于企业在生产或采购活动中存在高额的启动成本, 为了实现规模经济性, 企业在生产和采购中通常设定最小批量<sup>[36-38]</sup>. 与生产能力上限约束相对应, 最小生产批量约束是生产能力下限约束. 目前关于最小生产批量约束下的动态批量问题的研究并没有考虑生产外包与需求延迟的情形. 另外, 有关多产品最小采购批量约束下的动态批量问题研究大都假定每一种产品对应一个最小采购批量约束的情形, 而没有研究多产品联合最小采购批量约束情形. 因此, 最小采购批量约束的动态批量问题的研究, 进一步可以增加现实情形约束以得出更加符合企业运作实际的结果.

库存能力约束. 在企业生产实践中, 不仅存在生产能力约束, 还广泛存在着库存能力约束, 尤其是生产对温度有较高要求的产品(如易逝品或易腐品等)的企业面临的库存能力约束更为明显<sup>[39-46]</sup>. 与生产能力约束下的动态批量问题的研

究类似, 库存能力约束下的动态批量问题也没有考虑仓储能力共享的情形, 而云仓储的出现将极大的推动仓储能力共享. 因此, 研究仓储能力共享情形下存在库存能力约束的动态批量问题将是未来重要的研究机会.

Batch 生产方式约束. 从生产的规模经济角度考量, 企业通常会选择 Batch 生产方式, 而不选择生产任意非负整数的产品数量<sup>[47-53]</sup>. 目前, Batch 生产方式下的动态批量问题的研究大多聚焦于单产品情形, 没有考虑多产品情形, 也没有考虑存在其他约束条件的联合约束情形. 因此, 在多产品生产情形下, 且每一种产品的生产基准批量各不相同, 同时存在其他约束条件(如产能约束、仓储约束等), 如何制定最优的生产与库存计划是未来这类研究拓展的方向.

### 2.1.2 动态批量与预测时阈

存在运作变量约束的动态批量与预测时阈集成研究的文献比较丰富<sup>[54-61]</sup>. 然而, 这类研究大多是在单位生产成本非时变情形下进行的, 在未来的研究中可以重点考虑单位生产成本时变情形下的预测时阈的存在性及其充分条件. 另外, 在能力共享情形下研究存在运作变量约束的预测时阈问题也是未来重要的研究机会.

### 2.1.3 研究机会

1) 产能共享情形下的动态批量与预测时阈研究

伴随着共享经济理念在消费端的逐渐成熟, 生产制造领域也开始出现制造产能共享, 并成为

制造业深入推进供给侧结构性改革和拥抱新发展理念的最新尝试。共享经济模式向制造领域的深入渗透、全面融合以及再次创新,形成了制造业产能共享的新模式。相比于产能约束,产能共享使得企业的运作柔性增加,因此,企业在产能共享下的动态批量与预测时阈决策更为复杂。决策的复杂性主要体现在不仅要决策出生产与库存数量,同时还要决策出每一周期从市场上租赁多少产能与出租多少产能,产能租入与租出和产品生产与库存数量的即时协同增加了企业生产运作的复杂性<sup>[62]</sup>。因此,在产能共享模式下企业动态批量与预测时阈问题的研究是未来重要的研究机会。

### 2) 云仓储情形下的动态批量与预测时阈研究

云仓库的发展引发了新的决策挑战。例如,如何进行合理的库存供需匹配,从而有效降低库存成本和提高服务水平是云仓储管理平台重点解决的问题<sup>[63]</sup>。另外,仓储存在机会成本,当某个仓库接受了某个时间段的仓储需求,那么这个时间段便不能再接受其它的仓储需求。因此,在存在机会成本的情形下,云仓储平台如何对仓容进行有效分配进而获取最大收益是未来动态批量与预测时阈研究的重要机会。

### 3) 平台采购情形下的动态批量与预测时阈研究

对于采购平台来讲,将面临更为复杂的批量决策问题。如,采购平台为了实现规模经济性将会对企业的采购订单进行分类整合,当达到一定采购数量或一定的金额后再进行采购与配送,而配送也是采用 Batch 运输方式。因此,在平台采购情形下的动态批量问题集成了最小采购批量约束与 Batch 运输方式约束。另外,平台采购方式还需考虑每一个企业订单数量与金额的不同而设计不同的采购价格和折扣。因此,集成了多重约束的平台采购的动态批量与预测时阈研究是未来的研究重点<sup>[64]</sup>。

## 2.2 存在需求约束的动态批量与预测时阈研究

### 2.2.1 动态批量

需求延迟与需求损失约束。相比于需求损失,企业更多的会选择需求延迟策略以平衡成本和服

务水平,因此有大量的文献研究允许需求延迟的动态批量问题<sup>[65, 66]</sup>。需求损失是缺货不补,需求延迟需要之后将缺货补上,因此也可以将需求损失看作需求延迟的一种特殊情形。尽管需求约束的动态批量问题的研究涌现出了大量有价值的成果<sup>[67, 77]</sup>,但围绕当下出现的新现象仍然存在很大的研究空间,如需求的学习效应、个性化需求等,这些都是今后需求约束的动态批量问题研究应予以重点关注的方向。

需求时间窗约束。在经典的动态批量模型中有一个基本的假设,即企业面临的某一周期的需求是一个加总的需求,没有考虑需求的宽限期。在企业的实际运作中,客户的需求往往存在一个宽限期,也即需求时间窗,满足在时间窗内的需求不产生库存和延迟成本,时间窗不同的需求不能加总<sup>[78-82]</sup>。有关需求带时间窗的动态批量问题的研究拓展了动态批量问题的研究范围,得出了大量有意义的研究结果。但是大部分研究都是在非时变单位生产成本和无投机性动机成本的条件下展开的,在单位生产成本无条件时变情形下研究需求带时间窗的动态批量问题的文献非常少,且尚未有文献对需求带时间窗的预测时阈问题进行分析。在今后的研究中,设计高效算法解决复杂情形下的需求带时间窗的动态批量与预测时阈问题将是非常有意义的研究。

### 2.2.2 动态批量与预测时阈

需求延迟情形下的动态批量和预测时阈问题研究是学者们早期重点关注的方向,产生了许多有价值的理论成果。关于需求损失情形下的动态批量与预测时阈集成的研究比较少见。总体来看,关于需求延迟和损失下的动态批量与预测时阈问题的研究通常都是在比较严格的假设条件下进行的,并没有考虑许多现实条件的约束<sup>[83-90]</sup>。当然,这些研究得出的理论结果为后续研究现实情形下的动态批量和预测时阈集成问题打下了坚实基础。

### 2.2.3 研究机会

1) 需求参数未知情形下的动态批量与预测时阈研究

在现有的动态批量优化问题中都假设企业能够从历史数据中推断出未来周期的需求情况,但

是在很多实际情形中,往往缺乏有效的历史需求数据.因此,需求参数具有不确定性,而尝试积累数据的过程有可能会对未来的决策效果产生影响.另外,消费者的需求会随着时间和外部环境等因素而改变.上述情形下,关键的问题是如何能够获得动态的决策方案使其可以在决策过程中积累最有用的需求数据,从而对模型有更为精准的把握,同时在整个过程中获得整体的最优回报,并且可以适应环境的不断变化<sup>[91-93]</sup>.这类问题极具挑战性而又具有重要的实际意义,是动态批量与预测时阈决策领域未来重要的研究方向.

## 2) 个性化定制情形下的动态批量与预测时阈研究

个性化消费促使企业定制化生产的出现,同时标准化产品也为大量追求性价比的顾客所选择.这导致企业既要生产定制化产品满足消费者个性化的需求,又要生产标准化产品满足消费者常规性的需求.标准化产品的生产是大批量生产模式,而定制化产品的生产通常采用小批量甚至单件生产模式.当企业同时生产这两类产品时需要对大批量和小批量两种生产模式进行动态化协同,这为生产批量与库存批量决策带来了挑战.由于两种生产模式需要协同优化,使得预测时阈决策较单一生产模式情形更为复杂.因此,同时存在个性化定制与常规化生产的动态批量与预测时阈决策问题在未来将具有重要的研究价值.

## 2.3 多产品动态批量与预测时阈研究

### 2.3.1 动态批量

独立性多产品情形多产品的库存管理问题一直是企业面临的难题<sup>[94-103]</sup>,而多产品之间的替代性、互补性进一步加剧了库存管理的难度.但有关多产品动态批量问题的研究大都是在产品独立的情形下展开的,并没有考虑产品之间的替代性、互补性等.另外,在企业多产品库存管理实践中引入新的销售形式(如销售盲盒),也是一种有效的多产品库存管理方式,从需求端引导客户购买企业想要售出的产品类型,进而实现供需匹配,降低产品库存成本,这些问题都非常值得进一步深入研究.

替代性多产品情形具有替代性多产品动态批量问题是由相互独立的多产品动态批量问题发展

而来的.早期的多产品动态批量问题重点研究联合生产(采购)问题,往往假设产品之间是相互独立的.而这一假设越来越不符合企业生产的现实情况,因而产品(需求)替代对生产运营决策的影响越来越受到学术界和企业界的关注<sup>[104-111]</sup>.关于替代性多产品动态批量问题的研究关注了产品之间的替代性,构造了不同形式的多产品替代形式,如单向替代、双向替代及混合替代等,研究得出了许多有益的成果和重要的管理启示.但是,多种产品之间不仅有替代性,还存在互补性,还有人人为地将两种或多种产品捆绑在一起的捆绑销售,这也导致本来相互独立的产品有了一定的关联性.因此,探讨更多关联形式的多产品动态批量问题是今后值得发掘的方向.

### 2.3.2 动态批量与预测时阈

在多产品动态批量问题下研究预测时阈的文献比较少<sup>[112-115]</sup>,主要是集中在仅存在两种产品的情形,而关于多产品情形下预测时阈的分析也是在持有成本没有投机性动机的假设下进行的.多产品动态批量问题往往很难设计有效的算法进行求解,因此设计高效的启发式算法是求解这类问题的主要途径.更进一步来讲,在近似解下分析多产品动态批量预测时阈问题也是未来拓展研究的重要方向.

### 2.3.3 研究机会

#### 1) 基于概率销售的动态批量与预测时阈研究

概率销售即销售商在销售过程中,基于两种以上的实物产品设计出一种概率产品,凡是购买了该概率产品的顾客将以一定的概率获得某种实物产品.采用这种销售模式的好处在于有效地刺激了那些在意产品价格甚于产品款式的顾客需求.概率销售通过利用价格敏感性顾客的产品需求与企业的生产与库存进行完美匹配,达到减少库存(清库存)和促进销售的目的,但同时会导致一些原打算以正常价格购买正常产品的顾客转向概率产品,对产品的正常销售产生了一定程度的竞争,这种(正负)双重效应将给生产与库存决策带来一定的挑战.因此,对于产品概率销售与生产/库存动态批量和预测时阈的集成优化问题的研究在未来应予以更多关注.

## 2) 关联性多产品的动态批量与预测时阈研究

多产品动态批量问题的研究主要集中在产品之间的独立或相互替代性关系,而关联性多产品(如互补性产品、捆绑销售多产品等)的动态批量问题的研究目前还基本处于空白状态.飞机、汽车和手机等产品是由大量零部件组装生产而成,而这些零部件是一种互补关系,缺少任何一种部件都无法生产出可以交付使用的产品.另外,互补产品的动态批量决策也天然地与多级动态批量问题和(非)合作博弈动态批量问题交织在一起,大大增加了互补产品动态批量决策的难度.多产品之间的关联性使得在做批量决策时不能简单地将多产品划分为多个独立单产品的组合,而必须考虑产品之间的互补性、捆绑销售等因素对批量决策的影响,从而使得动态批量和预测时阈决策变得比较复杂.因此,对于关联性多产品的批量决策与预测时阈问题在未来的研究中应重点考虑.

### 2.4 生产与定价联合的动态批量与预测时阈研究

#### 2.4.1 动态批量

在生产与定价的联合决策问题中,产品需求不再外生,而是依赖于产品价格,是产品价格的减函数.另外,区别于生产决策中以成本最小化为目标,生产与定价联合决策问题是以利润最大为决策目标.因此,生产与定价联合决策问题的研究将生产运作管理与市场营销两个相互独立的研究领域合二为一,得出对企业更加实用和有意义的结果<sup>[116-122]</sup>.生产与定价联合决策的动态批量的研究是动态批量问题极为重要的研究方向,因为这一研究将生产计划与收益管理纳入统一的框架中进行分析,具有重要的理论与现实意义.目前关于生产与定价联合决策的动态批量问题的研究拓宽了动态批量研究的边界,做出了重要的理论贡献,但也存在一些局限性,如仅考虑了需求确定的情形.因此,未来针对这类研究需要考虑现实情境进一步放松假设条件,如考虑随机需求下的动态定价情形和电子商务平台推出的新的定价模式等.

#### 2.4.2 动态批量与预测时阈

关于生产批量与定价联合决策与预测时阈的研究非常少.运用 Eppen 等<sup>[60]</sup>提出的边际成本分析方法,Thomas 等<sup>[123]</sup>在生产与定价联合决策下

给出了求解预测时阈的充分条件,但该文只给出了研究思路,并没有给出严格的理论证明.因此,在今后研究中,探讨各种情景下的生产批量与动态定价联合决策的预测时阈问题并给出严格的理论证明将是非常有意义的工作.

#### 2.4.3 研究机会

##### 1) 基于动态定价的动态批量与预测时阈研究

对企业来讲,动态定价可以增加销售机会,更好的满足消费者需求.动态定价的核心逻辑是基于供需关系的调整策略,在成本相对稳定的前提下,动态定价可以有效的平衡需求量与收益.例如,大型零售电商平台(如京东)普遍实施的保价机制在吸引消费者和维护消费者权益方面极为重要,但保价机制的实施也增加了企业动态批量与预测时阈决策的挑战性,这是因为在保价周期内的商品价格是相互关联的,在设定当前的产品最优价格时还需要考虑之前的产品价格.如何基于产品的生产/库存批量进行动态定价和最优保价周期设定,以及对于保价周期内的商品如何进行生产/库存动态批量与预测时阈集成决策,这些都是此类研究的热点和难点.因此,在动态定价情形下研究动态批量与预测时阈决策是未来重要的研究机会.

##### 2) 先用后付模式下的动态批量与预测时阈研究

先用后付指在不付款情况下可提前享用产品或服务,使用完后再付款,是平台的最新营销工具.先用后付模式在营销上给企业带来好处的同时也给后端的运营带来了较大的压力.主要体现在退换货的增加,增加了企业的生产与库存计划难度,进一步导致了运营成本增加.先用后付模式导致的退换货随机性增加了企业生产/库存批量和定价决策的难度,同时也对预测时阈的决策带来了挑战.因此,在先用后付模式下进行定价与生产(采购)批量联合决策是动态批量与预测时阈问题拓展研究的重要方向.

### 2.5 具有学习效应的动态批量与预测时阈研究

#### 2.5.1 动态批量

生产启动的学习效应是指生产启动成本随着启动次数的增加而降低的现象.出现这种现象源

于工人在生产启动上的学习和生产启动方法的改进. 目前为止, 关于具有学习效应的动态批量问题的研究主要聚焦于生产启动成本的学习效应<sup>[124-126]</sup>, 也即生产启动成本随着启动次数的增加而降低, 这是一种比较低级形态的学习效应. 随着新技术的兴起与应用, 学习效应也将逐渐地过渡到高级形态—智能制造. 另外, 以上具有学习效应的动态批量问题是在二、三十年前做出的成果, 当时平台型企业尚未产生足够大的影响, 因此这些研究关注的是生产制造型企业中的学习效应. 而现在平台型企业已经影响到人们生活的方方面面, 因此, 今后的研究也应关注平台型企业中的学习效应对动态批量与预测时阈决策的影响.

### 2.5.2 动态批量与预测时阈

考虑学习效应的动态批量问题的研究重点聚焦于算法的设计与优化, 而没有涉及预测时阈的分析. 具有学习效应的动态批量与预测时阈问题的研究文献仅考虑了生产启动成本的学习效应, 且没有考虑生产启动成本的时变性, 也即是每一周期的生产启动成本仅依赖于启动的次数<sup>[127-130]</sup>. 因此, 今后的拓展研究可以考虑生产启动成本的学习效应与学习效应的时变性, 这将是具有创新性和实际意义的工作.

### 2.5.3 研究机会

#### 1) 基于智能制造的动态批量与预测时阈研究

智能制造使得生产柔性大幅度提升, 多品种、小批量的生产方式得以实现, 但也产生了生产线的频繁切换以及通用件与特殊件生产调度的难题, 因此智能制造环境下的动态批量和预测时阈问题将会产生新的研究课题. 另外, 智能制造需要实现高水平的人机协同, 由此产生的人机协同条件下的动态批量和预测时阈决策问题也非常值得探索. 因此, 智能制造背景下的动态批量与预测时阈决策为今后的研究提供了重要的机会.

#### 2) 考虑学习效应的制造平台的动态批量与预测时阈研究

大量的制造平台已经或即将出现于各个行业领域. 此类制造平台的特征是拥有海量数据. 因而, 如何有效的利用这些数据, 通过学习效应实现生产批量与需求的完美匹配是这些制造平台需要

解决的问题. 因此, 考虑学习效应的制造平台的动态批量与预测时阈研究将是未来重要的研究机会.

## 2.6 易逝品动态批量与预测时阈研究

### 2.6.1 动态批量

由于易逝品在企业生产和人们生活中的普遍性与重要性, 易逝品的生产(采购)和库存管理问题不仅在业界受到持续关注, 而且也一直是学术界研究的热点问题<sup>[131-135]</sup>. 当前关于易逝品动态批量问题的研究文献重点关注了产品本身的腐败变质风险, 这类风险在模型的刻画中得到了很好的体现, 但是忽略了易逝品经销过程中产生的其他风险, 例如产品召回风险. 另外, 有关易逝品动态批量问题的研究文献大都假设产品需求的外生性, 而没有考虑价格对易逝品需求的影响, 这并不符合现实情况. 因此, 研究易逝品库存与定价联合决策是未来重要的拓展方向, 收益管理领域的研究思想和方法将为此类问题的研究提供良好的借鉴.

### 2.6.2 动态批量与预测时阈

由于易逝品动态批量问题中的零库存性质在单位生产成本时变情形下将不再成立, 因此易逝品动态批量预测时阈问题引起了部分学者的兴趣, 对这类问题展开了有意义的探索. 然而, 现有的研究仅给出了易逝品动态批量预测时阈问题解的充分条件, 且此条件颇为严格. 因此, 今后的拓展研究可以重点探讨易逝品动态批量预测时阈问题解的充要条件.

### 2.6.3 研究机会

#### 1) 基于多主体风险特征的易逝品动态批量与预测时阈研究

易逝品从生产制作完成到最终消费者往往会经历多个主体(如制造商、分销商、零售商等), 而各主体往往具有不同的风险特征. 根据不同的风险需要建立有针对性的风险防控措施, 将抵御风险机制纳入批量决策将大大增加决策的复杂性. 另外, 上游主体出现的安全风险问题导致产品召回, 使得下游主体也会产生相应的成本, 此时上游主体如何对下游主体因产品召回产生的成本进行分摊. 因此, 在多主体不同风险特征情形下研究易逝品动态批量与预测时阈决策将是今后重要的研

究方向<sup>[136]</sup>.

## 2) 顾客自主定价模式下的易逝品动态批量与预测时阈研究

自主定价模式最早应用于酒店、机票等易逝品预订,如 Priceline 网站就是采用自主定价的商业模式而大获成功.近年来,随着网络平台的快速发展,此定价模式也蔓延到了电商百货行业,如 Theorem 购物网站和“好价由你定”电商平台.在电商普及的时代,自主定价模式给了消费者参与定价的权利,既能精准定位用户需求、找准用户期待价格,也让消费者体验到了购物的自主性和趣味性,从而会极大的促进销售.另一方面,对于过期即无价值的易逝品销售电商来说,将是一种很好的处理库存增加价值的机会.但自主定价模式也增加了电商平台决策的复杂度.电商平台需要考虑顾客出价的大小、数量,同时结合产品的库存和补货策略,确定最终的销售决策.因此,在顾客自主定价模式下研究电商平台关于易逝品的动态补货与库存批量决策,今后将具有重要的研究意义.

## 2.7 多级动态批量与预测时阈研究

### 2.7.1 动态批量

多级情形下的动态批量决策问题类似于集中化供应链决策问题.关于多级动态批量问题的研究呈现出了多种视角,每一视角下都产生了很多重要的理论与应用成果<sup>[137-159]</sup>.然而,这些研究大都暗含了这样一个假设,即每一级生产都采用大批量模式,而没有考虑现实中的某一级采取小批量定制化生产方式的情形下,如何协调优化多级生产问题.另外,网络零售渠道下的多级动态批量问题也为未来研究线上/线下双渠道或多渠道下多级动态批量问题提供了良好的视角.

### 2.7.2 动态批量与预测时阈

多级动态批量与预测时阈问题的研究,目前仅有少数几篇文献进行了初步探索<sup>[160-162]</sup>.这几篇多级动态批量预测时阈问题的研究文献均是在基础的多级动态批量问题上进行的,没有考虑生产能力约束、库存能力约束、Batch 运输等实际条件.因此在实际情形约束下的多级动态批量预测时阈问题的研究需要在今后的研究中进行突破.

### 2.7.3 研究机会

#### 1) 存在3D打印的多级动态批量与预测时阈研究

3D 打印正逐渐取代传统工艺,成为制造需求量低或价格昂贵的备用零部件的最佳解决方案.相比传统大规模生产,由于生产流程大幅简化,制造成本可以大幅降低,且不需要准备最低备货量,一定程度降低零部件的库存压力.3D 打印可能存在于产品制造多环节的任何一环,当某一环节采用3D 打印时,相对于其它环节的大批量制造,这一环节的产出量相对较小.因此,如何实现分散在各环节的传统大批量制造与3D 打印环节小批量制造之间的有机协调是此类生产批量决策问题的难点.因此,当存在3D 打印制造环节的情况下,多级协同的动态批量与预测时阈问题非常值得今后深入研究.

#### 2) 存在多销售渠道的动态批量与预测时阈研究

随着电子商务的持续发展,使得众多的企业开始在传统零售渠道的基础上,致力于网络渠道的建立与发展.在多渠道的情形下,传统的动态批量与预测时阈决策将发生改变.如,不同渠道的销售模式不同、成本结构不同等,导致各个渠道的批量决策存在差异.同时各个渠道之间需要高效协同,以实现规模经济性.因此,如何决策最优的动态批量和预测时阈以实现多渠道协调将是非常值得研究的问题.同时,多渠道情形下预测时阈的存在性及存在条件也是今后重要的研究问题.

## 2.8 数量折扣的动态批量与预测时阈研究

### 2.8.1 动态批量

在企业的采购实践中往往会遇到如下情形:采购的数量不同,上游供货商给予的折扣也不同.因此,存在数量折扣时如何制定最优的采购与库存计划引起了多位学者的关注<sup>[163-166]</sup>.关于折扣情形下的动态批量问题的研究,目前主要聚焦于数量折扣的情形,如全数量折扣、增量折扣和改进的全数量折扣等,这些研究拓展了动态批量问题的研究视角,得出了有意义的理论结果和管理启示.但在实际运作中,折扣的方式多种多样,不仅局限于数量折扣这一种,且企业还会采用多种折扣方式的组合,另外,在双渠道销售中还在线

上/线下多折扣协同的情形. 因此, 未来可以将多种折扣方式纳入统一的模型, 研究组合折扣方式下的动态批量问题, 将会非常有意义.

### 2.8.2 动态批量与预测时阈

在数量折扣的动态批量问题研究中, 学者聚焦于设计有效算法求解模型, 而没有探讨这类动态批量问题的预测时阈的存在性及存在的充分条件<sup>[167-169]</sup>. 因此, 在全数量折扣与改进的全数量折扣情形下研究动态批量决策及预测时阈的充分条件将是非常有价值的.

### 2.8.3 研究机会

1) 多种折扣(组合)模式下的动态批量与预测时阈研究

折扣促销手段被电商平台广泛使用, 除了数量折扣、价格折扣、功能折扣和季节折扣, 电商平台还采用如下折扣模式: 特价、满减、满件折、买赠、换购、套装、限时购、预售等. 对于以上多种折扣模式下动态批量决策及预测时阈问题的分析需要新的思路. 优化算法的设计与预测时阈的存在性分析是电商平台折扣情境下动态批量决策的重要研究方向. 而对于某些折扣模式下被证明为 NP-难问题的动态批量问题, 设计多项式时间的有效近似算法, 并进一步基于近似算法求解预测时阈也是未来此类问题的研究机会. 另外, 文献<sup>[170]</sup>提出的整数规划方法是一种全新的求解预测时阈的视角, 整数规划方法是解决复杂现实情形下预测时阈问题的一种有力工具. 因此应用整数规划方法求解电商平台多种折扣模式下的动态批量和预测时阈问题也是未来值得研究的方向.

2) 线上线下全渠道多折扣协同的动态批量与预测时阈研究

随着消费水平的提升和市场竞争的加剧, 全渠道销售场景在零售市场中逐渐普及. 在线上线下全渠道销售过程中, 企业将面临这样一些问题, 线上线下采取同样的折扣组合方式还是不同的折扣组合方式, 哪一种方式能够更好地协调渠道, 为企业带来更高的利润? 另外, 随着线上线下的融合, 线上购买线下提货的模式也越来越普遍. 这些问题都会对企业的生产批量及线上线下的采购/库存批量和预测时阈决策产生影响. 因此, 如何协同全渠道的多种折扣模式, 及在多折扣模式下进

行生产/采购/库存批量和预测时阈决策都是值得今后重点研究的方向.

## 2.9 闭环制造的动态批量与预测时阈研究

### 2.9.1 动态批量

对产品进行回收和再制造, 能够有效地降低资源消耗和环境污染, 提高资源利用率. 在低碳经济背景下, 企业开始重视产品使用后的回收、库存与再制造等问题. 近期, 闭环制造的动态批量问题受到了很多学者的关注, 也涌现出了一批有价值的成果, 是动态批量问题研究的又一重要的拓展方向<sup>[171-179]</sup>. 但目前的研究基本都没有考虑今后企业将重点面临的约束条件——碳排放约束, 因此将碳排放配额约束纳入闭环制造的动态批量问题中, 是未来这类研究应重点予以关注的新兴方向.

### 2.9.2 动态批量与预测时阈

在闭环制造的动态批量问题中, 尚未有学者讨论预测时阈的存在性以及存在条件. 目前的研究主要集中在设计高效算法对问题进行求解, 这从侧面反映了闭环制造动态批量问题的预测时阈决策比较困难. 因此, 未来探讨闭环制造的动态批量和预测时阈问题将是非常有意义的工作, 文献<sup>[180-182]</sup>中求解预测时阈的思想能够为研究此类问题提供方法借鉴.

### 2.9.3 研究机会

1) 碳排放约束下的闭环制造动态批量与预测时阈研究

生产制造业是我国碳达峰碳中和的重要组成部分, 碳达峰碳中和将会改变制造业的生产运营决策. 相比于碳排放限额, 碳排放配额交易机制下的企业生产批量和预测时阈决策研究更为现实和关键. 这是因为在碳排放配额交易机制下, 企业不仅要优化每一周期产品的生产与库存数量, 同时还要优化出每一周期购入或卖出碳排放配额的量. 碳排放配额的交易数量与产品的生产与库存批量的协同优化增加了动态批量和预测时阈决策的挑战性<sup>[183-189]</sup>. 另外, 除了碳排放权交易, 碳税也是一种碳减排的重要手段. 因此, 企业在碳减排政策或政策组合约束下, 最优的生产批量和预测时阈决策问题是今后值得深入研究的重要方向.

2) 碳排放约束下的闭环平台动态批量与预

## 测时阈研究

随着环保政策的严格以及企业对环保的重视,闭环平台相继出现.闭环平台通常关联多个制造和服务企业,当碳排放配额约束平台时,平台需要决策碳排放交易的数量,碳排放配额如何在多个企业之间进行分配,以及协调各个企业的生产/采购/库存批量.当碳排放配额同时约束平台和企业时,平台和企业之间以及企业与企业之间会有碳排放配额和生产/采购/库存批量的博弈.这些问题将是今后碳排放约束下的闭环平台动态批量决策与预测时阈研究的重要方向.

### 2.10 多主体动态批量与预测时阈研究

#### 2.10.1 动态批量

传统的动态批量问题大都聚焦于单个决策主体而忽视了多个决策主体之间的互动与影响,如多主体之间的竞争与合作.非合作博弈和合作博弈是分析多决策主体之间互动的经典工具,因此将非合作博弈与合作博弈纳入动态批量和预测时阈问题的研究能够使企业制定的运营策略更为准确有效<sup>[190-194]</sup>.

目前考虑多主体互动的动态批量决策的研究大多是在比较严苛的假设前提下进行的,如每一周期的定价或成本非时变,不涉及多个主体之间的竞合关系.另外,这些研究没有考虑更为现实的情形,如考虑多个主体组成的供应链的韧性约束.其次,以上研究都没有分析预测时阈的存在性问题,而这一问题将是未来重要的研究机会,文献[195]可以为这类拓展研究提供方法论上的重要启示.

#### 2.10.2 动态批量与预测时阈

在多主体动态批量决策问题中,学者们聚焦于设计算法求解非合作博弈的均衡解以及合作博弈的分配策略,尚未有预测时阈问题的研究.因此,多主体动态批量和预测时阈的集成将是未来重要的研究方向.

#### 2.10.3 研究机会

1) 考虑供应链韧性的多主体动态批量与预测时阈研究

当今的供应链运营结构大多是线性模式,供应链上游出现扰动时,必将影响下游,例如,原材料短缺会导致生产中断,成品交付延迟则导致市场缺货,最终冲击销售等供应链上的其它节点.这

种线性特点造成供应链在结构上无法灵活应对日益频繁的突发事件,以致供应链韧性有限,任何一次突发性的中断,都将威胁到整体供应链端到端的稳定.Liu等<sup>[196]</sup>提出一种多企业动态虚拟转运混同存储产品(原材料)安全库存的方法以提高供应链韧性,此方法要求多个企业动态联合决策产品(原材料)的安全库存.这种增加供应链韧性的方法,可以降低安全库存成本,但协调的复杂度将大幅度增加,给生产/库存批量决策带来了极大的挑战.因此,今后在考虑供应链韧性的条件下研究多个企业之间的动态批量集成优化与预测时阈协调将是极具创新性的研究方向.

2) 存在平台竞争/合作的动态批量与预测时阈研究

由于企业和平台之间存在博弈行为,因此,给平台和企业的库存批量和预测时阈决策带来了新的问题.另外,相互竞争的零售平台,每一个平台上又存在多个相互竞争的企业,两个平台和多个企业之间形成了多条相互竞争的平台供应链.而且也存在同一家企业同时在两个平台进行产品销售的现象.这种平台供应链的竞争也对平台和企业的库存批量和预测时阈决策带来了新的挑战.除了竞争平台,还存在合作平台,平台的合作又将如何影响生产/库存批量和预测时阈决策,这些问题都值得深入思考.因此,考虑平台竞争与合作环境下各个主体的动态批量与预测时阈决策将是值得深入拓展的研究方向.

## 3 结束语

动态批量与预测时阈决策是库存管理与生产计划领域学术研究和企业实践的热点.智能制造和个性化消费的兴起对动态批量与预测时阈决策带来了新的问题.本文对动态批量和预测时阈领域的研究进展和方向做了详实的介绍和阐述.在此基础上,提炼出了动态批量与预测时阈决策的十大热点领域.分别从无约束条件到存在约束的动态批量与预测时阈,从单产品、单级、单主体到多产品、多级、多主体的动态批量与预测时阈,从传统制造模式到闭环制造、易逝品制造、具有学习效应的制造的动态批量与预测时阈,从只关注生

产到考虑生产与定价联合、数量折扣等的动态批量与预测时阈. 通过逐一分析这些领域的研究现状, 结合最新的实践发展, 提出了今后值得研究的新方向和新问题, 涉及云制造、云仓储、平台采购、个性化定制、概率销售、全渠道、碳减排、供应链韧

性等多方面的研究热点问题. 本文的研究将为库存管理与生产管理领域的研究者和实践者描绘出动态批量与预测时阈的研究蓝图. 而新方向和新问题的提出将为学者们今后在该领域的深入研究提供新的思考对象和研究机会.

#### 参考文献:

- [1] Harris F W. How many parts to make at once[J]. *Factory: The Magazine of Management*, 1913, 10(2): 135 – 136, 152.
- [2] Wagner H M, Whitin T M. Dynamic version of the economic lot size model[J]. *Management Science*, 1958, 5(1): 89 – 96.
- [3] 慕银平. 需求替代的两产品动态批量最优预测时阈研究[J]. *管理科学学报*, 2011, 14(3): 10 – 23.  
Mu Yinping. Forecast horizon of dynamic lot-size for two products under demand substitution[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 14(3): 10 – 23. (in Chinese)
- [4] Mor B, Mosheiov G. Scheduling a maintenance activity and due-window assignment based on common flow allowance[J]. *International Journal of Production Economics*, 2012, (135): 222 – 230.
- [5] Mor B, Mosheiov G. Scheduling a deteriorating maintenance activity and due-window assignment[J]. *Computers & Operations Research*, 2015, (57): 33 – 40.
- [6] Chand S, McClurg T, Ward J. A model for parallel machine replacement with capacity expansion[J]. *European Journal of Operational Research*, 2000, (121): 519 – 531.
- [7] Gendreau M, Potvin J Y, Smires A, et al. Multi-period capacity expansion for a local access telecommunications network[J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, (172): 1051 – 1066.
- [8] Feinberg E A. Optimality inequalities for average cost Markov decision processes and the stochastic cash balance problem[J]. *Mathematics of Operations Research*, 2007, 32(4): 769 – 783.
- [9] Chaouch B A. Analysis of the stochastic cash balance problem using a level crossing technique[J]. *Annals of Operations Research*, 2018, (271): 429 – 444.
- [10] Garcia A. Forecast horizons for a class of dynamic games[J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2004, 122(3): 471 – 486.
- [11] You J Y, Cai X M. Determining forecast and decision horizons for reservoir operations under hedging policies[J]. *Water Resources Research*, 2008, 44(11): 2276 – 2283.
- [12] Zhao T T G, Yang D W, Cai X M, et al. Identifying effective forecast horizon for real-time reservoir operation under a limited inflow forecast[J]. *Water Resources Research*, 2012, 48(1): 1 – 15.
- [13] You J Y, Yu C W. Theoretical error convergence of limited forecast horizon in optimal reservoir operating decisions[J]. *Water Resources Research*, 2013, 49(3): 1728 – 1734.
- [14] Arena C, Cannarozzo C, Mazzola M R. Exploring the potential and the boundaries of the rolling horizon technique for the management of reservoir systems with over-year behaviour[J]. *Water Resources Management*, 2017, 31(3): 867 – 884.
- [15] Kajjoune O, Aouam T, Zouadi T, et al. Dynamic lot-sizing in a two-stage supply chain with liquidity constraints and financing options[J]. *International Journal of Production Economics*, 2023, (258): 108799.
- [16] Lin F, Shi Y Y, Zhuo X X. Optimizing order policy and credit term for items with inventory-level-dependent demand under trade credit limit[J]. *Journal of Management Science and Engineering*, 2023, (8): 413 – 429.
- [17] Engebretsen E, Dauzère-Pérès S. Transportation strategies for dynamic lot sizing: Single or multiple modes[J]. *International Journal of Production Research*, 2023, 61(20): 7064 – 7084.
- [18] Tamssaouet K, Engebretsen E, Dauzère-Pérès S. Multi-item dynamic lot sizing with multiple transportation modes and item fragmentation[J]. *International Journal of Production Economics*, 2023, (265): 109001.
- [19] Bunn K A, Ventura J A. A dynamic programming approach for the two-product capacitated lot-sizing problem with concave

- costs[J]. *European Journal of Operational Research*, 2023, (307): 116 – 129.
- [20] Kulkarni K, Bansal M. Exact algorithms for multi-module capacitated lot-sizing problem, and its generalizations with two-echelons and piecewise concave production costs[J]. *IIE Transactions*, 2023, 55(12): 1187 – 1202.
- [21] Hwang H C, Heuvel W V D, Wagelmans A P M. Multilevel lot-sizing with inventory bounds[J]. *Inform Journal on Computing*, 2023, 35(6): 1470 – 1490.
- [22] Kim S, Feng Y Y, Xu J J. Complementarity analysis of a multi-item inventory model with leading product pricing[J]. *Production and Operations Management*, 2023, 32(12): 4190 – 4211.
- [23] Yue H Y, Xu Y F. Production quality and pricing strategy for substitutable products under comparison effects[J]. *Journal of Management Science and Engineering*, 2023, (8): 529 – 557.
- [24] Quezada F, Gicquel C, Kedad-Sidhoum S. Combining polyhedral approaches and stochastic dual dynamic integer programming for solving the uncapacitated lot-sizing problem under uncertainty[J]. *Inform Journal on Computing*, 2022, 34(2): 1024 – 1041.
- [25] Thevenin S, Adulyasak Y, Cordeau J F. Stochastic dual dynamic programming for multiechelon lot sizing with component substitution[J]. *Inform Journal on Computing*, 2022, 34(6): 3151 – 3169.
- [26] Heuvel W V D, Agrali S, Taşkin Z C. A decomposition algorithm for single and multiobjective integrated market selection and production planning[J]. *Inform Journal on Computing*, 2023, 35(6): 1439 – 1453.
- [27] Feng P P, Chai J, Hu Z Q, et al. Joint inventory and transshipment decisions with consumer behavioral heterogeneity[J]. *Journal of Management Science and Engineering*, 2023, (8): 369 – 385.
- [28] Gijbrecchts J, Imdahl C, Boute R N, et al. Optimal robust inventory management with volume flexibility: Matching capacity and demand with the lookahead peak-shaving policy[J]. *Production and Operations Management*, 2023, 32(11): 3357 – 3373.
- [29] 章潇月, 代文强, 周小渝. 价格与需求同时不确定的原材料占线采购问题[J]. *管理科学学报*, 2024, 27(6): 149 – 158.  
Zhang Xiaoyue, Dai Wenqiang, Zhou Xiaoyu. Online procurement for raw materials with price and demand uncertainty[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2024, 27(6): 149 – 158. (in Chinese)
- [30] Zhang Z, Izui K, Song X L, et al. A nested partitioning-based solution method for seru scheduling problem with resource allocation[J]. *Journal of Management Science and Engineering*, 2024, (9): 101 – 114.
- [31] Forel A, Grunow M. Dynamic stochastic lot sizing with forecast evolution in rolling-horizon planning[J]. *Production and Operations Management*, 2023, 32(2): 449 – 468.
- [32] Atamturk A, Hochbaum D S. Capacity acquisition, subcontracting, and lot sizing[J]. *Management Science*, 2001, 47(8): 1081 – 1100.
- [33] Araujo S A D, Reyck B D, Degraeve Z, et al. Period decompositions for the capacitated lot sizing problem with setup times[J]. *Inform Journal on Computing*, 2015, 27(3): 431 – 448.
- [34] Fragkos I, Degraeve Z, Reyck B D. A horizon decomposition approach for the capacitated lot-sizing problem with setup times[J]. *Inform Journal on Computing*, 2016, 28(3): 465 – 482.
- [35] Ou J W, Feng J J. Production lot-sizing with dynamic capacity adjustment[J]. *European Journal of Operational Research*, 2019, 272(1): 261 – 269.
- [36] Okhrin I, Richter K. An  $O(T^3)$  algorithm for the capacitated lot sizing problem with minimum order quantities[J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 211(3): 507 – 514.
- [37] Okhrin I, Richter K. The linear dynamic lot sizing problem with minimum order quantity[J]. *International Journal of Production Economics*, 2011, 133(2): 688 – 693.
- [38] Hellion B, Mangione F, Penz B. A polynomial time algorithm to solve the single-item capacitated lot sizing problem with minimum order quantities and concave costs[J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 222(1): 10 – 16.
- [39] Gutierrez J, Noda A S, Colebrook M, et al. An efficient approach for solving the lot-sizing problem with time-varying storage capacities[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 189(3): 682 – 693.
- [40] Atamturk A, Kucukyavuz S. Lot sizing with inventory bounds and fixed costs: Polyhedral study and computation[J]. *Oper-*

- ations Research, 2005, 53(4): 711 – 730.
- [41] Minner S. A comparison of simple heuristic for multi-product dynamic demand lot-sizing with limited warehouse capacity [J]. International Journal of Production Economics, 2009, 118(1): 305 – 310.
- [42] Liu T M. Economic lot sizing problem with inventory bounds[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 185(1): 204 – 215.
- [43] Akbalik A, Penz B, Rapine C. Capacitated lot sizing problems with inventory bounds[J]. Annals of Operations Research, 2015, 229(1): 1 – 18.
- [44] Ahuja R A, Huang W, Romeijn H E, et al. A heuristic approach to the multi-period single-sourcing problem with production and inventory capacities and perishability constraints[J]. Informs Journal on Computing, 2007, 19(1): 14 – 26.
- [45] Melo R A, Ribeiro C C. Formulations and heuristics for the multi-item uncapacitated lot-sizing problem with inventory bounds[J]. International Journal of Production Research, 2017, 55(2): 576 – 592.
- [46] 范捷, 王国庆. 带分段仓储能力决策的动态批量优化问题研究[J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(10): 2592 – 2599.
- Fan Jie, Wang Guoqing. Dynamic lot sizing problem with section storage capacity decisions[J]. System Engineering: Theory & Practice, 2017, 37(10): 2592 – 2599. (in Chinese)
- [47] Li C L, Hsu V N, Xiao W Q. Dynamic lot sizing with batch ordering and truckload discounts[J]. Operations Research, 2004, 52(4): 639 – 654.
- [48] Lee C Y, Cetinkaya S, Jaruphongsa W. A dynamic model for inventory lot sizing and outbound shipment scheduling at a third-party warehouse[J]. Operations Research, 2003, 51(5): 735 – 747.
- [49] Lee C Y. Inventory replenishment model: Lot sizing versus just-in-time delivery[J]. Operations Research, 2004, 32(6): 581 – 590.
- [50] Hwang H C. Economic lot-sizing for integrated production and transportation[J]. Operations Research, 2010, 58(2): 428 – 444.
- [51] Akbalik A, Alouane A B H, Sauer N, et al. NP-hard and polynomial cases for the single-item lot sizing problem with batch ordering under capacity reservation contract[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 257(2): 483 – 493.
- [52] 鲁奎, 杨昌辉, 戴道明. 运输能力受限与费用时变批量问题的拉格朗日松弛启发式算法[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 38(10): 47 – 52.
- Lu Kui, Yang Changhui, Dai Daoming. A Lagrangian-based heuristic algorithm for multi-product capacitated lot sizing with time-varying transportation costs[J]. System Engineering: Theory & Practice, 2008, 38(10): 47 – 52. (in Chinese)
- [53] 鲁奎, 杨昌辉, 戴道明. 一种能力外包与费用时变批量问题的启发式算法[J]. 中国管理科学, 2008, 16(1): 80 – 85.
- Lu Kui, Yang Changhui, Dai Daoming. A heuristic algorithm for multi-product capacitated lot sizing with subcontracting and time-varying transportation costs[J]. Chinese Journal of Management Science, 2008, 16(1): 80 – 85. (in Chinese)
- [54] Sandbothe R A, Thompson G L. A forward algorithm for the capacitated lot size model with stockouts[J]. Operations Research, 1990, 38(3): 474 – 486.
- [55] Lundin R A, Morton T E. Planning horizons for the dynamic lot size model: Zabel vs. protective procedures and computational results[J]. Operations Research, 1975, 23(4): 711 – 734.
- [56] Sandbothe R A, Thompson G L. Decision horizons for the capacitated lot size model with inventory bounds and stockouts [J]. Computers and Operations Research, 1993, 20(5): 455 – 465.
- [57] Sethi S, Chand S. Multiple finite production rate dynamic lot size inventory models[J]. Operations Research, 1981, 29(5): 931 – 944.
- [58] Chand S, Sethi S. Finite-production-rate inventory models with first and second shift setups[J]. Naval Research Logistics, 1983, 30(3): 401 – 414.
- [59] Zabel E. Some generalizations of an inventory planning horizon theorem [J]. Management Science, 1964, 10(3): 465 – 471.
- [60] Eppen G D, Gould F J, Pashigian B P. Extensions of the planning horizon theorem in the dynamic lot size model[J]. Man-

- agement Science, 1969, 15(5): 268 – 277.
- [61] Elmaghraby S E, Bawle V Y. Optimization of batch ordering under deterministic variable demand[J]. Management Science, 1972, 18(9): 508 – 517.
- [62] Hezewijk L V, Dellaert N, Woensel T V, et al. Using the proximal policy optimisation algorithm for solving the stochastic capacitated lot sizing problem[J]. International Journal of Production Research, 2023, 61(6): 1955 – 1978.
- [63] Fan J, Wang G Q. Joint optimization of dynamic lot and warehouse sizing problems[J]. European Journal of Operational Research, 2018, (267): 849 – 854.
- [64] Bunn K A, Ventura J A. Reformulations to improve the Lagrangian relaxation approach for the capacitated multi-product dynamic lot sizing problem with batch ordering [J]. International Journal of Production Research, 2024, 62(8): 2868 – 2887.
- [65] Hsu V N, Lowe T J. Dynamic economic lot size models with period-pair-dependent backorder and inventory costs[J]. Operations Research, 2001, 49(2): 316 – 321.
- [66] Dinakar G, Kucukyavuz S. Formulations for dynamic lot sizing with service levels[J]. Naval Research Logistics, 2013, 60(2): 87 – 101.
- [67] Gutierrez J, Noda A S, Colebrook M, et al. An polynomial algorithm for the production/ordering planning problem with limited storage[J]. Computers & Operations Research, 2007, 34(4): 934 – 937.
- [68] Heuvel W V D. Improved algorithms for a lot-sizing problem with inventory bounds and backlogging[J]. Naval Research Logistics, 2012, 59(3): 244 – 253.
- [69] 黄 玲, 钟金宏, 杨善林. 考虑延期交货、转包和非减库存能力约束的单产品批量模型[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(9): 87 – 96.  
Huang Ling, Zhong Jinhong, Yang Shanlin. Single item lot sizing models with backlogging and outsourcing and non-decreasing inventory capacity[J]. System Engineering: Theory and Practice, 2007, 27(9): 87 – 96. (in Chinese)
- [70] Gayon J P, Massonnet G, Rapine C, et al. Constant approximation algorithms for the one warehouse multiple retailers problem with backlog or lost-sales[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 250(1): 155 – 163.
- [71] 徐 娟, 汪小京, 刘志学. 多供应商环境下的最优采购策略[J]. 系统管理学报, 2014, 23(6): 883 – 890.  
Xu Juan, Wang Xiaojing, Liu Zhixue. Dynamic lot sizing problem of production and outsourcing under the environment of different customer classes[J]. Journal of Systems & Management, 2014, 23(6): 883 – 890. (in Chinese)
- [72] Absi N, Sidhoum S K. The multi-item capacitated lot-sizing problem with safety stocks and demand shortage costs[J]. Computers & Operations Research, 2009, 36(11): 2926 – 2936.
- [73] Absi N, Detienne B, Peres S D. Heuristics for the multi-item capacitated lot-sizing problem with lost sales[J]. Computers & Operations Research, 2013, 40(1): 264 – 272.
- [74] Hnaïen F, Afsar H M. Robust single-item lot-sizing problems with discrete-scenario lead time [J]. International Journal of Production Economics, 2017, (185): 223 – 229.
- [75] Liu X, Chu F, Chu C B, et al. Lot sizing with bounded inventory and lost sales[J]. International Journal of Production Research, 2007, 45(24): 5881 – 5894.
- [76] Liu X, Tu Y. Production planning with limited inventory capacity and allowed stockout[J]. International Journal of Production Economics, 2008, 111(1): 180 – 191.
- [77] Hwang H C, Heuvel W V D, Wagelmans A P M. The economic lot-sizing problem with lost sales and bounded inventory [J]. IIE Transactions, 2013, 45(8): 912 – 924.
- [78] Lee C Y, Cetinkaya S, Wagelmans A P M. A dynamic lot-sizing model with demand time windows[J]. Management Science, 2001, 47(10): 1384 – 1395.
- [79] Brahim N, Dauzere-Peres S, Najid N M. Capacitated multi-item lot-sizing problems with time windows[J]. Operations Research, 2006, 54(5): 951 – 967.
- [80] Hwang H C. Dynamic lot-sizing model with production time windows[J]. Naval Research Logistics, 2007, 54(6): 692 – 701.
- [81] Hwang H C, Jaruphongsa W. Dynamic lot-sizing model for major and minor demands[J]. European Journal of Operational

- Research, 2008, 184(2): 711–724.
- [82] Absi N, Kedad-Sidhoum S, Dauzere-Peres S. Uncapacitated lot-sizing problem with production time windows, early production, backlog and lost sale[J]. International Journal of Production Research, 2011, 49(9): 2551–2566.
- [83] Blackburn J D, Kunreuther H. Planning horizons for the dynamic lot size model with backlogging[J]. Management Science, 1974, 21(3): 251–255.
- [84] Kunreuther H C, Morton T E. General planning horizons for production smoothing with deterministic demands: Extensions to overtime, undertime, and backlogging[J]. Management Science, 1974, 20(7): 1037–1046.
- [85] Kunreuther H C, Morton T E. Planning horizons for production smoothing with deterministic demands: All demand met from regular production[J]. Management Science, 1973, 20(1): 110–125.
- [86] Morton T E. An improved algorithm for the stationary cost dynamic lot size model with backlogging[J]. Management Science, 1978, 24(8): 869–873.
- [87] Federgruen A, Tzur M. The dynamic lot-sizing model with backlogging: A simple  $O(n \log n)$  algorithm and minimal forecast horizon procedure[J]. Naval Research Logistics, 1993, 40(4): 459–478.
- [88] Morton T E. Universal planning horizons for generalized convex production scheduling[J]. Operations Research, 1978, 26(6): 1046–1058.
- [89] Smith R L, Zhang R Q. Infinite horizon production planning in time-varying systems with convex production and inventory costs[J]. Management Science, 1998, 92(3): 1314–1320.
- [90] Ghate A, Smith R L. Optimal backlogging over an infinite horizon under time-varying convex production and inventory costs[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2009, 11(2): 362–368.
- [91] Zhang H N, Chao X L, Shi C. Closing the gap: A learning algorithm for lost-sales inventory systems with lead times[J]. Management Science, 2020, 66(5): 1962–1980.
- [92] Chen B X, Chao X L, Ahn H S. Coordinating pricing and inventory replenishment with nonparametric demand learning[J]. Operations Research, 2019, 67(4): 1035–1052.
- [93] Chen B X, Chao X L. Dynamic inventory control with stockout substitution and demand learning[J]. Management Science, 2020, 66(11): 5108–5127.
- [94] Ertogral K. Multi-item single source ordering problem with transportation cost: A Lagrangian decomposition approach[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 191(1): 156–165.
- [95] Jans R. Solving lot-sizing problems on parallel identical machines using symmetry-breaking constraints[J]. Informatics Journal on Computing, 2009, 21(1): 123–136.
- [96] Lu L, Qi X T. Dynamic lot sizing for multiple products with a new joint replenishment model[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 211(1): 74–80.
- [97] Chen S, Geunes J, Mishra A. Algorithms for multi-item procurement planning with cases packs[J]. IIE Transactions, 2012, 44(3): 181–198.
- [98] Cheung M, Elmachtoub A N, Levi R, et al. The submodular joint replenishment problem[J]. Mathematical Programming, 2016, 158(1): 207–233.
- [99] Wu T, Shi Z X, Liang Z, et al. Dantzig-wolfe decomposition for the facility location and production planning problem[J]. Computers & Operations Research, 2020, (124): 105068.
- [100] Gicquel C, Minoux M. Multi-product valid inequalities for the discrete lot-sizing and scheduling problem[J]. Computers & Operations Research, 2015, (54): 12–20.
- [101] Wu T, Liang Z, Zhang C R. Analytics branching and selection for the capacitated multi-item lot sizing problem with non-identical machines[J]. Informatics Journal on Computing, 2018, 30(2): 236–258.
- [102] Zhang C R, Zhang D D, Wu T. Data-driven branching and selection for lot-sizing and scheduling problems with sequence-dependent setups and setup carryover[J]. Computers & Operations Research, 2021, (132): 105289.
- [103] Blocher J D, Chand S, Sengupta K. The changeover scheduling problem with time and cost considerations: Analytical results and a forward algorithm[J]. Operations Research, 1999, 47(4): 559–569.
- [104] Balakrishnan A, Geunes J. Requirements planning with substitutions: Exploiting bill-of-materials flexibility in production

- planning[J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2000, 2(2): 166 – 185.
- [105] Hsu V N, Li C L, Xiao W Q. Dynamic lot size problem with one-way product substitution[J]. *IIE Transactions*, 2005, 37(3): 201 – 215.
- [106] Pineyro P, Viera O. The economic lot-sizing problem with remanufacturing and one-way substitution[J]. *International Journal of Production Economics*, 2010, 124(2): 482 – 488.
- [107] Pineyro P, Viera O. Note on “The economic lot-sizing problem with remanufacturing and one-way substitution” [J]. *International Journal of Production Economics*, 2014, (156): 167 – 168.
- [108] Li Y J, Chen J, Cai X Q. Heuristic genetic algorithm for capacitated production planning problems with batch processing and remanufacturing[J]. *International Journal of Production Economics*, 2007, 105(2): 301 – 307.
- [109] 胡海菊, 李勇建. 考虑再制造和产品需求可替代的短生命周期产品动态批量生产计划问题[J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 27(12): 76 – 84.
- Hu Haiju, Li Yongjian. Dynamic production planning problem for short-life-cycle products with product remanufacturing and demand substitution[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2007, 27(12): 76 – 84. (in Chinese)
- [110] Dawande M, Gavirneni S, Mu Y P, et al. On the interaction between demand substitution and production changeovers [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2010, 12(4): 682 – 691.
- [111] Lang J C, Shen Z J M. Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions[J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 214(3): 595 – 605.
- [112] Dawande M, Gavirneni S, Naranpanawe S, et al. Discrete forecast horizons for two-product variants of the dynamic lot-size problem[J]. *International Journal of Production Economics*, 2009, 120(2): 430 – 436.
- [113] Bardhan A, Dawande M, Gavirneni S, et al. Forecast and rolling horizons under demand substitution and production changeovers: Analysis and insights[J]. *IIE Transactions*, 2013, 45(3): 323 – 340.
- [114] 靖富营, 慕银平, 晁祥瑞. 需求双向替代与生产转换下动态批量决策及预测时阈研究[J]. *中国管理科学*, 2023, 31(8): 226 – 238.
- Jing Fuying, Mu Yinping, Chao Xiangrui. Forecast horizon of dynamic lot sizing model under production changeovers and two-way demand substitution[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2023, 31(8): 226 – 238. (in Chinese)
- [115] Federgruen A, Tzur M. Detection of minimal forecast horizons in dynamic programs with multiple indicators of the future [J]. *Naval Research Logistics*, 1996, 43(2): 169 – 189.
- [116] Geunes J, Romeijn H E, Taaffe K. Requirements planning with pricing and order selection flexibility[J]. *Operations Research*, 2004, 54(2): 394 – 401.
- [117] Deng S M, Yano C A. Joint production and pricing decisions with setup costs and capacity constraints[J]. *Management Science*, 2006, 52(5): 741 – 756.
- [118] Onal M, Romeijn H E. Multi-item capacitated lot-sizing problems with setup times and pricing decisions[J]. *Naval Research Logistics*, 2010, 57(2): 172 – 187.
- [119] Wu X, Gong Y M, Xu H X, et al. Dynamic lot-sizing models with pricing for new products[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 260(1): 81 – 92.
- [120] 戴道明, 程刚, 杨善林. 考虑资源约束和变质期的订货批量与定价的联合决策[J]. *系统工程理论与实践*, 2009, 29(1): 81 – 88.
- Dai Daoming, Cheng Gang, Yang Shanlin. Joint optimal dynamic pricing and capacitated lot sizing problem with perishable inventory[J]. *System Engineering: Theory & Practice*, 2009, 29(1): 81 – 88. (in Chinese)
- [121] 戴道明, 杨善林. 动态定价与允许需求延迟订货批量模型的联合决策[J]. *管理工程学报*, 2009, 23(4): 116 – 120.
- Dai Daoming, Yang Shanlin. Joint optimal dynamic pricing and lot sizing problem with backlogging[J]. *Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*, 2009, 23(4): 116 – 120. (in Chinese)
- [122] 戴道明, 杨善林, 鲁奎. 固定定价与允许需求延迟批量模型的联合决策[J]. *系统工程理论与实践*, 2008, 28(6): 22 – 29.
- Dai Daoming, Yang Shanlin, Lu Kui. Joint optimal constant pricing and lot sizing models with backlogging[J]. *System*

- Engineering: Theory & Practice, 2008, 28(6): 22–29. (in Chinese)
- [123] Thomas J. Price-production decisions with deterministic demand[J]. *Management Science*, 1970, 16(11): 747–750.
- [124] Teyarachakul S, Chand S, Ward J. Effect of learning and forgetting on batch size[J]. *Production and Operations Management*, 2011, 20(1): 116–128.
- [125] Chiu H N, Chen H M, Weng L C. Deterministic time-varying demand lot-sizing models with learning and forgetting in setups and production[J]. *Production and Operations Management*, 2003, 12(1): 120–127.
- [126] Chiu H N, Chen H M. An optimal algorithm for solving the dynamic lot-sizing model with learning and forgetting in setups and production[J]. *International Journal of Production Economics*, 2005, 95(2): 179–193.
- [127] Chand S, Sethi S. A dynamic lot sizing model with learning in setups [J]. *Operations Research*, 1990, 38(4): 644–655.
- [128] Teyarachakul S, Chand S, Tzur M. Lot sizing with learning and forgetting in setups: Analytical results and insights[J]. *Naval Research Logistics*, 2016, 63(2): 93–108.
- [129] Tzur M. Learning in setups: Analysis, minimum forecast horizons, and algorithms[J]. *Management Science*, 1996, 42(12): 1732–1743.
- [130] Federgruen A, Tzur M. Minimal forecast horizons and a new planning procedure for the general dynamic lot sizing model: Nervousness revisited[J]. *Operations Research*, 1994, 42(3): 456–468.
- [131] Hsu V N. Dynamic economic lot size model with perishable inventory [J]. *Management Science*, 2000, 46(8): 1159–1169.
- [132] Hsu V N. An economic lot size model for perishable products with age-dependent inventory and backorder costs[J]. *IIE Transactions*, 2003, 35(8): 775–780.
- [133] Chu L Y, Hsu V N, Shen Z J M. An economic lot-sizing problem with perishable inventory and economies of scale costs: Approximation solutions and worst case analysis[J]. *Naval Research Logistics*, 2005, 52(6): 536–548.
- [134] Qiu Y Z, Qiao J, Pardalos P M. Optimal production, replenishment, delivery, routing and inventory management policies for products with perishable inventory [J]. *Omega-The International Journal of Management Science*, 2019, (82): 193–204.
- [135] Jing F Y, Mu Y P. Forecast horizon for dynamic lot sizing model under product substitution and perishable inventories [J]. *Computers & Operations Research*, 2019, (110): 77–87.
- [136] Charles M, Dazère-Pérès S, Kedad-Sidhoum S, et al. Motivations and analysis of the capacitated lot-sizing problem with setup times and minimum and maximum ending inventories[J]. *European Journal of Operational Research*, 2022, 302(1): 203–220.
- [137] Kaminsky P, Levi D S. Production and distribution lot sizing in a two stage supply chain[J]. *IIE Transactions*, 2003, 35(11): 1065–1075.
- [138] Hoesel S V, Romeijn H E, Morales D R, et al. Integrated lot sizing in serial supply chains with production capacities [J]. *Management Science*, 2005, 51(1): 1706–1709.
- [139] Sargut F Z, Romeijn H E. Capacitated production and subcontracting in a serial supply chain[J]. *IIE Transactions*, 2007, 39(11): 1031–1043.
- [140] Stadler H. Multilevel lot sizing with setup times and multiple constrained resources: Internally rolling schedules with lot-sizing windows[J]. *Operations Research*, 2003, 51(3): 487–502.
- [141] Stadler H. Multi-level single machine lot-sizing and scheduling with zero lead times[J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 209(3): 241–252.
- [142] Begnaud J, Benjaafar S, Miller L A. The multi-level lot sizing problem with flexible production sequences[J]. *IIE Transactions*, 2009, 41(8): 702–715.
- [143] Wang H Y, Liu D C, Xing T, et al. A dynamic model for serial supply chain with periodic delivery policy[J]. *International Journal of Production Research*, 2010, 48(3): 821–834.
- [144] Hwang H C, Ahn H S, Kaminsky P. Basis paths and a polynomial algorithm for the multistage production-capacitated lot-sizing problem[J]. *Operations Research*, 2013, 61(2): 469–482.

- [145] 万国华, 孙磊. 批量运输的二级供应链系统的生产和订购计划: 模型与算法[J]. 系统管理学报, 2012, 21(6): 729–735.  
Wan Guohua, Sun Lei. Production planning in a two-level supply chain with batch ordering: Models and algorithms[J]. Journal of Systems & Management, 2012, 21(6): 729–735. (in Chinese)
- [146] Hwang H C, Kang J. The two-level lot-sizing problem with outbound shipment[J]. Omega-The International Journal of Management Science, 2020, (90): 1–13.
- [147] Hwang H C, Kang J. An improved algorithm for the lot-sizing problem with outbound shipment[J]. Omega-The International Journal of Management Science, 2021, (100): 102205.
- [148] Homberger J. A parallel genetic algorithm for the multilevel unconstrained lot-sizing problem[J]. Informs Journal on Computing, 2008, 20(1): 124–132.
- [149] Wu T, Zhang C R, Liang Z, et al. A Lagrangian relaxation-based method and models evaluation for multi-level lot sizing problems with backorders[J]. Computers & Operations Research, 2013, (40): 1852–1863.
- [150] Vyve M V, Wolsey L A, Yaman H. Relaxations for two-level multi-item lot-sizing problems[J]. Mathematical Programming, 2014, 146(1): 495–523.
- [151] Zhang M J, Kucukyavuz S, Yaman H. A polyhedral study of multiechelon lot sizing with intermediate demands[J]. Operations Research, 2012, 60(4): 918–935.
- [152] Zhao M, Zhang M J. Multiechelon lot sizing: New complexities and inequalities[J]. Operations Research, 2020, 68(2): 534–551.
- [153] Ventura J A, Valdebenito V A, Golany B. A dynamic inventory model with supplier selection in a serial supply chain structure[J]. European Journal of Operational Research, 2013, (230): 258–271.
- [154] Arslan A N, Richard J P P, Guan Y P. On the polyhedral structure of two-level lot-sizing problems with supplier section[J]. Naval Research Logistics, 2016, 63(8): 647–666.
- [155] Hao X Y, Zheng L, Li N, et al. Integrated bin packing and lot-sizing problem considering the configuration-dependent bin packing process[J]. European Journal of Operational Research, 2022, 303(2): 581–592.
- [156] Ventura J A, Golany B, Mendoza A, et al. A multi-product dynamic supply chain inventory model with supplier selection, joint replenishment, and transportation cost[J]. Annals of Operations Research, 2022, (316): 729–762.
- [157] Rohaninejad M, Hanzólek Z. Multi-level lot-sizing and job shop scheduling with lot-streaming: Reformulation and solution approaches[J]. International Journal of Production Economics, 2023, (263): 108958.
- [158] Pierini L M, Poldi K C. Optimization of the cutting process integrated to the lot sizing in multi-plant paper production industries[J]. Computers & Operations Research, 2023, (153): 106157.
- [159] Lee Y, Lee K. Valid inequalities and extended formulations for lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setups[J]. European Journal of Operational Research, 2023, 310(1): 201–216.
- [160] Chand S. Rolling horizon procedures for the facilities in series inventory model with nested scheduling[J]. Management Science, 1983, 29(2): 237–249.
- [161] Chand S, Hsu V N, Sethi S, et al. A dynamic lot sizing problem with multiple customers: Customers-specific shipping and backlogging costs[J]. IIE Transactions, 2007, 39(11): 1059–1069.
- [162] Jing F Y, Chao X R. Forecast horizon for a two-echelon dynamic lot-sizing problem[J]. Omega-The International Journal of Management Science, 2022, (110): 102613.
- [163] Chan L M A, Muriel A, Shen Z J M, et al. On the effectiveness of zero-inventory-ordering policies for the economic lot-sizing model with a class of piecewise linear cost structures[J]. Operations Research, 2002, 50(6): 1058–1067.
- [164] Chan L M A, Muriel A, Shen Z J M, et al. Effective of zero-inventory-ordering policies for the single-warehouse multiretailer problem with piecewise linear cost structures[J]. Management Science, 2002, 48(11): 1446–1460.
- [165] Li C L, Qu J W, Hsu V N. Dynamic lot sizing with all units discount and resales[J]. Naval Research Logistics, 2012, 59(3): 230–243.
- [166] Koca E, Yaman H, Aktürk M S. Lot sizing with piecewise concave production costs[J]. Informs Journal on Computing, 2014, 26(4): 767–779.

- [167] Chand S, Sethi S P, Proth J M. Existence of forecast horizons in undiscounted discrete time lot-size model[J]. *Operations Research*, 1990, 38(5): 884–892.
- [168] Bylka S, Sethi S. Existence and derivation of forecast horizons in a dynamic lot sizing model with nonincreasing holding costs[J]. *Production and Operations Management*, 1992, 1(2): 212–224.
- [169] Chand S, Sethi S P, Sorger G. Forecast horizons in the discounted dynamic lot size model[J]. *Management Science*, 1992, 38(7): 1034–1048.
- [170] Dawande M, Gavirneni S, Naranpanawe S, et al. Forecast horizons for a class of dynamic lot-size problems under discrete future demand[J]. *Operations Research*, 2007, 55(4): 688–702.
- [171] Yang J, Golany B, Yu G. A concave-cost production planning with remanufacturing options[J]. *Naval Research Logistics*, 2005, 52(5): 443–458.
- [172] Teunter R H, Bayindir Z P, Heuvel W V D. Dynamic lot sizing with product returns and remanufacturing[J]. *International Journal of Production Research*, 2006, 44(20): 4377–4400.
- [173] Helmrich M J R, Jans R, Heuvel W V D, et al. Economic lot-sizing with remanufacturing: Complexity and efficient formulations[J]. *IIE Transactions*, 2014, 46(1): 67–86.
- [174] Li X Y, Baki F, Tian P, et al. A robust block-chain based tabu search algorithm for the dynamic lot sizing problem with product returns and remanufacturing[J]. *Omega-The International Journal of Management Science*, 2014, 42(1): 75–87.
- [175] Tang O, Teunter R. Economic lot scheduling problem with returns[J]. *Production and Operations Management*, 2006, 15(4): 488–497.
- [176] Pan Z D, Tang J F, Liu O. Capacitated dynamic lot sizing problems in closed-loop supply chain[J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 198(3): 810–821.
- [177] Attila O N, Agra A, Akartunali K, et al. Robust formulations for economic lot-sizing problem with remanufacturing[J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, (288): 496–510.
- [178] 谢文明, 刘 晓, 江志斌. 基于服务型制造的再制造批量计划问题[J]. *系统管理学报*, 2014, 23(2): 271–276.  
Xie Wenming, Liu Xiao, Jiang Zhibin. Remanufacturing lot-sizing problem for service-oriented manufacturing[J]. *Journal of Systems & Management*, 2014, 23(2): 271–276. (in Chinese)
- [179] Chand S, Morton T E. Minimal forecast horizon procedures for dynamic lot size models[J]. *Naval Research Logistics*, 1986, 33(1): 111–122.
- [180] Piñeyro P, Viera O. The economic lot-sizing problem with remanufacturing and heterogeneous returns: Formulations, analysis and algorithms[J]. *International Journal of Production Research*, 2022, 60(11): 3521–3533.
- [181] Bensoussan A, Proth J M, Queyranne M. A planning horizon algorithm for deterministic inventory management with piecewise linear concave cost[J]. *Naval Research Logistics*, 1991, 38(5): 729–742.
- [182] Federgruen A, Tzur M. Fast solution and detection of minimal forecast horizons in dynamic programs with a single indicator of the future: Applications to dynamic lot-sizing models[J]. *Management Science*, 1995, 41(5): 874–893.
- [183] Absi N, Dauzere-Peres S, Kedad-Sidhoum S, et al. Lot sizing with carbon emission constraints[J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, (227): 55–61.
- [184] Absi N, Dauzere-Peres S, Kedad-Sidhoum S, et al. The single-item green lot-sizing problem with fixed carbon emissions[J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, (248): 849–855.
- [185] Helmrich M J R, Jans R, Heuvel W V D, et al. The economic lot-sizing problem with an emission capacity constraint[J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, (241): 50–62.
- [186] Wu T, Xiao F, Zhang C R, et al. The green capacitated multi-item lot sizing problem with parallel machines[J]. *Computers & Operations Research*, 2018, (98): 149–164.
- [187] 黄 帝, 陈 剑, 周 泓. 配额—交易机制下动态批量生产和减排投资策略研究[J]. *中国管理科学*, 2016, 24(4): 129–137.  
Huang Di, Chen Jian, Zhou Hong. Optimal production and emissions reduction investment policies in a dynamic lot sizing model under cap-and-trade[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2016, 24(4): 129–137. (in Chinese)

- [188] Koca E, Koksalan G I. Capacitated lot sizing problem with periodic carbon emission constraints and multiple resources [J]. *International Journal of Production Research*, 2023, 61(19): 6589 – 6601.
- [189] Roshani A, Paolucci M, Giglio D, et al. The capacitated lot-sizing and energy efficient single machine scheduling problem with sequence dependent setup times and costs in a closed-loop supply chain network [J]. *Annals of Operations Research*, 2023, (321): 469 – 505.
- [190] Zhao W, Wang Y Z. Coordination of joint pricing-production decisions in a supply chain [J]. *IIE Transactions*, 2002, (34): 701 – 715.
- [191] Federgruen A, Meissner J. Competition under time-varying demands and dynamic lot sizing costs [J]. *Naval Research Logistics*, 2009, 56(6): 57 – 73.
- [192] Lamas A, Chevalier P. Joint dynamic pricing and lot-sizing under competition [J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 266(3): 864 – 876.
- [193] Carvalho M, Pedroso J P, Telha C, et al. Competitive uncapacitated lot-sizing game [J]. *International Journal of Production Economics*, 2018, (204): 148 – 159.
- [194] Heuvel W V D, Borm P, Hamers H. Economic lot-sizing games [J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 176(2): 1117 – 1130.
- [195] Chen X, Zhang J W. Duality approaches to economic lot-sizing games [J]. *Production and Operations Management*, 2016, 25(7): 1203 – 1215.
- [196] Liu F, Song J S, Tong J D. Building supply chain resilience through virtual stockpile pooling [J]. *Production and Operations Management*, 2016, 25(10): 1745 – 1762.

## Current research status and prospects on dynamic lot sizing and forecast horizons

MU Yin-ping<sup>1</sup>, JING Fu-ying<sup>2\*</sup>

1. School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China;
2. School of Management Science and Engineering, Tianjin University of Finance and Economics, Tianjin 300222, China

**Abstract:** Both researchers and practitioners in the areas of inventory management and production planning focus on dynamic lot sizing and forecast horizons. With the rise of intelligent manufacturing, big data, cloud computing and artificial intelligence (AI), new challenges and opportunities have emerged in studies of dynamic lot sizing and forecast horizons. Starting from the study of dynamic lot sizing, forecast horizon and their interface, this paper reviews the current state of the literature in this area and provides detailed comments. Based on these current situations and comments, this paper extracts ten hot topics in the research area on dynamic lot sizing and forecast horizons, and then analyzes the current situations, future research directions, and opportunities of these hot topics one by one.

**Key words:** dynamic lot size; forecast horizon; production plan; inventory management